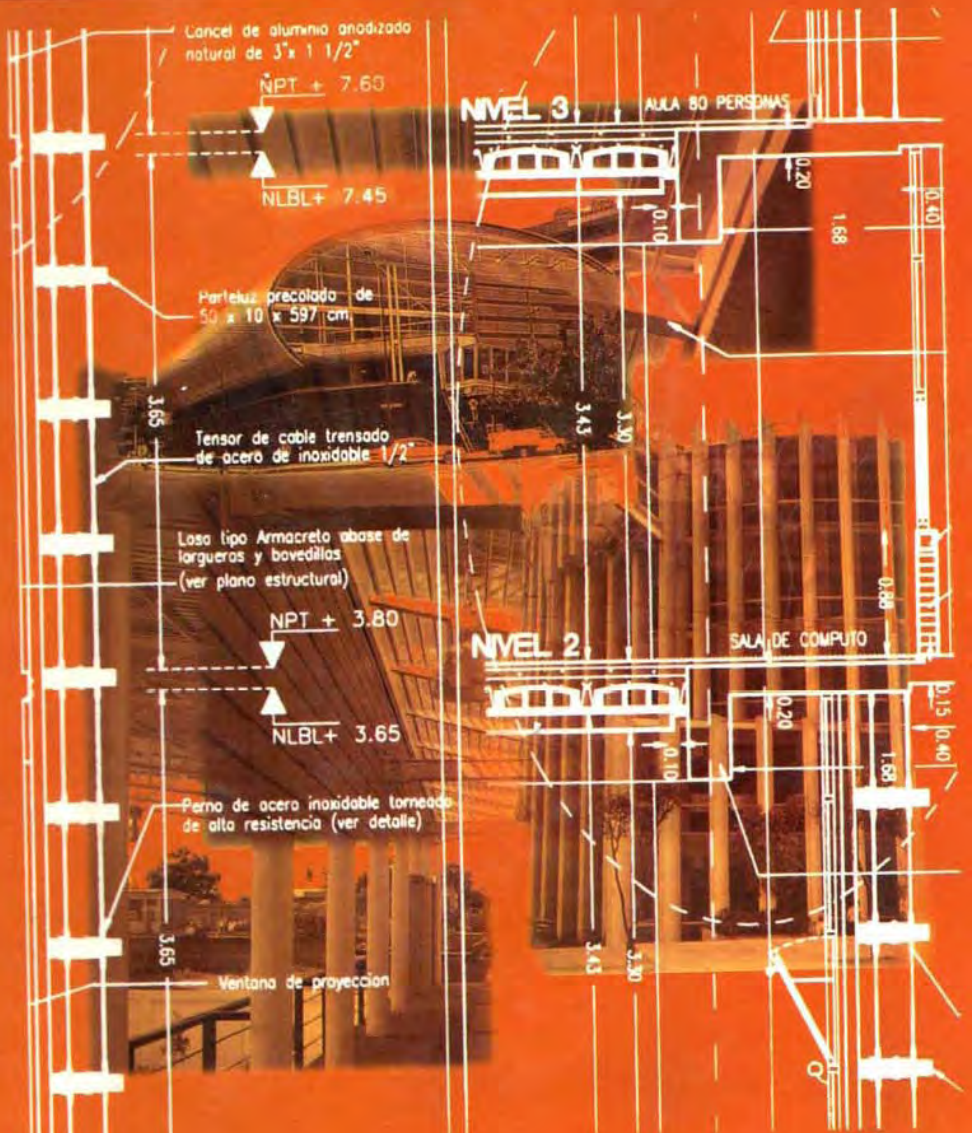
Meli Piralla

Diseño Estructural



DISEÑO ESTRUCTURAL

SEGUNDA EDICIÓN

Roberto Meli
Investigador del Instituto de Ingeniería
Universidad Nacional Autónoma de México

LIMUSA
NORIEGA EDITORES
MÉXICO • España • Venezuela • Colombia

Prólogo

Este libro está escrito fundamentalmente para servir de texto en un curso de "Diseño Estructural" para la carrera de Ingeniero Civil, el cual tiene como objetivo que el estudiante aprenda cómo aplicar en la práctica del diseño los conocimientos básicos adquiridos en los cursos de teoría de las estructuras (mecánica y resistencia de los materiales y análisis estructural).

Más que entrenar al estudiante en el uso de las herramientas más comunes de cálculo, se pretende proporcionarle una visión del proceso de diseño en su conjunto, una explicación detallada de sus objetivos y de sus bases, así como una fundamentación de los procedimientos especificados por las normas de diseño, para desarrollar en él la intuición y el criterio en problemas de estructuras. Por este medio llegará a apreciar qué materiales y sistemas constructivos son más convenientes en cada caso, cuáles son las incertidumbres básicas que se tienen y con qué factores de seguridad deben cubrirse. Como resultado quedará mejor preparado para la toma racional de las principales decisiones a las que se enfrentará en la práctica del diseño.

Al pretender hacer una presentación unificada del proceso de diseño y de su teoría, se tuvo necesariamente que entrar en conceptos que son tema de cursos más específicos de análisis y resistencia de materiales. No se trató con esto de sustituir el tratamiento más formal de estos temas, sino de mostrar de qué manera éstos se insertan en el diseño.

El diseño estructural está necesariamente ligado a reglamentos y normas; estos documentos cambian frecuentemente a medida que incorporan nuevos conocimientos y nuevas técnicas. Se buscó en el tratamiento de cada tema desligarse de los requisitos específicos de un reglamento y poner énfasis en los conceptos básicos que es de esperarse se mantengan válidos durante largo tiempo. La ilustración de los conceptos a través de ejemplos lleva, sin embargo, a la necesidad de seguir algún reglamento. Se adoptaron en la mayoría de los casos los procedimientos y requisitos especificados por el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, por ser un documento muy actualizado y el de uso más común en México.

En el tratamiento de los distintos conceptos y en los ejemplos que los ilustran, se emplean en general métodos simplificados de análisis y dimensionamiento; esto se debe en parte al deseo de no sobrecargar la explicación de conceptos básicos con el desarrollo detallado de procedimientos relativos a temas que están fuera del alcance de este curso. Se debe, además, al deseo de hacer resaltar la mayor importancia que tiene el planteamiento correcto del problema con respecto al refinamiento del método de solución. También se hace particular hincapié en la variabilidad y en las incertidumbres involucradas en el diseño, así como en el tratamiento probabilista de las mismas. Aunque éste se trata de mantener a un nivel elemental, se requieren del lector algunos conocimientos básicos de teoría de probabilidades para el entendimiento cabal de algunos capítulos.

Por lo que se ha expuesto, se apreciará que el texto pone énfasis en lo conceptual y en lo cualitativo más que en los aspectos matemáticos y en los procedimientos. Por tanto, la enseñanza de esta materia representa por parte del maestro un esfuerzo mayor que el usual. La transmisión al alumno de conceptos y criterios es mucho más difícil que la de procedimientos concretos y más dificultosa es también la evaluación del grado en que el alumno ha llegado a captar los primeros. Sin embargo, el esfuerzo adicional vale la pena si no se quieren preparar meros usuarios de técnicas especializadas sino individuos pensantes y capaces de tomar decisiones.

El material que el libro contiene es más abundante de lo que puede cubrirse en un curso semestral. Cada profesor podrá organizar su curso extrayendo de cada capítulo las partes que considere esenciales y prestando mayor atención a aquellos temas que a su juicio sean más importantes. Sin embargo, en opinión del autor, los dos primeros capítulos deben tratarse en forma completa, ya que constituyen una base conceptual necesaria para captar la esencia del diseño estructural.

Se cree que este libro resultará de utilidad también para los ingenieros que se dedican a la práctica del diseño estructural, los que encontrarán un planteamiento racional de los criterios de diseño que han venido usando. Podrán así apreciar las ventajas y limitaciones de diferentes procedimientos de cálculo y, sobre todo, el grado de incertidumbre en ellos involucrado y las situaciones en que es necesario modificar los factores de seguridad empleados, o cambiar estos procedimientos por otros más refinados o, por el contrario, no se justifica la precisión que se pretende en algunos aspectos del proceso de diseño en vista de las incertidumbres involucradas en otros.

La organización y contenido de este libro fueron surgiendo de pláticas con Francisco Robles, quien debió haber sido coautor del mismo. Otros compromisos le impidieron participar en su redacción; sin embargo, dedicó muchas horas a revisar el manuscrito y a sugerir nuevos enfoques y cambios de contenido. Por otra parte, los apuntes del curso de diseño estructural elaborados por diversos profesores de la Facultad de Ingeniería de la UNAM fueron de gran utilidad como punto de partida en cuanto a contenido y organización del libro.

Una primera parte de este libro fue escrita durante un periodo en que el autor disfrutó de un año sabático; el resto fue elaborado dentro de sus actividades académicas en el Instituto de Ingeniería, a cuyas autoridades agradece el apoyo brindado. Fue particularmente valiosa la colaboración ofrecida por el departamento de dibujo y reproducción del mismo Instituto y el interés y dedicación de Alfonso Gutiérrez, responsable del mismo.

Santiago Loera realizó una revisión completa y muy acuciosa del manuscrito, de la que surgieron cambios importantes. Fue muy valiosa la contribución que Enrique Bazán y Jesús Iglesias hicieron en mejorar algunos capítulos específicos. Jesús Torres revisó con gran cuidado todos los ejemplos y participó en la elaboración de algunos de ellos.

Los datos y planos de los diferentes proyectos presentados en el subcapítulo 1.4 fueron amablemente proporcionados por Proyectistas Estructurales, S.A. y por la Comisión de Vialidad y Transporte Urbano del Distrito Federal. Se agradece a los ingenieros Oscar de la Torre y Carlos Castañeda la cooperación prestada al respecto.

Contenido

1. *Introducción al diseño estructural* 15

1.1 **EL ÁMBITO DEL DISEÑO ESTRUCTURAL** 15
1.2 **EL PROCESO DEL DISEÑO ESTRUCTURAL** 21
1.3 **LAS HERRAMIENTAS DEL DISEÑO** 26
1.4 **ILUSTRACIÓN DEL PROCESO DE DISEÑO** 37

2. *Seguridad estructural y criterios de diseño* 55

2.1 **INTRODUCCIÓN** 55
2.2 **CONCEPTOS FUNDAMENTALES** 56
2.3 **CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL** 59
2.4 **ALGUNOS CONCEPTOS DE TEORÍA DE PROBABILIDADES** 59
2.5 **OPTIMACIÓN ESTRUCTURAL** 70
2.6 **ACCIONES** 77
2.7 **RESISTENCIA** 88
2.8 **CRITERIOS DE DISEÑO** 95
2.9 **REGLAMENTOS DE DISEÑO** 101
2.10 **EL REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES PARA EL DISTRITO FEDERAL** 105
2.11 **REQUISITOS DE SERVICIO** 113

3. *Las acciones y sus efectos en las estructuras* 127

3.1 **ALCANCE** 127
3.2 **CARGA MUERTA** 128
3.3 **CARGAS VIVAS** 131
3.3.1 Aspectos generales 131
3.3.2 Modelo probabilista para la carga viva en edificios 135
3.3.3 Cargas vivas según el RCDF 143
3.3.4 Carga viva en puentes 160
3.3.5 Cargas vivas en estructuras industriales 168
3.4 **EMPUJES DE LÍQUIDOS, TIERRA Y MATERIALES A GRANEL** 169
3.4.1 Aspectos generales 169
3.4.2 Empuje estático de líquidos 170
3.4.3 Empuje de materiales a granel 172
3.4.4 Empujes de tierras 178
3.5 **HUNDIMIENTOS DIFERENCIALES** 185

3.6 **CARGAS DE NIEVE, LLUVIA, GRANIZO Y HIELO** 187
3.7 **EFECTOS DE CAMBIOS VOLUMÉTRICOS** 190
3.7.1 Aspectos generales 190
3.7.2 Cambios de temperatura 190
3.7.3 Efectos de la contracción 200
3.8 **EFECTOS DEL VIENTO** 207
3.8.1 Aspectos generales 207
3.8.2 Velocidad de viento de diseño 213
3.8.3 Procedimientos de diseño por viento 217
3.9 **OTRAS ACCIONES ACCIDENTALES** 236
3.10 **ACCIONES DURANTE LA CONSTRUCCIÓN** 240
3.11 **ACCIONES EN ESTRUCTURAS MARÍTIMAS** 241
3.11.1 Descripción del problema 241
3.11.2 Efectos de oleaje 242

4. *Sistemas estructurales* 261

4.1 **INTRODUCCIÓN** 261
4.2 **MATERIALES ESTRUCTURALES** 266
4.2.1 Propiedades estructurales básicas 266
4.2.2 Principales materiales estructurales 273
4.3 **LOS ELEMENTOS ESTRUCTURALES BÁSICOS** 281
4.3.1 Elementos lineales 281
4.3.2 Elementos planos 289
4.3.3 Elementos de superficie curva 295
4.4 **PRINCIPALES SISTEMAS ESTRUCTURALES** 299
4.4.1 Algunos conceptos introductorios 299
4.4.2 Sistemas formados por barras 304
4.4.3 Sistemas a base de placas 310
4.4.4 Otros sistemas estructurales 312
4.5 **SISTEMAS DE PISO** 313
4.6 **SISTEMAS PARA EDIFICIOS DE VARIOS PISOS** 320

5. *Algunos aspectos del análisis estructural* 329

5.1 **ALCANCE Y CONCEPTOS BÁSICOS** 329
5.2 **DETERMINACIÓN DEL MODELO ANALÍTICO DE LA ESTRUCTURA** 332
5.2.1 Integración del modelo analítico 332
5.2.2 Modelo geométrico 333
5.2.3 Modelo de las condiciones de continuidad 339
5.2.4 Modelo del comportamiento del material 344
5.3 **COMPORTAMIENTO NO LINEAL DE ESTRUCTURAS HIPERESTÁTICAS** 346
5.3.1 Análisis plástico y redistribución de momentos 346
5.3.2 Redistribuciones admisibles según las normas de diseño 360
5.4 **MÉTODOS APROXIMADOS DE ANÁLISIS. ASPECTOS GENERALES** 367
5.5 **ANÁLISIS APROXIMADOS DE MARCOS Y VIGAS CONTINUAS MEDIANTE LA SUPOSICIÓN DE LOS PUNTOS DE INFLEXIÓN** 371
5.5.1 Método del trazo aproximado de la elástica 371
5.5.2 Métodos para el análisis de marcos ante cargas laterales 379
5.6 **ANÁLISIS APROXIMADOS BASADOS EN EL TEOREMA DEL LÍMITE INTERIOR** 389
5.7 **ANÁLISIS APROXIMADO DE ESTRUCTURAS A BASE DE MUROS** 398

6. *Diseño sismorresistente* 407

6.1 **ASPECTOS BÁSICOS** 407
6.2 **SISMOLOGÍA, SISMICIDAD Y RIESGO SÍSMICO** 410
6.3 **RESPUESTA SÍSMICA DE LAS ESTRUCTURAS** 423
6.3.1 Sistema lineal de un grado de libertad 423
6.3.2 Sistemas de varios grados de libertad 432
6.3.3 Sistemas inelásticos 435
6.3.4 Efectos del suelo local 439
6.4 **CRITERIOS DE DISEÑO** 441
6.4.1 Conceptos básicos 441
6.4.2 Criterios de diseño del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal 444
6.5 **MÉTODOS DE ANALÍSIS SÍSMICO** 454
6.5.1 Consideraciones preliminares 454
6.5.2 Métodos de análisis estático 454
6.5.3 Métodos de análisis dinámico 461
6.6 **RECOMENDACIONES SOBRE ESTRUCTURACIÓN** 474
6.6.1 Recomendaciones generales 474
6.6.2 Ventajas y limitaciones de estructuras con marcos y con muros de rigidez 480
6.7 **REQUISITOS PARA EL DIMENSIONAMIENTO Y DETALLADO DE LAS ESTRUCTURAS** 482
6.7.1 Aspectos generales 482
6.7.2 Estructuras de concreto 483
6.7.3 Estructuras de acero 491
6.7.4 Estructuras de mampostería 493
6.7.5 Estructuras de madera 497
6.8 **ELEMENTOS NO ESTRUCTURALES** 497
6.8.1 Conceptos generales 497

7. *Diseño estructural de cimentaciones* 507

7.1 **INTRODUCCIÓN** 507
7.1.1 Características del diseño de cimentaciones 507
7.1.2 Clasificación de las cimentaciones 509
7.2 **CONCEPTOS FUNDAMENTALES** 510
7.2.1 Aspectos principales del problema 510
7.2.2 Hundimientos admisibles 512
7.2.3 Presiones ejercidas por el suelo en una cimentación 518
7.2.4 Reacciones del suelo bajo una cimentación continua 522
7.2.5 Cimentaciones continuas sobre resortes elásticos 525
7.2.6 Criterios para despreciar los asentamientos diferenciales en el diseño de cimentaciones continuas 530
7.2.7 Comentarios finales 536
7.3 **ZAPATAS** 538
7.3.1 Tipos y funciones 538
7.3.2 Procedimientos de diseño 542
7.3.3 Dimensionamiento de zapatas de concreto reforzado 549
7.3.4 Dimensionamiento de zapatas de concreto simple y de mampostería de piedras naturales 561
7.3.5 Dados y pedestales 564

7.4 **LOSAS DE CIMENTACIÓN** 565
7.4.1 Aspectos generales 565
7.4.2 Métodos de análisis 567
7.4.3 Dimensionamiento 577
7.5 **PILOTES Y PILAS** 578
7.5.1 Tipos y función 578
7.5.2 Criterios de diseño 581
7.5.3 Grupos de pilotes 587
7.5.4 Zapatas y dados sobre pilotes 592

1.

Introducción al diseño estructural

1.1 EL ÁMBITO DEL DISEÑO ESTRUCTURAL

El diseño estructural abarca las diversas actividades que desarrolla el proyectista para determinar la forma, dimensiones y características detalladas de una estructura, o sea de aquella parte de una construcción que tiene como función absorber las solicitaciones que se presentan durante las distintas etapas de su existencia.

El diseño estructural se encuentra inserto en el proceso más general del proyecto de una obra civil, en el cual se definen las características que debe tener la construcción para cumplir de manera adecuada las funciones que está destinada a desempeñar. Un requisito esencial para que la construcción cumpla sus funciones es que no sufra fallas o mal comportamiento debido a su incapacidad para soportar las cargas que sobre ella se imponen. Junto con éste, deben cuidarse otros aspectos, como los relativos al funcionamiento y a la habitabilidad, que en general son responsabilidad de otros especialistas. Evidentemente, dada la multitud de aspectos que deben considerarse, el proceso mediante el cual se crea una construcción moderna puede ser de gran complejidad.

Una construcción u obra puede concebirse como un sistema, entendiéndose por sistema un conjunto de subsistemas y elementos que se combinan en forma ordenada para cumplir con determinada función. Un edificio, por ejemplo, está integrado por varios subsistemas: el de los elementos arquitectónicos para encerrar espacios, el estructural, las instalaciones eléctricas, las sanitarias, las de acondicionamiento de aire y los elevadores. Todos estos subsistemas interactúan de modo que en su diseño debe tenerse en cuenta la relación que existe entre ellos. Así, no puede confiarse que lograr la solución óptima para cada uno de ellos,

por separado, conduzca a la solución óptima para el edificio en su totalidad.

Con demasiada frecuencia esta interacción entre los subsistemas de una construcción se considera sólo en forma rudimentaria. En la práctica tradicional el diseño de un edificio suele realizarse por la superposición sucesiva de los proyectos de los diversos subsistemas que lo integran. El arquitecto propone un proyecto arquitectónico a veces con escasa atención a los problemas estructurales implícitos en su diseño. El estructurista procura adaptarse lo mejor posible a los requisitos arquitectónicos planteados, con frecuencia con conocimiento limitado de los requisitos de las diversas instalaciones. Por último, los proyectistas de éstas formulan sus diseños con base en los proyectos arquitectónico y estructural.

El proyecto general definitivo se logra después de que los diversos especialistas han hecho las correcciones y ajustes indispensables en sus proyectos respectivos.

En esta forma de proceder, cada especialista encargado de una parte del proyecto tiende a dar importancia sólo a los aspectos del proyecto que le atañen, sin tener en cuenta si la solución que está proponiendo es inadmisible o inconveniente para el cumplimiento de otras funciones. En particular, el ingeniero estructural no debe olvidar que, como lo expresó Eduardo Torroja (referencia 1): "Las obras no se construyen para que resistan. Se construyen para alguna otra finalidad o función que lleva, como consecuencia esencial, el que la construcción mantenga su forma y condiciones a lo largo del tiempo. Su resistencia es una condición fundamental, pero no es la finalidad única, ni siquiera la finalidad primaria." Debe tener siempre presente que el proyecto no constituye un fin por sí mismo, sino que representa sólo una parte del proceso que conduce a la construcción de una obra terminada. Por tanto, lo importante es la calidad del resultado que se logre y el proyecto será más satisfactorio en cuanto mejor contribuya a facilitar la construcción de una obra adecuada. Por ello, deberá tener en mente que lo que se proyecta se tendrá que construir y elegir las soluciones que mejor se ajusten a los materiales y técnicas de construcción disponibles.

La interacción con los contratistas responsables de la construcción es otro aspecto importante. Es frecuente que éstos pidan y obtengan, una vez terminado el proyecto, modificaciones importantes en las características arquitectónicas y estructurales en función del empleo de un procedimiento constructivo que presenta claras ventajas de costos o de tiempo de ejecución, pero que no se adapta al proyecto que se ha elaborado. Esto da lugar a que se repitan partes importantes del proceso de diseño o, más común-

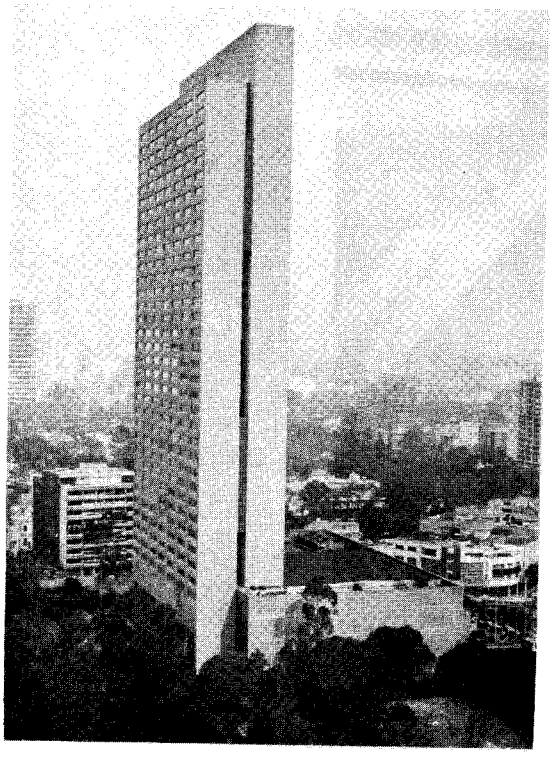
mente, a que se realicen adaptaciones apresuradas por los plazos de entrega ya muy exiguos.

Un ejemplo frecuente de la situación anterior se da cuando el constructor propone recurrir a un sistema de prefabricación mientras que en el proyecto original se previó una solución a base de concreto colado en el lugar. Obviamente, esto implicaría modificaciones sustanciales al proyecto estructural.

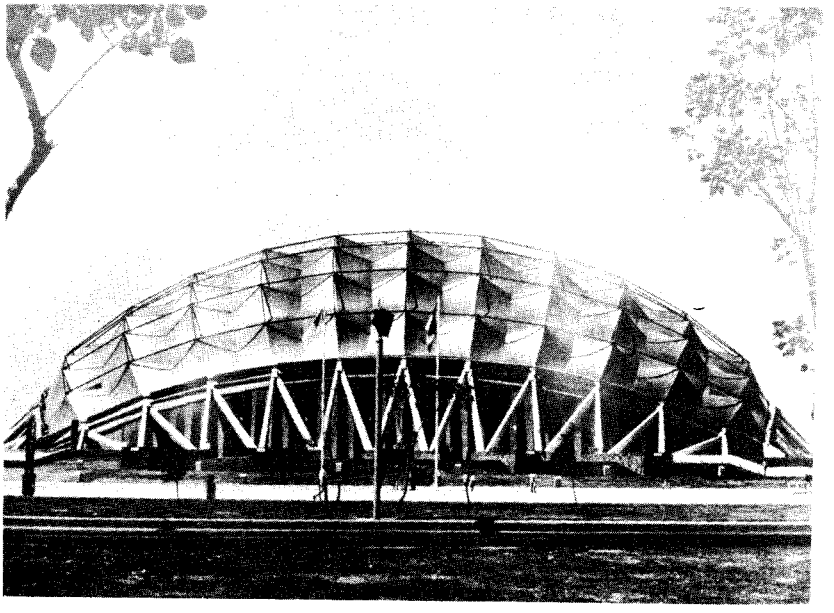
A pesar de sus evidentes inconvenientes, el proceso que en términos simplistas se acaba de describir, es el que se suele seguir, con resultados aceptables, en el diseño de la mayoría de las construcciones. Sin embargo, en los últimos años, dada la complejidad creciente de las obras, se ha iniciado una tendencia a racionalizar el proceso de diseño recurriendo a los métodos de la ingeniería de sistemas. En esencia, se pretende aprovechar las herramientas del método científico para hacer más eficiente el proceso de diseño. En particular, se pone énfasis en la optimación de la obra en su totalidad. Una diferencia fundamental respecto al enfoque tradicional del diseño es la consideración simultánea de la interacción de los diversos subsistemas que integran una obra en una etapa temprana del proceso de diseño, en lugar de la superposición sucesiva de proyectos.

La aplicación de la ingeniería de sistemas al diseño de obras ha conducido al diseño por equipo. En este enfoque, bajo la dirección de un jefe o coordinador, un grupo de especialistas colabora en la elaboración de un proyecto desde su concepción inicial. La especialidad del coordinador dependerá de la naturaleza de la obra en estudio. Así, el proyecto de un edificio urbano será dirigido por el responsable del proyecto arquitectónico, quien fija los lineamientos generales del proyecto estructural y del de las diferentes instalaciones. El proyecto de un puente será dirigido por el proyectista estructural, quien interactúa con otros especialistas, como el de mecánica de suelos y el de vías terrestres. En este caso, es responsabilidad del proyectista estructural cuidar también los aspectos generales de economía y estética del proyecto. En ambos casos es importante la participación en el equipo de un especialista en procedimientos y costos de construcción que opine oportunamente sobre la viabilidad de las posibles soluciones.

Es oportuno mencionar algunas inquietudes recientes en relación con el diseño de obras civiles. La primera se refiere al impacto que puede tener una obra en el entorno, así como las consecuencias sociales que ésta puede tener. La consideración de este aspecto puede afectar seriamente las decisiones de diseño. Basta recordar por ejemplo las implicaciones ecológicas que tienen obras como los grandes oleoductos y gasoductos que se han estado instalando en diversas regiones de la República Mexicana, las alteraciones



1.1 Edificio muy esbelto con estructura de concreto reforzado. La resistencia y rigidez ante cargas laterales es proporcionada esencialmente por muros de concreto acoplados.



1.3 Palacio de los Deportes de la Ciudad de México (1968). Cubierta con claro mínimo de 132 m resulta con una retícula de arcos metálicos de alma abierta.

1.2 Edificio escolar modelo U-2C del Comité Administrador del Programa de Construcción de Escuelas (CAPFCE). Estructura de concreto para enseñanza secundaria. Existen más de mil edificios de este modelo en la República Mexicana.

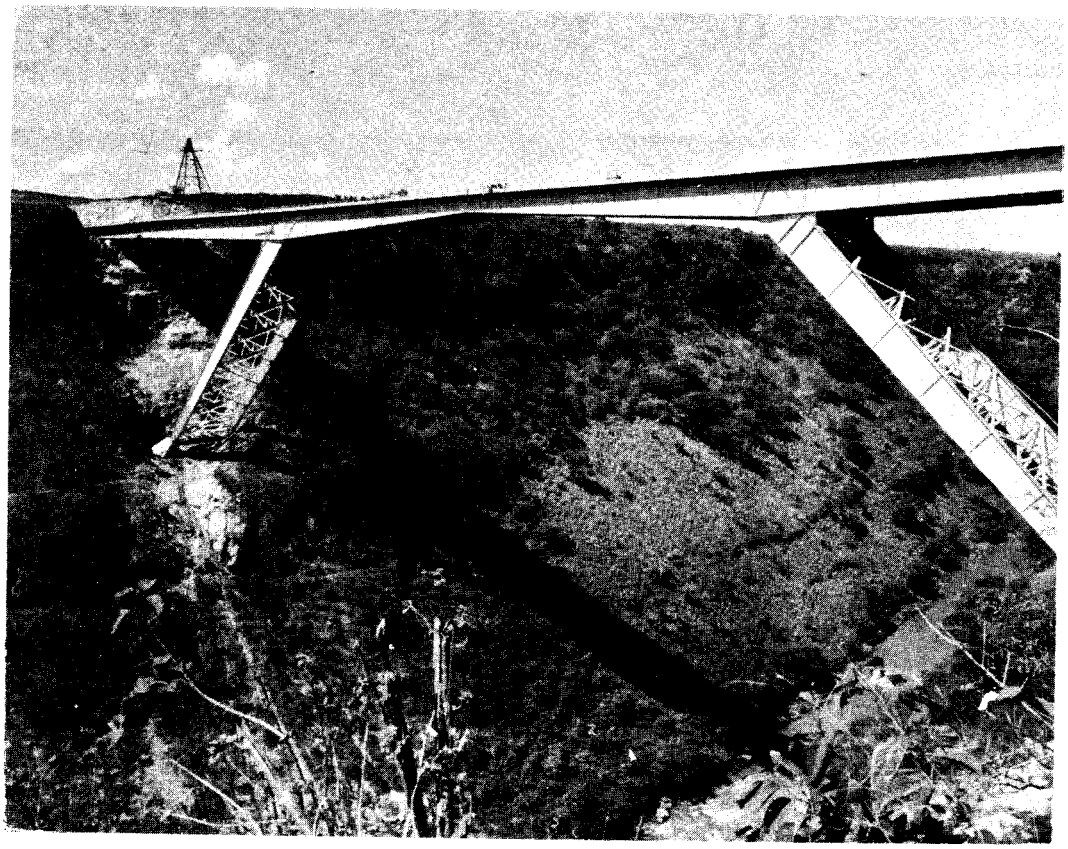


Figura 1.4 Puente Fernando Espinosa (Autopista Guadalajara-Zapotlanejo, 1970). Estructura de acero muy esbelta. La estructuración con apoyos inclinados permite reducir la altura de columnas y evitar el uso de obra falsa en una barranca muy honda.

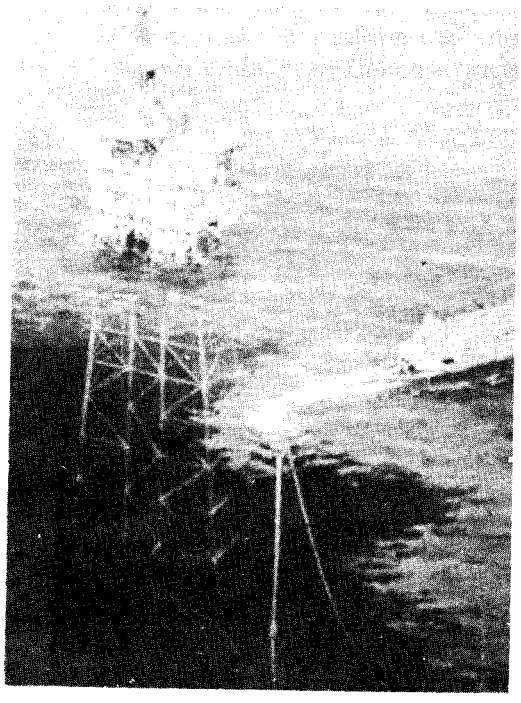


Figura 1.5 Plataforma para explotación petrolera fuera de la costa. Hay varias decenas de plataformas de este tipo en la Bahía de Campeche (Frente a Cd. del Carmen, Camp.). Tirantes de agua de 30 a 100 m. Peso de la estructura metálica: cerca de 1 200 ton.

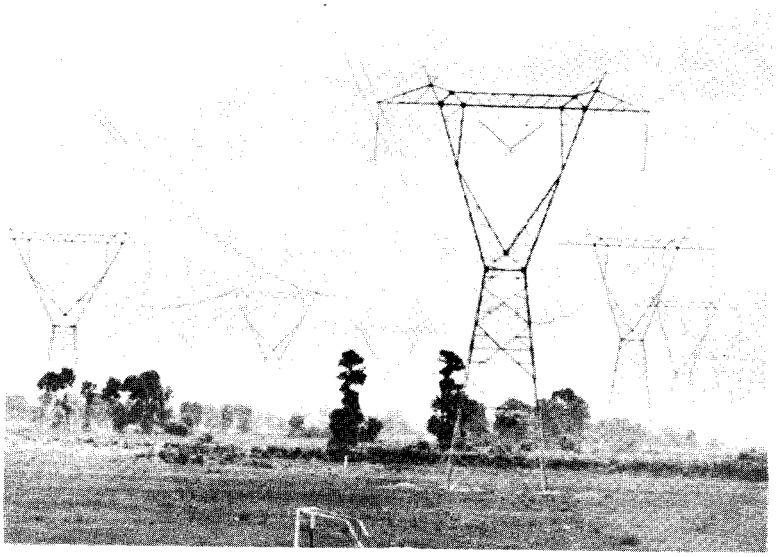


Figura 1.6 Torres de transmisión de energía eléctrica. El mismo proyecto tipo se utiliza miles de veces y amerita un proceso de optimación en el diseño.

estandarizado, cuyo proyecto amerita gran refinamiento debido a que la solución adoptada se emplea en centenares de construcciones idénticas; un edificio a base de elementos prefabricados que requiere de particulares cuidados en el diseño de las conexiones y del proceso de erección.

La enseñanza y la práctica del diseño estructural se han enfocado excesivamente al proyecto de edificios y construcciones urbanas como éstos. Sin embargo, el desarrollo tecnológico de un país está supeditado a la posibilidad de proyectar y realizar grandes obras de infraestructura y de tipo industrial, las cuales deben proyectarse para condiciones de operación radicalmente distintas de las de los edificios. Obras de esta clase se muestran en las figuras restantes: un puente de gran claro que debe diseñarse para soportar muchas repeticiones de cargas de gran magnitud; una plataforma para explotación petrolera fuera de la costa que debe resistir el embate de huracanes y una torre de transmisión de energía eléctrica en la cual un proyecto tipo se repite miles de veces y amerita, además de análisis muy refinados y del uso de métodos de optimación del diseño, comprobaciones experimentales del comportamiento ante distintas combinaciones de acciones, mediante pruebas de prototipos.

1.2 EL PROCESO DEL DISEÑO ESTRUCTURAL

El diseño es un proceso creativo mediante el cual se definen las características de un sistema de manera que cumpla en forma óptima con sus objetivos. El objetivo de un sistema estructural es resistir las fuerzas a las que va a estar sometido, sin colapso o mal comportamiento. Las soluciones estructurales están sujetas a las restricciones que surgen de la interacción con otros aspectos del proyecto y a las limitaciones generales de costo y tiempo de ejecución.

Conviene resaltar el carácter creativo del proceso. La bondad del proyecto depende esencialmente del acierto que se haya tenido en imaginar un sistema estructural que resulte el más idóneo para absorber los efectos de las acciones exteriores a las que va a estar sujeto. Los cálculos y comprobaciones posteriores basados en la teoría del diseño estructural sirven para definir en detalle las características de la estructura y para confirmar o rechazar la viabilidad del sistema propuesto. Podrá lograrse que una estructura mal ideada cumpla con requisitos de estabilidad, pero seguramente se tratará de una solución antieconómica o antifuncional. Esta parte creativa del proceso no está divorciada del conocimiento de la teoría estructural. La posibilidad de intuir un sistema estructural eficiente e imaginarlo en sus aspectos esenciales, es el fruto sólo en parte de cualidades innatas; es resultado también de la asimilación de conocimientos teóricos y de la experiencia adquirida en el ejercicio

del proceso de diseño y en la observación del comportamiento de las estructuras. Lo que comúnmente se denomina buen criterio estructural no está basado sólo en la intuición y en la práctica, sino que también debe estar apoyado en sólidos conocimientos teóricos.

Desgraciadamente resulta difícil enseñar "criterio estructural" en los libros de texto y en las aulas de clase. Es mucho más fácil enseñar fundamentos teóricos, métodos analíticos y requisitos específicos. El autor de un libro y el profesor de un curso sólo alcanzan en el mejor de los casos a transmitir al alumno algunos destellos de su experiencia, los cuales llegan a formar parte de su conocimiento asimilado. No debe sin embargo desilusionarse el estudiante por sentir, al terminar sus estudios, una gran inseguridad en la aplicación del acervo de conocimientos teóricos que ha adquirido. El ejercicio de la práctica y el contacto prolongado con especialistas más maduros son requisitos necesarios para confirmar su criterio.

Cualquier intento de clasificación o subdivisión del proceso de diseño resulta hasta cierto punto arbitrario. Sin embargo, es útil para entender su esencia, considerar tres aspectos fundamentales: la estructuración, el análisis y el dimensionamiento.

Estructuración. En esta parte del proceso se determinan los materiales de los que va a estar constituida la estructura, la forma global de ésta, el arreglo de sus elementos constitutivos y sus dimensiones y características más esenciales. Como se desprende de lo expresado en párrafos anteriores, es ésta la parte fundamental del proceso. De la correcta elección del sistema o esquema estructural depende más que de ningún otro aspecto la bondad de los resultados. En esta etapa es donde desempeñarán un papel preponderante la creatividad y el criterio. El capítulo 4 de este texto trata de establecer las bases para la correcta elección del sistema estructural, a través del examen de las formas estructurales esenciales y de la evaluación crítica de los principales materiales de construcción.

Análisis. Se incluyen bajo esta denominación las actividades que llevan a la determinación de la respuesta de la estructura ante las diferentes acciones exteriores que pueden afectarla. Alguno de los términos anteriores se definirán de manera más formal en el capítulo siguiente. Por el momento basta entender que se trata de determinar los efectos de las cargas que pueden afectar a la estructura durante su vida útil. Para esta determinación se requiere lo siguiente:

a) *Modelar la estructura, o sea idealizar la estructura real por medio de un modelo teórico factible de ser analizado con los procedimientos de cálculo disponibles.* Un ejemplo es la idealización de un edificio

de columnas, vigas y losas de concreto por medio de un sistema de marcos planos formados por barras de propiedades equivalentes. En esta idealización se cometen con frecuencia errores graves, tales como ignorar elementos que contribuyen a la respuesta de la estructura o emplear un modelo demasiado simplista que no representa adecuadamente la respuesta estructural. La modelación incluye la definición de diversas propiedades de los elementos que componen al modelo. Esto implica la recolección de diversos datos y la suposición de otras características, como son las propiedades elásticas de los materiales, incluyendo el suelo de cimentación, y las propiedades geométricas de las distintas secciones. Los valores supuestos en etapas iniciales del proceso para estas propiedades, pueden tener que modificarse e irse refinando a medida que se obtienen los resultados del análisis. Sobre estos conceptos se tratará en el capítulo 5.

b) *Determinar las acciones de diseño.* En muchas situaciones las cargas y los otros agentes que introducen esfuerzos en la estructura están definidos por los códigos y es obligación del proyectista sujetarse a ellos. Es frecuente, sin embargo, que quede como responsabilidad del proyectista la determinación del valor de diseño de alguna carga, o al menos la obtención de datos ambientales locales que definen la acción de diseño. Este tema se trata con detalle en el capítulo 3 y abarca la elección del criterio con que se deben definir los valores de diseño de una acción dada, la forma de obtener un modelo de ésta, generalmente a través de un sistema de fuerzas estáticas de efecto equivalente y la forma de combinar estas fuerzas con las correspondientes a otras acciones. Cabe aquí hacer notar que en esta etapa se suelen tener grandes incertidumbres y se llegan a cometer errores graves que dan al traste con la precisión que se pretende guardar en las etapas subsecuentes. Baste como ejemplo reflexionar sobre el grado de aproximación con que se puede determinar la acción máxima debida a sismo que puede presentarse sobre un edificio o el efecto de la ola máxima que puede actuar sobre una escollera, durante la vida útil de estas estructuras.

c) *Determinar los efectos de las acciones de diseño en el modelo de estructura elegido.* En esta etapa, que constituye el análisis propiamente dicho, se determinan las fuerzas internas (momentos flexionantes y de torsión, fuerzas axiales y cortantes), así como las flechas y deformaciones de la estructura. Los métodos de

análisis suponen en general un comportamiento elástico-lineal. No se cubrirán en detalle en este texto los métodos de análisis estructural, sólo se describirán algunos métodos simplificados en el capítulo 5 y, en el capítulo 2, se hará una evaluación crítica de los métodos de análisis compatibles con los diferentes procedimientos de diseño. Vale adelantar aquí un punto sobre el que se volverá más adelante. Los métodos de análisis han evolucionado en las últimas décadas mucho más que otros aspectos del diseño; el desarrollo de los métodos numéricos asociados al empleo de las computadoras ha hecho posible analizar con precisión modelos estructurales cada vez más complejos. Aunque no se pretende menospreciar las ventajas de realizar análisis refinados de un modelo estructural que represente en forma realista y detallada una estructura, cabe llamar la atención sobre la tendencia que se aprecia cada vez más notoria en muchos ingenieros, de buscar en esta etapa un grado de precisión incongruente con la poca atención que prestan a la determinación del modelo de la estructura y del sistema de cargas.

Dimensionamiento. En esta etapa se define en detalle la estructura y se revisa si cumple con los requisitos de seguridad adoptados. Además, se elaboran los planos y especificaciones de construcción de la estructura. Nuevamente, estas actividades están con frecuencia muy ligadas a la aplicación de uno o más códigos que rigen el diseño de la estructura en cuestión. Los códigos y procedimientos son peculiares del material y sistema de construcción elegido y de ello poco se tratará en este texto. Lo que constituye un aspecto general son los criterios de seguridad y la estructura de los procedimientos de diseño, los cuales se analizarán en detalle en el capítulo siguiente.

El haber distinguido en el proceso de diseño tres partes que indican una secuencia lógica, nos debe llevar a pensar que en el diseño se sigue un proceso unidireccional en el que primero se imagina una estructura, luego se analiza y finalmente se dimensiona. El proceso real es mucho más complejo e iterativo; implica pasar varias veces por cada etapa a medida que la estructura evoluciona hacia su forma final.

El análisis de la secuencia temporal con que se realiza el diseño de una estructura permite distinguir las fases siguientes:

1) *Planteamiento de soluciones preliminares.* Se requiere primero una definición clara de las funciones que debe cumplir la estructura y de las restricciones que impone el entorno físico y de

las que fijan otros aspectos del proyecto. Es necesario tener datos al menos preliminares sobre condiciones ambientales y requisitos de proyecto. En esta fase es particularmente necesaria la interacción entre el estructurista y los especialistas de los demás subsistemas de la obra para definir las necesidades básicas de cada uno de ellos y para analizar las soluciones generales que se vayan proponiendo. De una evaluación esencialmente cualitativa surge un número limitado de soluciones que tienen perspectivas de resultar convenientes. Esta evaluación se basa con frecuencia en comparaciones con casos semejantes y en algunos cálculos muy simplistas. Es en esta fase donde juega un papel preponderante el criterio del proyectista estructural.

2) *Evaluación de soluciones preliminares.* Se realizan las actividades que, según se ha mencionado anteriormente, constituyen las etapas del proceso de diseño estructural, pero a un nivel tosco que se denomina comúnmente "prediseño", en el cual se pretende definir las características esenciales de la estructura en diversas alternativas, con el fin de identificar posibles problemas en su adopción y, principalmente, de poder cuantificar sus partes y llegar a una estimación de los costos de las diversas soluciones. La elección de la opción más conveniente no se basará solamente en una comparación de los costos de la estructura en cada caso; hay que considerar también la eficacia con la que ésta se adapta a los otros aspectos del proyecto, la facilidad de obtención de los materiales necesarios, la rapidez y grado de dificultad de las técnicas de construcción involucradas, los problemas relacionados con el mantenimiento, el aspecto estético de la solución y, en obras de gran importancia, también diversos factores de tipo socioeconómico, como la disponibilidad de recursos nacionales y la contribución a la generación de empleos.
3) *Diseño detallado.* Una vez seleccionada la opción más conveniente, se procede a definirla hasta su detalle, realizando de manera refinada todas las etapas del proceso; aún aquí es necesario con frecuencia recorrer más de una vez las diversas etapas, ya que algunas de las características que se habían supuesto inicialmente pueden tener que modificarse por los resultados del dimensionamiento y hacer que se repita total o parcialmente el análisis.
4) *Transferencia de los resultados del diseño.* No basta haber realizado un diseño satisfactorio; es necesario que sus resultados sean transmitidos a sus usuarios,

los constructores, en forma clara y completa. La elaboración de planos que incluyan no sólo las características fundamentales de la estructura, sino la solución de los menores detalles, la especificación de los materiales y procedimientos y la elaboración de una memoria de cálculos que facilite la implantación de cualquier cambio que resulte necesario por la ocurrencia de condiciones no previstas en el diseño, son partes esenciales del proyecto.

5) *Supervisión.* Puede parecer injustificado considerar la supervisión de la obra como una fase del proceso del diseño. Su inclusión aquí tiene como objetivo destacar la importancia de que las personas responsables del proyecto estructural comprueben que se esté interpretando correctamente su diseño y, sobre todo, que puedan resolver los cambios y adaptaciones que se presentan en mayor o menor grado en todas las obras, de manera que éstos no alteren la seguridad de la estructura y sean congruentes con los criterios de cálculo adoptados.

La importancia que tenga cada una de las fases identificadas depende de las características particulares de cada obra. Cuando se trata de una estructura ya familiar, es posible identificar directamente por experiencia la solución más conveniente y proceder a su diseño con un mínimo de iteraciones. En obras novedosas y grandes, es fundamental dedicar gran atención a las dos primeras fases.

1.3 LAS HERRAMIENTAS DEL DISEÑO

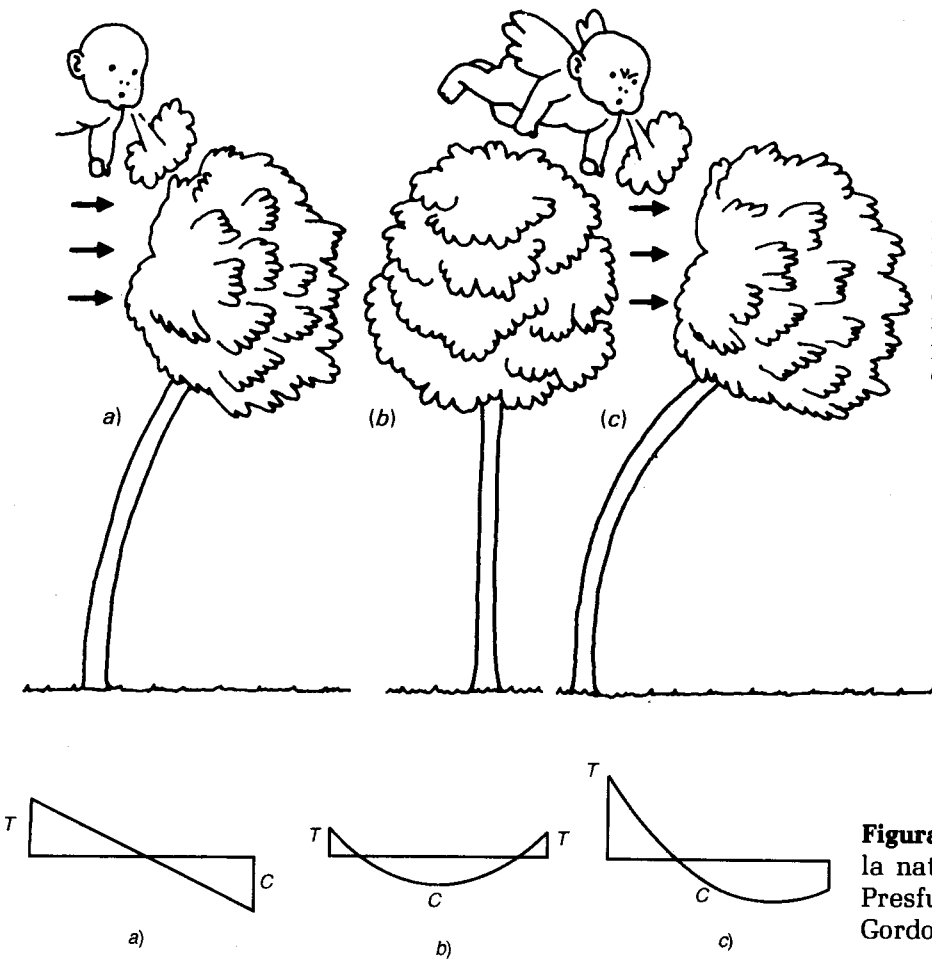
Los procedimientos para el diseño estructural han mostrado una tendencia muy acelerada hacia el refinamiento de las técnicas numéricas empleadas. Vale la pena reflexionar sobre esta tendencia, para ejercer un juicio crítico acerca de los procedimientos que conviene emplear para un problema dado.

Haciendo un poco de historia, la aplicación de métodos cuantitativos al diseño es relativamente reciente. En efecto, sólo desde hace poco más de un siglo, se han diseñado estructuras revisando en forma más o menos completa los esfuerzos en sus miembros. Las primeras aplicaciones fueron a puentes de grandes claros. Los conceptos de teoría de la elasticidad y de resistencia de materiales estaban ya muy desarrollados para esas fechas. Sin embargo, su aplicación al proyecto de estructuras civiles era prácticamente desconocida; en el mejor de los casos se limitaba la revisión de algún problema muy particular dentro del funcionamiento global de la estructura.

Como ejemplo, la teoría que se usa actualmente para el dimensionamiento de columnas, incluyendo los efectos de

pandeo, se basa con pocas adaptaciones, en la solución teórica desarrollada por Leonhard Euler hacia mediados del siglo XVIII. Sin embargo, Euler nunca pensó en usar esa teoría para el diseño de columnas reales; su solución representó para él sólo un ejercicio académico, un ejemplo de la aplicación de los principios de máximos y mínimos (referencia 1. 12); no fue sino hasta un siglo después cuando se le dio a la teoría de Euler aplicación en el diseño estructural.

Anteriormente las estructuras se proyectaban con bases exclusivamente empíricas, a partir de la extrapolación de construcciones anteriores y de la intuición basada en la observación de la naturaleza. Hay que reconocer que la naturaleza ha sido artífice de gran número de "estructuras" muy eficientes y que llegan a un grado extremo de refinamiento en cuanto a su funcionamiento estructural. Baste como ejemplo pensar un poco en el grado en que la forma y propiedades de los materiales de un árbol o del esqueleto de los diveros animales están adaptados a las solicitaciones que deben soportar, para apreciar este hecho (figura 1.7). La naturaleza ha logrado tales resultados a partir del proceso que, en ingeniería, se llama de aproximaciones sucesivas, o de prueba



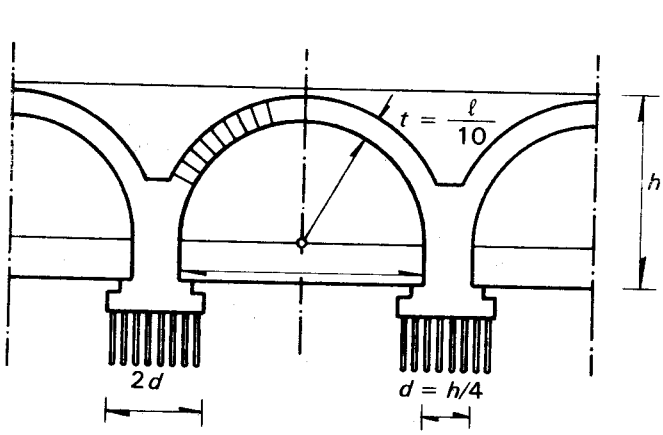
La madera tiene mayor resistencia a tensión que a compresión; por tanto los momentos flexionantes que se presentan cuando el viento actúa sobre un árbol, ocasionarían la falla de la sección del tronco cuando el esfuerzo de compresión, C, (ver caso a) excediera al resistente y mucho antes de que se alcanzase la capacidad por tensión. Para incrementar la resistencia a viento, aprovechando íntegramente la capacidad en tensión y en compresión, la forma de crecimiento de árbol induce esfuerzos de tensión en la parte exterior de la sección y de compresión en el interior del tronco (ver caso b).

De esta forma, al actuar el viento, se superponen los estados de esfuerzos a) y b), dando lugar al estado c) para el cual se requiere un empuje de viento claramente mayor para que se alcance la resistencia en compresión y así se produzca la falla del tronco. El mismo principio se aplica en ingeniería estructural al diseñar elementos de concreto presforzado.

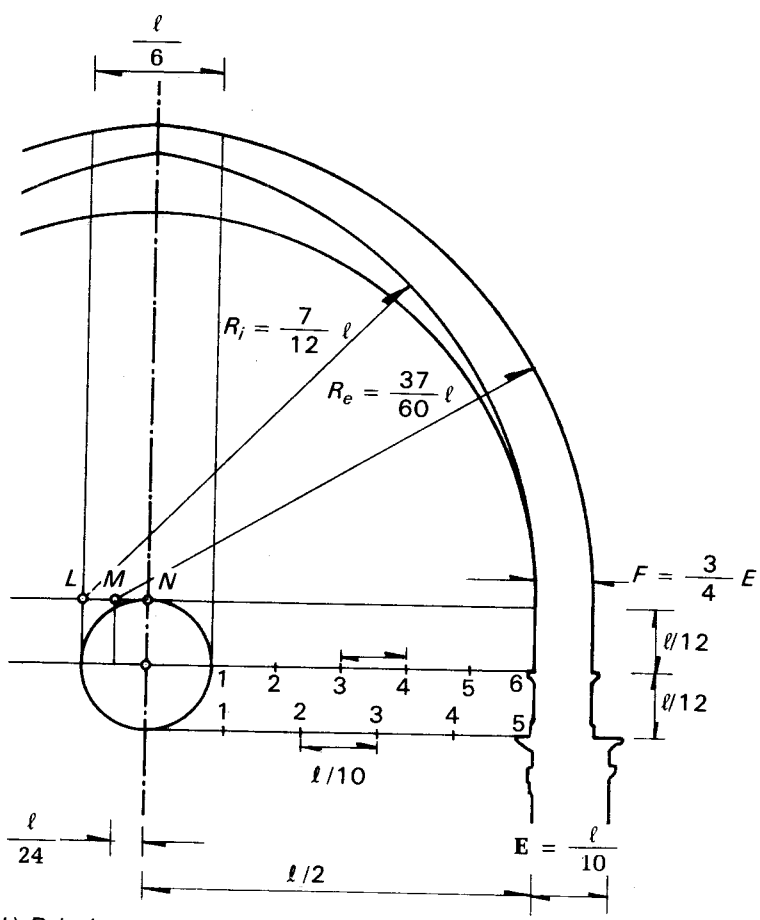
Figura 1.7. Eficiencia de las estructuras de la naturaleza para resistir las acciones. Presfuerzo en el tronco de un árbol (de Gordon, referencia 1.12)

y error y que, en su contexto, se conoce como evolución natural. Los cambios que mejoran la eficiencia de un sistema natural tienden a permanecer, mientras que los contrarios a la eficiencia llevan a la falla y a la desaparición del sistema así modificado. Lo anterior implica que para llegar a los sistemas asombrosamente refinados que ahora admiramos se requirieron miles de años y millones de fallas. A otra escala, algo parecido ha sucedido con las antiguas obras del hombre: llegar a algunas de las formas que admiramos por su atrevimiento estructural implicó muchos intentos fallidos que fueron definiendo los límites dentro de los que se podían resolver en forma segura algunos tipos de estructuras con determinados materiales.

Los primeros intentos de sistematización del proceso de diseño fueron el establecimiento de reglas geométricas que debían observarse para materiales y elementos constructivos dados, con el objeto de asegurar su estabilidad (figura 1.8). Muchas de estas reglas fueron recopiladas por Vitruvio (referencia 1.5) en



a) Relaciones entre las dimensiones de un puente de arco de mampostería, según León B. Alberti, 1452



b) Relaciones entre las dimensiones de una cúpula de mampostería, según Carlo Fontana, aproximadamente 1690

Figura 1.8. Relaciones geométricas para el diseño de puentes y cúpulas (de Straub, referencia 1.8)

b) Relaciones entre las dimensiones de una cúpula de mampostería, según Carlo Fontana, aprox. 1690

el siglo I. Fueron de uso común hasta el Renacimiento, cuando la popularización del método experimental condujo a procedimientos más refinados. Aún se aprendía empíricamente, pero se pretendía sistematizar el proceso; esto incluía la realización de experimentos de manera controlada para deducir de ellos reglas de validez general. Ciertas soluciones para favorecer la estabilidad de las estructuras evidencian un claro conocimiento de la estática y de la resistencia de materiales (figura 1.9); sin embargo, la incorporación de bases teóricas sólidas y generales a los procedimientos de diseño ha sido muy lenta y puede considerarse el diseño estructural como un producto de este siglo.

Con frecuencia se ha externado la opinión de que no se justifica el empleo de los refinados métodos de diseño a los que se suele recurrir en la actualidad, dado que sin ellos se pudieron realizar estructuras extraordinariamente eficientes y que han durado siglos, bastando para ello únicamente la intuición, el buen sentido estructural y la experiencia del comportamiento de estructuras previas. De lo expuesto anteriormente debe parecer evidente que el procedimiento empírico tiene la grave limitación de que es confiable sólo si se trata de estructuras esencialmente similares a otras ya existentes y comprobadas y que resulta muy peligroso extrapolar la experiencia a condiciones diferentes a las previas. El empleo del procedimiento de prueba y error es una forma muy costosa de ir afinando el diseño de estructuras reales. La intuición y el buen sentido estructural son bases esenciales de un buen diseño, pero sólo la justificación teórica de lo que se ha imaginado por ese medio, puede dar lugar a una estructura confiable. La experimentación en estructuras debe dejarse para el laboratorio o para el estudio de prototipos y no hacerse en las construcciones.

Actualmente el proyectista cuenta para apoyar su intuición esencialmente con tres tipos de ayudas: los métodos analíticos, las normas y manuales, y la experimentación. Deben considerarse éstas como herramientas que ayudan y facilitan el proceso mental a través del cual se desarrolla el diseño y no como la esencia del diseño mismo que puede sustituir el proceso creativo, el razonamiento lógico y el examen crítico del problema.

Los métodos analíticos han tenido un desarrollo extraordinario en las últimas décadas. Se cuenta con procedimientos de cálculo de solicitaciones en modelos sumamente refinados de estructuras muy complejas, los cuales pueden tomar en cuenta efectos como la no linealidad del comportamiento de los materiales, la interacción de la estructura con el suelo y el comportamiento dinámico. No hay que olvidar, sin embargo, que lo que analizan estos métodos son "modelos" o sea idealizaciones matemáticas tanto de la estructura misma, como de las acciones a las que está sujeta y

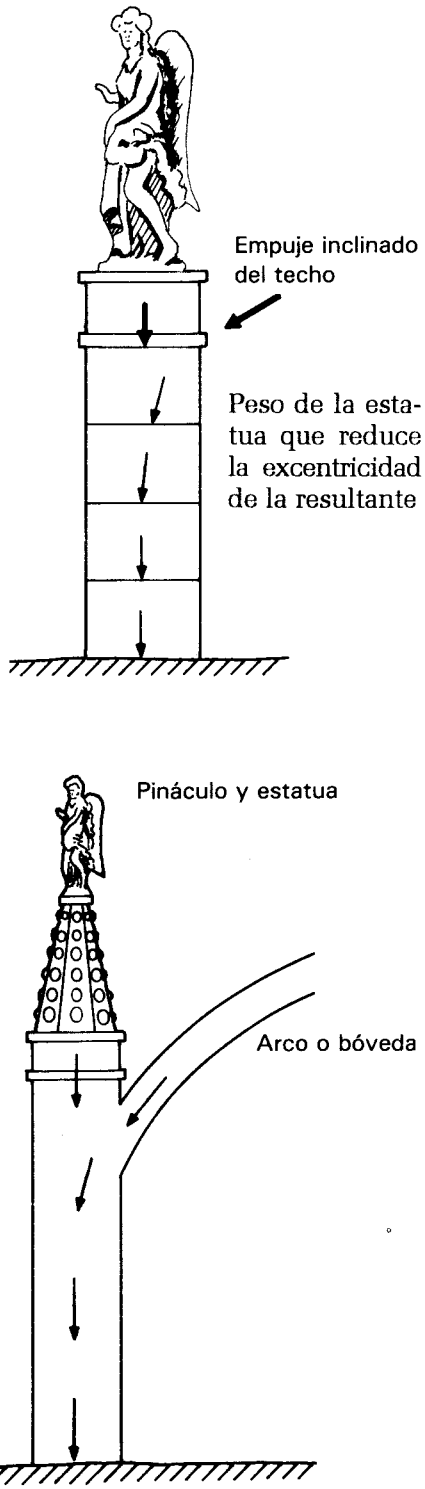


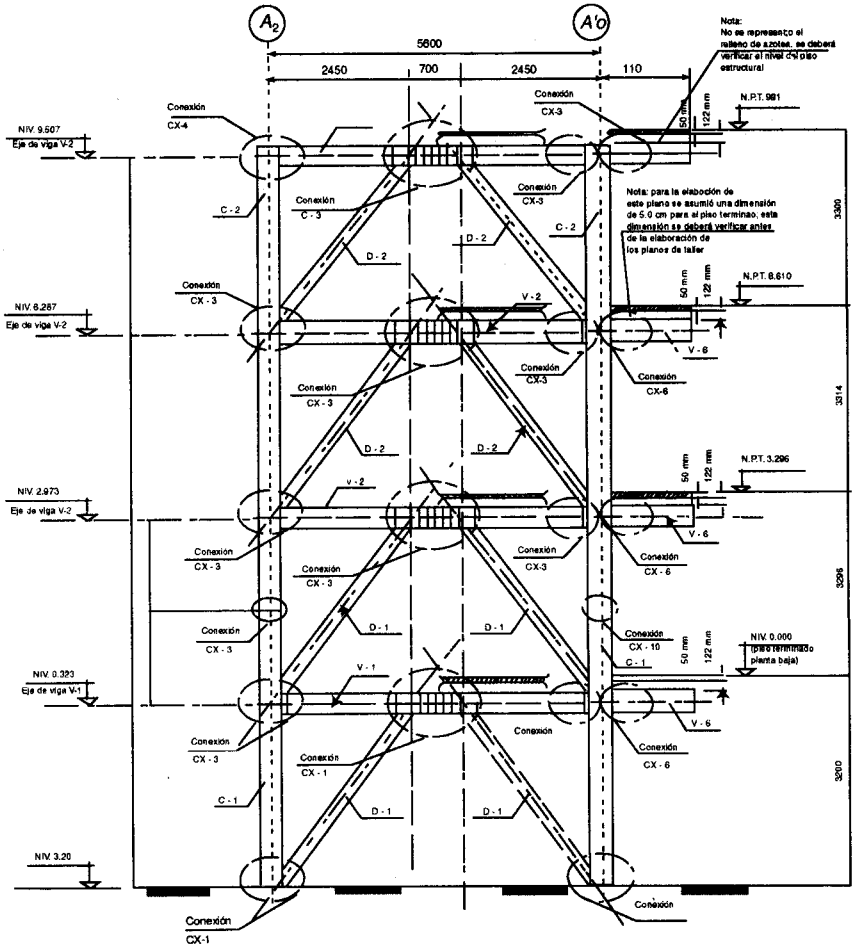
Figura 1.9. Ornamentos colocados sobre las columnas o muro de fachada para evitar el volteo por el empuje lateral de la cubierta.

de los materiales de los que está compuesta. Aunque por regla general siempre debe tenderse al empleo de los métodos de análisis que mejor representen el fenómeno que se quiere estudiar, conviene llamar la atención acerca del peligro que representa que un proyectista poco familiarizado con un procedimiento de análisis muy refinado, pierda el sentido físico del problema que está resolviendo, que no sepa determinar de manera adecuada los datos que alimentan al modelo y que no tenga sensibilidad para juzgar sobre si los resultados que está obteniendo son o no realistas.

En lo que concierne al segundo tipo de herramienta, la experiencia acumulada a través de la solución analítica de un gran número de problemas, de la observación del comportamiento de las estructuras reales y de la experimentación e investigación realizadas en ese campo, está vaciada en una gran variedad de códigos, recomendaciones, especificaciones y manuales que constituyen un apoyo insustituible para el proyectista. Desde la definición de las cargas de diseño y de los otros datos básicos de diseño, hasta la elección de los métodos de análisis más adecuados y su solución sistematizada para un número de casos particulares y hasta la determinación de las características de los elementos estructurales necesarios para cumplir con determinadas condiciones de carga y la definición de muy diversos detalles de la estructura, se pueden encontrar en esos documentos, lo que simplifica extraordinariamente la labor de diseño. Debe sin embargo prevenirse contra el empleo indiscriminado de esas herramientas; el proyectista debe ejercer su juicio para determinar si su caso particular cumple con las hipótesis y limitaciones con que se elaboraron las tablas, gráficas o especificaciones generales.

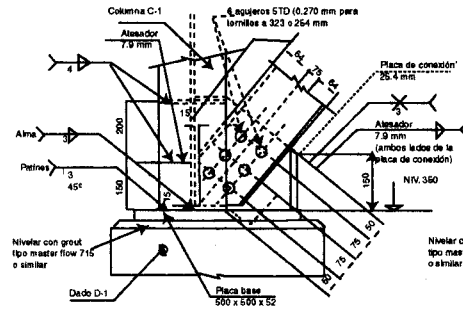
La práctica del diseño estructural tiende en forma natural hacia una creciente automatización, impulsada aceleradamente por la popularización del empleo de las computadoras. Es común el empleo de programas de cómputo en el análisis estructural y su uso se está difundiendo también en la etapa de dimensionamiento, hasta llegar a la elaboración misma de los planos estructurales y de las especificaciones (figura 1.10). Este proceso es sin duda benéfico y va a redundar en una mayor eficacia y precisión en el diseño, en cuanto se emplee con cordura. Buena parte del tiempo de un proyectista en una oficina de diseño estructural se dedica a la realización de cálculos rutinarios y a la preparación de detalles más o menos estandarizados. Al recurrir a procedimientos automatizados de cálculo, se libera al proyectista de esas tareas rutinarias y se le permite dedicar su atención a los problemas fundamentales de la concepción de la estructura y de la solución de sus aspectos básicos, así como a la revisión de resultados. Es motivo, sin embargo, de gran preocupación observar lo que sucede en

Figura 1.10. Ejemplo de un plano preparado por computadora. Marco de acero para rigidizar un edificio.

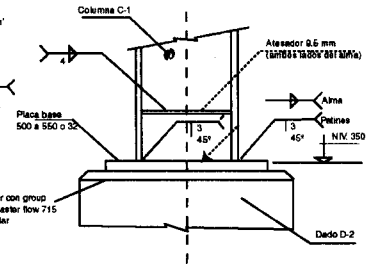


Ver localización en planta

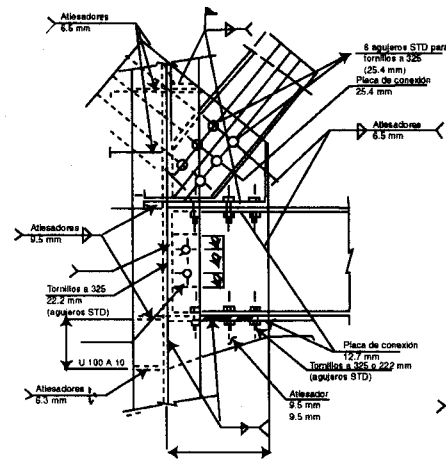
Nota importante: antes de iniciar el dibujo de los planos de taller y la fabricación de los marcos se deberán verificar las cotas y niveles en planos arquitectónicos y en la estructura existente



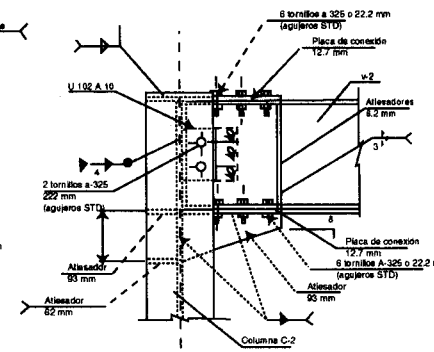
Conexión CX - 1
(elevación)



Conexión CX - 2
(elevación)



Conexión CX - 3
(elevación)



Conexión CX - 4
(elevación)

diversas oficinas de proyectos, donde la implantación de sistemas automatizados de análisis y dimensionamiento ha dado lugar a la aparición de una nueva clase de empleo subprofesional para el ingeniero, el del "codificador", quien tiene que preparar los datos de las cargas y las propiedades de la estructura de acuerdo con ciertas reglas preestablecidas e introducirlas en un sistema de cómputo. Como resultado del proceso recibe algunos cientos de hojas de computadora entre cuyos cientos de miles de números debe elegir unos cuantos que le sirven para revisar si cumplen con lo que un "instructivo de salida" le indica. En otros casos recibe ya las características finales de la estructura en sus aspectos generales o hasta su mayor detalle. No se busca en esos casos eliminar labores rutinarias al ingeniero, sino eliminar al ingeniero, realizar el proyecto sin necesidad de un director pensante; el autómata no es en ese caso sólo la computadora sino también su usuario. Los más graves errores se cometen cuando el responsable del proyecto pierde el control sobre el significado de los números que están generando a todo lo largo del proceso.

Tanto en lo que se refiere al empleo de manuales y ayudas de diseño, como al de los programas de cómputo, el proyectista debería tener grabados en su mente los siguientes mandamientos:

1) Nunca uses una de estas herramientas si no sabes en qué teoría se basa, qué hipótesis tiene implícitas y qué limitaciones existen para su uso.
2) Después de asegurarte de que es aplicable a tu caso particular, cuida que puedas obtener los datos que se requieren para su empleo y pon atención en emplear las unidades correctas.
3) Una vez obtenidos los resultados, examínalos críticamente, ve si hacen sentido; si es posible compruébalos con otro procedimiento aproximado, hasta que estés convencido de que no hay errores gruesos en el proceso.
4) Analiza qué aspectos no han sido tomados en cuenta en ese proceso y asegúrate que no alteran el diseño. Por ejemplo, ninguna de esas herramientas suele tomar en cuenta concentraciones de esfuerzos en los puntos de aplicación de las cargas o en irregularidades locales; si se dan estas condiciones en tu estructura, revísalas por separado.

Una valiosa ayuda para el proceso de diseño puede obtenerse a través de la experimentación; se trata de estudiar los fenómenos, ahora no a través de modelos analíticos de la estructura, sino a través de modelos físicos de la misma. Esto puede llevarse a muy diversos niveles. En ocasiones

resulta muy útil para entender un aspecto parcial de cómo responde una estructura ante determinado tipo de carga, hacer un modelo muy simplista de ella, a base de palitos de madera de balsa o de las piezas de un mecano por ejemplo, y aplicarle empujes con las manos. No se trata de obtener determinaciones cuantitativas de la respuesta, sino de lograr una representación física de la manera en que se deforma la estructura. Esto resulta para algunas mentes menos dadas al razonamiento abstracto más convincente y confiable que los resultados de un modelo similar resuelto analíticamente.

Una forma mucho más refinada de proceder es a través del ensaye de un modelo a escala de la estructura, o de parte de ella (figura 1.11). En este caso las dimensiones, las propiedades de los materiales y las cargas en el modelo se determinan siguiendo requisitos estrictos fijados por relaciones deducidas de una teoría llamada análisis dimensional. De esta manera, la respuesta del modelo ante determinado sistema de carga, medida en términos de desplazamientos o deformaciones, se puede relacionar con la de la estructura real y sacar de ello conclusiones acerca de la bondad del diseño. Nuevamente, este método tiene la ventaja de permitir una observación objetiva y física del fenómeno. Sin embargo, la necesidad de emplear reducciones muy grandes en la escala del modelo con respecto a la estructura real lleva, por los requisitos del análisis dimensional, al empleo de materiales que tienen propiedades mecánicas radicalmente distintas en el modelo con respecto a las del prototipo, por lo cual difícilmente puede representarse el comportamiento de la estructura más allá de un intervalo inicial lineal. Esto, junto con la dificultad de reproducir fielmente

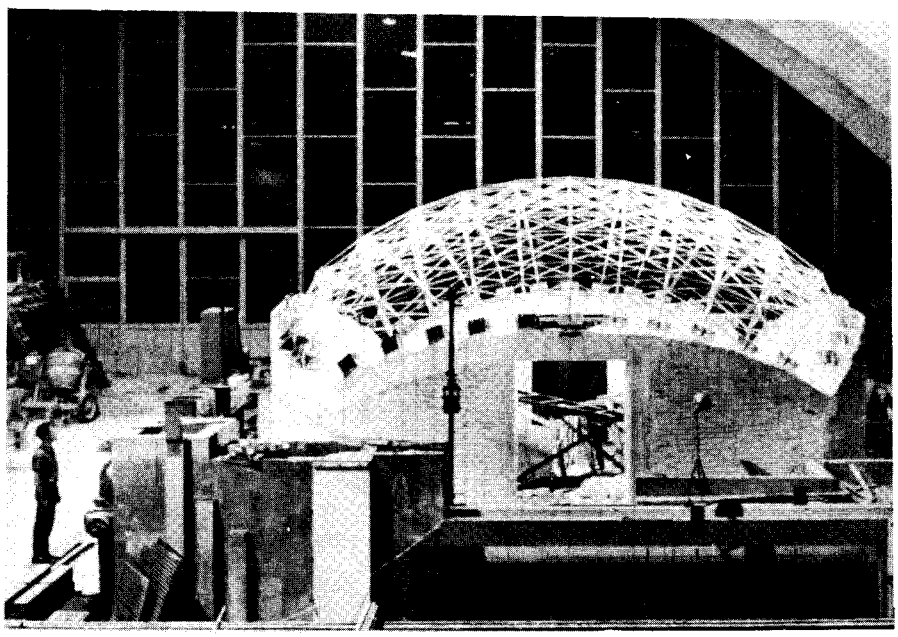


Figura 1.11. Modelo estructural a escala 1.15 de la cubierta del Palacio de los Deportes de la ciudad de México (Instituto de Ingeniería, UNAM, 1968). Se realizaron ensayos estáticos de comportamiento ante cargas verticales y laterales.

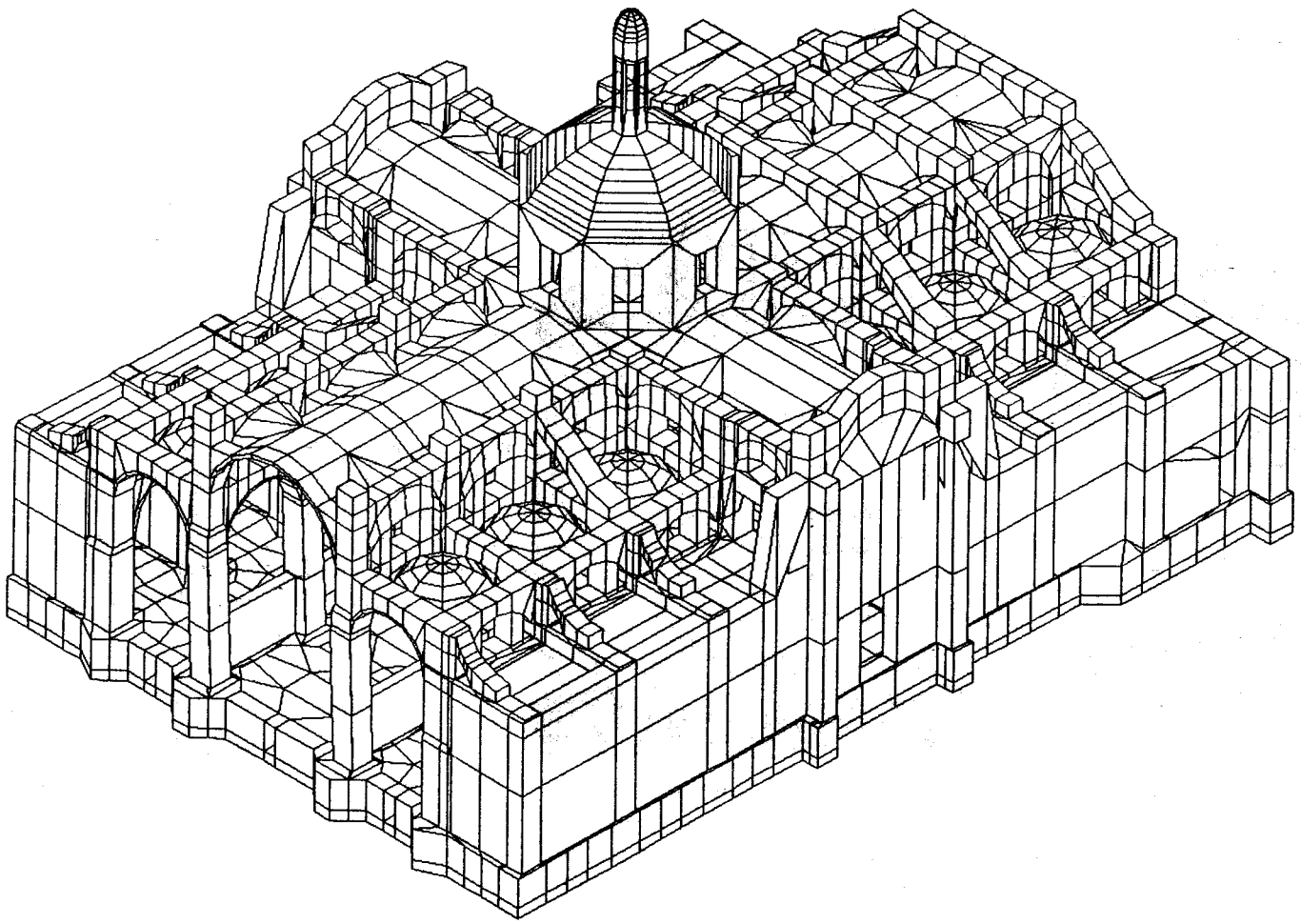


Figura 1.12. Modelo de elementos finitos de la parte central de la Catedral Metropolitana de la ciudad de México.

la estructura en sus mínimos detalles que puedan influir significativamente en la respuesta estructural, hace que difícilmente pueda obtenerse en modelos físicos resultados más confiables de los que se obtienen por medio de modelos analíticos.

Actualmente están disponibles sistemas de cómputo que permiten generar una gran variedad de modelos estructurales y analizar su respuesta ante una gran variedad de condiciones de carga. Estos sistemas permiten visualizar en forma gráfica los modelos y generar de manera automática muchas de las propiedades geométricas y mecánicas requeridas para el análisis. También cuentan con postprocesadores de resultados que generan representaciones gráficas de las configuraciones de deformaciones y de esfuerzos, o aun de las formas de vibrar de las estructuras sujetas a efectos dinámicos. La mayoría de estos sistemas de cómputo están basados en la técnica de elementos finitos de los que se tratará brevemente en el capítulo 5. La complejidad de los problemas y el número de ecuaciones simultáneas que estos sistemas pueden resolver son asombrosos. Un ejemplo lo constituye el modelo de la Catedral de la ciudad de México mostrado en la figura 1.12 y que cuenta con 9 000 elementos finitos y cuyo análisis requiere la solución de 30 000 ecuaciones simultáneas. La posibilidad de obtener la distribución de esfuerzos a lo largo de la estructura de la manera mostrada en la misma figura para los efectos del peso propio, ha hecho caer en desuso los estudios sobre modelos físicos para análisis de esfuerzos, como los modelos fotoelásticos muy en voga hace algunas décadas.

Casos en que los modelos físicos a escala pequeña tienen todavía vigencia son, por ejemplo, la determinación de los efectos de viento en una estructura de forma geométrica compleja (figura 1.13), algunos análisis de efectos dinámicos, y en general en todos aquellos en que no se cuenta todavía con una modelación teórica confiable del fenómeno.

Otro tipo de estudios experimentales son los que se realizan en prototipos de estructuras o de parte de ellas (figura 1.14). En estos casos se puede reproducir la estructura con los materiales reales, con los mismos procedimientos constructivos y con todos sus detalles; por tanto su comportamiento se representa de manera mucho más completa y confiable de lo que puede hacerse en un modelo analítico. Los especímenes resultan sin embargo muy costosos y se justifican sólo para estructuras repetitivas de gran importancia. Una modalidad de este tipo de estudios son las pruebas de carga en que la estructura misma se somete a cargas que reproducen las que debe soportar su operación normal o ante condiciones extraordinarias (figura 1.15). Esto constituye una comprobación directa de la seguridad de la estructura. Estas pruebas tienen el inconveniente de ser costosas, de que resulta difícil reproducir de manera realista el efecto de las muy di-

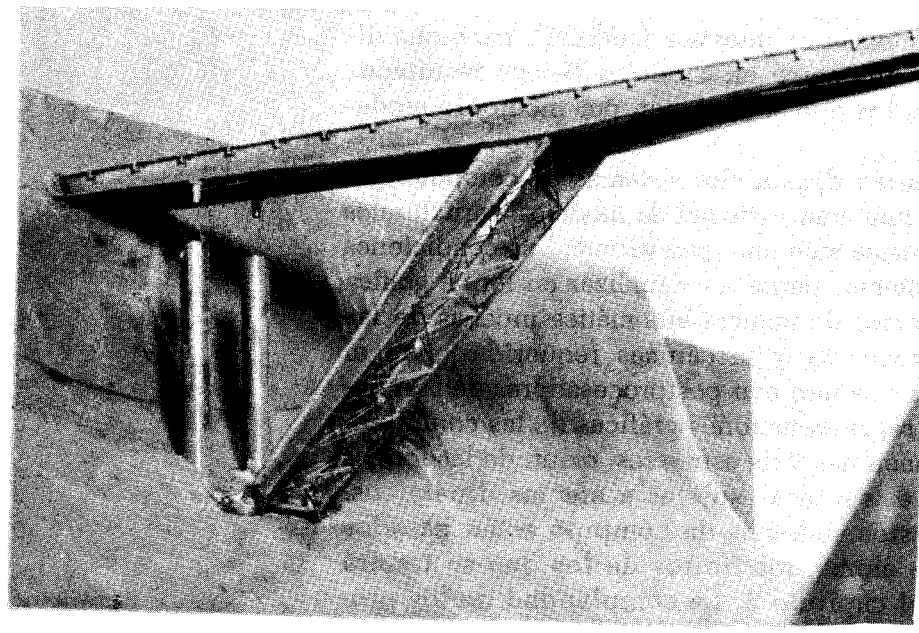


Figura 1.14. Prueba de capacidad estructural de una viga presforzada de concreto (Instituto de Ingeniería, 1965).
La prueba se interrumpió cuando la flecha máxima alcanzó 1.2 m, sin signo de falla inminente.

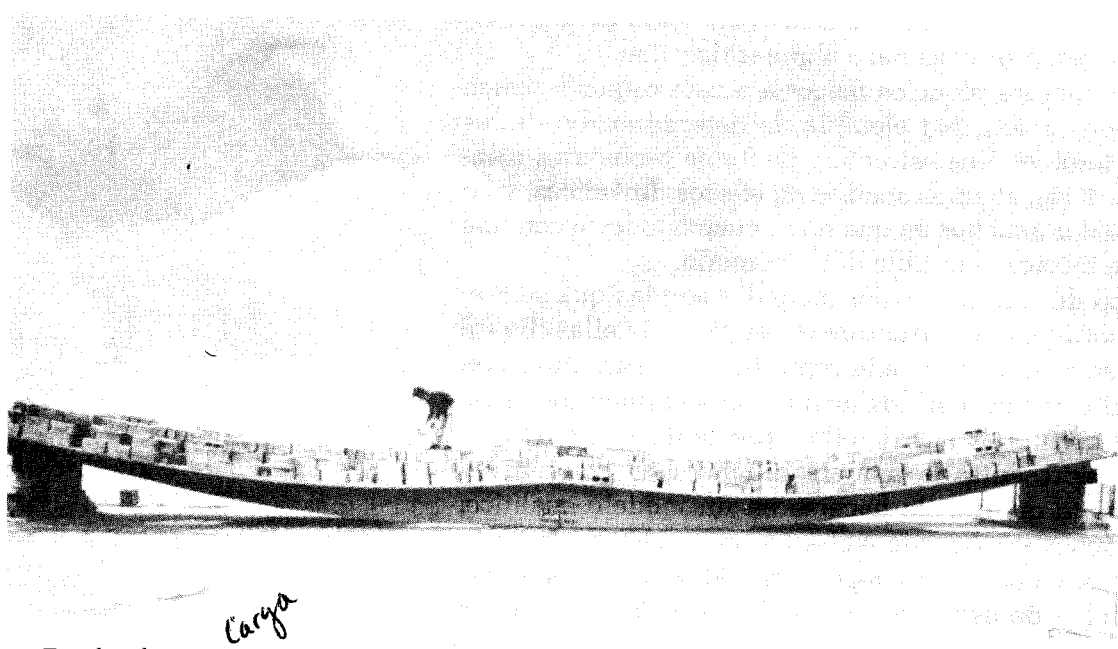


Figura 1.15. Prueba de carrera en un puente. Carga aplicada con camiones de arena. Medición de flechas, agrietamientos y deformaciones en el refuerzo. Carga máxima aplicada 500 kg/m^2. México, DF, 1982.

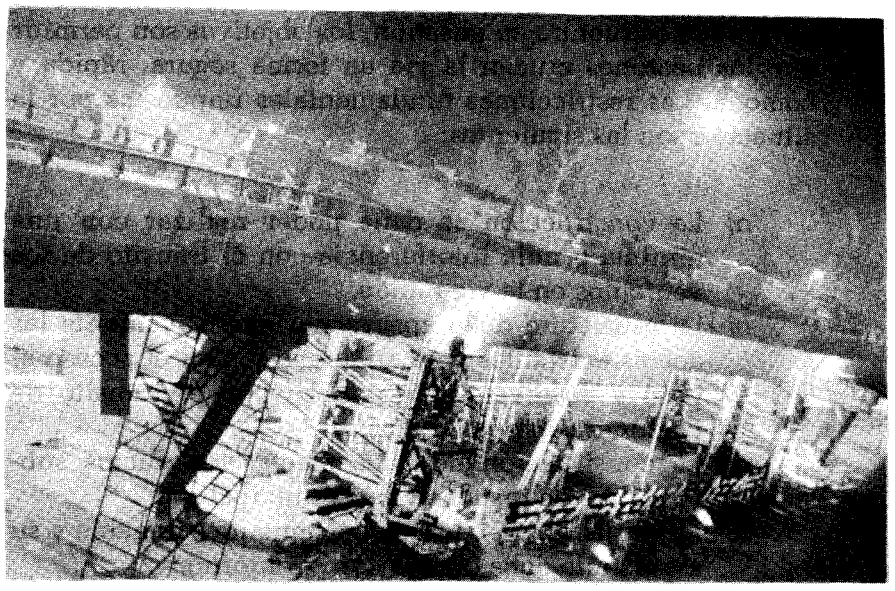


Figura 1.15. Prueba de carga en un puente. Carga aplicada con camiones llenos de arena. Medición de flechas, agrietamientos y deformaciones en el refuerzo. Carga máxima aplicada 500 km/m^2. México, D.F, 1982. Kg/m^2

versas acciones que pueden afectar la estructura y de que se pone en peligro de falla la estructura misma. Los reglamentos exigen en general que algunos tipos de estructuras de capital importancia se sometan a comprobaciones físicas de su capacidad a través de pruebas de carga realizadas en forma estándar.

1.4 ILUSTRACIÓN DEL PROCESO DE DISEÑO

Para ilustrar las actividades más importantes del proceso de diseño se eligió una construcción en que fuesen claras y sencillas, tanto las funciones de la estructura como la interacción con los diversos aspectos que influyen en las decisiones estructurales. El ejemplo se refiere al proyecto de un paso a desnivel para cruce de peatones sobre una vía rápida de tránsito vehicular en una zona urbana densamente poblada.

El análisis de la vialidad y del movimiento de peatones en la zona determinó la necesidad de construir un puente de paso a desnivel para cruce de peatones sobre una avenida ya existente de tres carriles en cada dirección. El levantamiento topográfico del cruce se muestra en la figura 1.16.

La primera fase del diseño estructural consiste en el planteo de soluciones preliminares de acuerdo con lo expuesto en 1.2. Esta fase comienza con la definición de los objetivos y funciones de la obra, la determinación de las restricciones impuestas por otros aspectos del proyecto y la recolección de datos básicos.

Para la estructura en cuestión, los objetivos son permitir que los peatones crucen la vía en forma segura, rápida y cómoda. Las restricciones fundamentales impuestas por la situación son las siguientes:

a) La construcción se debe poder realizar con una mínima o nula interferencia con el tránsito de los vehículos en la vía rápida.
b) La estructura debe aprovechar exclusivamente las aceras existentes para su apoyo y para el acceso al paso a desnivel, sin interferir con el tránsito de peatones sobre las aceras.
c) La construcción no debe afectar los ductos subterráneos de instalaciones municipales.
d) La estructura debe ser estéticamente agradable y su aspecto no debe chocar con el entorno.
e) Como es natural, la obra debe realizarse en corto tiempo y con el menor costo compatible con las restricciones anteriores.

Las soluciones factibles son esencialmente de dos tipos: cruce subterráneo por medio de un túnel, o cruce elevado a través de un puente.

El primer tipo de solución fue descartado por las autoridades a cargo de la obra por razones de interferencia con el paso de vehículos, de costo y tiempo, y principalmente porque daría lugar a problemas de falta de seguridad a los transeúntes y de mantenimiento. Esto lleva necesariamente a un puente que, para cumplir con la restricción *a)*, deberá ser a base de un sistema prefabricado y que puede colocarse fácilmente con equipo ligero. La restricción *b)* limita severamente la forma estructural, debido a la poca disponibilidad de puntos de apoyo (tres) y a la necesidad de que el puente tenga, desde puntos inmediatamente adyacentes a los apoyos, una altura libre tal que permita el paso de vehículos con el gálibo máximo admitido. Estas restricciones fuerzan a una solución a base de columnas verticales y sistema de piso horizontal y no dan mucho margen para la búsqueda de una forma estéticamente agradable, a través de una geometría no convencional.

Al margen del ejemplo, cabe comentar que con frecuencia se suele elegir la solución estructural de un puente dando más énfasis a lograr una forma atrevida y no convencional que a buscar la eficacia y economía de la estructura, siendo que el puente va a cruzar una cañada deshabitada, por ejemplo, y no va a ser visto más que como un tramo de calzada por los vehículos que transitan sobre de él. En el caso que nos ocupa, sin embargo, se debe dar importancia al aspecto estético del puente, ya que va a tener gran

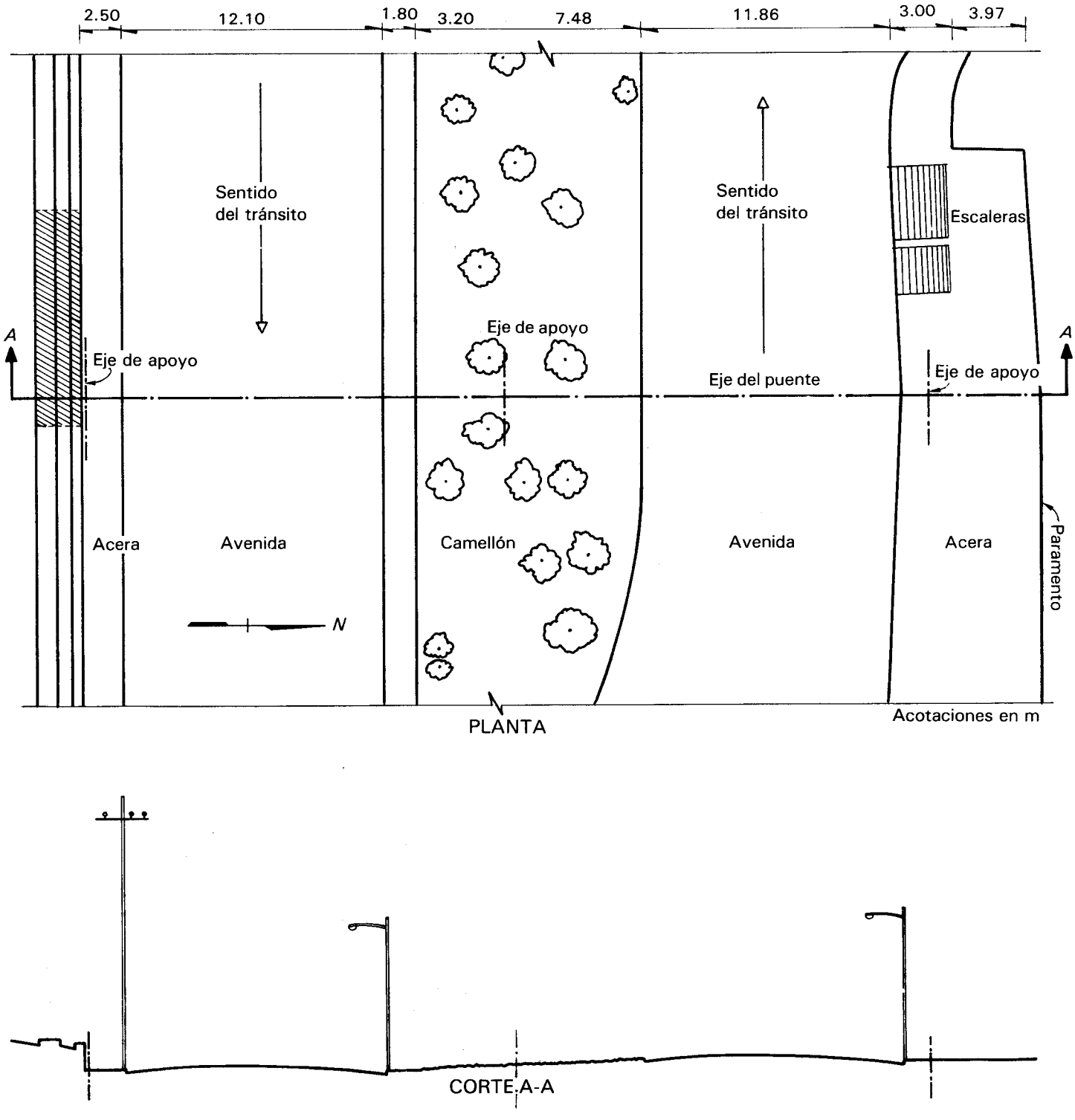


Figura 1.16. Levantamiento topográfico de un cruce para puente peatonal.

impacto visual tanto sobre los habitantes como sobre los transeúntes.

El diseño geométrico del puente está regido por las especificaciones municipales al respecto, que fijan altura libre, ancho del paso de peatones, características de las escaleras de acceso y otros datos. Las limitaciones principales que se fijaron para este caso se muestran esquemáticamente en la figura 1.17.

Entre las acciones, o cargas, que deben considerarse en el diseño, están los efectos del tránsito de peatones sobre el puente, los del viento, del sismo, de los cambios de temperatura y otros para los cuales deben adoptarse los valores y criterios de diseño especificados por el código local.

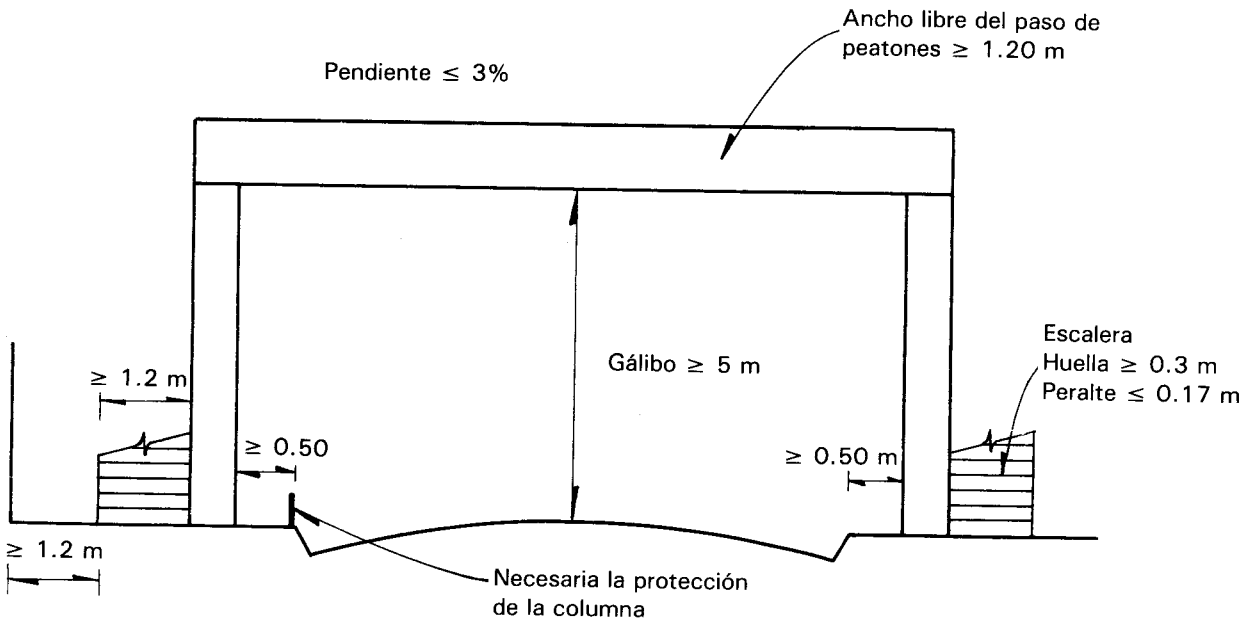


Figura 1.16. Restricciones geométricas

Figura 1.17. Restricciones geométricas para el paso de peatones.

Éste especifica, por ejemplo, que la carga viva debida al tránsito de peatones se tome como una carga uniformemente distribuida igual a 500 kg/m^2.

Adicionalmente el proyecto requiere del conocimiento de las características del subsuelo, de las que dependerá la elección del tipo de cimentación y, frecuentemente, también del tipo de estructura. En este caso los sondeos de mecánica de suelos indicaron la presencia de un estrato de arcilla muy compresible hasta una profundidad de 14 m, bajo el cual existe un estrato de arena compacta muy resistente de espesor superior a los 5 m. Por ello el especialista de mecánica de suelos recomendó apoyar la estructura hasta la capa resistente por medio de pilotes de punta. Un aspecto que dificulta la ejecución de la cimentación es la presencia de gran cantidad de ductos subterráneos en las aceras y camellones (ductos de agua, drenaje, energía eléctrica, teléfonos, etc.); la posición de éstos

frecuentemente se desconoce cuando se realiza el proyecto. Esta situación conduce a buscar cimentaciones sencillas, desplantadas más abajo del nivel de dichos ductos. Otro aspecto es que el ancho reducido de acera que con frecuencia se tiene, obliga al uso de zapatas muy estrechas para que no invadan ni el paramento ni la calzada. Nuevamente, estas restricciones en la cimentación resaltan las ventajas de recurrir a una estructura muy ligera.

Como se ha dicho, el esquema estructural resulta bastante forzado por las restricciones impuestas. Se consideraron como opciones válidas solamente la de vigas simplemente apoyadas sobre tres columnas y la de un marco continuo de dos claros. Como materiales para el sistema de piso se consideraron el concreto presforzado y el acero estructural.

Para este puente, que está sujeto a cargas relativamente pequeñas, las dimensiones de los elementos están regidas por la necesidad de que la estructura posea una rigidez suficiente para limitar las vibraciones del sistema de piso para que no resulten molestas a los transeúntes. Este requisito suele ser más crítico que el de proporcionar a la estructura suficiente resistencia. Estas vibraciones son producidas por el paso de los peatones mismos sobre el puente. En lugar de un análisis dinámico de dichas vibraciones, los códigos suelen aceptar como comprobación de comportamiento adecuado en este sentido, la revisión de que la deflexión calculada para la carga de tráfico aplicada estáticamente no exceda de cierto valor admisible. Éste es uno de muchos ejemplos en que, un fenómeno complejo se maneja a través del control sobre una variable que se relaciona en alguna forma con el fenómeno y que puede determinarse de manera sencilla. Para estos puentes la deflexión admisible se fija en diversos códigos en 0.001 veces el claro.

Para limitar las vibraciones, o para cumplir con la deflexión máxima aceptada por el código, una estructura continua es más eficiente que una simplemente apoyada, así que un marco rígido de acero presenta ventajas, porque las restricciones al giro que existen en sus extremos dan lugar a un diagrama de momentos flexionantes más favorable, ya que implica deflexiones menores que las de una viga simplemente apoyada.

Con base en las consideraciones anteriores se llegó a hacer una evaluación preliminar de tres soluciones:

a) Vigas prefabricadas de concreto presforzado simplemente apoyadas sobre columnas de concreto reforzado coladas en el lugar.
b) Vigas de acero de alma abierta simplemente apoyadas sobre columnas de acero o de concreto.
c) Marco continuo de acero a base de secciones de alma llena y peralte variable.

La solución de marco no se consideró para la estructura de concreto, ya que dar la continuidad entre columnas y vigas prefabricadas implicaría colados en obra en la zona de unión, con detalles de refuerzo local que resultarían complicados; por el contrario, la continuidad en los elementos de acero se obtiene fácil y rápidamente si las juntas son atornilladas o soldadas.

La gama de secciones transversales disponibles para las vigas es amplia. Desde el punto de vista de hacer más cómodo el paso de los peatones, es importante que el piso del puente se encuentre al nivel más bajo posible; esto se logra si se utiliza una sección "de paso inferior", en la que el piso constituye el patín inferior y las vigas laterales sobresalen formando los barandales del puente. Aunque ventajosa funcionalmente, esta sección suele ser descartada por ser poco agradable a la vista. Uno de los pocos elementos que se pueden manejar desde el punto de vista estético es el barandal; por tanto, resulta preferible recurrir para la estructura a la sección más sencilla y ligera a la vista, de manera que el elemento que atraiga la atención sea el propio barandal.

Para vigas de concreto se puede recurrir a cualquier tipo de sección, ya que éstas se pueden moldear a la forma deseada; sin embargo, existe un buen número de secciones estándar para las cuales los fabricantes poseen moldes ya preparados. Sólo en caso de que se vaya a construir un gran número de elementos iguales resulta económico diseñar una sección especial que cumpla con los requisitos específicos de la obra en cuestión. En general, conviene recurrir a alguna sección estándar. Para este caso una sección en T presenta la ventaja de aprovechar el lecho superior como piso transitable sin necesidad de trabajo alguno en el lugar. En la figura 1.18 se muestran las dimensiones disponibles con un fabricante particular de dicha sección. La sección T tiene, por otra parte, el inconveniente de una baja rigidez y resistencia a torsión y de requerir espesor y refuerzo considerables en la losa de piso que funciona como voladizo para flexión transversal al eje del puente. Estos inconvenientes se superan en la sección en cajón usada en el diseño ilustrado en la figura 1.19 y que por tanto es de preferirse.

El análisis de la estructura de concreto no presenta mayor dificultad, ya que se trata de vigas simplemente apoyadas sujetas a una carga uniforme constituida por el peso propio más la carga viva del tráfico. Aquí, el peso propio representa la porción mayoritaria de la carga total y surge el problema usual en el diseño que consiste en la necesidad de conocer las dimensiones de la estructura desde el inicio para calcular su peso propio y poder así hacer su análisis y posteriormente su

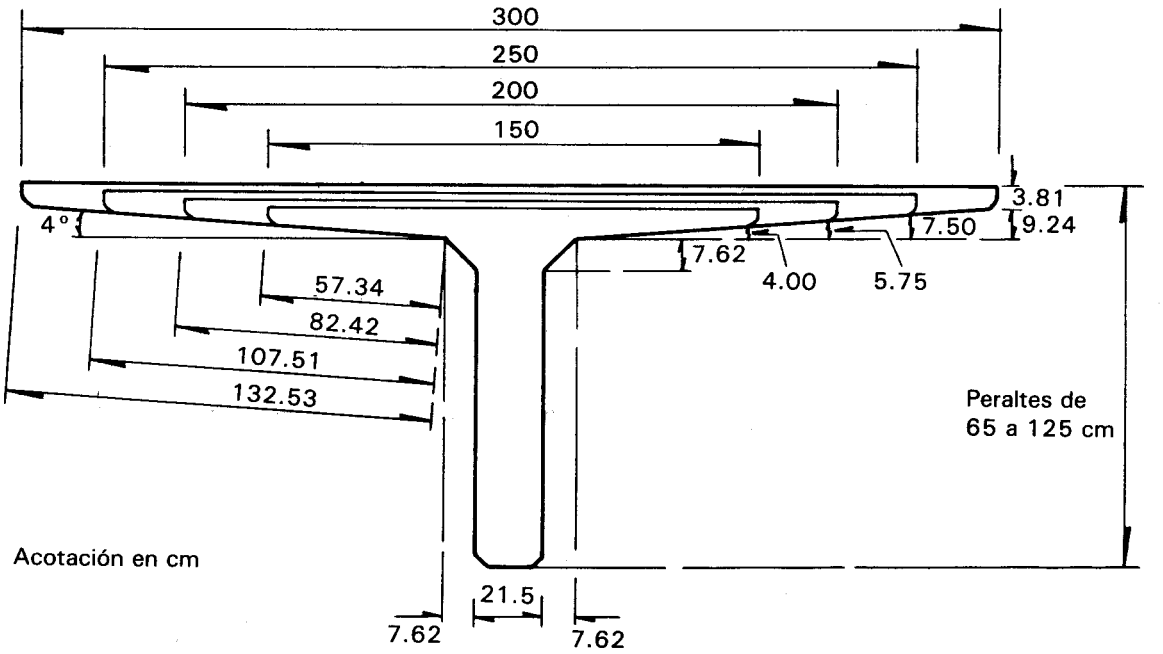
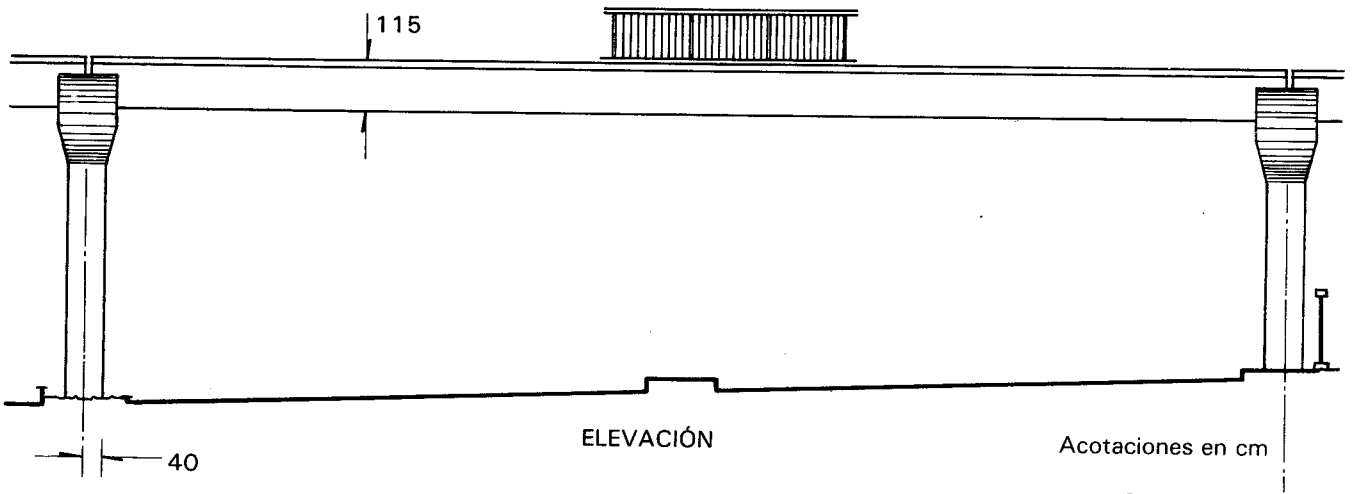


Figura 1.18. Secciones T estándar de concreto preforzado prefabricadas.

dimensionamiento. Las dimensiones preliminares se determinan con base en la experiencia de casos similares o con alguna regla sencilla que resume precisamente esa experiencia. En este caso, por la necesidad de que la flecha bajo las cargas de servicio se limite a un valor muy pequeño, el peralte de la viga deberá ser probablemente del orden de una vigésima parte del claro.

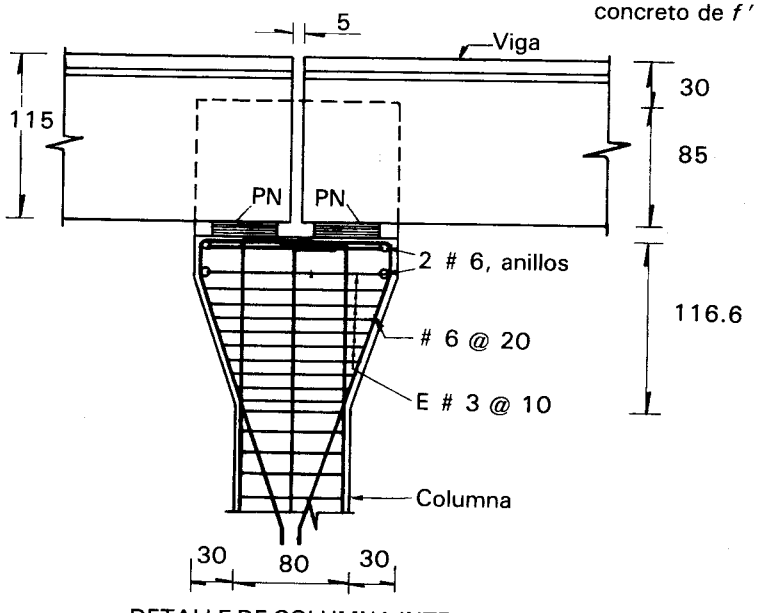
Las dimensiones de las columnas se estiman a partir de las cargas verticales que en ellas actúan, a manera de obtener una relación de esbeltez no excesiva y un esfuerzo promedio en el concreto relativamente bajo. La sección conviene que sea rectangular con el lado mayor alineado en la dirección del tráfico para ocupar un mínimo de ancho de acera.

Los datos anteriores permiten pasar directamente al diseño definitivo de esta solución. Los pesos y propiedades de la sección estándar seleccionada están dados en las tablas proporcionadas por el fabricante y con ello se puede calcular la fecha en el centro del claro de la viga y revisar si ésta cumple con el límite establecido. Posteriormente se procede a la determinación de la cantidad y disposición del acero de presfuerzo y a la revisión por resistencia. En este caso se presenta la necesidad de revisar los esfuerzos en diversas situaciones: el efecto del peso propio cuando la viga se iza levantándose de los ganchos de izaje, cuando ya está colocada en su posición final sobre los apoyos y cuando actúa además la carga viva. El dimensionamiento sigue los procedimientos usuales para concreto reforzado y presforzado y no se tratará aquí. La figura 1.19 muestra las características generales del diseño y algunos detalles.

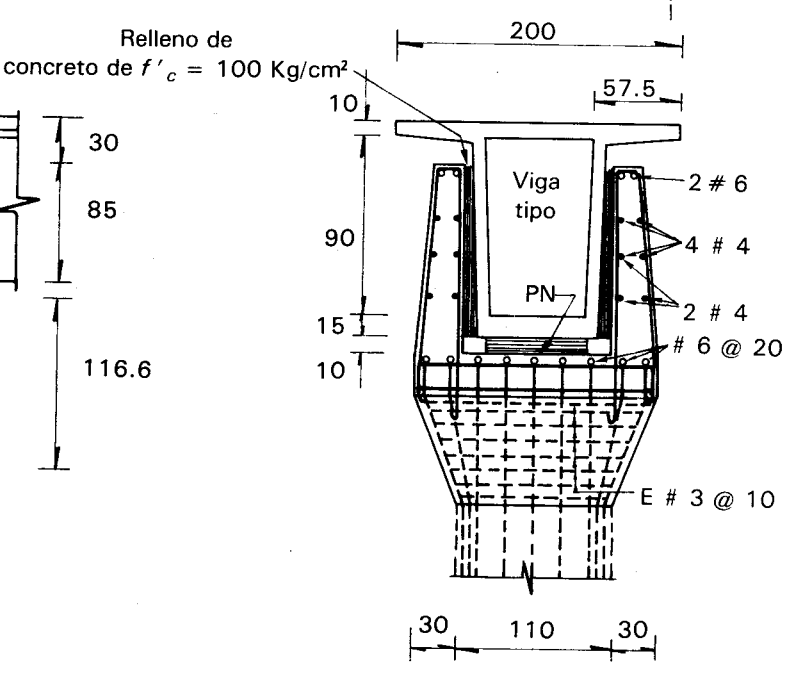


ELEVACIÓN

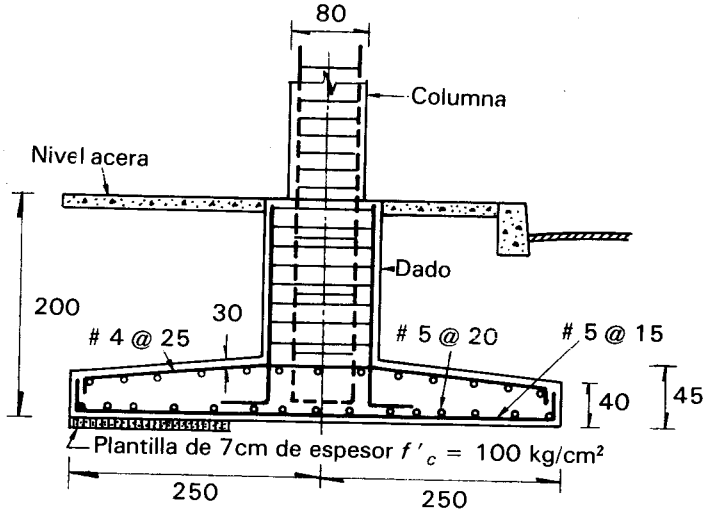
Acotaciones en cm



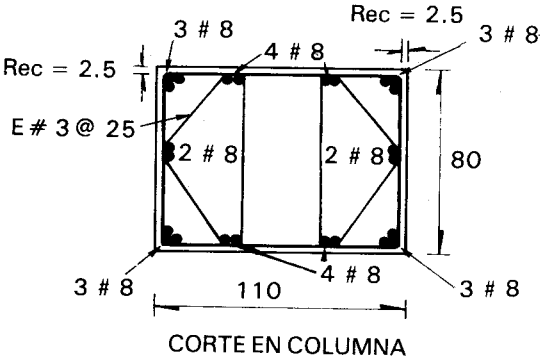
DETALLE DE COLUMNA INTERMEDIA



CORTE EN COLUMNA INTERMEDIA



ELEVACIÓN ZAPATA



CORTE EN COLUMNA

Figura 1.19. Muestra las características generales del diseño y algunos detalles.

Las vigas de acero simplemente apoyadas de sección convencional no presentan ventajas con respecto a las de concreto prefabricadas o al marco de acero. Vale la pena, sin embargo, considerar una sección diferente que presenta ventajas desde el punto de vista funcional. Partiendo de la idea de tener el piso del puente al nivel más bajo posible y de aprovechar los barandales como elementos estructurales, se ocurre extrapolarla hasta considerar una sección en cajón de paso a través, a base de elementos diagonales de acero. Se trata de una armadura muy rigida a flexión y a torsión y que por tanto puede resolverse con elementos muy ligeros y que proporciona al peatón que transita a través de ella una mayor sensación de seguridad que en los otros casos; se presta además a ser recubierta en las partes laterales con malla y eventualmente también en la parte superior por algún tipo de lámina que proporciona protección contra la intemperie. El piso está constituido por una pequeña losa de concreto apoyada en la cuerda inferior de la armadura. Para el diseño preliminar, el análisis de la estructura puede simplificarse considerando que las dos armaduras verticales toman cada una la mitad de la carga vertical y que sus conexiones son articuladas. La armadura horizontal superior tiene la función principal de proporcionar soporte lateral a las cuerdas superiores de las armaduras verticales que están sujetas a compresión y reducir así su longitud de pandeo. El peralte de la armadura está regido por la necesidad de permitir el paso a través. Las columnas pueden ser de acero o de concreto reforzado. En el segundo caso conviene recurrir a una sección variable para buscar un aspecto más agradable.

El diseño definitivo incluye un análisis global de la estructura, para el cual conviene recurrir a un modelo tridimensional que represente el cajón completo, tomando en cuenta la continuidad en sus nudos. El dimensionamiento de las secciones críticas se hace con los procedimientos usuales para estructuras de acero, recordando que en este caso merecen especial cuidado los problemas de pandeo en las cuerdas y en las diagonales de compresión. Hay que recalcar que el diseño no termina al definir las características de los elementos y secciones críticas que se muestran para este caso en la figura 1.20. Es necesario dedicar mucha atención y esfuerzo a la solución de un gran número de detalles de conexiones, apoyos y de diseño local en general. El grado de complejidad de éstos y de los cálculos involucrados en su determinación puede ser muy alto, pero es justificado plenamente porque de su correcta solución depende el buen funcionamiento de la estructura. Los problemas que se resuelven en las aulas y en los libros de

texto suelen limitarse por diversas razones a los aspectos más esenciales del diseño; esto no debe llevar al estudiante a olvidar que la solución de un gran número de detalles es imprescindible. De hecho, en este ejemplo, como en muchas otras estructuras, el número de planos dedicados a representar la solución de dichos detalles es mucho mayor que el de los relativos a los aspectos principales de la estructura. La figura 1.21 muestra algunos de estos detalles y se aprecia la complejidad y refinamiento de algunos de ellos.

El tercer sistema estructural considerado es un marco de acero de alma llena para el cual existen empresas especializadas que fabrican estructuras de lámina delgada y sección variable, sean atornilladas o soldadas. Resulta una solución estéticamente agradable por su ligereza. El peralte de la sección queda regido nuevamente por requisitos de rigidez para cumplir con las deflexiones máximas admisibles. Este es un caso típico de los que se prestan para un diseño automatizado. Debido a que el peralte de la sección es variable, el análisis por métodos manuales es laborioso. Por otra parte, ya que las variaciones de peralte de la sección son lineales y siguen reglas definidas, resulta relativamente sencillo elaborar un programa de computadora que calcule las propiedades geométricas de las secciones y revise éstas de acuerdo con el código en vigor. Más aún, puede introducirse al programa algún algoritmo de optimación que busque las dimensiones que den lugar a un peso mínimo cumpliendo con los requisitos. Los detalles de las uniones y atiesadores también pueden calcularse y definirse dentro del programa. Programas como el mencionado están disponibles con algunos fabricantes de estructuras de este tipo. Nuevamente hay que llamar la atención respecto al uso indiscriminado de dichos programas; hay que asegurarse que los datos, hipótesis y criterios en ellos involucrados sean congruentes con los que corresponden al caso en estudio. La figura 1.22 muestra las características de un diseño con este sistema estructural y la figura 1.23 algunos detalles del mismo.

En resumen, la elección del sistema más conveniente entre los tres evaluados debe obedecer a aspectos tanto económicos como estéticos y de rapidez de construcción. El primer sistema, de las vigas de concreto presforzadas, resulta el más económico, en las condiciones actuales de precios en la ciudad de México. El segundo es el más costoso pero presenta ventajas adicionales de comodidad y seguridad para los usuarios. El tercero, es de costo intermedio y es el de más rápida construcción.

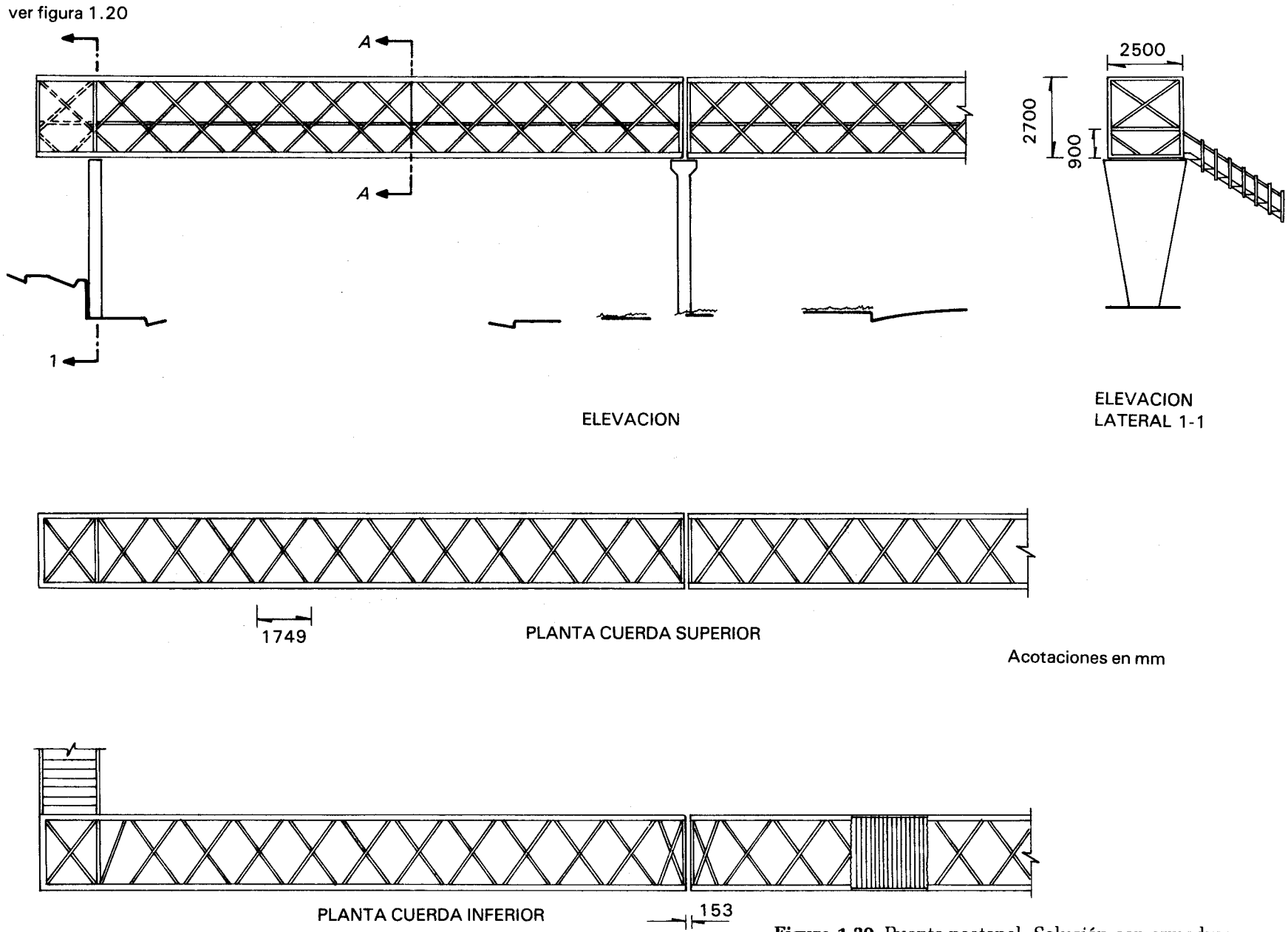
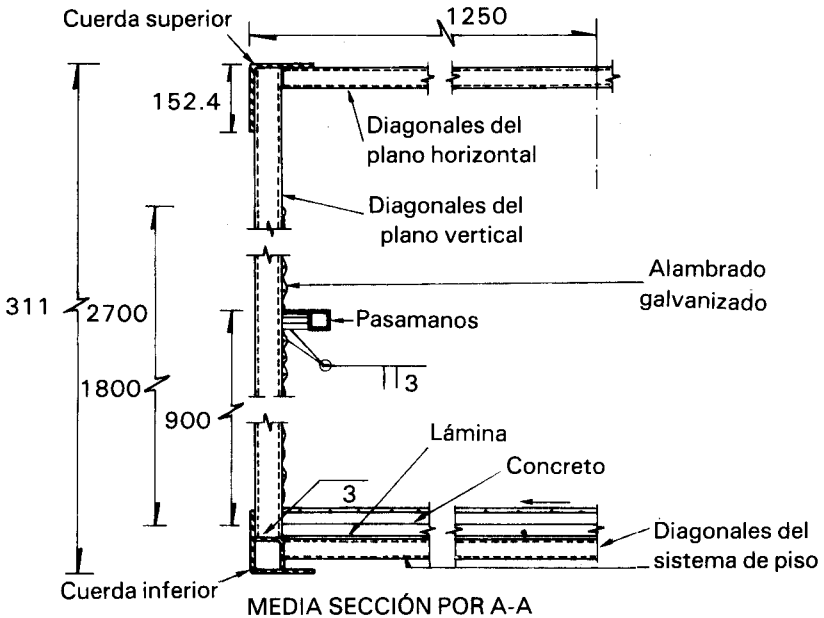
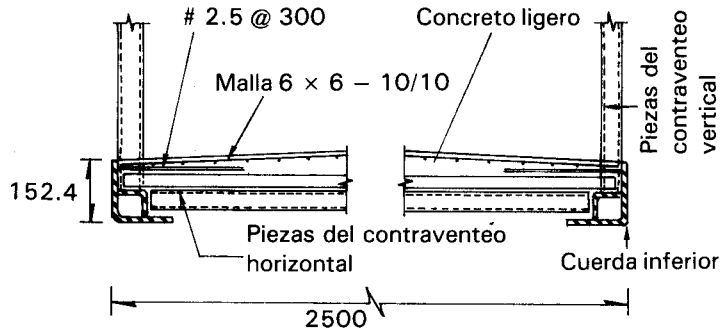


Figura 1.20. Puente peatonal. Solución con armadura en cajón de paso a través. Datos generales.

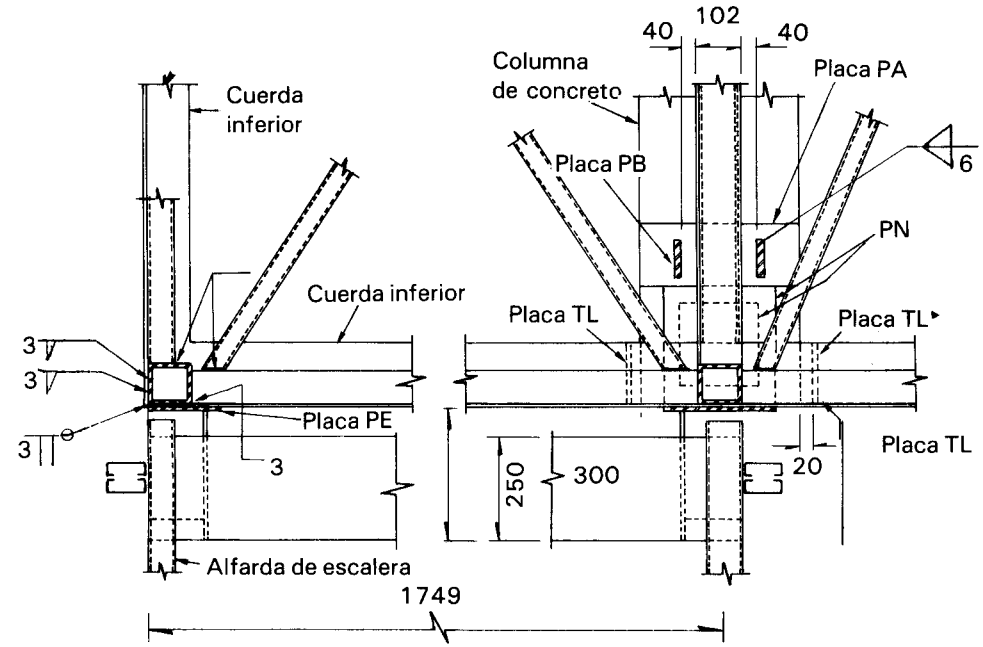


MEDIA SECCIÓN POR A-A

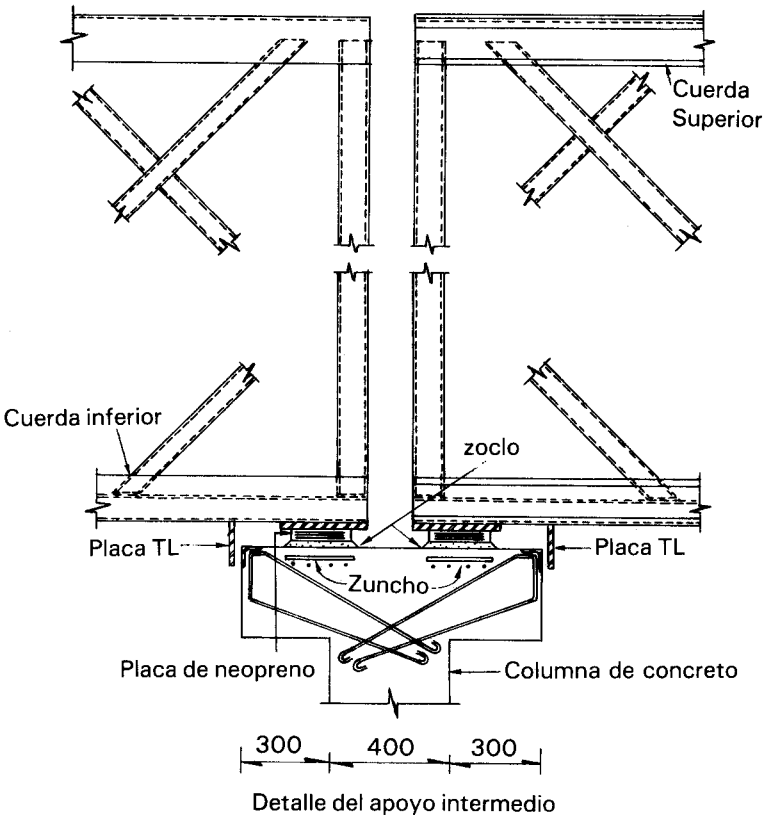
Acotaciones en mm



Detalle del sistema de piso



Detalle de una conexión típica



Detalle del apoyo intermedio

Figura 1.21. Algunos detalles de la solución con armadura de acero en cajón.

LECTURAS ADICIONALES Y REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

En cada capítulo de este libro se incluyen referencias de publicaciones en donde el lector podrá profundizar en los temas específicos allí tratados. Aquí se recomendarán algunas lecturas relativas a los aspectos generales del diseño estructural.

Los aspectos conceptuales y cualitativos del diseño estructural con énfasis en las formas estructurales adecuadas a distintas funciones y situaciones se encuentran cubiertos en

1.1 A.J. Francis, "Introducing Structures", *Pergamon Press, Oxford,* G.B.
1.2 D.L. Schodek, "Structures", *Prentice Hall, Englewood Cliff,* N.J.

Conocer la forma en que concibieron el diseño algunos de los ingenieros más destacados de nuestro tiempo resulta muy estimulante. En particular los dos libros siguientes son a la vez técnicamente instructivos y de amena lectura

1.3 E. Torroja, "Razón y Ser de los Tipos Estructurales", *Instituto E. Torroja,* Madrid.
1.4 P.L. Nervi, "Aesthetics and Technology in Building", *Harvard University Press, Cambridge, Mass.*

La historia del desarrollo de los conceptos de la teoría de las estructuras, así como el de los materiales, procedimientos constructivos y tipos de estructuración es rica en enseñanzas y va aparejada a la evolución de la cultura del hombre. Puede resultar estimulante leer algunos libros que durante siglos fueron la fuente de aprendizaje de la teoría de la construcción como:

1.5 Marcus Vitruvius Pollio, "The Ten Books of Architecture", *Dover,* Nueva York, 1960. Versión al inglés del texto original en latín del siglo I de nuestra era.
1.6 León Battista Alberti, "The Ten Books of Architecture", A. *Tiranti,* Londres, 1955. Versión al inglés del texto original en latín de 1452.
1.7 Andrea Palladio, "The Four Books of Architecture", *Dover,* Nueva York.

Entre los libros que tratan de la evolución de la ingeniería a través de los tiempos, se recomiendan

1.8 H. Straub, "A History of Civil Engineering" L. *Hill,* Londres.

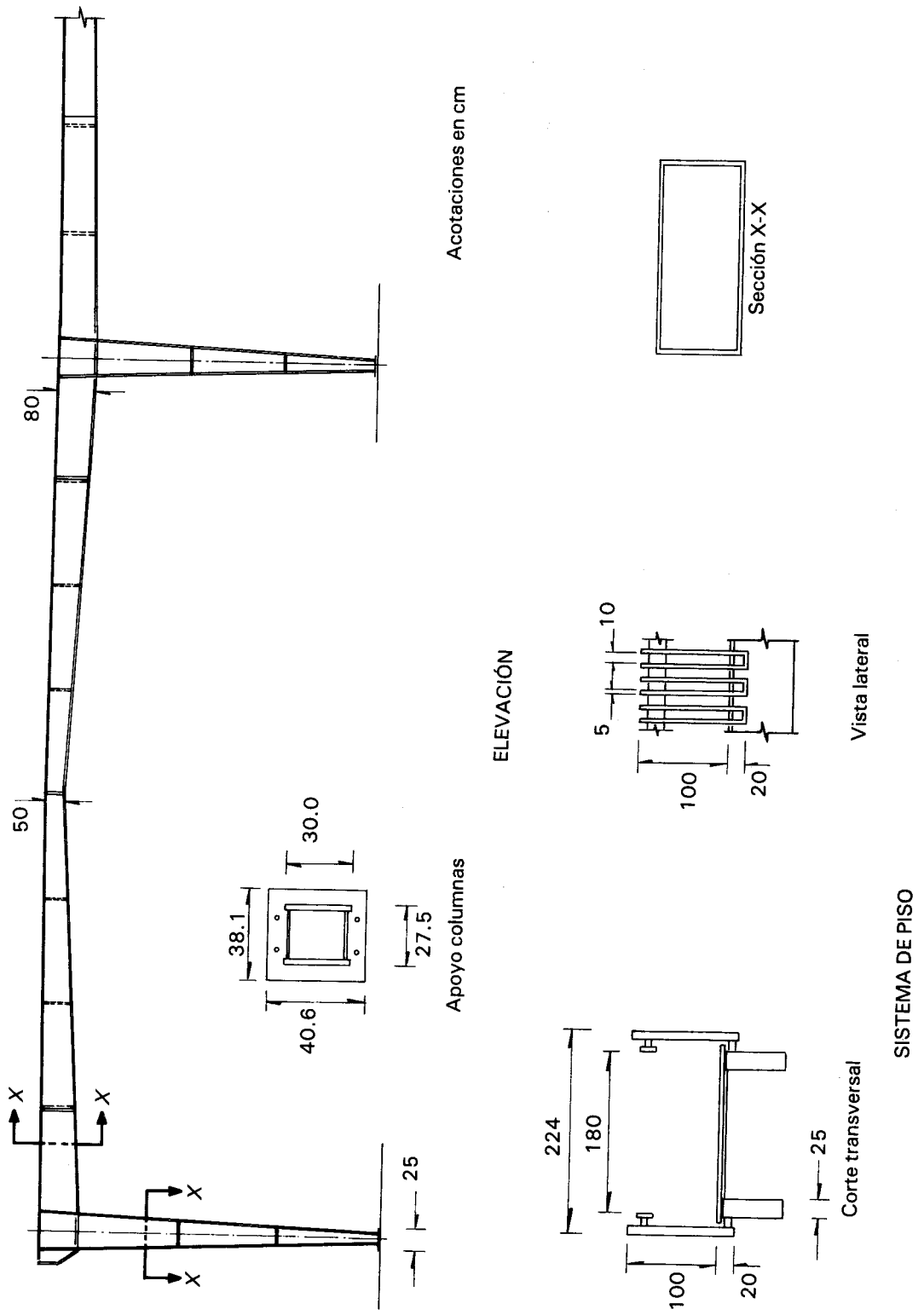


Figura 1.22. Puente peatonal. Solución con marcos de acero de sección variable. Características generales.

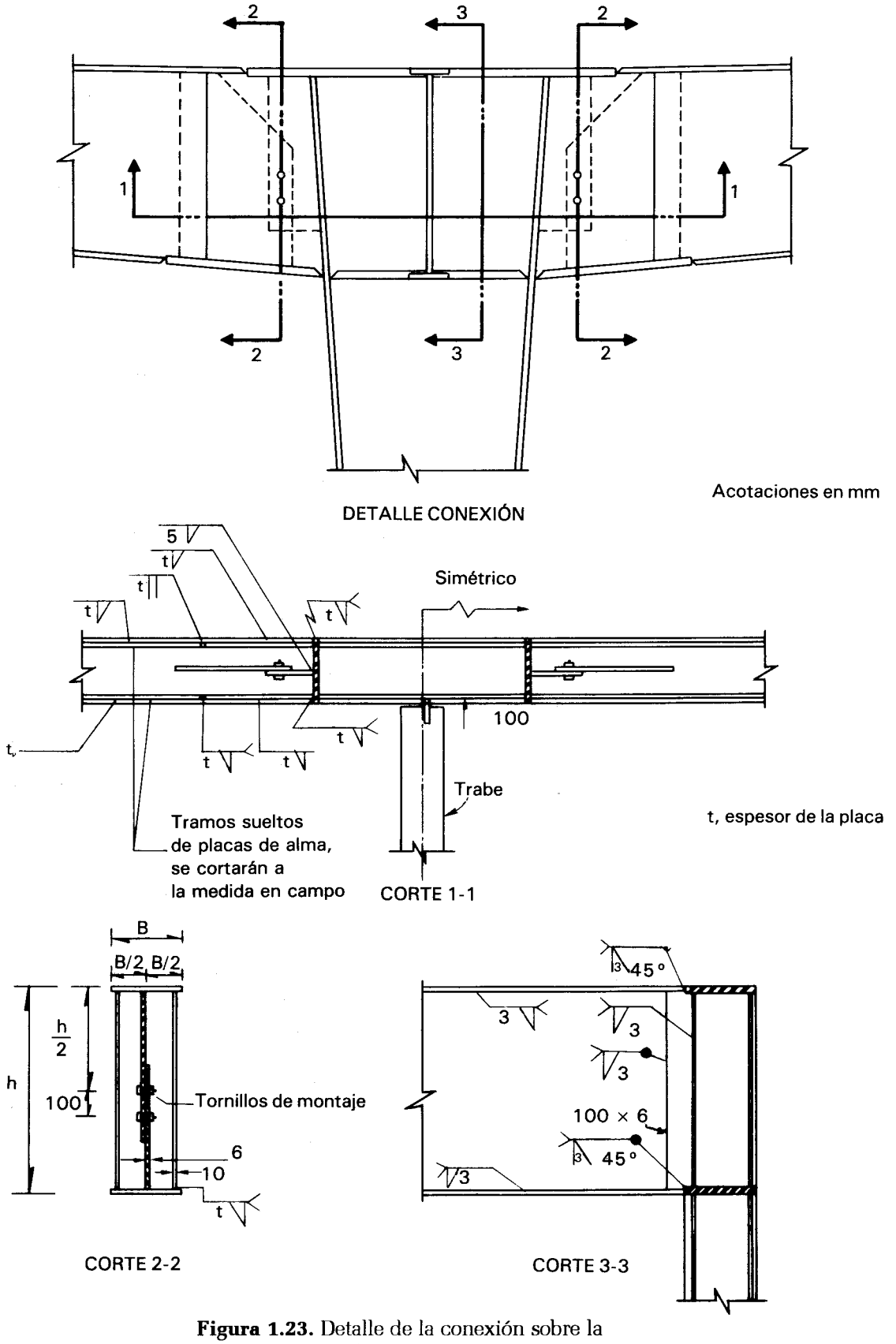


Figura 1.23. Detalle de la conexión sobre la columna central del marco de acero.

1.9 G.E. Sandstron, "Man the Builder", *McGraw-Hill*, Nueva York.

Para el caso particular del desarrollo del diseño y construcción de puentes, es notable la obra siguiente:

1.10 H.J. Hopkins, "A Span of Bridges", *Davis and Charles, Newton Abbot*, G.B.

Una historia de la forma en que se han generado las principales teorías de mecánica y resistencia de materiales en los siglos XVIII y XIX se encuentra en

1.11 S. Timoshenko, "History of Strength of Materials", *McGraw-Hill*, Nueva York.

Un libro de muy amena lectura en el que se ilustran los principales conceptos de la ingeniería estructural a través del estudio de las "estructuras vivientes" creadas por la naturaleza y de las obras del hombre a través de los siglos es

1.12 J.E. Gordon, "Structures, or Why Things don't Fall down", *Plenum Press*, Nueva York.

Para un tratamiento introductorio de la aplicación de la ingeniería de sistemas al diseño de edificios puede consultarse

1.13 F.S. Merritt, "Building Engineering and Systems Design", *Van Nostrand Reinhold Co.*, Nueva York.

Para un tratamiento más formal de la aplicación de los métodos de la ingeniería de sistemas al diseño de obras civiles de diversos tipos, véase el siguiente texto

1.14 R.J. Aguilar, "Systems Analysis and Design in Engineering, Architecture, Construction and Planning", *Prentice Hall, Inc., Englewood Cliffs*, N.J.

Para consideraciones sobre las etapas iniciales en el proceso de diseño en las que se proponen alternativas estructurales y se analizan por métodos aproximados, véase

1.15 D. Fraser, "Conceptual Design and Preliminary Analysis of Structures", *Pitman*, Londres.

Una muy interesante visión de cómo los principios más actuales del diseño estructural explican las formas desarrolladas en las grandes construcciones de la antigüedad y la edad media, se tiene en

1.16 J. Hegman, "The Stone Skeleton", *Cambridge University Poers.*

PROBLEMAS

1.1 Investigue y describa qué problemas de ingeniería estructural suelen aparecer en el proyecto de un puente vehicular para que una carretera de cuatro carriles cruce un río de cerca de 100 m de ancho en una zona suburbana. Determine cuáles son los otros especialistas con los que el proyectista estructural debe interactuar y cuál es el carácter de esta interacción y la jerarquía que tienen los diferentes aspectos del proyecto. Investigue cuáles son las principales funciones de la obra y los datos ambientales que es necesario recabar para el proyecto.

1.2 Examine la silla (o banca) que usted usa en el salón de clase (o en la oficina en que trabaja). Describa su funcionamiento estructural, cuáles son las cargas que debe resistir y en qué forma éstas se transmiten al piso; dibuje un esquema de su estructura resistente y destaque cuáles son los problemas críticos que rigen su diseño estructural. Comente sobre la eficiencia estructural y exponga cuál será, a su juicio, la causa más probable de su falla (ante qué tipo de fenómeno y cómo fallará la silla).

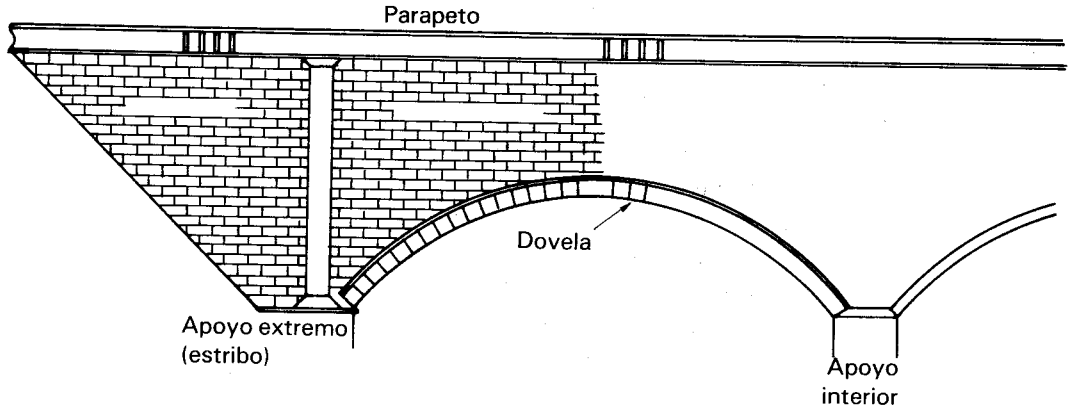
1.3 Consiga el (o los) plano(s) estructurales de una obra. Examínelos cuidadosamente tratando de entender qué indicaciones está dando el proyectista en cada una de las partes del plano y cómo es exactamente la estructura que se ha proyectado. Describa detalladamente la forma en que usted interpreta el plano, destaque cualquier parte o aspecto que le parezca oscuro o mal resuelto. Dibuje un croquis de la estructura principal.

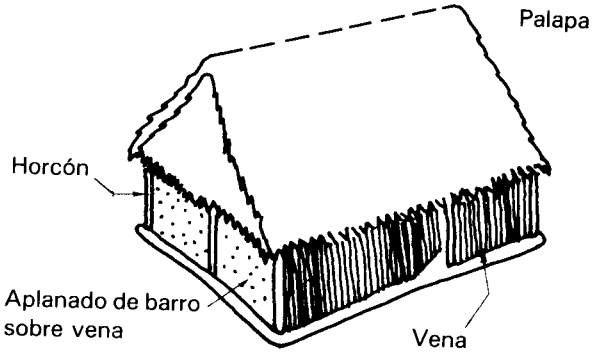
1.4 Localice un edificio de habitación u oficinas de varios pisos y haga un levantamiento aproximado de sus características principales arquitectónicas y estructurales, de manera que le permita dibujar croquis de una planta tipo y de una elevación, identificando los principales elementos estructurales y no estructurales. Haga una descripción de la forma en que se transmiten las cargas verticales en una planta tipo, desde el sistema de piso hasta la cimentación.

1.5 Localice el puente peatonal (o en su defecto el puente carretero) más cercano a su centro de actividades. Haga un levantamiento detallado de su estructura y describa las características principales de su funcionamiento estructural. Comente acerca de las diferentes soluciones que podrían haberse adoptado.

1.6 Tome contacto con una oficina de proyecto estructural de tamaño mediano. Investigue y describa la forma en que es organizada, el tipo de proyectos que realiza con mayor frecuencia y la manera en que interactúa con otras oficinas y especialistas para la realización de proyectos importantes.

1.7 El siguiente párrafo está tomado de Vitruvio (referencia 1.5, libro VI, Capítulo VIII. La traducción es muy libre y adaptada a una terminología actual). "En un puente de arcos (de mampostería de piedra natural de varios claros) las dovelas deben colocarse con las juntas inclinadas hacia el centro, y los apoyos extremos (estribos) deben ser de ancho mayor (que los apoyos

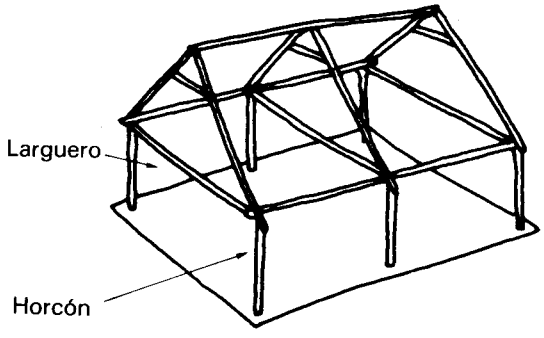




intermedios o pilas), para que sean más fuertes y puedan resistir cuando las dovelas, empujadas hacia abajo por el peso del puente, se hincan hacia el centro y empujan hacia afuera sus apoyos. Así, si las pilas extremas son de dimensiones mayores, resistirán el empuje y darán estabilidad a la construcción".

Explique el párrafo desde el punto de vista de resistencia de materiales, ayudándose con diagramas que representen las fuerzas que se generan en un puente como el descrito. Comente sobre la validez de los conceptos expresados.

1.8 La figura representa esquemáticamente el sistema de una vivienda rural típica de regiones costeras al sur de México. Describa el funcionamiento estructural y trate de entender y explicar cómo éste se adapta a las condiciones locales de clima y disponibilidad de materiales.



Figuras del ejemplo 1.8.

2.

Seguridad estructural y criterios de diseño

2.1 INTRODUCCIÓN

El diseño estructural tiene como objeto proporcionar soluciones que por medio del aprovechamiento óptimo de los materiales, de las técnicas constructivas disponibles, y cumpliendo con las restricciones impuestas por los otros aspectos del proyecto, den lugar a un buen comportamiento de la estructura en condiciones normales de funcionamiento de la construcción y a una seguridad adecuada contra la ocurrencia de algún tipo de falla.

En el capítulo anterior se ha tratado la interacción del proyecto estructural con otras partes del proyecto; aquí nos abocaremos a la explicación de la forma de cumplir con los objetivos generales de diseño. Para este fin será necesario presentar y analizar algunos conceptos fundamentales que giran alrededor del problema de la seguridad estructural. Aunque el tratamiento pueda parecer a algunos abstracto y conceptual, creemos que es necesario que el proyectista tenga claros estos conceptos para ejercer juiciosamente su criterio al aplicar los procedimientos de diseño especificados por los códigos. Este juicio crítico debe derivar de la comprensión de la razón de ser y de las limitaciones de dichos procedimientos, así como de una apreciación, aunque sea aproximada, de la justificación de los valores numéricos en ellos incluidos.

Esencialmente, se pretende llegar a explicar qué se entiende por seguridad adecuada de una estructura y en qué se basan los factores de seguridad con que los códigos tratan de lograr dicha seguridad adecuada. Esto al margen de cualquier teoría estructural particular y basado solamente en el comportamiento y funcionamiento de la estructura. Para ello se hará un planteamiento denominado de estados límite, que permite introducir los conceptos de confiabilidad estructural y de optimación.

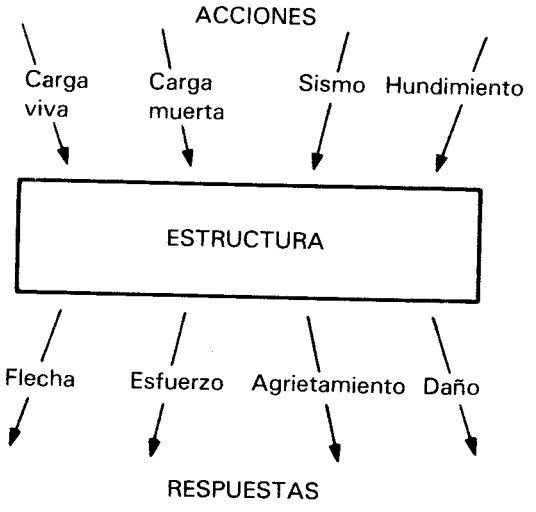
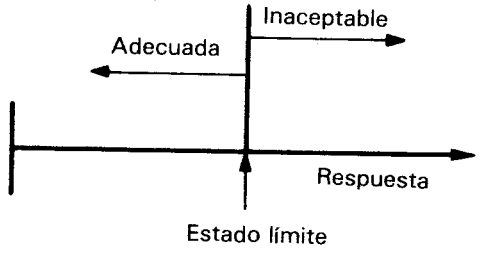


Figura 2.1. Representación esquemática del mecanismo acción-respuesta.



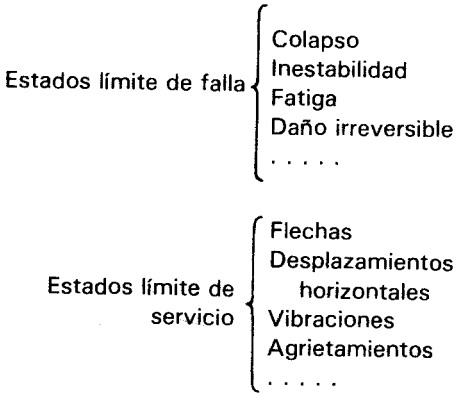


Figura 2.2. Respuesta estructural y estados límite.

2.2 CONCEPTOS FUNDAMENTALES

Como se indicó en la sección 1.1, la estructura puede concebirse como un subsistema dentro del sistema principal constituido por la obra global. La función de la estructura es absorber las solicitaciones que se derivan del funcionamiento de la construcción. Esquemáticamente, este concepto se visualiza en la forma ilustrada en la figura 2.1. El subsistema estructural debe soportar una serie de acciones externas que le ocasionan deformaciones, desplazamientos y, ocasionalmente, daños; todos éstos constituyen su respuesta a dichas acciones.

Por *acciones* se entiende lo que generalmente se denominan cargas. Pero esta acepción más general incluye a todos los agentes externos que inducen en la estructura fuerzas internas, esfuerzos y deformaciones. Por tanto, además de las cargas propiamente dichas, se incluyen las deformaciones impuestas, como los hundimientos de la cimentación y los cambios volumétricos, así como los efectos ambientales de viento, temperatura, corrosión, etcétera. El capítulo siguiente se dedicará al tratamiento detallado de los efectos de los distintos tipos de acciones que pueden afectar a la estructura y de la forma de tomar en cuenta dichos efectos en el diseño. Aquí se tratará el problema de las acciones a un nivel, conceptual.

La *respuesta* de la estructura está representada por el conjunto de parámetros físicos que describen su comportamiento ante las acciones que le son aplicadas.

Para que la construcción cumpla con las funciones para las cuales está siendo proyectada, es necesario que la respuesta de la estructura se mantenga dentro de límites que no afecten su correcto funcionamiento, ni su estabilidad. Debe definirse por tanto cuáles son en cada caso los límites admisibles de la respuesta estructural (figura 2.2). Éstos dependen del tipo de construcción y de su destino y están definidos para las estructuras más comunes en los códigos de diseño.

Se llama *estado límite* de una estructura a cualquier etapa de su comportamiento a partir de la cual su respuesta se considera inaceptable. Se distinguen dos tipos de estados límite. Aquellos relacionados con la seguridad, se denominan *estados límite de falla* y corresponden a situaciones en las que la estructura sufre una falla total o parcial, o simplemente presenta daños que afectan su capacidad para resistir nuevas acciones. La falla de una sección por cortante, flexión, torsión, carga axial o cualquier combinación de esos efectos, que llamaremos *fuerzas internas*, constituye un estado límite de falla, así como la inestabilidad o falta de equilibrio global de la estructura, el pandeo de uno de sus miembros, el pandeo local de una sección y la falla por

fatiga. El proyectista debe procurar que no se presenten estados límite de falla debidos no sólo a las acciones que ocurren durante la operación normal de la estructura, sino también a las acciones correspondientes a condiciones excepcionales.

El otro tipo de estados límite se relaciona con aquellas situaciones que, aun sin poner en juego la seguridad de la estructura, afectan el correcto funcionamiento de la construcción. Éstos se denominan *estados límite de servicio* y comprenden las deflexiones, agrietamientos y vibraciones excesivos, así como el daño en elementos no estructurales de la construcción.

En términos de los conceptos aquí definidos, el objetivo del diseño estructural puede replantearse como sigue: *proporcionar una seguridad adecuada ante la aparición de estados límite de falla para las acciones más desfavorables que puedan presentarse durante la vida útil de la construcción y procurar que en las condiciones normales de operación no se sobrepasen los estados límite de servicio.*

Cabe recalcar la importancia de cumplir con ambas condiciones. Es frecuente que los proyectistas de la estructura se concentren exclusivamente en cumplir con los requisitos de seguridad y descuiden los de servicio, dando lugar a que se presenten situaciones que hacen inservible la estructura, aun cuando sea adecuada su seguridad. Los requisitos de servicio se relacionan principalmente con la rigidez de la estructura y de sus miembros; de ella dependen principalmente los movimientos, flechas y vibraciones, que constituyen los aspectos de la respuesta que afectan más frecuentemente el correcto funcionamiento.

Para revisar si ante un conjunto dado de acciones se rebasa algún estado límite, se necesita contar con procedimientos que permitan relacionar la acción con la respuesta y contar con criterios para determinar qué niveles de respuesta constituyen un estado límite. La relación entre acción y respuesta se establece por medio de procedimientos de análisis estructural que determinan la distribución de fuerzas internas, deflexiones y deformaciones que se inducen en la estructura. En caso de que no se cuente con procedimientos confiables de análisis para la estructura en cuestión, puede recurrirse a la ayuda de ensayes en modelos o prototipos para establecer esta correlación. Con respecto a la determinación de las respuestas que constituyen un estado límite de servicio, los códigos establecen valores, en general convencionales, basados en el juicio de los codificadores y en la experiencia de cuáles son las condiciones que hacen molesto a los ocupantes el uso de la construcción o que producen alguna interferencia física con su funcionamiento. La revisión de los estados límite consiste en ese caso en la

comparación entre el valor de la respuesta calculado para las acciones especificadas y el valor fijado como estado límite o valor inadmisible.

Para revisar si la respuesta de la estructura es adecuada en cuanto a la aparición de algún estado límite de falla, es necesario definir un índice de la respuesta que pueda compararse con la acción o combinación de acciones que afectan la estructura. Para este objeto conviene definir como *resistencia* de una estructura a la intensidad de la acción hipotética (o combinación de acciones) que conduce a la estructura a un estado límite de falla. La ventaja de esta definición es que las acciones y las resistencias se miden en la misma escala. En el caso usual en que la revisión de la seguridad se hace por medios analíticos, conviene realizar la comparación a nivel de fuerzas internas; es decir, determinar por medio de un análisis estructural las fuerzas axiales y cortantes y los momentos de flexión y torsión que un conjunto dado de acciones produce en las distintas secciones y compararlos con los valores de estas fuerzas internas que la estructura, o cada sección de ella, es capaz de resistir. Puede hablarse de tantas resistencias como estados límite de falla pueden presentarse (figura 2.3). Por ejemplo, la resistencia a flexión será el momento flexionante máximo que es capaz de resistir la sección. De la misma forma puede hablarse de resistencia en cortante o torsión. El estado límite que regirá la falla será aquél que se alcance primero al crecer la intensidad de la acción. La resistencia de un elemento estructural o de una sección se determina por métodos experimentales o analíticos en función de las propiedades mecánicas y geométricas de la estructura, con procedimientos que son peculiares de cada material estructural.

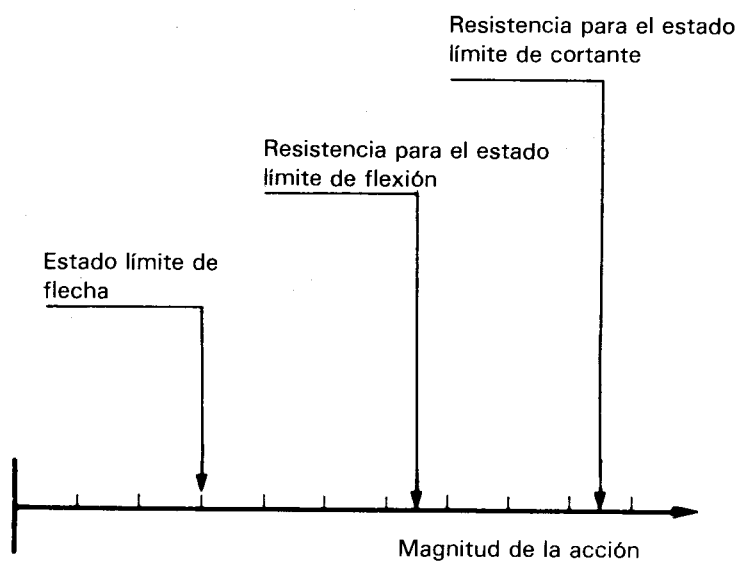


Figura 2.3. Relación entre acción y resistencia.

2.3 CONFIABILIDAD ESTRUCTURAL

Si todas las variables que intervienen en el diseño fueran deterministas, o sea, si su valor pudiera predecirse con absoluta precisión, para lograr la seguridad deseada de la estructura bastaría diseñarla para que su resistencia ante todos los posibles estados límite de falla fuera ligeramente superior que la acción máxima correspondiente. En la realidad existen incertidumbres en todo el proceso de diseño que hacen que no pueda fijarse con precisión, en la etapa de proyecto, el valor de ninguna de las variables que intervienen en la resistencia y en los efectos de las acciones. Como ejemplo, no puede predecirse cuál será la carga viva máxima que actuará sobre la losa de un piso destinado a habitación durante la vida útil de éste, ni cuál será la resistencia que tendrá el concreto en el momento en que actúe dicha carga viva. Estrictamente, no pueden tampoco fijarse cotas superiores a los valores de la gran mayoría de las acciones y, para las variables que intervienen en la resistencia, no puede fijarse una cota inferior, excepto la trivial de cero. Esto implica que, por muy alto que supongamos en el diseño el valor de una acción, o por muy bajo que supongamos el de una resistencia, siempre habrá una probabilidad finita, aunque muy pequeña, de que ese valor sea excedido del lado desfavorable. Esto lleva a contradecir la opinión común de que las estructuras deben diseñarse para que no fallen. Por muy conservador que sea el diseño, siempre habrá una probabilidad mayor que cero de que la acción máxima que se vaya a presentar exceda a la resistencia para algún estado límite de falla. El diseño debe procurar que esta probabilidad sea muy pequeña dentro de los límites que permite la economía.

El tratamiento de estos problemas que se refieren a la seguridad en condiciones de incertidumbre se denomina *confiabilidad estructural* y conlleva necesariamente el empleo de la teoría de las probabilidades. Es importante que el ingeniero maneje al menos los conceptos fundamentales de probabilidades aplicados a la seguridad de las estructuras, para poder guiar su juicio y ponderar adecuadamente el efecto de las incertidumbres en juego, al tomar una decisión de seguridad para una situación dada.

2.4 ALGUNOS CONCEPTOS DE TEORÍA DE PROBABILIDADES

Sólo recordaremos algunos conceptos muy elementales. Para el estudio más a fondo de los principios de probabilidades aplicados a problemas de ingeniería se recomienda por ejemplo, la referencia 2.1. Una *variable aleatoria* es aquella cuyo valor no puede ser fijado con precisión en el

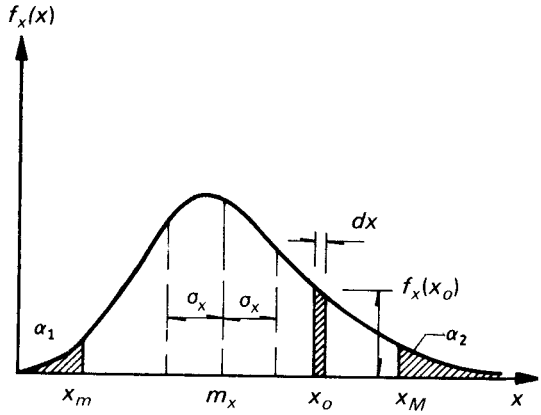


Figura 2.4. Descripción probabilista de una variable.

momento de tomar una decisión. Las probabilidades de que una variable tome diferentes valores están descritas por una función de distribución de probabilidades o función de densidad de probabilidades, $f_X(x)$, como la de la figura 2.4. Si la variable es continua, la función es tal que la probabilidad de que la variable se encuentre en un intervalo diferencial alrededor de cierto valor x_0 vale

$$P\left[x_0 - \frac{dx}{2} < x < x_0 + \frac{dx}{2}\right] = f_x(x_0)dx$$

y por tanto la probabilidad de que x tome un valor menor o igual que cierta cantidad x_m resulta

$$P[x < x_m] = \int_{-\infty}^{x_m} f_x(x)dx = Fx(x_m) \qquad 2.1$$

A la función $F_x(x)$ se le llama función de distribución acumulada de probabilidades de la variable y equivale al área sombreada e identificada con α_1 en la figura 2.4. Por lo mismo, la probabilidad de que x resulte mayor o igual que cierto valor x_M vale

$$P[x > x_M] = \int_{x_M}^{\infty} f_x(x)dx = 1 - F_x(x_M) \qquad 2.2$$

que corresponde al área sombreada α_2 de la figura 2.4.

Las características más importantes de la función de distribución de probabilidades están definidas por la posición del centroide y por el momento de inercia del área bajo la curva descrita por dicha función.

La media, o esperanza matemática, de la variable se define como

$$m_x = \int_{-\infty}^{\infty} x f_X(x)dx \qquad 2.3$$

y representa la posición del centroide del área bajo la curva. (Si la variable no es continua sino discreta, la integral se sustituye por una sumatoria).

La variancia, o segundo momento del área bajo la curva, es

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - m_x)^2 f_x(x)dx \qquad 2.4$$

Se llama desviación estándar a la raíz cuadrada de la variancia y coeficiente de variación a la relación

$$C_x = \frac{\sigma_x}{m_x} \qquad 2.5$$

La variancia, desviación estándar y coeficiente de variación miden de distinta manera el grado de incertidumbre que se tiene acerca de la variable. Si la desviación estándar es pequeña, la probabilidad de que la variable tome un valor muy alejado de su media tiende rápidamente a valores despreciables. Por el contrario, cuando la desviación estándar es alta existen probabilidades significativas de que la variable adquiera valores mucho menores y mucho mayores que la media. A los valores que tienen una probabilidad prefijada de no ser alcanzados se les denomina percentiles de la variable. En la figura 2.4, x_m representa el percentil $100\alpha_1$, de x, mientras que x_M representa el percentil $100(1 - \alpha_2)$ de la misma variable.

La probabilidad de que cierto valor de la variable sea excedido o no sea alcanzado, en un evento particular, puede expresarse en general en función del número de desviaciones estándar que dicho valor dista de la media; sin embargo, este número varía de una a otra función de densidad de probabilidades. Existen diversas funciones teóricas de distribuciones de probabilidades que son representativas de fenómenos que tienen distintas características. La función que se emplea con más frecuencia para representar el comportamiento de una variable aleatoria es la llamada distribución normal; sin embargo, un gran número de variables relacionadas con el problema de seguridad estructural tienen peculiaridades que no pueden ser representadas por una distribución normal.

Las variables que no pueden tomar valores negativos, como las que se relacionan con la resistencia, dan lugar, cuando su dispersión es grande, a distribuciones fuertemente asimétricas que se alejan de la normal y que pueden representarse generalmente por una distribución logarítmica normal (que es tal que el logaritmo de la variable tiene distribución normal). Variables que representan el máximo (o el mínimo) entre un grupo de resultados, como muchas de las que se relacionan con las cargas, tienen distribuciones que se apegan usualmente a las de la familia de las llamadas extremas.

La figura 2.5 muestra distintas funciones de distribución de probabilidades de una variable que tiene media 100 (unidades cualesquiera) y desviación estándar 50 (expresada en las mismas unidades que la media). Se aprecian diferencias sustanciales en las ordenadas de las diversas funciones, lo que se refleja en probabilidades muy distintas especialmente para valores de la variable muy alejados de la media. Por ejemplo, el percentil 99 (el valor de la variable que tiene 99% de probabilidades de no ser excedido o 1 % de ser rebasado) vale 216 si la distribución es normal, 267 si es lognormal y 257 si es extrema I de valores máximos.

Conviene ilustrar la forma en que los conceptos anteriores se aplican al estudio de alguna variable relacionada con

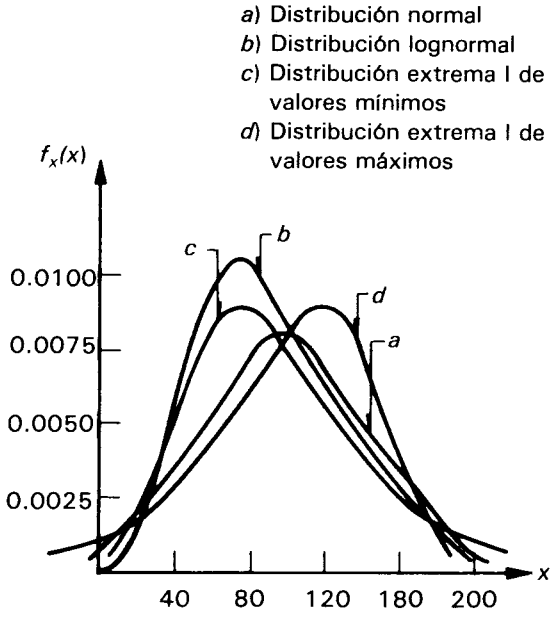


Figura 2.5. Algunas funciones de distribución de probabilidades comunes de problemas de seguridad estructural (trazadas para una variable con media $m_x = 100$ y desviación estándar $v_x = 50$).

el diseño estructural. Para verificar la calidad del acero de refuerzo para concreto de una marca y grado determinados, se ensayó una muestra de 86 barras # 4 (diámetro 1.27 cm) y grado 30 (con esfuerzo de fluencia mínimo garantizado de 3000 kg/cm^2). Mediante una prueba estándar de tensión se determinó el esfuerzo de fluencia de las 86 barras y con los resultados se construyó el histograma de la figura 2.6. Un histograma es una representación gráfica de las frecuencias con que la variable en estudio toma valores dentro de determinados interva-

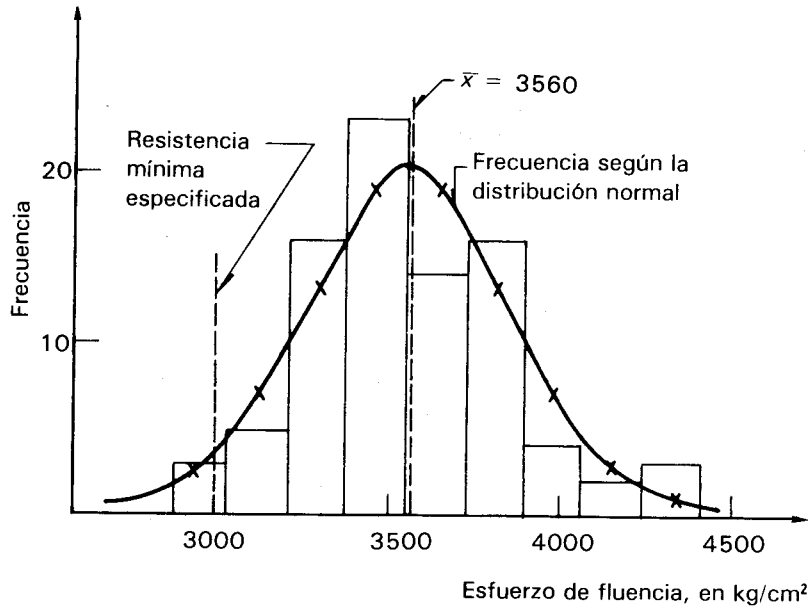


Figura 2.6. Histograma de esfuerzos de fluencia de aceros de grado 30 producidos en México.

los. Para la construcción del histograma se divide el intervalo total de valores que se tienen para la variable, en un número conveniente de intervalos parciales de amplitud constante (conviene emplear cerca de una decena de intervalos, pero pueden ser más o menos según si el número de datos es muy grande o muy pequeño). Se cuenta el número de resultados que caen dentro de cada intervalo parcial y se construye una gráfica con barras cuyo ancho es el del intervalo y cuya altura es proporcional a la frecuencia de resultados que caen en el intervalo. La forma del histograma proporciona una idea de la función de distribución de probabilidades que puede servir para describir la variable. Por otra parte, las estadísticas de los resultados de la muestra permiten hacer estimaciones de los parámetros necesarios para describir totalmente la distribución de probabilidades de la población de la cual dicha muestra es representativa.

El histograma de la figura 2.6 es ligeramente asimétrico, sesgado hacia valores grandes; sin embargo, su forma no es radicalmente distinta de la acampanada, que constituye la característica de la distribución normal, por lo que conviene intentar representarlo con dicha función. La media de la muestra,

$\bar{x}$, se obtiene como la suma de los resultados, Σx_i, dividida entre el tamaño de la muestra, n, o sea

$$\bar{x} = \frac{\Sigma x_i}{n} \qquad 2.6$$

Para los resultados en estudio se obtiene $\bar{x} = 3560$ kg/cm^2.

La variancia de la muestra, S^2, se determina como

$$S^2 = \frac{\Sigma (x_i - \bar{x})^2}{n} \qquad 2.7$$

La desviación estándar, calculada como la raíz cuadrada del valor dado por la expresión anterior, resulta $S = 295$ kg/cm^2, de la cual se obtiene un coeficiente de variación

$$C = \frac{S}{\bar{x}} = \frac{295}{3560} = 0.083 = 8.3\%$$

Un coeficiente de variación de esta magnitud implica una dispersión relativamente pequeña para la variable en cuestión, lo cual sumado a la simetría del histograma, hace esperar en una buena aproximación de la distribución normal.

Los parámetros de la distribución normal pueden obtenerse por distintos métodos de ajuste; el más sencillo consiste en igualar media y desviación estándar de la función con las obtenidas de la muestra, o sea

$$m_x = \bar{x}$$

$$\sigma_x = S$$

La función obtenida con este criterio se representa en la misma figura 2.6, de la que se aprecia que el ajuste, sin ser excelente, es aceptable. Para el estudio de la forma de manejar la distribución normal, de la forma de ajustar una distribución teórica a datos experimentales y de la de medir cuantitativamente la bondad del ajuste, se remite a cualquier texto de probabilidades y estadística (por ejemplo la referencia 2.1). Manejando la distribución de probabilidades así ajustada, puede calcularse por ejemplo la probabilidad de que una barra cualquiera extraída de la población representada por la muestra, tenga un esfuerzo de fluencia menor que el mínimo especificado para el acero en cuestión, o sea

$$P[x < x_o]; \quad x_o = 3000 \text{ kg/cm}^2$$

Para ello hay que calcular el valor correspondiente de la variable estandarizada con distribución normal

$$u = \frac{x_0 - m_x}{\sigma_x} \qquad 2.8$$

$$u = \frac{3000-3560}{295} = -1.90$$

De las tablas para la función normal estandarizada (tabla 2.3 al final del capítulo) se obtiene

$$P\,[x < 3000] = P\,[u < -1.90] = F_U(-1.90) =$$

$$0.029 = 2.9\%$$

o sea que aproximadamente 3 de cada 100 barras de esa producción no cumplen con la resistencia mínima especificada.

En un ejemplo de otro tipo, la figura 2.7 muestra un histograma de las velocidades de viento máximas anuales medidas en un observatorio meteorológico de la ciudad de México.

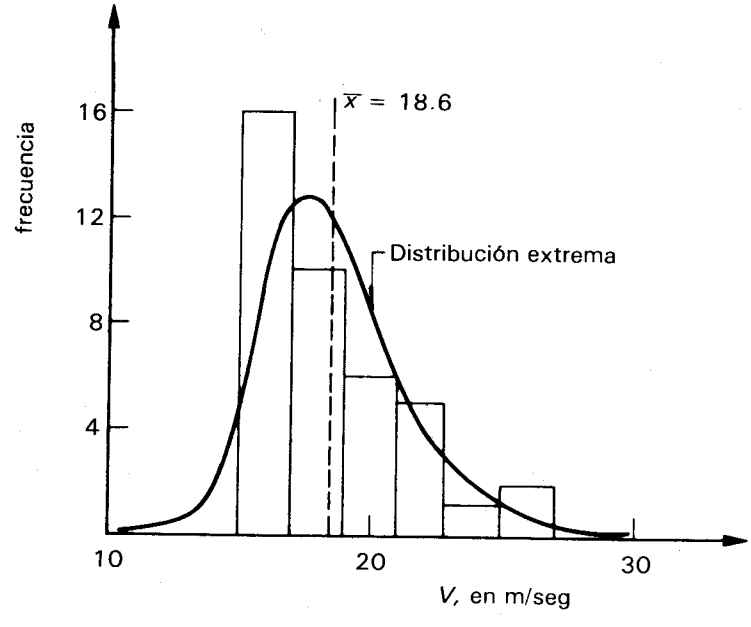


Figura 2.7. Histograma de las velocidades máximas instantáneas de viento, registradas en el Observatorio de Tacubaya en los años de 1941 a 1981. No se tiene registro de 1960. (Datos proporcionados por el Ing. N. Rodríguez C.)

El observatorio cuenta con un sistema de registro continuo de la velocidad instantánea de viento, del cual se derivan datos de velocidad máxima diaria y de ellas en este caso se tomaron en cuenta exclusivamente los máximos de cada uno de los 40 años en que se tenía el registro. El histograma construido para seis intervalos muestra una forma radicalmente distinta de la del caso anterior, ya que las frecuencias

disminuyen en forma que parece ser de tipo exponencial, a partir del valor máximo que corresponde al primer intervalo. Por el tipo de fenómeno que la variable representa, la función de distribución apropiada debería ser de la familia de las extremas, o sea de las que describen la variabilidad del máximo entre un grupo de valores. Para la velocidad máxima de viento se ha usado en diversos estudios una distribución extrema tipo II; sin embargo, para este caso se tiene un ajuste igualmente satisfactorio con una distribución extrema tipo I de valores máximos que es más sencilla de utilizar que la tipo II. Para el manejo de esta distribución véase la referencia 2.1.

De los datos resumidos en la figura 2.7 se tiene una media

$$\bar{x} = 18.6 \text{ m/seg (67 km/hora)}$$

y una desviación estándar

$$S = 2.84 \text{ m/seg}$$

de la que resulta un coeficiente de variación

$$C = \frac{2.84}{18.6} = 0.153 = 15.3\%$$

Si se emplea el procedimiento ya usado en el caso anterior para ajustar a los datos la distribución de probabilidades seleccionada, deben igualarse la media y desviación estándar de la muestra a las de la población. La función de distribución de probabilidades se expresa en términos de la variable enstandarizada

$$w = (x - u)\alpha \qquad 2.9$$

en que x es el valor de la variable original, velocidad de viento, y

$$\alpha = \frac{1.282}{\sigma_x} = \frac{1.282}{2.84} = 0.45$$

en que σ_x es la desviación estándar de la variable que se toma igual a la de la muestra. Además

$$u = m_x - \frac{0.577}{\alpha} = 18.6 - \frac{0.577}{0.45} = 17.32$$

Por tanto, la variable estandarizada w se calcula para cada valor de x como

$$w = (x - 17.32)\ 0.45$$

La función de distribución y la función acumulada para la variable estandarizada extrema I se encuentran en la tabla 2.4 al final del capítulo. La función de distribución obtenida de dicha tabla para la variable en cuestión se representa gráficamente en la figura 2.7, de la que puede apreciarse un ajuste muy aceptable.

Puede interesar calcular, por ejemplo, la probabilidad de que, en un año cualquiera, la velocidad máxima instantánea de viento exceda de 80 km/hora (22.2 m/seg). Para ello se determina el valor correspondiente de la variable estandarizada

$$w_o = (22.2 - 17.32)\, 0.45 = 2.20$$

Para el cual se obtiene de la tabla 2.4

$$F_w(2.20) = 0.8951$$

$$P\,[x > 22.22] = P[w > 2.20] = 1 - 0.8951 = 0.1049$$

o sea que hay probabilidad de aproximadamente 10 por ciento de que en un año dado se presente una velocidad de viento superior a 80 km/hora, o lo que es lo mismo, en promedio dicha velocidad se excederá cada

$$T = \frac{1}{0.1029} = 9.5 \text{ años}$$

En este tipo de problemas suelen interesar valores que tienen una probabilidad muy pequeña de ser excedidos; por ejemplo ¿qué velocidad de viento se excede en promedio cada 100 años, o sea tiene una probabilidad de ser rebasada en un año dado de 1/100 = 0.01? Una vez ajustada una función de distribución de probabilidades el cálculo se hace a partir de las tablas para la variable estandarizada. En este caso hay que buscar el valor de w_o tal que

$$P\,[w > w_o] = 0.01$$

o sea tal que

$$P\,[w < w_o] = F(x_o) = 0.99$$

De la tabla 2.4 se encuentra

$$w = 4.6$$

por tanto, despejando de la ecuación 2.9

$$x_o = \frac{w_o}{0.45} + 17.32 = \frac{4.6}{0.45} + 17.32 = 27.5 \text{ m/seg}$$

o sea que la velocidad que se excede en promedio cada 100 años vale 27.5 m/seg (99.1 km/hora). Este valor se encuentra muy arriba en la cola superior de la distribución de probabilidades y muy afuera del intervalo en que se encontraban los datos que sirvieron de base para la determinación de dicha función. En estos casos, como se ha dicho, el resultado que se obtiene suele variar significativamente según cuál sea la función que se ajuste y es, en general, poco confiable. Desgraciadamente, en los problemas de seguridad estructural casi siempre interesan valores que se encuentran muy alejados de la media, en las colas superior o inferior de la distribución de probabilidades, por lo cual los resultados se ven muy influidos por las hipótesis que se hagan acerca de la función de probabilidades que describe el fenómeno.

En las variables que intervienen en el diseño existen incertidumbres que provienen tanto de su variabilidad intrínseca por factores que están fuera del control del proyectista, como del desconocimiento que se tiene de alguna característica del fenómeno que genera la variable; provienen además de la falta de precisión de los métodos de cálculo empleados.

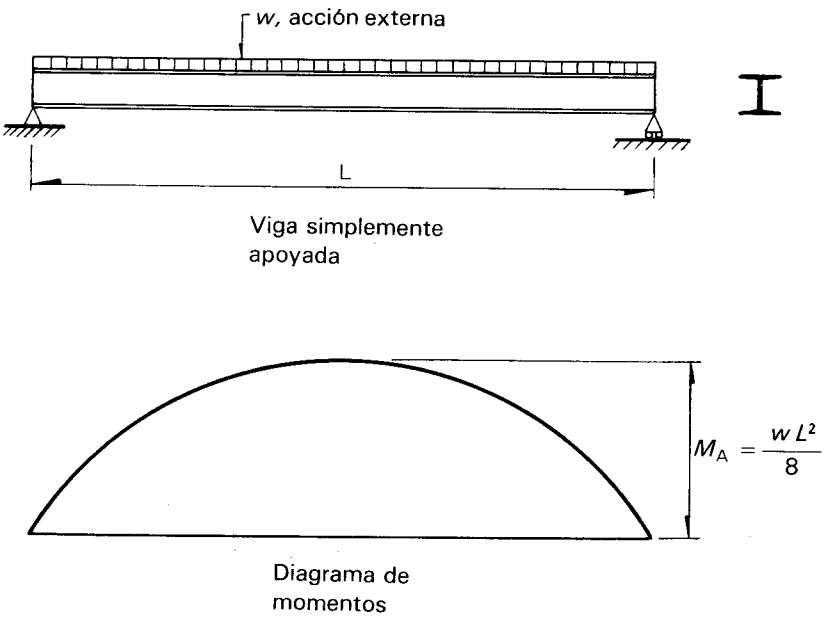
Debido al gran número de variables que intervienen en el diseño y a las incertidumbres significativas de éstas y debido a que las estructuras reales son sistemas complejos, cuya posibilidad de falla depende del comportamiento de un gran número de elementos ante diferentes combinaciones de acciones, el problema de determinar la probabilidad de falla de una estructura es muy complejo y no se presta a generalizaciones. Para los propósitos que se persiguen en este capítulo, bastará hacer un planteamiento muy simplista, según el cual la seguridad de una estructura depende de los valores relativos de solamente dos variables, una que representa la resistencia del sistema, R, y otra que es una medida del efecto de las acciones externas, S. Ambas variables se expresan en las mismas unidades y pueden referirse, por ejemplo, al momento flexionante actuante y al resistente en la sección crítica de una viga de acero como la mostrada en la figura 2.8. Ambas variables son aleatorias y su distribución de probabilidades depende de la de todas las variables que intervienen en la determinación de cada una de ellas. Se presentará la falla si la resistencia resulta menor que el efecto de la acción.

En el diseño se pretende limitar la probabilidad de falla a un valor suficientemente pequeño, P_F, que representa la probabilidad de que ocurra el evento

$$R < S$$

o sea

$$P_F = P[R < S] \qquad 2.10$$



M_A = fuerza interna actuante en la sección crítica = $\frac{wL^2}{8}$
M_R = Momento resistente de la sección = $S \cdot f_y$
S = Módulo de sección
f_y = Esfuerzo de fluencia del acero
P_F = Probabilidad de falla
$P_F = P(M_R < M_A)$

Figura 2.8. Planteamiento de la probabilidad de falla de una viga de acero simplemente apoyada bajo carga uniformemente distribuida.

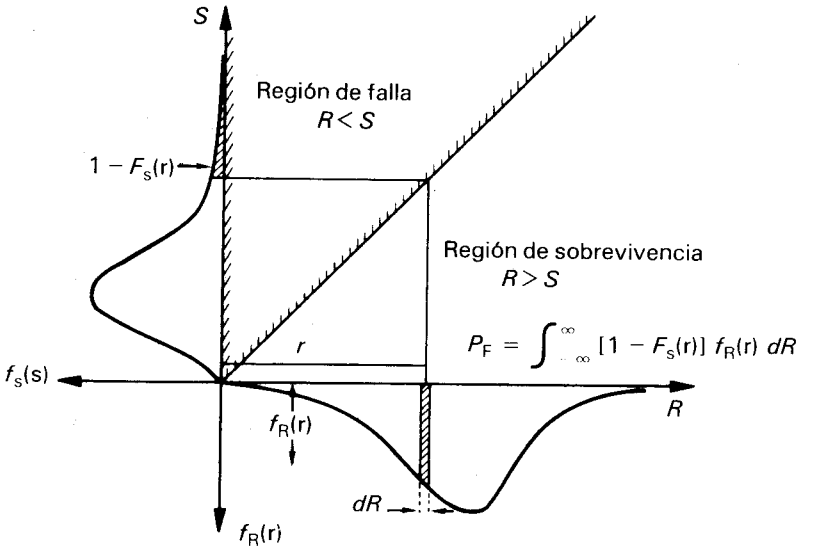


Figura 2.9. Representación de la región de falla y determinación de la probabilidad de falla.

En el ejemplo de la figura 2.8, la falla ocurre si el momento resistente en la sección crítica es menor que el momento flexionante que actúa en dicha sección (el centro del claro) debido a la carga aplicada w.

El problema se ilustra en la figura 2.9, donde en el eje de las ordenadas se representa el valor que puede adquirir S y en las abscisas el de R. La probabilidad de ocurrencia de un

valor particular de cada variable está descrita por sus respectivas distribuciones de probabilidades, también mostradas en la misma figura. Una situación particular de una estructura ante un estado de acciones dado está representada por una pareja de valores (R, S). Si esta pareja es tal que $R < S$, la situación corresponderá a una falla; en caso contrario a una condición de sobrevivencia. Ambas situaciones están representadas en la figura por dos regiones separadas por una recta a 45° que sale del origen.

Para un valor particular de la resistencia, $R = r$, la probabilidad de falla es igual a la probabilidad de que la variable S exceda al valor $S = r$, la cual queda definida por la zona sombreada de la distribución de probabilidades de S y, más precisamente, vale $1 - F_s(r)$, donde $F_s(r)$ es la distribución acumulada de probabilidades de S hasta el valor r. Considerando que R puede tomar diversos valores, cada uno con una probabilidad definida por su distribución de probabilidades $f_R(r)$, se tiene

$$p_F = \int_{-\infty}^{+\infty} [1 - F_S(r)] f_R(r) dR \qquad 2.11$$

En términos aproximados dicha probabilidad depende de los valores relativos de las medias de ambas variables y de sus desviaciones estándar. La relación entre las medias, m_R/m_S, representa un factor de seguridad central, o sea mide en qué grado la media de la resistencia excede a la de la acción; mientras mayor sea esta relación, menor será la probabilidad de falla. Las desviaciones estándar de las variables miden su incertidumbre y al crecer cualquiera de las dos desviaciones estándar aumenta la probabilidad de falla.

Una representación diferente del problema se muestra en la figura 2.10 en la que las dos variables, R y S, se ubican en el mismo eje de las abscisas y sus respectivas distribuciones de probabilidades en las ordenadas. Si la media de la resistencia es muy superior a la de la acción, para que ocurra

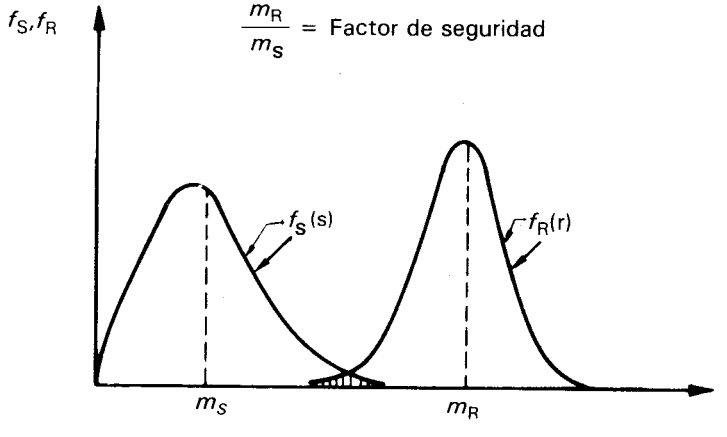


Figura 2.10. Representación del problema de seguridad estructural con las dos variables en un mismo eje.

una falla debe presentarse un valor de la acción muy arriba en la cola superior de su distribución de probabilidades, simultáneamente a la ocurrencia de un valor de resistencia muy abajo en la cola inferior de su distribución de probabilidades. Para una forma dada de la distribución de probabilidades de ambas variables, la probabilidad de falla es proporcional al área sombreada en la figura 2.10.

A la probabilidad de que la estructura no falle, $1 - P_F$, se le llama *confiabilidad* de la estructura y el término confiabilidad estructural se ha adoptado para indicar el estudio con bases probabilistas de la seguridad de las estructuras, el cual lleva a la determinación racional de los factores de seguridad que deben adoptarse en el diseño.

Para lograr una confiabilidad prefijada, se requiere adoptar cierto factor de seguridad que será mayor mientras mayores sean las desviaciones estándar de la resistencia y de la acción, o sea mientras mayor sea la incertidumbre que existe en las variables que intervienen en la seguridad.

Existen procedimientos aproximados relativamente sencillos para determinar el factor de seguridad necesario para lograr una confiabilidad dada. Estos procedimientos han sido empleados en la elaboración de algunos códigos de diseño. Una aplicación relativa al Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal se encuentra en la referencia 2.2.

2.5 OPTIMACIÓN ESTRUCTURAL

Se ha hablado repetidamente de seguridad adecuada o de confiabilidad adecuada, pero queda por contestar la pregunta. ¿Cuál es la seguridad adecuada? Si se ha aceptado que, cualquiera sea el factor de seguridad que se adopte, siempre existirá una probabilidad de falla finita para la estructura, y si reconocemos que un incremento en el factor de seguridad lleva siempre aparejado un aumento en el costo de la estructura, se deduce que se trata de un problema de optimación, o sea que se debe buscar el factor de seguridad óptimo que equilibra la seguridad de la estructura con su costo. Para plantear el problema correctamente es necesario definir una función objetivo, la cual se pretende optimar. El planteamiento más sólido es el que consiste en hacer mínimo el costo total de la obra, C_T, pero incluyendo en él una medida del daño probable causado por las posibles fallas.

De una manera simplista la función objetivo se puede hacer igual a la suma del costo de la estructura, C_0, más el costo, D, de las consecuencias de la falla en caso de que se rebase el estado límite en cuestión, multiplicado por la probabilidad de

que se rebase dicho estado límite, o probabilidad de falla, P_F. El costo total se expresa por tanto como

$$C_T = C_o + D \cdot P_F \qquad 2.12$$

El término $D \cdot P_F$ representa el valor esperado de los daños debidos a la posible falla y disminuye al crecer el factor de seguridad que se adopta en el diseño. Debido a que las colas de las distribuciones de probabilidades tienen ordenadas que disminuyen en forma exponencial a medida que la variable se aleja de la media, la probabilidad de falla decrecerá también en forma exponencial al aumentar el factor de seguridad, de la manera que se representa cualitativamente en la figura 2.11.

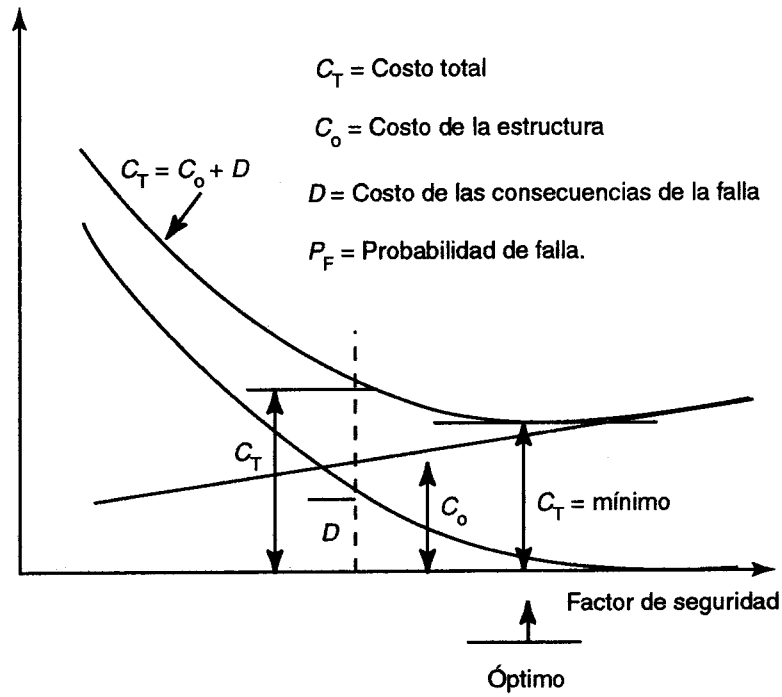


Figura 2.11. Representación del problema de optimación de la seguridad.

El costo de la estructura por otra parte crecerá a medida que se aumente el factor de seguridad adoptado en el diseño, ya que esto implicará mayores dimensiones de los elementos estructurales o la adición de nuevos miembros a la estructura. De los estudios que se han hecho para verificar el costo de estructuras diseñadas con diferentes factores de seguridad se ha encontrado que la relación costofactor de seguridad es aproximadamente lineal, en la forma que se representa también en la figura 2.11. La suma de los dos términos proporciona el costo total para el cual puede identificarse un mínimo, sea matemáticamente o de manera gráfica como en la figura 2.11. Este mí-

nimo define el factor de seguridad óptimo que debería emplearse en el diseño.

El planteamiento cuantitativo del problema anterior para un caso particular se enfrenta a dificultades para asignar valores específicos a las variables en juego. En especial los relacionados con el término $D \cdot P_F$. El cálculo de la probabilidad de falla resulta, como se ha dicho, prácticamente imposible de realizar para los sistemas complejos que constituyen las estructuras reales. El costo de las consecuencias de la falla debe incluir aspectos muy difíciles de representar en términos monetarios, como la pérdida de prestigio de los proyectistas, constructores y propietarios y como los daños a la salud de los ocupantes. Sin embargo, aunque no se pretenda dar valores cuantitativos a los parámetros que definen los factores que intervienen en la ecuación 2.11, es importante visualizar de esta manera el problema para evaluar en qué casos se requiere incrementar o disminuir los factores de seguridad con respecto a los usuales.

El factor de seguridad óptimo depende primariamente de las consecuencias de la falla, medidas por el parámetro D en el planteamiento adoptado. Las consecuencias de una falla estructural dependen de un buen número de factores como son:

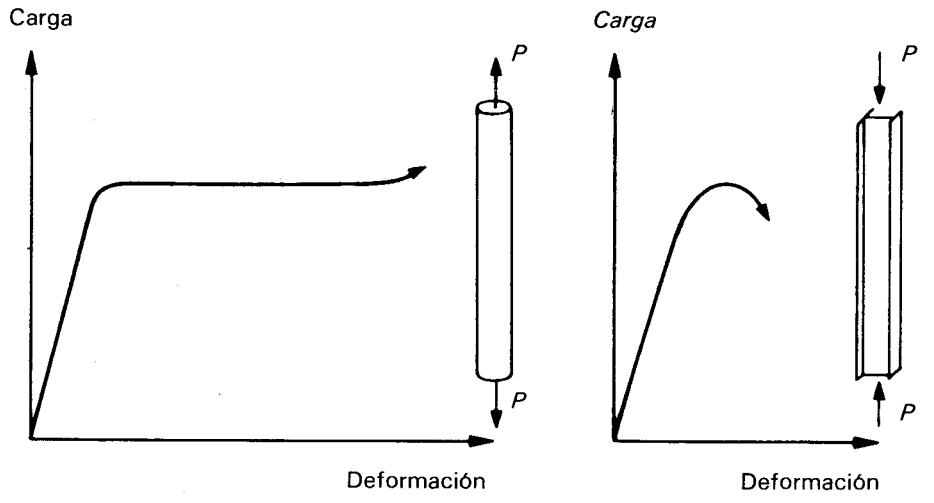
a) La porción de la estructura afectada por la falla. Así la falla en una viga secundaria acarrea, a lo más, el colapso de una zona reducida. La falla de una columna de planta baja puede acarrear el colapso de una porción muy grande del edificio a lo alto de todos los pisos.

b) El costo de lo que puede dañarse en la construcción por la falla en cuestión. Así las consecuencias de la falla de un piso que contenga equipo muy valioso son muchas veces superiores a las de otro destinado a almacenar chatarra.

c) El número de personas cuya seguridad se pone en peligro. Por ejemplo, el número de personas afectadas por la falla de las gradas de un estadio es muy superior al que puede verse involucrado en la falla del techo de un establo.

d) Las consecuencias de la interrupción del servicio que proporciona la construcción. La falla en una subestación eléctrica es en este sentido más grave que la de una casa habitación.

e) La forma de falla en cuanto a si ésta es frágil o dúctil. Es importante aquí distinguir entre un modo de falla frágil, o sea aquel que ocurre en forma brusca y sin aviso, y un modo de falla dúctil, en el cual al llegar una sección o un elemento a un estado límite, ésta no pierde bruscamente capacidad de carga y presenta un colapso, sino que es capaz de mantener su carga máxima para deformaciones mayores que las que correspondieron inicialmente a la ocurrencia del estado límite.



a) Falla dúctil

b) Falla frágil

Figura 2.12. Modos de falla dúctil y frágil.

Las dos situaciones pueden visualizarse a través de las curvas carga-deformación respectiva, en la forma mostrada en la figura 2.12. La curva *A* es representativa de una barra de acero sujeta a tensión en la cual, por las características del material, al llegar la carga a cierto valor ocurre la fluencia, lo que se considera como el límite de la capacidad del elemento. Sin embargo, el que la barra llegue a la fluencia no da lugar a un colapso inmediato del elemento, sino que éste puede mantener la carga de fluencia para deformaciones decenas de veces superiores a aquella para la cual inicialmente ocurrió la fluencia y, más aún, ser capaz de soportar cargas mayores antes del colapso, debido al endurecimiento del acero.

La curva *B* corresponde a una columna larga de acero sujeta a una carga axial de compresión. En este caso, debido a las proporciones de la barra, la falla ocurre por pandeo de la columna antes que se alcance la fluencia del acero en alguna sección. Cuando la curva alcanza el valor llamado carga crítica de pandeo, la columna se flexiona lateralmente en forma brusca y pierde rápidamente toda capacidad de carga. Obviamente, las consecuencias de la falla deben ser radicalmente distintas en los dos casos. La falla dúctil proporciona un aviso previo que permite tomar medidas para evitar el colapso final y proceder al robustecimiento de la estructura. En general, este tipo de falla tendrá sólo consecuencias económicas debidas al costo de reparación. Más aún, en estructuras hiperestáticas, la falla dúctil da lugar a redistribuciones de esfuerzos que alivian las fuerzas internas en las secciones más críticas y permiten que otras secciones de la estructura inicialmente no críticas colaboren a la capacidad global hasta la formación de un mecanismo (ver capítulo 5). Estas ventajas no existen cuando el modo

de falla es frágil y las consecuencias de la falla serán, a igualdad de otras condiciones, más graves.

Además de las consecuencias de la falla existe otro aspecto que influye en el valor del factor de seguridad óptimo: el costo de incrementar la seguridad. En el planteamiento presentado, esto equivale a la pendiente de la recta que relaciona el costo con el factor de seguridad. Examinando la figura 2.11, se aprecia que el factor de seguridad óptimo crece al aumentar la pendiente de dicha recta. Existen estructuras en que el costo de aumentar la seguridad es relativamente pequeño, comparado con el costo total de la construcción y el de los posibles daños. En otras situaciones, por el contrario, lograr un aumento en la seguridad implica un incremento considerable en el costo o una interferencia con los otros aspectos del proyecto. Tómese como ejemplo un sistema de piso cuyas vigas principales son perfiles laminados de acero. Un ligero incremento en el factor de seguridad en una sección crítica puede llevar a la necesidad de cambiar el peralte del perfil, no sólo en esa sección y en ese elemento, sino posiblemente en todas las vigas del piso por la conveniencia constructiva de mantener los mismos niveles en los lechos superior e inferior del sistema de piso. Esto implica un aumento considerable en el costo de la estructura y de diversos elementos no estructurales, tales como fachadas e instalaciones cuyas dimensiones están regidas por la altura del sistema de piso.

Los redactores de los códigos de diseño toman en cuenta, a veces en forma cuantitativa y con más frecuencia sólo cualitativamente, los aspectos anteriores para fijar los factores de seguridad que deben adoptarse en diferentes situaciones. El proyectista deberá juzgar si su caso particular corresponde a alguna de las situaciones generales previstas por el código y emplear los factores de seguridad correspondientes. Deberá, además, estar capacitado para juzgar si algunos aspectos de su proyecto son radicalmente distintos de lo usual, por ejemplo si las consecuencias de la falla son extraordinariamente graves, si el costo de incrementar la seguridad ante un estado límite particular es muy pequeño, o si el grado de incertidumbre en una variable que afecta la acción o la resistencia es mayor que lo normal. En estos casos deberá adoptar un factor de seguridad mayor que el especificado por el código.

Para un tratamiento más riguroso y completo de los aspectos de confiabilidad estructural, se recomienda la referencia 2.3. Para una presentación más completa de los factores que intervienen en el proceso de decisión sobre la seguridad y de las incertidumbres involucradas en la determinación de las acciones y la resistencia, puede verse la referencia 2.4.

Se afirma con frecuencia que los factores de seguridad que se emplean en el diseño son *"factores de ignorancia"* que cubren la falta de un conocimiento preciso del problema. Una

forma muy aguda de expresar lo anterior es la afirmación siguiente: "*El diseño estructural es el arte de usar materiales que en realidad no conocemos para formar estructuras que en realidad no podemos analizar, de manera que resistan cargas que en realidad no podemos evaluar, todo esto en modo tal que el público no se dé cuenta de nuestra ignorancia*". Esta afirmación es muy instructiva en cuanto a que destaca el hecho de que siempre estamos trabajando con variables aleatorias que tienen cierto grado de incertidumbre. Sin embargo no debe interpretarse de manera negativa, en el sentido de que, independientemente de lo que hagamos siempre tendremos graves incertidumbres que podremos cubrir empleando factores de seguridad altos. El proyectista tiene la obligación moral de minimizar la incertidumbre en los diversos aspectos del diseño, con todos los medios a su alcance dentro de las limitaciones de tiempo y recursos que pueden destinarse al proyecto. Debe conseguir toda la información posible acerca de las condiciones locales (ambientales, del suelo, etc.) y de los aspectos relativos al funcionamiento de la obra, así como las correspondientes a los materiales y procedimientos constructivos que pueden emplearse. También debe usar los métodos de análisis y dimensionamiento más precisos compatibles con la aproximación de los datos que se están manejando. Los factores de seguridad no deben cubrir la ignorancia o el descuido del proyectista, sino solamente aquella incertidumbre que se deriva de factores que el estado de conocimientos de la profesión o la situación particular de la obra no permiten superar.

Los factores de seguridad tampoco protegen contra errores de construcción, contra el empleo de materiales de calidad diferente a la especificada o de procedimientos constructivos que den lugar a que la estructura esté en condiciones distintas a las especificadas por el proyecto. Tampoco pueden absorber diferencias en el uso de la construcción que den lugar a acciones más desfavorables que las supuestas en el diseño. Resumiendo, los factores de seguridad especificados por los reglamentos pretenden cubrir sólo la variabilidad normal de las acciones y resistencias y no proteger contra errores o diferencias significativas entre lo proyectado y lo construido.

2.6 ACCIONES

Conviene tratar ahora algunos aspectos de las acciones que son básicos para el planteamiento y justificación de los procedimientos de diseño especificados por los reglamentos. La forma particular de considerar en el diseño las principales acciones se describe en el capítulo siguiente. Los aspectos

que es necesario tratar aquí se refieren a la definición de qué acciones deben considerarse en el diseño, cómo se clasifican, cómo se modelan para el análisis de sus efectos, qué magnitud de la acción debe considerarse en el diseño y cómo deben combinarse las diferentes acciones para considerar su efecto conjunto.

Una de las primeras tareas del proyectista es la de hacer una determinación de todas aquellas acciones que pueden afectar la estructura en cuestión, ocasionando en ella efectos significativos. Pueden hacerse clasificaciones de las acciones de acuerdo con un sinnúmero de criterios diferentes: según el origen de las acciones, como cargas muertas, cargas de funcionamiento y efectos ambientales; según la forma en que actúan las acciones, en estáticas, dinámicas y de impacto. Desde el punto de vista de la seguridad estructural y de los criterios de diseño, la más conveniente es la clasificación con base en la duración con que obran sobre la estructura con una intensidad cercana a la máxima. Siguiendo este criterio el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (referencia 2.5) distingue los siguientes tipos de acciones:

a) *Acciones permanentes.* Son aquellas que obran en forma continua sobre la estructura y cuya intensidad puede considerarse que no varía con el tiempo. Entran en esta categoría: las cargas muertas, debidas al peso propio de la estructura y al de los elementos no estructurales de la construcción; el empuje estático de líquidos y tierras que tenga un carácter permanente; las deformaciones y los desplazamientos impuestos a la estructura, tales como los debidos al efecto del presfuerzo, a movimientos diferenciales permanentes de los apoyos y a la contracción por fraguado del concreto.

b) *Acciones variables.* Son aquellas que obran sobre la estructura con una intensidad variable con el tiempo, pero que alcanzan valores significativos durante lapsos grandes. Se incluyen en esta categoría: las cargas vivas, o sea aquellas que se deben al funcionamiento propio de la construcción y que no tienen carácter permanente; los efectos de cambios de temperatura y los de cambios volumétricos que tienen carácter variable con el tiempo.

c) *Acciones accidentales.* Son aquellas que no se deben al funcionamiento normal de la construcción y que pueden tomar valores significativos sólo durante pequeñas fracciones de la vida útil de la estructura. Se incluyen en esta categoría acciones excepcionales, como sismos, viento, oleaje y explosiones.

Las acciones se deben a fenómenos físicos generalmente complejos y para poder evaluar su efecto en la estructura se

requiere un modelo de dichas acciones. El modelo consiste usualmente en un sistema de fuerzas concentradas, lineales o uniformemente distribuidas que pretenden reproducir el efecto de las acciones. En otros casos el modelo está constituido por una serie de deformaciones impuestas. En caso de acciones dinámicas, el modelo puede ser un sistema de fuerzas equivalentes o una excitación propiamente dinámica descrita por medio de una ley de variación con el tiempo de las deformaciones impuestas a la estructura. Así, por ejemplo, se puede modelar la carga viva sobre la losa de un edificio como una carga uniformemente distribuida, la carga viva en puentes como un sistema de cargas concentradas, la carga de un muro sobre una losa como una carga linealmente distribuida. Los modelos de acciones que se emplean en el diseño a veces son simplificaciones excesivamente burdas del fenómeno real que pueden conducir a errores importantes.

La clasificación anterior se basa en la variación de la intensidad de las acciones con el tiempo. Estrictamente, los tres tipos de acciones varían con el tiempo, aun las cargas permanentes. Por ejemplo, la carga muerta varía con el tiempo debido a los cambios de humedad y al desgaste de los materiales por uso o intemperismo; en forma esquemática la variación de la carga muerta con el tiempo puede representarse como en la figura 2.13a. Por otra parte, las cargas variables modifican su intensidad de manera más marcada con el tiempo; por ejemplo la carga viva en la losa de un edificio suele variar en la forma mostrada en la figura 2.13b. Esto se debe a que está compuesta por una parte semipermanente correspondiente al peso de muebles y equipo, la cual varia significativamente sólo cuando hay cambios en el tipo de ocupación del inmueble, y por otra porción debida al peso de personas y equipo móvil, que tiene variaciones continuas y significativas. La variabilidad de las acciones accidentales con el tiempo es del tipo de la mostrada en la figura 2.13c, donde la intensidad de la acción se representa por picos en lapsos muy cortos y espaciados en el tiempo, mientras que en el resto, la intensidad puede considerarse nula, ya que no produce efectos significativos. Esta variabilidad de las acciones con el tiempo es particularmente importante para definir la forma en que deben superponerse las distintas acciones cuando debe considerarse su efecto conjunto en el diseño de una estructura.

Para el proyectista los tres tipos de carga son variables aleatorias, ya que se tienen incertidumbres de distinto tipo para determinar el efecto de dichas acciones sobre las estructuras. Aunque puede considerarse que una acción permanente tiene una intensidad constante con el tiempo, esto no significa que dicha intensidad pueda predecirse con exactitud. Las fuentes de incertidumbre se refieren a la variabilidad propia del fenómeno que produce la acción, a la falta de información dis-

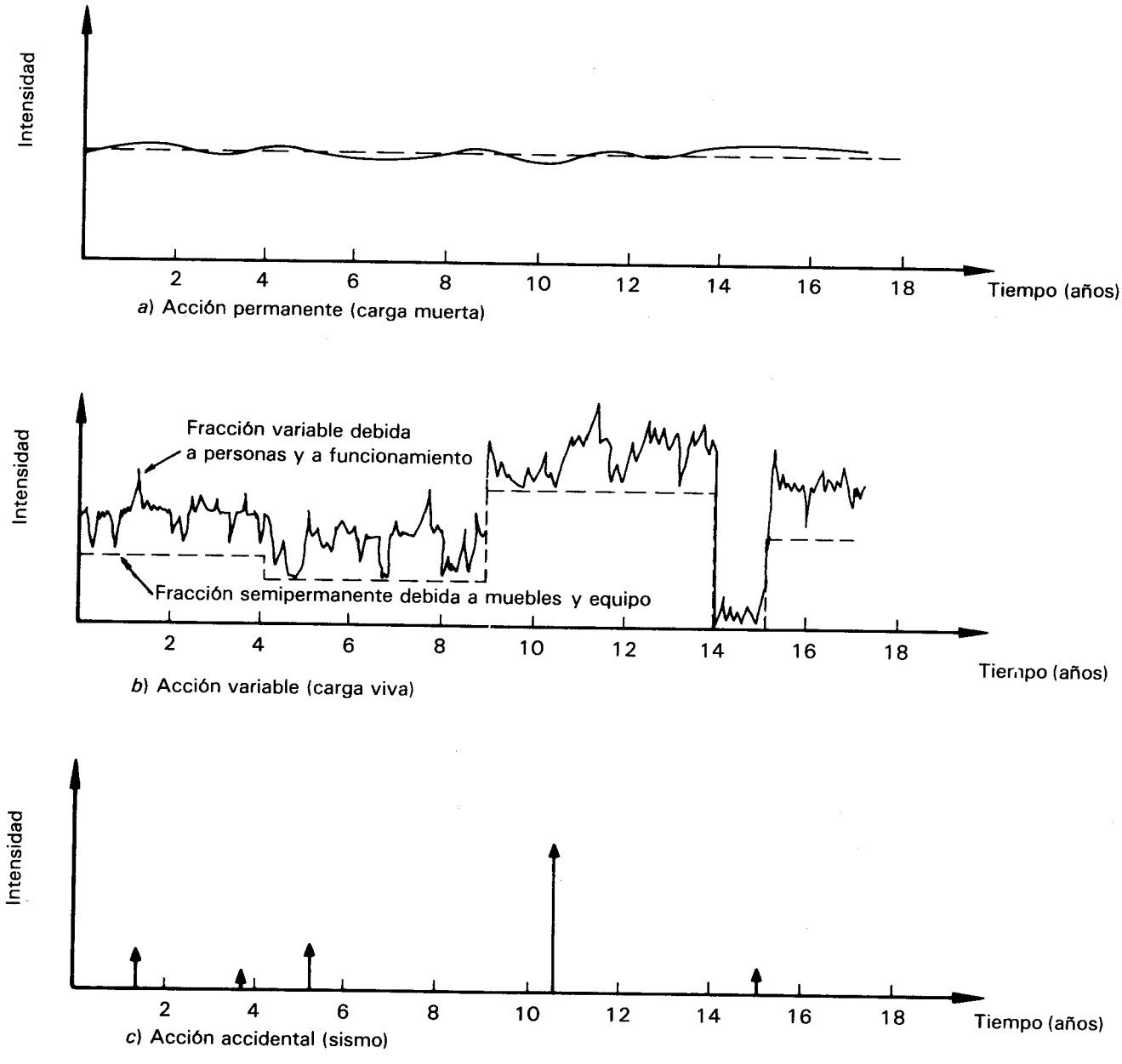


Figura 2.13. Variación con el tiempo de acciones permanentes, variables y accidentales.

ponible para el proyectista acerca de las características del fenómeno para la situación particular de su construcción y a la falta de precisión con que se realiza el análisis de los efectos de la acción sobre la estructura. Tómese, por ejemplo, el problema de calcular los efectos del viento sobre la estructura. La acción del viento depende principalmente de la velocidad del aire y se requiere estimar la velocidad máxima de viento que puede presentarse durante la vida útil de la construcción. Evidentemente el fenómeno es aleatorio, pero la incertidumbre en fijar dicho valor puede reducirse grandemente si se cuenta con datos meteorológicos confiables y que cubren un periodo suficientemente largo, los cuales permitan establecer la distribución de probabilidades de dicha variable, por ejemplo en

la forma ilustrada en la figura 2.7. Aun conociendo con precisión la velocidad máxima de viento, no podría calcularse con exactitud su efecto en la estructura: el cálculo requiere un modelo teórico que relacione dicha velocidad con las fuerzas que se ejercen sobre la estructura. Los modelos que se emplean son necesariamente simplistas. Consisten generalmente en considerar un empuje uniforme por unidad de área expuesta al viento, y pueden existir diferencias importantes entre el efecto predicho y el que realmente produce un viento de características conocidas. Finalmente, el análisis de las fuerzas internas que el sistema de cargas equivalentes produce sobre la estructura se hace sobre un modelo frecuentemente también muy simplista de la estructura; por tanto, habrá también diferencias entre las fuerzas internas calculadas y las que el sistema de cargas supuesto produciría en la estructura real.

Para tomar en cuenta la incertidumbre en el conocimiento de las acciones, los reglamentos especifican valores de diseño que son conservadores, o sea, valores que tienen una probabilidad pequeña de ser excedidos del lado desfavorable. Este procedimiento no necesariamente es el más racional, ya que podrían tomarse valores medios o esperados de las acciones y considerar su incertidumbre con un solo factor de seguridad global.

Los valores de diseño de las acciones especificadas por la mayoría de los códigos no están en general determinados con una base probabilista racional, sino que se fijan a partir de la experiencia de diseños anteriores o del juicio de los codificadores. Debido a que no todas las cargas que pueden tener que considerarse en un proyecto están fijadas por códigos o especificaciones, es muy conveniente que el proyectista tenga conocimiento de los criterios con que se determinan las acciones de diseño.

Es poco frecuente el caso en que pueda establecerse un límite superior que tenga una probabilidad nula o prácticamente nula de ser excedido por la acción en cuestión. Sin embargo, a veces existen limitaciones físicas que impiden que la acción exceda de cierto valor; por ejemplo el empuje hidrostático en un recipiente abierto no puede exceder al correspondiente al nivel de líquido que llena totalmente el recipiente y ése puede establecerse como valor de diseño. En otras situaciones existen, o conviene colocar, elementos cuya falla limita el valor de la acción que puede transmitirse a la estructura. Por ejemplo, si una carga se aplica a una estructura a través de tirantes que tienen una capacidad que puede predecirse con buena precisión, la carga máxima que puede introducirse en la estructura es la que corresponde a la falla de los tirantes.

Existen situaciones en que, según el uso y operación que se dé a la construcción, la magnitud de las acciones

puede variar en órdenes de magnitud y en que sería antieconómico diseñar la estructura para el uso más desfavorable que se puede imaginar. Conviene entonces fijar un valor convencional para la carga de diseño, el cual no pueda ser razonablemente excedido en una operación normal del edificio y dejar claramente establecida la responsabilidad del usuario de no dar a la construcción usos que lleven a exceder a dicho valor. Tómese, por ejemplo, el caso de un edificio destinado a bodega de usos múltiples. No sería económico diseñar la estructura considerando que todos los pisos se fueran a llenar de piso a techo de un material sumamente pesado, acero o mercurio. Usualmente se especifica una carga viva convencional, por ejemplo 800 kg/m^2, se consigna en planos el valor de diseño considerado y se recomienda al usuario colocar avisos que muestren la carga máxima que puede colocarse en diferentes zonas de la construcción. Otro caso del mismo tipo es el de diseño de la estructura de muelles contra el impacto de barcos al atracar. No es económico diseñar para el caso de que un barco de gran calado llegue a golpear de punta a su máxima velocidad. Se suele especificar un ángulo máximo de atraque (15^o por ejemplo) y una velocidad máxima (2m/seg) para el barco de mayor calado admitido en el puerto. Nuevamente se especifica claramente cuál es la condición más desfavorable aceptada en el diseño y cualquier situación que la exceda está fuera de la responsabilidad del proyectista y suele ser penada legalmente.

Para un tratamiento lógico del problema de seguridad estructural, es necesario que todas las cargas que se usan en el diseño estén determinadas con un criterio racional y coherente, de manera que el grado de seguridad implícito en cada valor de diseño sea uniforme. Diversos reglamentos recientes han tratado de proceder en esa forma determinando las cargas de diseño a partir de modelos probabilistas de las variables, establecidos con base en el conocimiento del fenómeno físico y en la información estadística existente, para determinar un valor que tenga una probabilidad prefijada de ser excedido.

El Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (RCDF, referencia 2.5) define el valor de la carga que debe emplearse en el diseño, llamado en ese reglamento valor nominal, como aquel que tiene una probabilidad de dos por ciento de ser excedido durante la vida útil de la estructura (percentil 98). El modelo de código europeo Eurocódigo 1 (véase referencia 2.6) establece ese percentil en 95.

La determinación de las cargas de diseño con ese criterio se enfrenta a serias dificultades debidas a la complejidad de los fenómenos físicos que causan las acciones a la escasez de la información estadística necesaria para determinar los parámetros de la distribución de probabilidades

de la variable, para un periodo considerablemente grande como el que corresponde a la vida útil de la construcción.

Existen casos en que el fenómeno se puede modelar en función de una sola variable principal sobre la cual es posible recabar información estadística suficiente para definir su variabilidad. Considérese la acción debida al peso propio de una estructura de concreto; ésta depende de las dimensiones de los elementos y del peso volumétrico del concreto. Para el concreto simple los manuales suelen especificar un peso volumétrico de 2200 kg/m^3. Sin embargo, hay una variación no despreciable en esta propiedad dependiendo principalmente del tipo de agregados que se emplean y, en forma menos importante, de la dosificación y del grado de compactación del concreto. En una obra de gran magnitud, como podría ser la construcción de la cortina de una presa, pueden fijarse con precisión los bancos de agregados que se van a utilizar y realizar mezclas preliminares con fines a determinar las propiedades de los concretos obtenidos con dichos materiales específicos; entre otras el peso volumétrico.

En obras urbanas es poco factible en la etapa de proyecto conocer cuáles son las fuentes de aprovisionamiento de materiales para concreto, y es necesario recurrir a datos de carácter general.

La tabla 2.1 consigna los pesos volumétricos determinados en 48 mezclas distintas de concretos elaborados por siete plantas de premezclado establecidas en el valle de México, las cuales recurrieron a más de una decena de bancos

Tabla 2.1 Pesos volumétricos de concretos fabricados con diferentes dosificaciones

Identificación	*Peso volumétrico kg/m^3*	*Identificación*	*Peso volumétrico kg/m^3*	*Identificación*	*Peso volumétrico kg/m^3*
1—1	2104	1—17	2207	3—2	2130
1—2	2124	1—18	2158	3—3	2017
1—3	2144	2—1	2122	3—4	2191
1—4	2120	2—2	2149	4—1	2171
1—5	2193	2—3	2175	4—2	2130
1—6	2079	2—4	2163	4—3	2083
1—7	2162	2—5	2121	4—4	2139
1—8	2082	2—6	2176	5—1	2184
1—9	2198	2—7	2141	5—2	2120
1—10	2089	2—8	2067	5—3	2147
1—11	2131	2—9	2177	5—4	2174
1—12	2126	2—10	2095	6—1	2113
1—13	2215	2—11	2116	6—2	2156
1—14	2140	2—12	2108	6—3	2159
1—15	2154	2—13	2088	7—1	2116
1—16	2132	3—1	2171	7—2	2141

Tamaño de la muestra n = 48 Desviación estándar S_x = 39.8 kg/m^3

Media x = 2138kg/m^3 Coeficiente de variación C_x = 1.86%

diferentes de grava y arena para elaborar concretos con resistencias especificadas entre 200 y 300 kg/cm^2. De dichos datos se obtienen las siguientes estadísticas, para el peso volumétrico

$$\begin{aligned} \bar{x} &= 2137 \text{ kg/m}^3 \\ S_x &= 39.4 \text{ kg/m}^3 \\ C_x &= 1.84\% \end{aligned}$$

Se aprecia que la variación de esta propiedad es muy pequeña (da lugar a un coeficiente de variación de solamente 1.84%). El histograma de la figura 2.14 indica una distribución no muy despegada de la normal, por lo cual el percentil 98 se determina como

$$x_M = m_x + 1.98\,\sigma_x \qquad 2.12$$

Si la media y la desviación estándar de la población se toman iguales a los de la muestra, se obtiene

$$x_M = 2137 + 1.98 \times 39.8 = 2215 \text{ kg/m}^3$$

No siempre resulta más desfavorable que una acción tome un valor muy grande; hay situaciones en que mientras menor es el valor de una acción, más se pone en peligro la seguridad de la estructura. Considérese el diseño de la cortina de

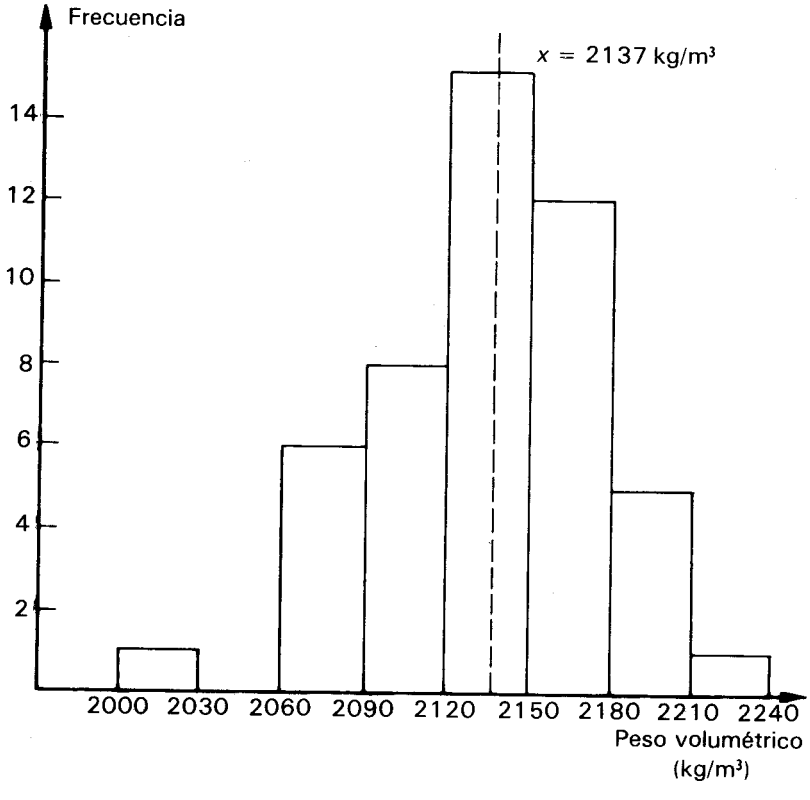


Figura 2.14. Histograma de pesos volumétricos de concretos elaborados con diferentes dosificaciones.

una presa de gravedad de concreto, cuya estabilidad ante el empuje lateral del agua que contiene, se deba esencialmente al peso propio de la cortina misma. Para la revisión de la posibilidad de volteo de la cortina ante el empuje hidrostático, resulta desfavorable que su peso propio tenga un valor menor que lo esperado, ya que así disminuye la oposición que las fuerzas gravitacionales ofrecen al volteo. Por el contrario, para la revisión de los esfuerzos en el concreto y en el suelo de cimentación, resulta más desfavorable que el peso propio del concreto sea alto.

Para casos como el descrito debe definirse, además de un valor en la cola superior de la distribución de la variable, como el percentil 98 antes definido, otro en la cola inferior como puede ser el percentil 2, que para la distribución normal resulta

$$x_m = m_x - 1.98\,\sigma_x \qquad 2.13$$

o, para el ejemplo en examen,

$$x_m = 2137 - 1.98 \times 39.4 = 2059 \text{ kg/m}^3$$

En el diseño de la cortina, el valor de la ecuación 2.13, x_m, debería usarse para el cálculo del peso propio en la revisión del volteo de la cortina, si el criterio adoptado fuera el de definir las cargas de diseño con una probabilidad de 2 por ciento de ser excedidas del lado desfavorable. El valor de la ecuación 2.12, x_M, debería emplearse en el cálculo del peso propio para la revisión de esfuerzos en el concreto y en el suelo por efecto de las cargas gravitacionales.

Los valores así definidos se denominan *valores característicos o nominales o máximos y mínimos probables* de la variable en cuestión. Su cálculo requiere el conocimiento de la distribución de probabilidades de las variables. Determinaciones aproximadas de ellos pueden hacerse a partir de la media y coeficiente de variación de la variable, independientemente de la distribución. Por ejemplo, el RCDF propone que, cuando la información no sea suficiente para determinar de modo confiable la forma de la distribución de probabilidades, los valores mínimos y máximos probables, correspondientes en ese caso a los percentiles 2 y 98, se determinen como

$$x_m^* = \frac{m_x}{1 + 2.5C_x} \qquad 2.14$$

$$x_M^* = m_x(1 + 2C_x) \qquad 2.15$$

La primera expresión se obtiene en forma aproximada de la suposición de que la cola inferior de la distribución de la variable se aproxima a una distribución logarítmica normal, lo cual es aceptable para muchas de las variables que intervienen en el diseño. La segunda es la que resulta de suponer que la variable tiene en su cola superior una distribución similar a la normal. La aplicación de las ecuaciones 2.14 y 2.15 al ejemplo del peso volumétrico del concreto simple da lugar a

$$x_m^* = \frac{2137}{1 + 2.5 \times 0.0184} = 2043 \text{ kg/m}^3$$

y

$$x_M^* = 2137(1 + 2 \times 0.0184) = 2216 \text{ kg/m}^3$$

valores bastante similares a los calculados con las expresiones para la distribución normal. Por otra parte, en los comentarios al RCDF (referencia 2.5) se recomienda para el peso volumétrico del concreto simple, un valor mínimo probable de 2000 kg/m^3 y máximo probable de 2200 kg/m^3, ambos muy cercanos a los determinados de la muestra aquí analizada.

En muy pocos casos las acciones se prestan a establecer un modelo tan sencillo como el presentado. La sencillez se debió principalmente a que se trataba de una acción permanente que se puede considerar toma un solo valor que permanece constante durante la vida de la estructura. La situación es más compleja cuando la acción es debida a un fenómeno que se presenta diversas veces y lo que interesa es el valor máximo que puede llegar a adquirir la acción durante la vida de la construcción. Tal es el caso de las acciones que se relacionan con fenómenos naturales excepcionales, como huracanes o sismos. Estos fenómenos tan complejos se suelen modelar en términos de una sola variable, como la velocidad máxima de viento o la aceleración máxima del terreno durante un sismo. La información estadística disponible consiste, en el mejor de los casos, en datos como los relativos a la velocidad instántanea máxima anual del viento en el sitio de interés presentados y analizados en la figura 2.7. De estos datos puede determinarse el valor x_p que tiene una probabilidad p de ser excedido en un año cualquiera. Si se supone que el fenómeno es estacionario en el tiempo, o sea que la probabilidad de ocurrencia de cada valor de la variable se mantiene constante a lo largo de los años, independientemente de lo que haya ocurrido en años anteriores, puede establecerse como periodo medio de recurrencia de x_p

$$T = 1/p \qquad 2.16$$

T, en años, representa el tiempo promedio que debe transcurrir para que se exceda al valor x_p. De los datos de la velocidad instantánea de viento en un sitio de la ciudad de México se encontró que una velocidad de 99.3 km/hora tiene una probabilidad de ser excedida en un año cualquiera $p = 0.01$ y que por tanto su periodo medio de recurrencia, o periodo de recurrencia a secas, es de

$$T = 1/0.01 = 100 \text{ años}$$

De manera congruente con los criterios expresados para las acciones permanentes y variables, también para acciones del tipo accidental deberían emplearse para diseño valores máximos probables, x_M^*, tales que la probabilidad de que sean excedidos durante la existencia probable de la construcción sea un valor pequeño α (2 por ciento según el criterio aceptado por el RCDF). Para las construcciones usuales de tipo urbano o industrial se suele considerar en los estudios de este tipo una vida útil, N, de 50 años. Para valores pequeños de α se cumple la expresión siguiente, referencia 2.1,

$$T = \frac{N}{\alpha} \qquad 2.17$$

o sea que el valor de x que tiene una probabilidad α de ser excedido en un lapso de N años, debe tener un periodo de recurrencia de N/α. Si aceptamos que $N = 50$ años y $\alpha = 2$ por ciento deberíamos adoptar como valor de diseño, x_M^*, aquel que tuviera un periodo de recurrencia

$$T = \frac{50}{0.02} = 2500 \text{ años}$$

Por el lapso reducido en que suele tenerse información sobre la variable, sólo unas pocas décadas, no es posible determinar confiablemente valores con periodos de recurrencia tan grandes. Los códigos especifican como valores de diseño para acciones de este tipo periodos de recurrencia (de 50 o de 100 años), lo cual corresponde a una probabilidad de excedencia en la vida de la estructura muy superior a la aceptada para las acciones comunes. Estas diferencias en el criterio con que se definen los valores de diseño de las acciones se tratan de remediar intuitivamente en los códigos, ajustando los factores de seguridad que existen en otros aspectos del diseño.

Por lo anterior, conviene tener presente que para las acciones accidentales se está operando con valores de diseño que tienen una probabilidad significativa de ser excedidos. Esta probabilidad se determina, para procesos estacionarios, con la ecuación

$$\alpha = 1 - (1 - p)^N$$

o, de manera equivalente.

$$\alpha = 1 - \left(1 - \frac{1}{T}\right)^N \qquad 2.18$$

Así, si se adopta valor de diseño el que tiene un periodo de recurrencia de 50 años, para una estructura cuya vida esperada es también de 50 años, se tiene

$$\alpha = 1 - \left(1 - \frac{1}{50}\right)^{50} = 0.64$$

o sea que es muy probable que este valor sea rebasado alguna vez en la existencia de la construcción.

Los valores de diseño de las acciones son especificados por los reglamentos y determinados con razonamientos similares a los aquí expuestos; en muchas ocasiones están simplemente basados en la tradición o en el juicio de los redactores. Los valores dados en los reglamentos corresponden a construcciones típicas. Para estructuras de importancia fuera de lo usual, se exigen de los proyectistas estudios específicos basados en información estadística y en consideraciones probabilistas, para determinar la acción de diseño correspondiente al sitio particular donde se erigirá la estructura.

Hasta aquí hemos considerado independientemente el efecto de las distintas acciones. Sin embargo, en un instante dado de la vida útil de la construcción, estarán presentes diferentes acciones simultáneamente. Los reglamentos especifican que debe revisarse la seguridad de la estructura para el efecto combinado de todas las acciones que tengan una probabilidad no despreciable de ocurrir simultáneamente. Se llama *combinación de acciones de diseño* a un conjunto de acciones para cuyo efecto superpuesto debe revisarse la seguridad de la estructura. Si los valores de diseño de las acciones individuales son característicos o máximos probables, en el sentido descrito en este capítulo, es poco probable que estos valores característicos se presenten simultáneamente y, mientras mayor sea el número de acciones que intervengan en una combinación, menor será la probabilidad de que todas las variables adquieran sus valores característicos. Tal hecho debe tomarse en cuenta de alguna manera al elegir los factores de seguridad.

Las combinaciones de acciones pueden clasificarse en *comunes y excepcionales*; las comunes son aquellas que incluyen exclusivamente acciones permanentes y variables; las excepcionales son las que incluyen alguna acción accidental.

Las acciones permanentes, por su carácter, deberán intervenir en todas las combinaciones de acciones de diseño,

ya que siempre estarán presentes sobre la estructura. Las acciones variables también intervendrán en todas las combinaciones, pero no necesariamente con sus valores máximos. Algunos reglamentos distinguen en una acción variable una fracción semipermanente que interviene en todas las combinaciones y una fracción instantánea, que se suma a la primera para dar la intensidad máxima.

Según el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, en las combinaciones comunes, intervendrán:

a) Todas las acciones permanentes.
b) Una acción variable con su valor máximo.
c) Otras posibles acciones variables que tengan una probabilidad no despreciable de ocurrir simultáneamente con la primera, pero de las que se tomará sólo su componente semipermanente.

En las combinaciones excepcionales de acciones intervendrán:

a) Todas las acciones permanentes.
b) Una sola acción accidental.
c) Las acciones variables que tienen probabilidad significativa de estar presentes en el instante en que ocurre la acción accidental. (La intensidad de estas acciones suele ser igual a su componente semipermanente).

Nótese que no debe tomarse más de una sola acción accidental en una misma combinación, ya que la probabilidad de que dos acciones accidentales ocurran simultáneamente es prácticamente nula.

En las edificaciones comunes las acciones se reducen a las siguientes:

a) La carga muerta, como única acción permanente
b) La carga viva, como única acción variable
c) Los efectos de sismo o viento como posibles acciones accidentales

Las combinaciones de diseño resultan entonces:

carga muerta + carga viva (ésta con su valor máximo)

carga muerta + carga viva + sismo (viento).

En la segunda combinación la carga viva deberá tener un valor reducido igual a su componente semipermanente o instantánea. Ciertos reglamentos prefieren tener un solo valor de diseño para las cargas variables y modificar los factores de seguridad para considerar la menor probabilidad de que ese valor se presente junto con una carga accidental.

Existen situaciones en que el número de acciones es mayor y las probabilidades de que se presenten simultáneamente son mucho más difíciles de definir que en el caso elemental de carga muerta, viva y sismo. El proyectista deberá evaluar cuidadosamente las condiciones de operación de la construcción y los efectos ambientales, para deducir cuáles son las acciones que deben formar combinaciones y cuáles deben ser sus valores.

2.7 RESISTENCIA

Se esbozarán aquí algunos conceptos básicos acerca de los procedimientos para la determinación de la resistencia y sobre las incertidumbres involucradas en dicha determinación.

En general la resistencia de una estructura se determina mediante procedimientos analíticos basados en el conocimiento de las propiedades geométricas de la estructura y mecánicas de los materiales que la componen. En el contexto del planteamiento de estados límite, el cálculo de la resistencia consiste en la determinación de la fuerza interna que produce algún estado límite.

Los métodos de cálculo se basan usualmente en algún modelo analítico del comportamiento de la estructura y del mecanismo de falla que la rige, aunque generalmente los parámetros de esos modelos están ajustados con base en resultados experimentales.

En algunos casos, cuando no se ha podido establecer un modelo teórico suficientemente confiable para el fenómeno que rige el estado límite, los procedimientos de cálculo tienen base puramente empírica.

Resulta evidente de lo anterior que los procedimientos para la determinación de la resistencia son muy específicos de cada material y tipo estructural y que para su tratamiento deberá recurrirse a los textos especializados de estructuras de acero, concreto, etc., ya que muy poco se tratará sobre ellos en este libro.

Se presenta ocasionalmente que un tipo de estructura, o de elemento estructural, no esté incluido en un reglamento, debido a que por su carácter novedoso en el material, en la forma o en el procedimiento de construcción no existen procedimientos comprobados para el cálculo de la resistencia. El proyectista deberá, en este caso, intentar establecer un procedimiento analítico de cálculo con base en los principios de la teoría de las estructuras, pero es probable que las peculiaridades o la complejidad de la estructura lo lleven a la necesidad de realizar ensayes, o sea de determinar la resistencia por medios experimentales o, por lo menos, obtener comprobaciones experimentales de las hipótesis que ha hecho para el cálculo.

Sea que la resistencia se determine de manera analítica o experimental, existen incertidumbres significativas en el valor que puede adquirir realmente en la estructura terminada. Las incertidumbres principales se derivan de la variabilidad de las propiedades de los materiales empleados, de la dispersión introducida por los procedimientos de construcción y de la falta de precisión de los métodos de cálculo de la resistencia. Al igual que para las acciones de diseño, estas fuentes de incertidumbres se suelen tomar en cuenta en los reglamentos especificando valores de diseño conservadores para las variables en juego. En términos generales se pretende que se adopten valores mínimos probables (o característicos) para las variables, de manera que la probabilidad de que no sean alcanzados en la estructura real sea pequeña. El RCDF establece esta probabilidad en 2 por ciento y recomienda se calcule el valor mínimo probable de acuerdo con la ecuación ya establecida anteriormente

$$x_m^* = \frac{m_x}{1 + 2.5C_x} \qquad 2.14$$

Sin embargo, en la mayoría de los casos se toman en las expresiones para el cálculo de la resistencia, valores de las variables que no cumplen con la condición de la ecuación 2.14, sino que son valores convencionales relacionados con los procedimientos de control de calidad del material o del proceso de construcción.

En general, la fuente de mayor incertidumbre en la predicción de la resistencia reside en la variabilidad de los materiales estructurales. Por ejemplo, la resistencia a compresión del concreto es muy sensible a pequeñas variaciones en la dosificación de los ingredientes, así que se pueden tener diferencias significativas entre la resistencia real y la especificada. Además, la resistencia puede ser alterada de manera notable por los procedimientos de transporte, colocación y curado. La resistencia a compresión de diseño, f'_c, suele especificarse como un percentil de la distribución de probabilidades de esta variable. En el RCDF a través de sus Normas Técnicas Complementarias para Estructuras de Concreto (referencia 2.7), define f'_c como el percentil 20 para el concreto clase II que se usa en obras normales y como el percentil 10 para concreto clase I a usarse en estructuras importantes. El código del Instituto Americano del Concreto (ACI, referencia 2.8) fija f'_c como el percentil 10, mientras que el Eurocódigo 2 (referencia 2.9), lo establece como el percentil 5. Las diferencias entre los reglamentos no implican necesariamente discrepancias en el nivel de seguridad que se acepta en el diseño, sino que reflejan simplemente la práctica

de la producción de concreto en los países en que rigen dichos reglamentos. Factores de seguridad adicionales que se toman en otras partes del proceso de diseño equibran las diferencias en este aspecto particular y dan lugar a resultados finales bastante semejantes en el diseño de las estructuras.

Para el esfuerzo de fluencia del acero, f_y, se emplea como valor de diseño, prácticamente en todos los reglamentos, el esfuerzo especificado por la norma para el grado y calidad del acero que se va a emplear. Las normas al respecto fijan reglas de verificación de calidad con las cuales se pretende limitar a valores entre 0.01 y 0.02, la probabilidad de que el esfuerzo de fluencia de una barra de refuerzo o de un elemento estructural sea menor que el especificado. En realidad la fracción de la producción que no alcanza la resistencia especificada es bastante superior a ese límite, como pone en evidencia el muestreo realizado en barras de refuerzo producidas en México presentado en la figura 2.6. Según se determinó en el subcapítulo 2.4, la fracción que no alcanza la resistencia especificada es en este caso particular de cerca de 3 por ciento.

Otra fuente no despreciable de variabilidad en la resistencia es la diferencia entre las dimensiones reales de los elementos y las que se suponen en el diseño. Por ejemplo, el peralte efectivo de una sección de concreto reforzado depende de la correcta colocación del refuerzo y de la posibilidad de que su posición sea alterada durante las operaciones de colado. Para las dimensiones de los elementos estructurales se suelen tomar en el diseño valores esperados o valores convencionales. Así, el diámetro de una barra corrugada para refuerzo de concreto, o su área, son valores convencionales que no pretenden representar una dimensión real de la sección de la barra (que no es circular), sino que sirven para determinar el volumen de la barra por unidad de longitud y, por tanto, su peso para fines de compraventa. Como en la verificación de calidad del producto lo que se mide es la fuerza que resiste la barra y el esfuerzo correspondiente se calcula dividiendo dicha fuerza entre el área definida de esa forma convencional, las diferencias entre el área real y la nominal y la incertidumbre en esas variables quedan transferidas al esfuerzo de fluencia. Por tanto, esa variable puede considerarse determinista.

Las diversas variables intervienen en forma diferente en la determinación de la resistencia para un estado límite particular, la cual puede expresarse en general como

$$R = f(x_1, x_2..., x_n)$$

en que las x_i son variables aleatorias que representan propiedades mecánicas, características geométricas o coeficientes que dependen de la teoría particular que se ha empleado en el cálculo. Lo que interesa finalmente es tener cierto mar-

gen de protección en el valor de la resistencia que se emplea en el diseño y hay que tomar en cuenta que, cuando éste depende de muchas variables con un alto grado de incertidumbre, puede resultar excesivamente conservador tomar simultáneamente valores del lado de la seguridad para cada una de las variables, en la misma forma en que, como se ha visto, en una combinación de muchas acciones no es apropiado tomar valores máximos probables de cada una de ellas.

Los coeficientes de las expresiones de diseño y los factores de seguridad asociados a la resistencia, se basan por tanto en el examen de cada expresión particular para cálculo de la resistencia y en la evaluación del grado de incertidumbre involucrado en su determinación.

Finalmente, el grado de aproximación con que se puede predecir la resistencia depende de la precisión del método de cálculo empleado. Aunque se pudieran determinar con absoluta precisión las propiedades mecánicas y geométricas de la estructura, habría dispersión en la resistencia calculada, debido a que los métodos de cálculo tienen diferente aproximación dependiendo del grado en que se conozca el mecanismo de falla involucrado en el estado límite y de la fidelidad con que las expresiones de diseño reflejan la influencia de las diferentes variables que influyen en la resistencia.

Considérese, como primer ejemplo, el cálculo de la resistencia en flexión de una sección de concreto reforzado. La teoría de flexión aceptada (véase referencia 2.10) se basa en las hipótesis de que las secciones permanecen planas después de que ocurre la deformación, de manera que la relación esfuerzo-deformación del acero es lineal hasta un esfuerzo de fluencia, f_y, que el concreto no resiste tensión y que su estado de esfuerzos en compresión se puede representar por medio de un rectángulo equivalente; como condición de falla se establece que el concreto en compresión alcance una deformación de aplastamiento, $\in_{c_u}$. Con estas hipótesis, ilustradas en la figura 2.15, cuando la cuantía de refuerzo de tensión no excede de cierto valor, llamado cuantía balanceada, el momento resistente de una viga simplemente armada, se determina con la expresión

$$M_R = A_s f_y \left(d - \frac{a}{2}\right) \qquad 2.19$$

en que A_s y f_y son el área y el esfuerzo de fluencia del refuerzo de tensión, d es el peralte efectivo de la sección y

$$a = \frac{A_s f_y}{f_c'' b}$$

siendo b el ancho de la sección y f_c'' es el esfuerzo en el rectángulo equivalente del concreto en compresión.

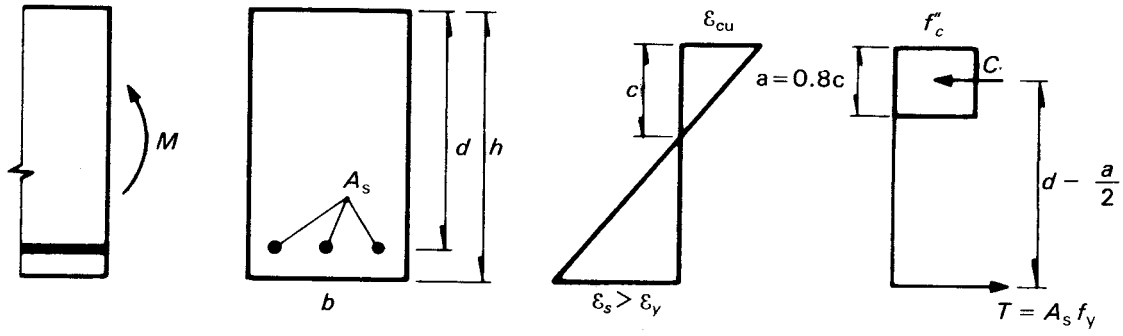


Figura 2.15. Hipótesis para la determinación del momento resistente de una sección de concreto (sobreforzada).

La precisión de la ecuación 2.19 puede juzgarse de la comparación con los momentos resistentes determinados experimentalmente del ensaye de 43 vigas con diferentes cuantías de refuerzo de tensión, presentada en la figura 2.16. Se aprecia que las diferencias son mínimas, ya que la relación entre los valores medidos y los calculados tiene una media de 1.04 y un coeficiente de variación de 3 por ciento, lo cual indica que las hipótesis empleadas en la deducción de la ecuación 2.19 reflejan muy de cerca el comportamiento a la falla en flexión del concreto reforzado.

Otro ejemplo es representado por el cálculo de la resistencia a fuerza cortante de una viga de concreto sin refuerzo transversal. A pesar de los cientos de estudios teóricos y experimentales realizados acerca de este fenómeno, no se ha llegado a establecer un modelo racional del mecanismo de falla, del cual sea posible derivar una expresión aceptablemente sencilla para el cálculo de la fuerza cortante de falla. Se reconoce que la falla está regida por los esfuerzos de tensión diagonal que se presentan en el alma debido a la superposición de los efectos de la fuerza cortante y el momento flexionante y que los factores que más influyen en la fuerza cortante resistente son el esfuerzo cortante promedio en la sección (fuerza cortante aplicada, V_c, entre el área del alma, $b \times d$, ancho por peralte), la resistencia en tensión del concreto que se relaciona indirectamente con la raíz cuadrada de la resistencia en compresión $(\sqrt{f'_c})$, y la cuantía de refuerzo longitudinal de tensión, p. Cuando se trata de vigas muy cortas interviene también la relación entre el claro de cortante, a, y el peralte d (ver figura 2.17a). Una forma de agrupar las variables mencionadas que da lugar a una expresión aceptablemente sencilla para el cálculo, es la que se muestra en la figura 2.17b, donde en las abscisas se representa la cuantía de refuerzo longitudinal, p, y en las ordenadas el parámetro $\frac{V_c}{bd\sqrt{f'_c}}$, donde V_c es la fuerza cor-

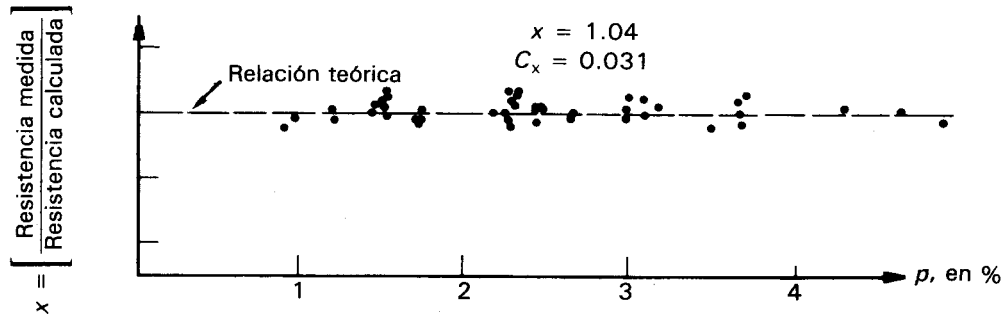
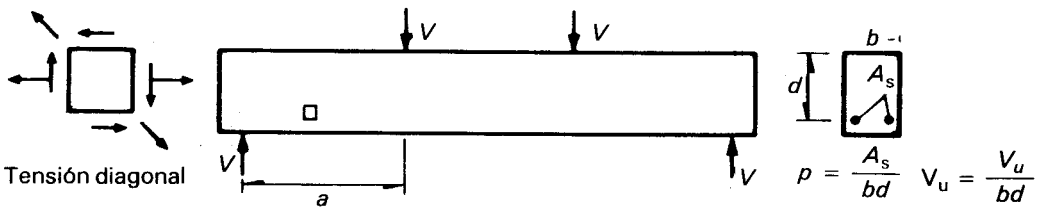
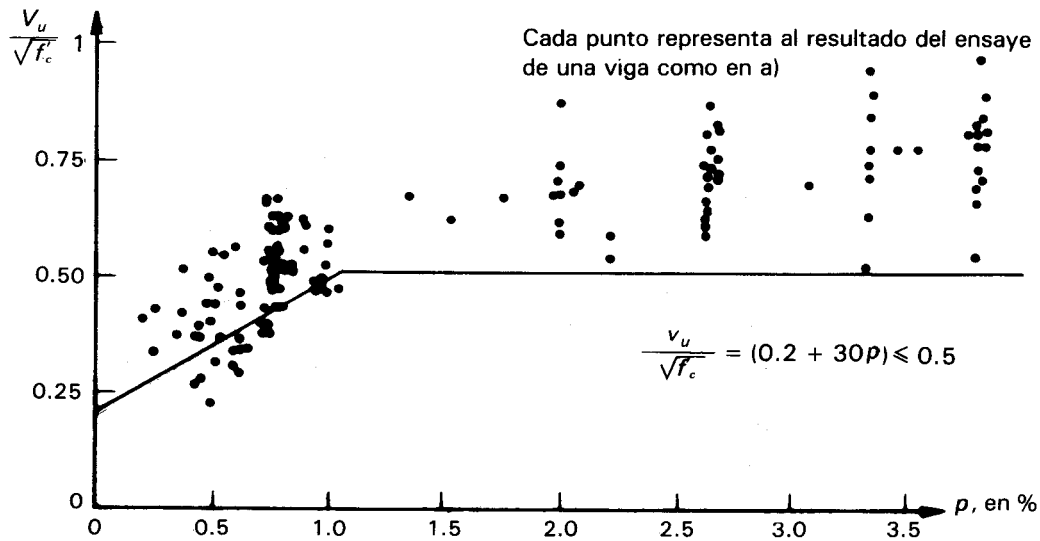


Figura 2.16. Relación entre resistencia medida en ensayes y calculada en 43 vigas subreforzadas de concreto (de Allen, referencia 2. 10).



a) Viga para el estudio de la resistencia en constante



b) Resultados de ensayes

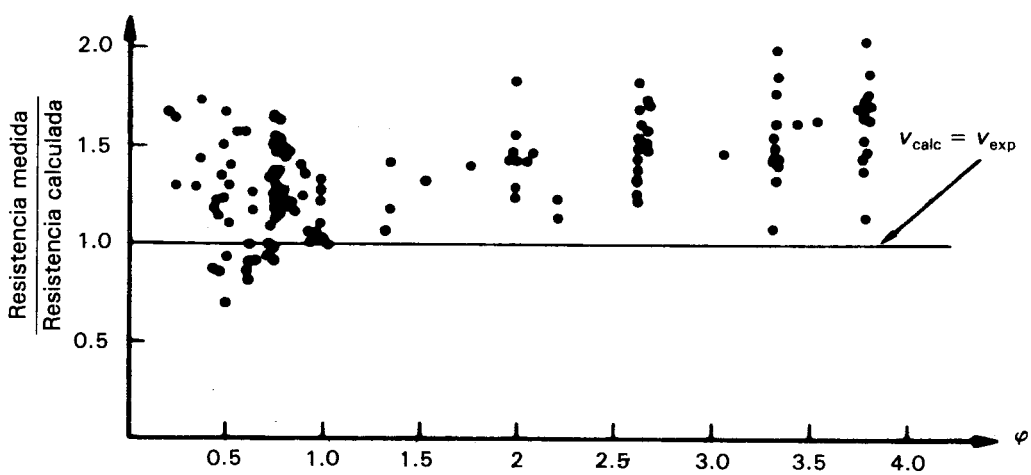


Figura 2.17. Comparación entre la resistencia en cortante de vigas de concreto calculada según el RDF y determinada en experimentos

c) Relación entre la resistencia medida experimentalmente y la calculada en la ecuación 2.20

tante para la cual se observó experimentalmente, la falla. Cada uno de los puntos indicados en la gráfica representa un ensayo. Se aprecia que la correlación entre las dos variables es muy pobre, ya que los puntos se encuentran muy dispersos. Esto indica que el mecanismo, o los mecanismos reales de falla, están representados en forma muy pobre por ese agrupamiento de variables y que seguramente existen además otras variables que influyen en el fenómeno y que no se están considerando. Hay que recordar que los datos de la figura están calculados a partir de las propiedades de las vigas medidas directamente en laboratorio sobre los especímenes ensayados. Por tanto, puede considerarse nula la incertidumbre que se tenía en los valores V_c, f_c', b, d, p y toda la variabilidad puede achacarse a que el fenómeno está pobremente representado en esa forma.

La expresión que se emplea en el RCDF para el cálculo de la resistencia en cortante de una viga sin refuerzo transversal es la siguiente, si se eliminan los factores de seguridad en las variables particulares.

$$\frac{V_c}{\sqrt{f_c'}bd} = 0.2 + 30\,p < 0.5 \text{ (en kg y cm)} \qquad 2.20$$

Esta expresión se representa sobre los datos de la figura 2.17-*b*, de donde se aprecia que constituye una estimación conservadora de la resistencia que puede esperarse experimentalmente. En la figura 2.17-*c* aparece la relación entre la resistencia medida experimentalmente y la calculada con la ecuación 2.20. La media de esta variable es 1.36 y su coeficiente de variación 19 por ciento, lo cual indica que en promedio la resistencia real es 36 por ciento mayor que la que determina la ecuación 2.20. Se deduce que el reglamento pretende protegerse mediante una expresión muy conservadora contra la falta de precisión del procedimiento de cálculo que está recomendando.

Los dos ejemplos ilustran situaciones radicalmente distintas en cuanto a la precisión de los métodos de predicción de la resistencia.

En resumen, el cálculo de la resistencia se enfrenta a incertidumbres que provienen esencialmente de dos aspectos.

a) Los procedimientos de fabricación de los materiales y de construcción de la estructura que dan lugar a variabilidad en las propiedades mecánicas y geométricas de ésta.

b) La falta de un conocimiento preciso del comportamiento estructural ante distintas solicitaciones, lo que ocasiona que los procedimientos de cálculo de la resistencia no sean exactos.

Las incertidumbres anteriores deben tomarse en cuenta con uno o más factores de seguridad a lo largo del proceso de diseño. Cada reglamento lo hace en forma muy distinta, dependiendo del criterio de diseño que adopta y de la variable de que se trata. En los subcapítulos siguientes se mostrarán diversas modalidades para ello.

2.8 CRITERIOS DE DISEÑO

Para poder tratar adecuadamente el problema de la seguridad, es necesario plantear el diseño en términos que permitan identificar claramente contra qué se pretende tener seguridad, dónde se deben aplicar factores de seguridad y qué efectos éstos pretenden cubrir. El planteamiento de estados límite es el indicado en este contexto, ya que permite comparar la resistencia para cada estado límite contra la acción correspondiente. La forma más lógica de operar sería a través de un solo factor de seguridad que relacionara la mejor estimación posible de la resistencia, representada por la media o valor esperado de ésta, m_R, con la mejor estimación que puede hacerse de la acción, m_S. Habría que diseñar para que esta relación representara el factor de seguridad óptimo en el sentido expresado anteriormente.

$$FS = \frac{m_R}{m_S} \qquad 2.21$$

Esta forma de proceder presenta diversos inconvenientes prácticos. El más importante es que en cada caso particular la magnitud de las incertidumbres que existen en las diversas variables y aspectos del diseño es muy diversa y que el factor de seguridad debería tomar muy distintos valores según las condiciones particulares. El reglamento debería prever gran número de alternativas y permitir al proyectista determinar el factor de seguridad con base en estimaciones subjetivas de la importancia de algunos factores y de las magnitudes de las incertidumbres.

Para mayor sencillez de presentación y para definir en forma más rígida los factores de seguridad, en los reglamentos se prefiere tomar en cuenta las incertidumbres en las variables donde éstas aparecen, por medio de factores de seguridad parciales, en lugar de acumularlos hasta determinar un solo factor de seguridad final. Esta segunda forma de proceder da lugar a falta de uniformidad en los niveles de seguridad, ya que la acumulación de factores parciales no conduce con precisión al factor de seguridad global que se pretende obtener.

Así, la incertidumbre en la resistencia se considera tomando valores conservadores de las variables que determinan el

valor de ésta, principalmente de los esfuerzos resistentes de los materiales y de los coeficientes que intervienen en las expresiones de cálculo, cuando éstas son empíricas, en la forma que se describió en el subcapítulo anterior.

Por otra parte, la incertidumbre en la acción se toma en cuenta especificando valores conservadores para las distintas cargas y aplicando a las fuerzas internas determinadas para dichas acciones, factores de carga que dependen de la probabilidad de que se exceda al valor conjunto de las distintas acciones que intervienen en la combinación en estudio.

Los reglamentos pueden resolver de diversas maneras el problema de la revisión de la seguridad. El planteamiento de estados límite antes presentado conduce en forma directa a lo que se llama un *criterio de diseño por resistencia* en el cual, en términos generales, la revisión consiste en comprobar que se cumpla la desigualdad siguiente

$$F_R R_d > \Sigma F_C S_d \qquad 2.22$$

o sea, que la resistencia, R_d, calculada con los valores nominales de los esfuerzos resistentes de los materiales y con expresiones que son generalmente conservadoras, se multiplica por un factor de reducción de resistencia, F_R, que pretende tomar en cuenta algunos factores adicionales como el modo de falla involucrado en el estado límite en cuestión (si dúctil o frágil). En el otro lado de la desigualdad, los efectos de las acciones de diseño, o sea, las fuerzas internas, S_d, obtenidas del análisis de la estructura ante cada una de las acciones de diseño se multiplican, cada una, por factores que toman en cuenta la probabilidad de que se exceda al efecto del conjunto de acciones que interviene en la combinación de cargas que se está considerando. De esa manera se tiene un juego de factores de seguridad que dan lugar a niveles de seguridad razonablemente uniformes.

Un planteamiento más burdo del problema de revisión es posible cuando se puede expresar la resistencia como una función lineal de cierto esfuerzo resistente del material.

$$R_d = K f_d$$

en que K es un coeficiente que depende en general de diversas propiedades geométricas de la sección. Si además los efectos de las acciones se expresan en términos de un esfuerzo actuante en la sección, al dividir la fuerza interna actuante en la sección entre el mismo factor K

$$f_a = \frac{S_d}{K}$$

y si se considera un solo factor de carga F_C igual para todas las acciones, se puede establecer una desigualdad análoga a la ecuación 2.22, pero expresada en términos de esfuerzos

$$F_R \frac{R_d}{K} > F_C \Sigma \frac{S_d}{K}$$

de donde

$$\frac{F_R}{F_C} f_d > f_a$$

El término $\frac{F_R}{F_C} f_d$ se denomina *esfuerzo admisible* o permisible, f_p, y en él se han concentrado todos los factores parciales de seguridad

$$f_p = \frac{F_R}{F_C} f_d$$

De esa manera se obtiene un criterio diferente de revisión de la seguridad que consiste en la comparación de un esfuerzo actuante con uno permisible:

$$f_p > f_a \qquad 2.23$$

Este criterio de diseño es el que se ha usado tradicionalmente para la mayoría de los materiales, ligado a la suposición de que éstos tienen un comportamiento elástico lineal, de modo que los esfuerzos actuantes se determinaban con una teoría elástica y los permisibles se fijaban de manera que el comportamiento del material fuera claramente lineal para esfuerzos menores que ellos. En los reglamentos actuales, sin embargo, este criterio no está necesariamente ligado a una teoría elástica y es una simple transformación de un criterio de resistencia a una presentación diferente.

Considérese, por ejemplo, la revisión del estado límite de falla por flexión de una viga de acero estructural. La falla en flexión de la sección crítica ocurre cuando se alcanza la plastificación total de la sección para un momento flexionante igual a

$$M_p = Zf_y$$

en que Z es el módulo plástico de sección y f_y, el esfuerzo de fluencia del acero. Usualmente se considera que se alcanza la capacidad útil, y por tanto un estado límite de falla, cuando la fibra más esforzada de la sección llega al esfuerzo de fluencia, o sea

$$M_R = S f_y$$

en que S es el módulo elástico de la sección. En los métodos de diseño por estados límite, el momento actuante de diseño, llamado frecuentemente momento último, se obtiene al aplicar ciertos factores de carga a los momentos ocasionados por las cargas correspondientes a los diferentes tipos de acciones. Si la carga w uniformemente distribuida sobre la viga simplemente apoyada es debida a acciones a las que corresponde un mismo factor de carga, el momento de diseño será

$$F_C M_A = F_C \frac{wL^2}{8}$$

Por otra parte, el momento resistente se afecta del factor de reducción de resistencia, F_R, y la revisión de la seguridad consiste en comprobar que el módulo de sección es suficiente para que se cumpla la desigualdad

$$F_R S f_y > F_C M_A \qquad 2.24$$

Cuando se emplea un criterio de diseño por esfuerzos admisibles, se calcula el esfuerzo máximo ocasionado en la sección crítica por el momento actuante.

Para comportamiento elástico lineal este esfuerzo se obtiene de la fórmula básica

$$f_a = \frac{M_A}{S}$$

El esfuerzo permisible se tomará como cierta fracción γ del esfuerzo de fluencia del acero

$$f_p = \gamma f_y$$

La revisión de la seguridad consiste en este caso en verificar que se cumpla

$$f_a < f_p$$

o

$$f_p > f_a$$

o sea

$$\gamma f_y > \frac{M_A}{S} \qquad 2.25$$

Esta expresión coincide con la ecuación 2.24 si

$$\gamma = F_R / F_c$$

con lo cual los dos criterios darían lugar a exactamente el mismo diseño.

En el ejemplo presentado, el criterio de esfuerzos admisibles tiene una justificación bastante racional basada en la suposición de un comportamiento elástico. Se puede aducir que el comportamiento del acero es lineal y que por tanto, el esfuerzo que se presentará bajo la carga de servicio será en la fibra más esforzada, $f_a = M_A/S$, y si se comprueba que este esfuerzo se mantiene ampliamente abajo del de fluencia, se tendrá a la vez un margen de seguridad adecuado contra la falla y un buen comportamiento en condiciones de servicio. Aunque en este caso la suposición de un comportamiento lineal es bastante próxima a la realidad, debe recordarse que en un elemento de acero, sea éste un perfil laminado o una sección de placas soldadas, existen esfuerzos residuales que se suman en algunas fibras a los producidos por las cargas, de manera que bajo las cargas de servicio se pueden exceder ampliamente los esfuerzos admisibles e incluso alcanzar la fluencia localmente, lo cual no afecta la seguridad de la sección pero invalida la suposición de comportamiento elástico.

Para otros estados límite y para otros materiales, no es sostenible el criterio de que manteniendo los esfuerzos actuantes calculados elásticamente debajo de cierta fracción de los resistentes, se logra una seguridad adecuada. Tómese como ejemplo extremo la revisión por cortante de una sección rectangular de concreto reforzado. Según el método de esfuerzos admisibles previsto en algunos códigos se calcula un esfuerzo cortante actuante como

$$v_a = \frac{V}{bd}$$

en que V es la fuerza cortante determinada del análisis bajo el efecto de las cargas de servicio y b y d son el ancho y peralte efectivo del alma de la sección. El esfuerzo así calculado no representa obviamente el máximo que actúa en la sección según la teoría elástica. (Éste sería vez y media ese valor según dicha teoría.) Además, la distribución de esfuerzos en el concreto será muy distinta de la elástica, debido no tanto al comportamiento inelástico del concreto como al agrietamiento por flexión que muy probablemente estará presente en esa sección o en las adyacentes. Por tanto, el esfuerzo actuante así calculado tiene un significado esencialmente convencional. Se trata de expresar de una manera sencilla una fuerza interna en términos de esfuerzos. Este esfuerzo actuante se compara con un esfuerzo permisible que representa una fracción del que se obtiene reduciendo a términos de esfuerzos, o sea dividiendo también entre bd, la fuerza cortante de falla observada experimentalmente y afectándola de un factor de seguridad.

En el subcapítulo anterior se mostró que la fuerza cortante resistente de una sección rectangular de concreto sin refuerzo transversal se puede determinar a partir de la ecuación

$$\frac{V_c}{bd\sqrt{f_c'}} = 0.2 + 30p \leq 0.5 \qquad 2.20$$

la cual representa una aproximación conservadora a los resultados de ensayes de vigas en laboratorio. Si se define un esfuerzo cortante promedio en la sección

$$v_c = \frac{V_c}{bd}$$

y se adopta un factor de seguridad de dos para pasar del esfuerzo resistente al permisible, se tiene de la ecuación 2.20

$$v_p = (0.1 + 15p)\sqrt{f_c'} < 0.25\sqrt{f_c'}$$

Esta expresión es la que se adoptaba en el RCDF para el diseño por esfuerzos admisibles.

Este ejemplo ilustra claramente cómo el criterio de diseño por esfuerzos admisibles en la mayoría de los casos no es más que una transformación del de estados límite en términos de esfuerzos y que no necesariamente debe estar ligado a una suposición de comportamiento elástico de la estructura.

Se aducen diversas ventajas y limitaciones para cada uno de estos dos criterios principales de diseño y de sus variantes. La controversia acerca de los méritos de uno y otro ha durado décadas y los proyectistas suelen defender su preferencia en forma bastante partidista. Con base en los razonamientos y conceptos aquí presentados puede comentarse lo siguiente.

El diseño por estados límite o sus variantes llamados en algunos reglamentos de *diseño por resistencia última* o de *diseño plástico*, constituye un planteamiento más claro de los objetivos que se persiguen al diseñar una estructura y permite identificar más claramente dónde se toman los factores de seguridad y qué magnitud tienen éstos. Además, el desglosar el factor de seguridad total en diversos factores parciales (de carga, de reducción de resistencia y valores nominales o característicos para las variables) proporciona una gama mucho más amplia de factores globales de seguridad que permiten lograr un nivel de seguridad cercano al óptimo para una gran variedad de situaciones de diseño. Facilita además al proyectista realizar algún cambio en los factores de seguridad especificados cuando en algún aspecto del diseño se presenta una situación muy distinta de las

previstas por el reglamento. Puede en este caso modificarse el factor parcial de seguridad que afecta la variable que tiene características diferentes.

El diseño por esfuerzos admisibles tiene la ventaja de plantear la revisión de la seguridad en términos de dos cantidades sencillas que tienen un significado físico claro, de manera que el proyectista con cierta experiencia puede fácilmente detectar si los resultados finales son razonables para las características del problema. Sin embargo, es mucho menos flexible en cuanto a la posibilidad de ajustar el factor de seguridad al valor más apropiado a las características de una situación dada. Además, puede inducir al error de que los esfuerzos así calculados son los máximos que se presentan en la sección crítica para determinada condición de carga, mientras que en la mayoría de los casos, estos esfuerzos no son más que valores convencionales con los cuales se pretende lograr cierto nivel de seguridad.

La preferencia por uno u otro criterio tiene raíces históricas. Los primeros procedimientos de diseño eran tipo de resistencia última, ya que estaban basados en observaciones sobre las condiciones que producían la falla de determinadas estructuras o elementos y en tomar cierto factor de seguridad contra esa condición de falla. Posteriormente el desarrollo de la teoría de la elasticidad produjo la tendencia a calcular los esfuerzos en las distintas partes de la estructura con dicha teoría y a tratar de limitarlos a ciertas fracciones de la resistencia de los materiales. En las últimas décadas se ha reconocido que muchas situaciones se salen de lo que puede predecirse por un comportamiento elástico y que la mejor forma de plantear un criterio uniforme de diseño para los diferentes materiales y tipos de estructuras es mediante un procedimiento de estados límite, que es el que se ha adoptado en la mayoría de los códigos modernos.

Más adelante en este capítulo se darán más detalles acerca de estos procedimientos al describir lo especificado por el RCDF.

2.9 REGLAMENTOS DE DISEÑO

Los reglamentos para el diseño de estructuras son documentos legales que tienen como función proteger a la sociedad contra el colapso o mal funcionamiento estructural de las construcciones. De acuerdo con lo expuesto en este capítulo, el grado de protección que puede lograrse no es absoluto, sino que debe ser óptimo en el sentido de que sea congruente con las consecuencias de las posibles fallas y con el costo de incrementar la seguridad. Objetivos similares deben tener otros documentos como las especificaciones, normas y recomendaciones, los cuales aunque no siempre tienen valor legal, tienden a cumplir con tales objetivos.

Los reglamentos generalmente son elaborados por comités formados por grupos de especialistas en la materia y revisados por personas e instituciones interesadas, como los representantes de los constructores, de los productores de materiales de construcción, de las asociaciones de profesionales, de los centros de investigación y de las autoridades competentes. Un reglamento refleja, por tanto, los puntos de vista de los redactores y el estado del conocimiento en el momento de su elaboración. El enfoque y los criterios de diseño adoptados por las normas relativas a distintos materiales y tipos de estructuras deberían ser similares. Sin embargo no sucede así con frecuencia, porque la práctica y la tradición relativas a distintos materiales son diferentes y los comités encargados de cada aspecto están integrados por personas con formación y experiencia distintas.

Hay mucha controversia acerca de si un reglamento debe limitarse a fijar requisitos generales de seguridad y de funcionamiento dejando amplia libertad al proyectista respecto a la manera de cumplir con dichos requisitos, o si, por el contrario, debe prescribir en forma detallada los procedimientos que deben seguirse para lograr el nivel de seguridad deseado. Las normas o reglamentos que tienen el primer enfoque se llaman *reglamentos funcionales*, o de requisitos de comportamiento (*performance codes*), y los que siguen la segunda línea se llaman *reglamentos prescriptivos*. Los reglamentos funcionales parecen más racionales y, permitiendo más libertad a los proyectistas, fomentan la innovación. Su principal defecto reside en la dificultad de comprobar que un diseño realmente cumple con los requisitos de comportamiento establecidos. Los reglamentos prescriptivos son más rígidos y obligan a fijar una larga lista de requisitos para poder cubrir el mayor número de casos que puedan presentarse, pero tienen la ventaja de que el proyectista cuenta con un camino claro y ya aprobado para demostrar que su diseño cumple con los requisitos establecidos.

En su mayoría los reglamentos existentes son de tipo prescriptivo, aunque comienzan a aparecer algunos de tipo funcional.

Probablemente, la solución más conveniente sea que los principios y reglas generales obligatorios sean de tipo funcional, pero que éstos estén acompañados por documentos auxiliares que incluyan reglas prescriptivas que no sean obligatorias, de manera que el proyectista que las siga tenga la garantía de estar cumpliendo con los requisitos generales, mientras que el innovador o aquel que se enfrente a un problema claramente atípico tenga la libertad de elegir el método de diseño que considere más adecuado, aunque deba después demostrar fehacientemente que el proyecto final cumple con los requisitos.

Por si quedó la impresión de que los reglamentos funcionales son una modalidad reciente, conviene transcribir

un fragmento del más antiguo código de construcción que se conoce, el cual está inscrito en una estela y se atribuye a Hammurabi, fundador del imperio babilónico 1700 años antes de Cristo:

"Si un constructor ha edificado una casa para otra persona y la construcción no ha resultado sólida y la casa que construyó se cae causando la muerte de su propietario, ese constructor debe ser ejecutado. Si causa la muerte del hijo del propietario, debe ejecutarse a un hijo del constructor.

"Si causa la muerte de algún esclavo del propietario, él deberá reponer esclavo por esclavo. Si destruye algún bien deberá reponer todo aquello que haya destruido; y, ya que no ha construido sólidamente la casa y ésta se ha caído, deberá reconstruirla de su propio peculio.

"Si un constructor ha hecho una casa para alguna persona y su trabajo no ha sido adecuado y alguna pared se cuartea, el constructor deberá devolver esa pared a una condición sólida con su propio dinero".

Este código, como otros posteriores, no da indicaciones de cómo lograr la seguridad de la casa, sólo se refiere a que ésta debe quedar íntegra, así como sus paredes, y pone mucho énfasis en las sanciones que se aplicarán por no cumplir esos requisitos.

Los reglamentos actuales que tienen carácter legal, contienen todos sanciones para los infractores aunque, afortunadamente, no tan drásticas.

Cualquiera que sea el tipo de reglamento, toca siempre a sus redactores la responsabilidad de fijar los niveles de seguridad adecuados para los distintos tipos de estructuras. Estos niveles de seguridad se basan principalmente en la experiencia del comportamiento de estructuras diseñadas con distintos procedimientos y factores de seguridad y en la opinión subjetiva de los redactores. Las consideraciones probabilistas desempeñan, sin embargo, un papel cada vez más importante al menos en lo que respecta a la formulación de niveles de seguridad para casos no usuales. El procedimiento que se sigue, y que parece racional, es el de elegir una serie de casos muy comunes en los cuales la evidencia de la experiencia existente es abundante y contundente en cuanto a que los procedimientos que se siguen son apropiados. Estos casos se toman como patrón para determinar a partir de la evaluación de los niveles de incertidumbre en ellos involucrados, los parámetros apropiados para otras situaciones en las que no exista una experiencia previa de este tipo. A esta forma de proceder se le denomina *calibración*.

De esta manera, las consideraciones probabilistas se quedan a nivel de la elaboración de los reglamentos, mientras que la aplicación de éstos al diseño de una estructura

dada es completamente determinista. Algunos reglamentos recientes admiten, sin embargo, ciertas modificaciones a los factores de seguridad a partir de cálculos probabilistas que toman en cuenta las condiciones particulares. Métodos de ese tipo son recomendables especialmente para el diseño de estructuras particularmente importantes en las que las consecuencias de la falla y la magnitud de las incertidumbres pueden ser radicalmente distintas de las situaciones típicas abarcadas por las normas. Hay que recordar que éstos, por la necesidad de generalizar y reducir las variables a números manejables, están obligados a esquematizar drásticamente los problemas y a diferenciar sólo un número limitado de opciones.

Del sinnúmero de reglamentos de diseño estructural que existen, la mayoría se refiere al diseño de estructuras especiales (puentes, tuberías, etc.) o son particulares de algún material (concreto, acero, madera, mampostería). Algunos son de alcance más general y tienden a establecer criterios unificados de diseño para las diferentes estructuras y materiales. La tendencia a establecer criterios unificados es más notoria en los países europeos donde existen códigos multinacionales para los países de la Unión Europea. Estas reglas son muy avanzadas y tienen en general bases probabilistas. Además, cada país tiene sus reglamentos particulares basados en la práctica y experiencia local, aunque es notoria la tendencia a que la reglamentación de los diversos países europeos sea similar. Las normas alemanas (DIN) constituyen un cuerpo cada vez más impresionante de reglas y criterios que abarcan en detalle los aspectos más diversos y especializados de diseño. Las normas canadienses (CNBC) constituyen un intento sobresaliente de dar una base racional y uniforme a los criterios de diseño. En los EE.UU., por otra parte, la reglamentación está muy dispersa y es poco uniforme, debido a que es elaborada por grupos distintos según el material, según el tipo de estructura y según la región donde se aplican. Sin embargo, muchos de los códigos o recomendaciones específicas elaboradas por diversas instituciones de este país representan los documentos más avanzados y de mayor divulgación a nivel internacional, de manera que son ampliamente usados también en otros países, especialmente para el proyecto de grandes obras industriales y de infraestructura en las que intervienen especialistas de distintas partes del mundo. Las normas más conocidas son el ya mencionado Código ACI referencia 2.8) para estructuras de concreto, el AISC (referencia 2.12) para estructuras de acero, el AASHTO (referencia 2.13) para diseño estructural de puentes y el UBC (referencia 2.14) para el proyecto de edificios en general.

En México la reglamentación más actualizada y la que sirve de modelo para las de otros estados, es la del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal (referencia 2.5). Sobre ella se tratará con cierto detalle en el subcapítulo siguiente. Este reglamento se refiere únicamente a las construcciones urbanas (edificios). Un documento que tiene un alcance mucho mayor es el Manual de Diseño de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad (referencia 2.15) que abarca el diseño de obras industriales y de chimeneas, tanques, torres y cimentaciones. Además especifica acciones de diseño para distintas regiones de la República Mexicana. Aunque no se trata de un reglamento de observancia obligatoria, se aplica como documento base para el diseño de muy diversas estructuras.

En número cada vez mayor los reglamentos tienden a ser de resistencia o de estados límite. Sin embargo, muchos de ellos conservan como opción, o a veces como procedimiento único, el diseño por esfuerzos admisibles. Esto más por razones de tradición y de familiaridad de los proyectistas que por defender criterios elásticos de diseño. Por ejemplo para estructuras de acero, de madera y de mampostería prevalecen métodos de esfuerzos admisibles, mientras que para las de concreto es más difundido el diseño por estados límite (o de resistencia).

2.10 EL REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES PARA EL DISTRITO FEDERAL

Se hará una presentación detallada del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal, no con el propósito de ligar los principios del diseño a los requisitos de dicho documento, los cuales son circunstanciales y serán modificados con el tiempo, sino principalmente con el fin de ilustrar los principios y los aspectos básicos de un reglamento.

La versión más reciente (1993) mantiene las bases de la que fue puesta en vigor en 1976 e incluye un planteamiento general del problema de diseño que es aplicable a todo tipo de estructuras. Los requisitos particulares que se derivan de la aplicación de esos principios generales a los materiales y tipos estructurales específicos se encuentran fuera del cuerpo principal del reglamento y se agrupan en una serie de Normas Técnicas Complementarias (NTC). Esta modalidad intenta lograr que el reglamento permanezca mayor tiempo sin modificación, ya que sus principios y procedimientos generales están poco sujetos a verse superados por los avances en el conocimiento de las estructuras y por el surgimiento de nuevos materiales y modalidades de construcción. Por otra parte, las Normas Técnicas Com-

plementarias pueden actualizarse más fácilmente por no tener que seguir el laborioso proceso de legalización que requiere el propio reglamento.

El campo de aplicación del reglamento está limitado a las edificaciones urbanas; por tanto, no rige para el diseño de puentes, presas y estructuras industriales particularmente complejas.

Las recomendaciones generales del reglamento para el diseño de estructuras se incluyen en el título llamado "Seguridad Estructural de las Construcciones". Éste contiene algunos capítulos iniciales relativos a los conceptos básicos del diseño según el criterio de estados límite, los que ya se han tratado en este texto. Además, se definen procedimientos generales para el cálculo de los valores de diseño de las acciones y de la resistencia. Estos procedimientos se emplean sólo en casos excepcionales en que los valores no estén especificados por el propio reglamento o por las normas técnicas complementarias.

Las combinaciones de carga se forman de la manera expuesta en este capítulo y el factor de carga para combinaciones que incluyan solamente acciones permanentes y variables debe ser 1.4, excepto cuando se trata de estructuras de construcciones en que puede haber aglomeración de personas, como los centros de reunión, escuelas, salas de espectáculos, estadios, así como en aquellos que contengan equipos sumamente valiosos. En todas ellas el factor de carga debe ser 1.5. El incremento en el factor de carga refleja las consecuencias más graves de la falla de las construcciones en cuestión. Atendiendo a los conceptos de optimación expresado en el subcapítulo 2.5, cuando el costo de la falla es mayor se requiere un factor de seguridad más alto.

Para combinaciones que incluyan alguna acción accidental el factor de carga será 1.1 para todas las acciones. Esta reducción toma en cuenta la menor probabilidad de que actúen simultáneamente los efectos máximos de cargas permanentes y accidentales. En este caso no se hacen distinciones en el factor de carga para estructuras de particular importancia, ya que esto está cubierto en la definición de los valores de diseño de las acciones accidentales de sismo y viento que son significativamente más altos cuando las consecuencias de la falla pueden ser mayores que las comunes.

Para alguna acción cuyo efecto sea favorable para la seguridad de la estructura el factor de carga debe tomarse como 0.9. Éste es el caso, por ejemplo, del efecto de las cargas gravitacionales al revisar la seguridad ante volteo por las cargas laterales debidas a viento o a empuje de tierras. En la tabla 2.2 se presentan las combinaciones de carga comunes y los factores de carga correspondientes.

Tabla 2.2 Factores de carga especificados por diferentes reglamentos

Código	*Combinaciones comunes*	*Combinaciones excepcionales*	*Combinaciones para volteo*
RCDF	$1.4S_M + 1.4S_v$ (1)	$1.1S_M + 1.1S_v$ (2) $+ 1.1S_A$	$0.9S_M + 1.1S_A$
ACI	$1.4S_M + 1.7S_v$	$1.05S_M + 1.275S_v + 1.275S_A$	$0.9S_M + 1.3S_A$
ANSI81	$1.2S_M + 1.6S_v$	$1.2S_M + 0.5S_v + 1.5S_A$ (3)	$0.9S_M + 1.5S_A$ (3)
CEB80	$1.25S_M + 1.45S_v$	$1.25S_M + S_v + S_A$	$0.8S_M + 1.45S_A$

Los factores de carga se aplican a las fuerzas internas debidas respectivamente a:
Acciones permanentes (carga muerta), S_M
Acciones variables (carga viva), S_v
Acciones accidentales (sismo o viento), S_A

(1) Ambos factores de carga se aumentan a 1.5 para edificaciones muy importantes
(2) Sv es el valor instantáneo de la carga viva de diseño (reducido)
(3) El factor 1.5 se aplica a S_A si es debida a sismo, si es por viento se toma 1.3

Los factores de reducción que deben aplicarse a las resistencias se consignan en las normas técnicas complementarias para cada material y estado límite específicos. Los factores de reducción varían según el grado de seguridad y la precisión de la fórmula empleada para el cálculo, según el tipo de falla esperado, si dúctil o frágil y, particularmente, también según el tipo de elemento estructural. Así, por ejemplo, para falla en flexión en acero o en concreto reforzado se aplica un factor de reducción de 0.9, ya que la falla es dúctil y el procedimiento de cálculo relativamente preciso. Para flexocompresión en columnas de concreto el factor se reduce a 0.75 considerando el carácter frágil de la falla y las mayores consecuencias que en general se tienen por la falla de una columna; si existe un zuncho transversal que asegure una falla dúctil de la columna, el factor de reducción vale 0.85.

De la descripción de estos valores se aprecia que algunos aspectos que intervienen en la definición de factor de seguridad total se toman en cuenta al establecer los valores de diseño de las acciones y de los parámetros que intervienen en la resistencia; otros, en los factores de carga y otros, en los de reducción. La magnitud relativa de los factores parciales de seguridad y los aspectos que se pretende tomar en cuenta con ellos son hasta cierto punto arbitrarios. Es evidente que se podrían obtener los mismos resultados del diseño si se usaran, por ejemplo, factores de carga menores pero se disminuyeran también los factores de reducción de resistencia. De hecho otros códigos especifican valores individuales de los factores parciales de seguridad distintos de los del RCDF; sin embargo, los resultados finales del diseño son bastante similares si se sigue uno u otro. Lo que puede conducir a resultados erróneos y posiblemente del lado de la inseguridad, es mezclar los requisitos de un reglamento con los de otro.

La tabla 2.2 resume los factores de carga especificados por cuatro diferentes códigos para las combinaciones de carga correspondientes a las situaciones más usuales que se presentan en el diseño. Son evidentes las diferencias sustanciales entre uno y otro. Por ejemplo los factores de carga especificados por el RCDF son en general menores quc los del Código ACI; por otra parte, este último reglamento recomienda factores de reducción de resistencia y valores de diseño para las variables que intervienen en la resistencia, que son en general mayores que los de RCDF, de manera que el resultado final del diseño difiere poco en la mayoría de los casos. Lo que daría lugar a errores graves del lado de la inseguridad sería mezclar los dos códigos, determinando, por ejemplo, las acciones y los factores de carga con el RCDF y la resistencia y requisitos de dimensionamiento con el código ACI.

Más adelante, el RCDF incluye procedimientos para tomar en cuenta los efectos de cargas muertas y vivas, los efectos de sismo y viento y para el diseño de cimentaciones; todos ellos se comentarán en los capítulos siguientes.

En las normas técnicas complementarias se aplican los lineamientos generales especificados por el reglamento al diseño de estructuras de concreto, acero, mampostería y madera. Salvo en el caso de la madera, los requisitos siguen un criterio común de estados límite en que las acciones y los factores de carga son iguales para todos los materiales y los factores de reducción de resistencia están determinados para lograr niveles de confiabilidad semejantes.

Para facilitar la comprensión y aplicación de los requisitos de las normas, se han elaborado comentarios, ejemplos y ayudas de diseño que se pueden consultar en las referencias 2.7 y 2.16 a 2.21.

Ejemplo 2.1

Se trata de ilustrar el proceso de dimensionamiento según los métodos de estado límite (diseño por resistencia última) y de esfuerzos admisibles, así como de comparar los resultados y los factores de seguridad involucrados en ambos procedimientos. El ejemplo representa un problema sumamente esquematizado y simplista con el objeto de aislar únicamente el aspecto que se pretende ilustrar.

Considérese una viga de concreto reforzado, parte de un sistema de piso, simplemente apoyada y que soporta cargas uniformemente distribuidas en toda su longitud.

Los datos son los siguientes:

Claro total de la viga	L = 6m
Sección propuesta para la misma	$b \times h = 30 \times 50$ cm
Resistencia a compresión especificada para el concreto	$f'_c = 200$ kg/cm^2
Esfuerzo de fluencia especificado para el refuerzo	$f_y = 4200$ kg/cm^2
Carga muerta uniformemente distribuida (incluye el peso de la losa más recubrimientos más el peso propio de la viga misma)	$w_{CM} = 1600$ kg/m
Carga viva uniformemente distribuida	$w_{CV} = 1000$ kg/m

Se dimensionará el refuerzo longitudinal de tensión, considerando la viga como simplemente armada, por el criterio de resistencia última y por el método de diseño de esfuerzos admisibles del código ACI.

a) Dimensionamiento por resistencia última

Se determina el momento último actuante aplicando los factores de carga de 1.4 y 1.7 a la carga muerta y a la viva respectivamente (sección 9.2.1 del código). Para la viga simplemente apoyada el momento será crítico en la sección del centro del claro e igual a

$$M_u = (1.4\, w_{CM} + 1.7\, w_{CV})\, \frac{L^2}{8}$$

$$M_u = (1.4 \times 1600 + 1.7 \times 1000)\, \frac{36}{8} = 17{,}730 \text{ kg-m}$$

El refuerzo por flexión se determina con las hipótesis de la sección 10.2 del código. El dimensionamiento por estas hipótesis se realiza en la práctica con la ayuda de gráficas y tablas disponibles en los textos y manuales sobre la materia. Cuando la cuantía del refuerzo que resulta es baja (apreciablemente menor que la cuantía balanceada), el área necesaria de refuerzo puede determinarse en forma aproximada con la expresión

$$A_s = \frac{M_U}{\phi f_y j' d}$$

en que ϕ es el factor de reducción por resistencia que para flexión vale 0.9 (sección 9.3.2 (a)). j' es un coeficiente que define el brazo de palanca de las resultantes internas de compresión y de tensión y que es cercano a 0.9 para bajas cuantías de refuerzo. Por tanto, el área necesaria en nuestro caso será:

$$A_s = \frac{17730\ 00}{0.9 \times 4200 \times 0.9 \times 46} = 11.33 \text{ cm}^2$$

En la ecuación anterior M_u se expresó en kgcm por congruencia de unidades y d, peralte efectivo de la sección, se determinó considerando un recubrimiento al centroide del refuerzo de tensión de 4 cm ($d = h - 4 = 46$ cm).

$$p = \frac{A_s}{bd} = \frac{11.33}{30 \times 46} = 0.0082$$

La cuantía balanceada de refuerzo en flexión es para este caso (ecuación 8.1 del código)

$$p_b = \frac{0.85\beta_1 f_c'}{f_y} \frac{6120}{6120 + f_y}$$

en que $\beta_1 = 0.85$, si $f_c' < 280$ kg/cm^2

$$p_b = \frac{0.85 \times 0.85 \times 200}{4200} \frac{6120}{6120 \times 4200} = 0.0204$$

La cuantía determinada para la sección es cerca de 40% de la balanceada, por lo que es válido el procedimiento adoptado.

b) Dimensionamiento por el método de esfuerzos admisibles. Apéndice B del Código

Los esfuerzos admisibles son, según la sección B.3.1,

para el concreto en compresión $f_c = 0.45 f_c' = 90$ kg/cm^2
para el acero en tensión $f_s = 0.5 f_y = 2100$ kg/cm^2

El momento actuante bajo las cargas de servicio resulta

$$M = (w_{CM} + w_{CV}) \frac{L^2}{8}$$

$$M = (1600 + 1000) \frac{36}{8} = 11{,}700 \text{ kg-m}$$

El diseño por esfuerzos admisibles se basa en este caso en la suposición de un comportamiento lineal de los materiales; las hipótesis involucradas y los detalles del procedimiento pueden verse, por ejemplo, en el texto de Winter y Nilson (referencia 2.21).

Las ecuaciones de dimensionamiento resultan en términos de un parámetro k que define el brazo de palanca de las resultantes internas de compresión y tensión, jd, como

$$j = 1 - \frac{k}{3}$$

k puede determinarse como

$$k = \frac{n}{n + f_s/f_c}$$

en que n es la relación de módulos de elasticidad del acero y el concreto y f_s/f_c es la relación entre los esfuerzos máximos que se presentan en el acero y el concreto bajo las cargas de servicio.

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^6}{15000 \times \sqrt{f'_c}} = 10$$

Se han tomado para los módulos de elasticidad del acero de refuerzo, E_s, y del concreto, E_c, los valores que especifica el código ACI al respecto.

Suponiendo que los esfuerzos en el concreto alcanzan los valores admisibles, se tiene

$$\frac{f_s}{f_c} = \frac{2100}{90} = 23.33$$

de donde

$$k = \frac{10}{10 + 23.33} = 0.30$$

y

$$j = 1 - \frac{0.30}{3} = 0.9$$

El área de acero necesaria resulta

$$A_s = \frac{M}{f_s j' d} = \frac{1170000}{12000 \times 0.9 \times 46} = 13.5 \text{ cm}^2$$

que corresponde a una cuantía

$$p = \frac{A_s}{bd} = \frac{13.5}{30 \times 46} = 0.0098$$

En función de la cuantía puede corregirse el valor de k que se supuso

$$k = (2pn + pn^2)^{1/2} - \text{p} = (2 \times 0.0098 \times 10 + 0.098^2)^{1/2} - 0.098$$

$$k = 0.36$$

que es ligeramente mayor que el supuesto; sin embargo, el resultado no cambiará significativamente al recalcular el área de acero con

$$j = 1 - \frac{0.36}{3} = 0.88$$

en lugar de 0.90

c) Comparación y comentarios sobre los dos métodos

El área de refuerzo determinada por el método de esfuerzos admisibles resultó superior a la que se obtuvo en el diseño por resistencia en la proporción

$$\frac{13.5}{11.3} = 1.19$$

La diferencia no se debió en este caso a discrepancias propias de los dos métodos sino a los distintos factores de seguridad que este código asigna al diseño según los dos procedimientos. Las expresiones que se emplearon para la determinación del área de refuerzo son iguales excepto por los coeficientes j' y j y por los factores de seguridad.

En el ejemplo particular los valores j' y j se tomaron iguales, por tanto las diferencias en el resultado se deben en este caso exclusivamente a la diferencia en los factores de seguridad. Hay que considerar que, en general, se tendrá cierta diferencia entre j' y j. Si se hubieran calculado sus valores con más precisión se hubiera encontrado que j' es ligeramente mayor y j ligeramente menor que el valor empleado. La diferencia resulta pequeña cuando las secciones tienen bajas cuantías de refuerzo, mientras que cuando las cuantías son elevadas y cuando existe refuerzo de compresión, j' resulta significativamente mayor que j.

En el diseño por esfuerzos admisibles el factor de seguridad es el coeficiente que define el esfuerzo admisible como fracción del de fluencia (en este caso igual a dos). En el diseño por resistencia el factor de seguridad se compone del factor de carga que se emplea para la determinación del momento último, M_u, y del factor de reducción de resistencia, φ. El factor de carga se determina en este caso como el promedio pesado de los factores correspondientes a carga muerta y a carga viva. Se obtiene, por tanto,

$$FS = \frac{F_c}{\phi}$$

$$F_c = \frac{1.4 \times 1600 + 1.7 \times 1000}{2600} = 1.52$$

$$FS = \frac{1.52}{0.9} = 1.68$$

La relación entre los factores de seguridad correspondientes a esfuerzos admisibles y a resistencia resulta

$$\frac{2}{1.68} = 1.19$$

que es precisamente la proporción que existe entre las áreas de refuerzo determinadas con los dos procedimientos.

Se concluye que hubo en los redactores de este reglamento la intención de hacer más conservador el diseño por esfuerzos admisibles que el de resistencia, ya que las diferencias podrían haberse eliminado en la mayoría de los casos ajustando apro-

piadamente los factores de seguridad parciales correspondientes. Esta diferencia se hace más notoria a medida que las cuantías de refuerzo aumentan. Probablemente, la decisión de mantener esta diferencia en los factores de seguridad involucrados se deba a la intención de impulsar el empleo del método de diseño por resistencia que se considera más racional, castigando el diseño por esfuerzos admisibles al provocar que las estructuras así diseñadas resulten más costosas.

Hay que recordar que los factores de seguridad determinados como FS en los cálculos anteriores no representan el factor de seguridad total del diseño, ya que existen consideraciones conservadoras en los valores que se han supuesto para las cargas de diseño y para la resistencia de los materiales.

2.11 REQUISITOS DE SERVICIO

2.11.1 Apectos generales

Se estableció al inicio de este capítulo que, después del objetivo básico de obtener una seguridad adecuada contra la falla, el segundo objetivo del diseño estructural es lograr un comportamiento satisfactorio en condiciones normales de operación de la construcción y también ante ciertas acciones accidentales que es de esperarse ocurran diversas veces durante la vida esperada de ésta.

Expresado en la terminología de estados límite, este segundo objetivo equivale a que debe haber una probabilidad pequeña de que la respuesta estructural rebase ciertos estados límite de servicio, excepto bajo acciones externas excepcionales.

Se consideran como estados límite de servicio aquellas modalidades del comportamiento de una estructura que implican el funcionamiento inapropiado de la construcción, la incomodidad de sus ocupantes, el daño a elementos no estructurales o daños en construcciones vecinas o en las instalaciones de servicio público. Los requisitos de servicio pretenden además, con frecuencia, proteger contra la posibilidad de que ocurran deformaciones de la estructura que ocasionen efectos significativos de los llamados de "segundo orden". Éstos consisten en las fuerzas internas adicionales que se producen por efectos de las cargas externas actuando sobre la configuración deformada de la estructura. Aunque los efectos de segundo orden son problemas relacionados con la seguridad, la práctica común es ignorarlos en el análisis al considerar que, si los desplazamientos de la estructura ante las acciones de diseño se mantienen dentro de ciertos límites, los efectos de segundo orden son despreciables.

Para la revisión de los estados límite de servicio los códices especifican usualmente las mismas intensidades nominales de las acciones que se usan para la revisión de la

seguridad, pero no se deben aplicar en este caso factores de carga o factores de reducción. De esta manera los únicos factores de seguridad que se contemplan son los que están implícitos en los valores de diseño de las acciones y de las propiedades de los materiales.

Resultará claro que la obediencia de los requisitos de servicio significará en la casi totalidad de los casos proporcionar a la estructura global y a sus elementos locales, rigidez suficiente para que las deformaciones ante las cargas de diseño se mantengan dentro de límites tolerables. Los casos más comunes que deben comprobarse son las flechas de los elementos horizontales de la estructura (losas y vigas de los sistemas de techo y piso) ante el efecto de las cargas gravitacionales y los desplazamientos laterales de una estructura ante los efectos de sismo o viento. Con frecuencia los problemas no son estáticos sino dinámicos, o sea de vibraciones. Las amplitudes de desplazamientos que son tolerables en un movimiento vibratorio son mucho menores que las que se admiten cuando éste se presenta estáticamente. En losas y sistemas de piso de edificios y puentes resultan, en general, más críticas las vibraciones debidas a movimientos irregulares de personas o de vehículos que las deflexiones debidas al efecto estático de las cargas aplicadas.

En estructuras industriales pueden presentarse problemas especiales por vibraciones inducidas por el funcionamiento de ciertas máquinas o por el flujo irregular de líquidos o gases en tuberías. Los desplazamientos laterales en edificios ante sismo o viento son esencialmente vibratorios, aunque en general se trata de movimientos de frecuencias bajas que desde el punto de vista de los desplazamientos tolerables pueden tratarse como estáticos. En edificios altos la rigidez lateral necesaria para limitar estos desplazamientos dentro de niveles tolerables es uno de los parámetros determinantes en la elección del tipo de estructuración y del tamaño de los elementos estructurales.

El problema de los requisitos de servicio ha ido adquiriendo una importancia cada vez mayor a medida que se han estado empleando en las construcciones materiales de mayor resistencia, secciones más reducidas y formas estructurales más atrevidas. Como ejemplo, considérese que actualmente se emplean en las estructuras aceros con resistencia bastante superior a los que se empleaban hace algunas décadas, pero con el mismo módulo de elasticidad.

Esto implica que desde el punto de vista de la resistencia pueden emplearse dimensiones sustancialmente menores en los elementos estructurales; sin embargo, esto lleva aparejada una disminución sustancial en la rigidez con respecto a lo que antes se obtenía. Por tanto, si antes era en general suficiente revisar que los esfuerzos bajo las cargas de servicio se mantuvieran en alrededor de la mitad de los de fluencia para ga-

rantizar que no habrían problemas de flechas excesivas, ahora esta forma de proceder ya no es aceptable. La observancia de los requisitos de servicio en un paso básico que se debe revisar tanto cuando se realiza el diseño por un criterio de esfuerzos admisibles como cuando se hace por uno de resistencia o estados límite. El escaso cuidado que algunos proyectistas ponen en este aspecto del diseño hace que la mayoría de los problemas estructurales que se presentan y los casos más frecuentes de necesidad de modificaciones y reparaciones estructurales se deban a incumplimiento de requisitos de servicio.

2.11.2 Desplazamientos verticales (flechas)

Aunque se ha mencionado que los estados límite de servicio críticos son frecuentemente los relacionados con vibraciones excesivas, los requisitos de los códigos se establecen comúnmente en términos de desplazamientos, o sea, permiten ignorar el carácter dinámico del problema y tratarlo como si fuera estático.

La justificación de este proceder se encuentra en que las amplitudes de las vibraciones disminuyen normalmente a medida que se proporciona mayor rigidez a la estructura y el nivel de rigidez necesario se puede establecer de manera burda fijando un desplazamiento admisible ante un sistema equivalente de cargas estáticas. Existen sin embargo, algunas situaciones en que al rigidizar una estructura o una porción de ella se provoca que su periodo de vibración sea más cercano al periodo dominante de la excitación que induce la vibración y por tanto se amplifica más la respuesta. En el capítulo 6 se expondrán algunos conceptos adicionales al respecto. Por esta razón problemas particularmente importantes de vibraciones deben tratarse con un planteamiento dinámico.

Los requisitos de servicio establecidos por los códigos consisten generalmente en el cálculo de las flechas ante ciertos sistemas de carga y en su comparación con desplazamientos admisibles. Las cargas para las cuales se calculan las flechas son generalmente las nominales sin incrementar por factores de carga; estos sistemas de carga se le llama frecuentemente *cargas de servicio*. El cálculo de las flechas de una estructura se realiza con los procedimientos estándar de análisis, suponiendo comúnmente un comportamiento elástico de la estructura y afectando, si es necesario, los resultados por algún factor correctivo para tomar en cuenta la no linealidad del comportamiento. Esto último es particularmente necesario cuando se quieren determinar las flechas a largo plazo en estructuras de concreto, en las cuales el flujo plástico del material ocasiona que las deformaciones crezcan en el tiempo hasta valores muy superiores a los que se tienen inmediatamente después de la aplicación de la carga.

El margen de error que se tiene en el cálculo de las flechas es mucho mayor que el que puede esperarse en la determinación de las fuerzas internas, ya que los resultados son mucho más sensibles a las hipótesis que deben hacerse acerca de las propiedades geométricas de los elementos y mecánicas de los materiales, cuando se trata de cálculo de deformaciones que cuando se determinan fuerzas internas. En el capítulo 5 se tratarán con más detalle los problemas relacionados con la postulación de los modelos analíticos de las estructuras a partir de los cuales se calcula su respuesta.

El otro aspecto de los requisitos de servicio es el relacionado con los desplazamientos permisibles. Existen discrepancias importantes entre los valores especificados por diferentes reglamentos, signo de que estos límites no están basados en un planteamiento racional y generalmente aceptado del problema. La gama de situaciones que puede presentarse y que pueden conducir a que la respuesta de la estructura deba considerarse como un estado límite, es muy variada y por ello resulta peligroso fijar límites de validez general. El planteamiento del RCDF al respecto consiste en fijar claramente qué características de la respuesta deben considerarse como estados límite y fijar valores cuantitativos sólo para los casos más comunes, dejando al proyectista la responsabilidad de hacer correcciones a dichos valores típicos para situaciones que se salen de lo común.

Según dicho código debe considerarse como estado límite

> "Una flecha vertical, incluyendo los efectos a largo plazo, igual al claro entre doscientos cuarenta, más 0.5 cm. Además para miembros cuyas deformaciones afecten elementos no estructurales, como muros de mampostería, que no sean capaces de soportar deformaciones apreciables, se considerará como estado límite una deflexión, medida después de la colocación de elementos estructurales, igual al claro entre cuatrocientos ochenta, más 0.3 cm. Para elementos en voladizo los límites anteriores se multiplicarán por dos".

Este caso se refiere esencialmente a las deflexiones de los elementos horizontales (losas y vigas) bajo el efecto de las cargas verticales (carga muerta y carga viva). El límite se establece en función del claro, L. El límite general

$$L/240 + 0.5 \text{ cm}$$

obedece esencialmente a evitar vibraciones excesivas y a razones de aspecto. El valor admisible tiende a 0.5 cm cuando el claro tiende a cero, por considerar que una de-

flexión de esa magnitud es prácticamente imperceptible y no ocasiona problemas.

Se establece un límite de cerca de la mitad cuando pueden afectarse elementos no estructurales frágiles. El caso más representativo es el de una viga o una losa sobre la que está colocado un muro divisorio de mampostería. Por la baja resistencia a tensión de la mampostería, los muros se agrietan por pequeños hundimientos de su base que provocan la aparición de tensiones debidas a flexión o a cortante en su plano. La situación y las formas más comunes de agrietamiento se ilustran en la figura 2.18. La magnitud de los esfuerzos y de las grietas que se producen depende de la distorsión que se provoca en el muro, o sea de la relación entre el movimiento vertical del apoyo y la longitud a lo largo de la cual este movimiento se desarrolla; de ello que el límite se exprese como función del claro. El límite establecido para este segundo caso se refiere a la deflexión que ocurre después de que se coloquen los elementos no estructurales, ya que las deformaciones que se presentan con anterioridad no causan problemas en ellos. Por tal razón, por ejemplo para una viga que soporta un muro de mampostería, deberán descontarse las deflexiones iniciales debidas al peso propio del sistema de piso.

Restricciones mucho más severas a los desplazamientos se suelen imponer a estructuras que deben contener equipos cuyo correcto funcionamiento puede verse alterado por pequeñas faltas de alineamiento entre sus componentes, como el que puede ser causado por flechas del piso sobre el que se apoyan. Los desplazamientos admisibles en puentes son también sustancialmente menores que los usuales,

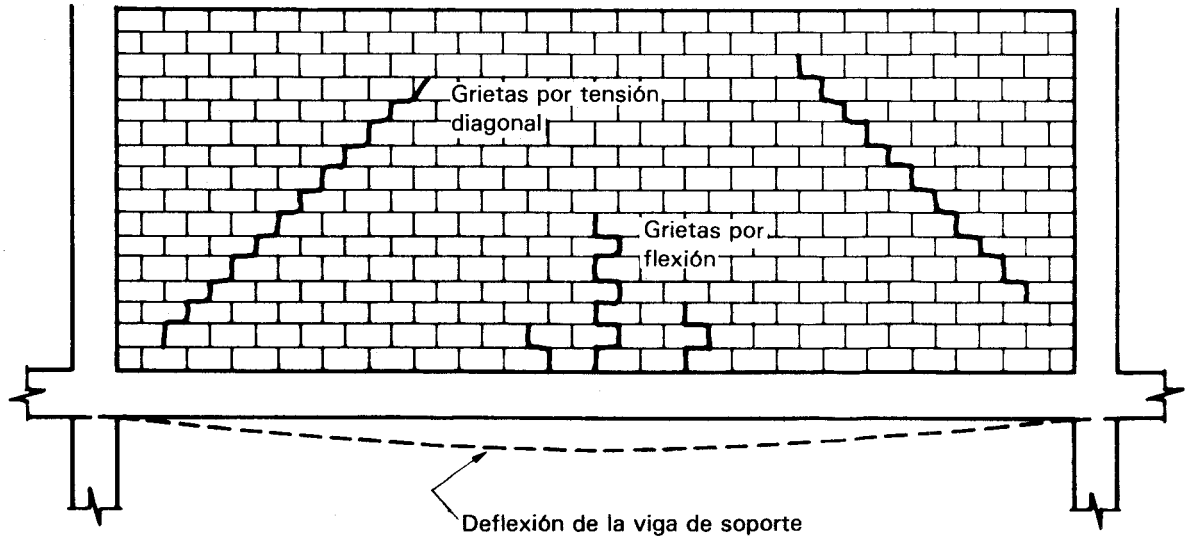


Figura 2.18. Agrietamiento típico en un muro divisorio por deflexión excesiva de la viga del piso en que se apoya.

especialmente si se prevé sobre ellos un tránsito intenso de peatones que pueden ser afectados por las vibraciones inducidas por el tráfico. Véase el ejemplo del puente peatonal presentado en el capítulo 1.

Las flechas admisibles especificadas por distintos códigos difieren en forma significativa, tanto en los valores admisibles como en las condiciones de carga para los que hay que determinar las flechas.

Debido a que la determinación de las flechas resulta en la mayoría de los casos compleja y poco confiable, muchos códigos permiten omitir la revisión de este estado límite cuando los elementos estructurales poseen dimensiones tales que les garantizan una rigidez que la experiencia ha mostrado ser suficiente para evitar problemas de deflexiones. Los límites se establecen en este caso en términos de relaciones claro a peralte que no deben excederse.

2.11.3 Desplazamientos horizontales

La limitación de desplazamientos horizontales se fija para la respuesta de la estructura ante efectos de viento y sismo, principalmente. En este sentido no debería hablarse propiamente de condiciones de servicio, ya que en ambos casos se trata de acciones accidentales. Estos fenómenos en muchas regiones suceden con suficiente frecuencia con intensidades tales que pueden llegar a causar daño, como para que deba cuidarse que no produzcan pánico a los ocupantes, ni pérdidas económicas graves por daños en los elementos no estructurales o en el contenido del edificio. El RCDF especifica que debe considerarse como estado límite "una deflexión horizontal entre dos niveles sucesivos de una estructura, igual a 1/250 de la altura de un entrepiso, para estructuras que no tengan ligados elementos no estructurales que puedan dañarse con pequeñas deformaciones e igual a 1/500 de la altura del entrepiso para otros casos".

La limitación anterior está pensada para la revisión de los desplazamientos laterales debidos a efectos de viento. Para la acción de sismos se establecen límites diferentes que se presentarán en el capítulo 6. También en este caso el desplazamiento admisible se reduce a la mitad cuando existen elementos frágiles ligados a la estructura, por las mismas razones comentadas para las flechas.

Los desplazamientos laterales, deben estar sujetos a restricciones más severas que las planteadas para las estructuras comunes, en el caso de edificios que contienen equipos o instalaciones particularmente sensibles a las vibraciones, como algunos equipos eléctricos y telefónicos. Un caso interesante es el de las torres de microondas en las cuales los movi-

mientos laterales debidos a viento producen desviaciones angulares en los reflectores parabólicos colocados en su punta que pueden dar lugar a pérdidas de señal. El parámetro que debe limitarse es en este caso el ángulo de giro en la punta de la torre, para el cual los valores tolerables son de fracciones de un grado, dependiendo de la distancia a la que se encuentran las fuentes de las señales que tienen que transmitirse y recibirse.

2.11.4 Control de vibraciones

Como se ha mencionado anteriormente, los códigos no contienen generalmente requisitos específicos para el control de vibraciones, sino que consideran cubierto este requisito al revisar los desplazamientos permisibles. Existen situaciones, sin embargo, en que es necesario hacer una revisión explícita de este estado límite, particularmente cuando las vibraciones son debidas a equipos o a grandes aglomeraciones de personas.

Se trata de un problema de tipo dinámico que requiere de un planteamiento teórico relativamente complejo. Depende de las características dinámicas de la excitación, su frecuencia y amplitud, y de las propiedades dinámicas de la estructura o de la parte de ella que es afectada por la vibración, principalmente las frecuencias naturales de vibración y el amortiguamiento.

Un aspecto particularmente delicado es la definición de los niveles de vibración admisibles. Éstos pueden ser regidos por la tolerancia humana a la vibración o por la afectación del funcionamiento de otros equipos o instalaciones. El primer concepto es usualmente el que prevalece. Se han establecido límites de la tolerancia de las personas a la vibración. La amplitud tolerada depende de la frecuencia a la que se da la vibración y de la actividad que desarrollan. La figura 2.19 muestra los valores más aceptados al respecto. Mientras mayor es la frecuencia, menor es la amplitud del movimiento tolerado.

La revisión de la vibración consiste en estimar la amplitud y frecuencia de la vibración que se induce para compararlas con los valores tolerables.

En un gran número de casos sólo se inducen amplitudes de vibración significativas cuando se presentan situaciones cercanas a la resonancia, o sea, cuando la frecuencia de la exitación es cercana a la de alguno de los primeros modos naturales de vibrar de la estructura. Por ello, más que el cálculo de la amplitud de la vibración inducida se, procura determinar ambas frecuencias y si se encuentra que son cercanas se recurre a modificar a una de las dos.

El tratamiento explícito del problema de vibración rebasa los alcances de este texto; se recomienda consultar el Manual de Diseño de Obras Civiles de la CFE (referencia

2.15), o algún texto especializado en vibraciones de maquinaria y equipo (referencia 2.23).

Otros estados límite de servicio se refieren a daños que no ponen en peligro la estabilidad de la estructura y que pueden presentarse en algunos materiales específicos. Tal es el caso del agrietamiento en el concreto reforzado, el cual es aceptado como una consecuencia normal del funcionamiento de la estructura, mientras no exceda de ciertos límites que son inaceptables a la vista o que pueden provocar problemas de corrosión. Los requisitos al respecto se encuentran en los códigos y en los textos especializados de concreto reforzado (referencia 2.9).

REFERENCIAS

2.1 J.R. Benjamin y C.A. Cornell, "Probability, Statistics and Decisions for Civil Engineers", *McGraw-Hill Book Co.*, Nueva York.

2.2 R. Meli, "Bases para los Criterios de Diseño Estructural del Proyecto del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", Publ. No. 375, *Instituto de Ingeniería*, UNAM, México, D.F.

2.3 J. Ferry Borges, y M. Castanheta, "Structural Safety", 2a edición, *Laboratorio Nacional de Engenharia Civil*, Lisboa.

2.4 E. Roblenblueth, "Seguridad y Diseño Estructural", Capítulo 7 del libro, "Concreto Reforzado en Ingeniería", editado por B. Bresler, *Ed. Limusa*, México.

2.5 "Seguridad Estructural de las Construcciones", Título Sexto del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. Con Comentarios. *Instituto de Ingeniería*, UNAM, Publ. No. ES1, México, D.F.

2.6 "Common Unified Rules for Different Types of Construction and Material", Eurocode 1. *Comission of European Comunities.*

2.7 "Diseño y Construcción de Estructuras de concreto. Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. Con comentarios, ayudas de diseño y ejemplos", *Instituto de Ingeniería*, UNAM, Publ. No. ES2, México, D.F.

2.8 "Reglamento de las Construcciones de Concreto Reforzado (ACI318) y Comentarios", *Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto*, México, D.F.

2.9 "Concrete Structures", Eurocode 2. *Commission of European Communities*, Luxembourg.

2.10 O. M. González C., y otros, "Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado", Ed. *Limusa*, México, D.F.

2.11 D.E. Allen, "Probabilistic Study of Reinforced Concrete in Bending", *Nat Res. Council, Div. of Building Research*, Ottawa.

2.12 "Manual of Steel Construction", AISC, 8a Edición *American Institute of Steel Construction*, N. York.

2.13 "Standard Specifications for Highway Bridges", AASHTO, *American Association of State Highway and Transportation Officials*, Washington.

2.14 "Uniform Building Code. UBC", *International Conference of Building Officials*, Whittier, California (se edita cada tres años).
2.15 "Manual de Diseño de Obras Civiles", *Comisión Federal de Electricidad*.
2.16 "Diseño y Construcción de Estructuras Metálicas. Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. Con Comentarios, Ayudas de Diseño y Ejemplos", *Instituto de Ingeniería*, Publ. ES3, México, D.F.
2.17 "Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería. Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. Con Comentarios y Ejemplos", *Instituto de Ingeniería*, Publ. ES4, México, D.F.
2.18 "Diseño y Construcción de Estructuras de Madera, Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. Con Comentarios y Ejemplos", *Instituto de Ingeniería*, Publ. ES5, México, D.F.
2.19 "Diseño y Construcción de Cimentaciones. Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. Con Ejemplos", *Instituto de Ingeniería*, Publ. ES6, México, D.F.
2.20 "Manual de Diseño por Sismo. Según el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", *Instituto de Ingeniería*, UNAM, Publ. ES7, México, D.F.
2.21 "Manual de Diseño por Viento, Según el Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal", *Instituto de Ingeniería*, UNAM, Publ. ES8, México, D.F.
2.22 G. Winter y A. Nilson, "Diseño de Estructuras de Concreto Reforzado", *Limusa*.
2.23 C.M. Harris y C.E: Crede, "Shock and Vibration Handbook", 2a. edición, *McGraw-Hill*, Nueva York.

PROBLEMAS

2.1 Describa al menos dos casos de estructuras en que se tienen problemas de estados límite de servicio, según usted haya podido observar en las construcciones con que haya tenido contacto. Explique las razones por las que se han rebasado dichos estados límite y las precauciones que debieran haberse tomado en el diseño para evitarlo.
2.2 Localice en la literatura técnica, o en otras fuentes a las que pueda tener acceso, información acerca de una falla estructural importante que haya ocurrido y trate de identificar el estado límite particular que se rebasó y las razones de la falla. ¿Se trató de un error de diseño o construcción, de una carga excepcional, de un mal uso de la construcción o de otra razón?
2.3 Mencione tres casos de diseño en que usted adoptaría factores de seguridad mayores que lo especificado por los reglamentos para las estructuras comunes e indique las razones para su decisión.
2.4 Con el objeto de establecer valores recomendados para la resistencia de muros de mampostería de bloques de concreto, se realizó un muestreo de bloques fabricados por las principales plantas establecidas en el valle de México para la pro-

ducción de este material. Intencionalmente, no se incluyeron en el muestreo los pequeños productores de bloque que utilizan procedimientos poco industrializados y con los cuales existe gran variabilidad en la calidad del material producido.

La muestra se obtuvo de cinco fábricas distintas, las cuales se visitaron en varias ocasiones a lo largo de un año, obteniendo en cada caso una muestra de aproximadamente diez bloques enteros escogidos al azar entre el producto almacenado, listo para entregar. De cada bloque se obtuvieron diversas propiedades, entre las cuales la resistencia a compresión, determinada en forma estándar sobre una mitad de la pieza.

Las resistencias obtenidas en las 129 piezas pertenecientes a 13 lotes distintos recolectados en las cinco diferentes fábricas fueron las que se enlistan a continuación, calculadas en kg/cm^2 sobre el área bruta de la pieza ensayada.

Resistencia			
114	106	197	78
93	126	175	92
136	168	164	76
99	117	123	123
88	177	83	101
115	93	53	81
149	74	64	75
119	81	94	118
79	111	87	96
102	173	130	146
97	133	127	191
94	163	143	148
121	121	141	105
146	96	164	88
179	73	132	94
117	57	119	69
91	83	104	98
132	114	83	110
167	67	61	113
89	155	67	133
110	192	73	127
73	170	101	151
81	188	104	173
98	108	120	168
112	91	154	151
90	48	125	161
132	44	177	130
153	70	159	140
119	90	151	124
80	110	138	158
64	105	85	178
86	129	65	134

Determine la media, desviación estándar y coeficiente de variación de la muestra.

Construya un histograma de los datos, eligiendo un número apropiado de intervalos.

Comente acerca de la función de distribución de probabilidades qua podría representar los datos en cuestión.

Calcule el valor mínimo probable usando la expresión aproximada para el percentil 2, propuesta por el RCDF y compárelo con el que se determina ajustando una distribución normal a los datos de la muestra.

2.5 Mencione un caso de diseño en que usted considere apropiado emplear un método de diseño por esfuerzos admisibles basado en la determinación de esfuerzos mediante una teoría elástica lineal. Mencione otro caso en que esta forma de proceder sería inadecuada.

2.6 Dimensione el refuerzo de la viga del ejemplo 2.1 del texto siguiendo los procedimientos de diseño por estados límite del RCDF y compare los resultados con los obtenidos para el código ACI.

En caso de que no tenga acceso al RCDF, use otro reglamento con el que se encuentre familiarizado.

Tabla 2.3 Valores de las funciones de probabilidades para la distribución normal estandarizada

Ordenadas de la función de densidad de probabilidades, $f_u(u) = (1/\sqrt{2\pi})e^{-1/2u^2}$

u	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.3989	0.3989	0.3989	0.3988	0.3986	0.3984	0.3982	0.3980	0.3977	0.3973
0.1	0.3970	0.3965	0.3961	0.3956	0.3951	0.3945	0.3939	0.3932	0.3925	0.3918
0.2	0.3910	0.3902	0.3894	0.3885	0.3876	0.3867	0.3857	0.3847	0.3836	0.3825
0.3	0.3814	0.3802	0.3790	0.3778	0.3765	0.3752	0.3739	0.3725	0.3712	0.3697
0.4	0.3683	0.3668	0.3653	0.3637	0.3621	0.3605	0.3589	0.3572	0.3555	0.3538
0.5	0.3521	0.3503	0.3485	0.3467	0.3448	0.3429	0.3410	0.3391	0.3372	0.3352
0.6	0.3332	0.3312	0.3292	0.3271	0.3251	0.3230	0.3209	0.3187	0.3166	0.3144
0.7	0.3123	0.3101	0.3079	0.3056	0.3034	0.3011	0.2989	0.2966	0.2943	0.2920
0.8	0.2897	0.2874	0.2850	0.2827	0.2803	0.2780	0.2756	0.2732	0.2709	0.2685
0.9	0.2661	0.2637	0.2613	0.2589	0.2565	0.2541	0.2516	0.2492	0.2468	0.2444
1.0	0.2420	0.2396	0.2371	0.2347	0.2323	0.2299	0.2275	0.2251	0.2227	0.2203
1.1	0.2179	0.2155	0.2131	0.2107	0.2083	0.2059	0.2036	0.2012	0.1989	0.1965
1.2	0.1942	0.1919	0.1895	0.1872	0.1849	0.1826	0.1804	0.1781	0.1758	0.1736
1.3	0.1714	0.1691	0.1669	0.1647	0.1626	0.1604	0.1582	0.1561	0.1539	0.1518
1.4	0.1497	0.1476	0.1456	0.1435	0.1415	0.1394	0.1374	0.1354	0.1334	0.1315
1.5	0.1295	0.1276	0.1257	0.1238	0.1219	0.1200	0.1182	0.1163	0.1145	0.1127
1.6	0.1109	0.1092	0.1074	0.1057	0.1040	0.1023	0.1006	0.0983	0.09728	0.09566
1.7	0.09405	0.09246	0.09089	0.08933	0.08780	0.08628	0.08478	0.08329	0.08183	0.08038
1.8	0.07895	0.07754	0.07614	0.07477	0.07341	0.07206	0.07074	0.06943	0.06814	0.06687
1.9	0.06562	0.6438	0.06316	0.06195	0.06077	0.05959	0.05844	0.05730	0.05618	0.05508
2.0	0.05399									
2.5	0.01753									
3.0	0.00443									
3.5	0.000873									
4.0	0.000134									
5.0	0.00000149									

Función de distinción acumulada, $F_u(u) = \int_{-\infty}^{u} F_u(u)du$

u	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0	0.5000	0.5040	0.5080	0.5120	0.5160	0.5199	0.5239	0.5279	0.5319	0.5359
0.1	0.5398	0.5438	0.5478	0.5517	0.5557	0.5596	0.5636	0.5675	0.5714	0.5753
0.2	0.5793	0.5832	0.5871	0.5910	0.5948	0.5987	0.6026	0.6064	0.6103	0.6141
0.3	0.6179	0.6217	0.6255	0.6293	0.6331	0.6368	0.6406	0.6443	0.6480	0.6517
0.4	0.6554	0.6591	0.6628	0.6664	0.6700	0.6736	0.6772	0.6808	0.6844	0.6879
0.5	0.6915	0.6950	0.6985	0.7019	0.7054	0.7088	0.7123	0.7157	0.7190	0.7224
0.6	0.7257	0.7291	0.7324	0.7357	0.7389	0.7422	0.7454	0.7486	0.7517	0.7549
0.7	0.7580	0.7611	0.7642	0.7673	0.7703	0.7734	0.7764	0.7794	0.7823	0.7852
0.8	0.7881	0.7910	0.7939	0.7967	0.7995	0.8023	0.8051	0.8078	0.8106	0.8133
0.9	0.8159	0.8186	0.8212	0.8238	0.8264	0.8289	0.8315	0.8340	0.8365	0.8389
1.0	0.8413	0.8438	0.8461	0.8485	0.8508	0.8531	0.8554	0.8577	0.8599	0.8621
1.1	0.8643	0.8665	0.8686	0.8708	0.8729	0.8749	0.8770	0.8790	0.8810	0.8830
1.2	0.8849	0.8869	0.8888	0.8907	0.8925	0.8944	0.8962	0.8980	0.8997	0.90147
1.3	0.90320	0.90490	0.90658	0.90824	0.90988	0.91149	0.91309	0.91466	0.91621	0.91774
1.4	0.91924	0.92073	0.92220	0.92364	0.92507	0.92647	0.92785	0.92922	0.93056	0.93189
1.5	0.93319	0.93448	0.93574	0.93699	0.93822	0.93943	0.94062	0.94179	0.94295	0.94408
1.6	0.94520	0.94630	0.94738	0.94845	0.94950	0.95053	0.95154	0.95254	0.95352	0.95449
1.7	0.95543	0.95637	0.95728	0.95818	0.95907--	0.95994	0.96080	0.96164	0.96246	0.96327
1.8	0.96407	0.96485	0.96562	0.96638	0.96712	0.96784	0.96856	0.96926	0.96995	0.97062
1.9	0.97128	0.97193	0.97257	0.97320	0.97381	0.97441	0.97500	0.97558	0.97615	0.97670
2.0	0.97725									
2.1	0.98214									
2.2	0.98610									
2.3	0.98928									
2.4	0.99180									
2.5	0.99379									
3.0	0.99865									
3.5	0.999767									
4.0	0.9999683									
4.5	0.9999966									
5.0	0.99999971									
5.5	0.999999981									

u	1.32	3.09	3.72.	4.27	4.75	5.20	5.61	6.00	6.36	6.71
$1-F(u)$	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5}	10^{-6}	10^{-7}	10^{-8}	10^{-9}	10^{-10}	10^{-11}

Tabla 2.4 Valores de las funciones de probabilidades para la distribución extrema I de valores máximos estandarizada

w	CDF	PDF	w	CDF	PDF	w	CDF	PDF
−1.50	0.01131 43	0.5070 71	1.5	0.80001 07	0.17850 65	8.0	0.99966 46	0.00033 54
−1.45	0.01407 84	0.06001 78	1.6	0.81717 95	0.16498 57	8.5	0.99979 66	0.00020 34
−1.40	0.01733 20	0.70028 48	1.7	0.83303 17	0.15218 12	9.0	0.99987 66	0.00012 34
−1.35	0.02112 23	0.08147 77	1.8	0.84764 03	0.14011 40	9.5	0.99992 51	0.00007 48
−1.30	0.02549 44	0.09354 65	1.9	0.86107 93	0.12879 04			
−1.25	0.03049 04	0.10642 20	2.0	0.87342 30	0.1182050	10.0	0.99995 46	0.00004 54
−1.20	0.03614 86	0.12001 76	2.1	0.88474 45	0.10834 26	10.5	0.99997 25	0.00002 75
−1.15	0.04250 25	0.13423 10	2.2	0.89511 49	0.09918 16	11.0	0.99998 33	0.00001 67
−1.10	0.04958 01	0.14894 68	2.3	0.90460 32	0.9069 45	11.5	0.99998 99	0.00001 01
−1.05	0.05740 34	0.16403 90	2.4	0.91327 53	0.08285 05	12.0	0.99999 39	0.00000 61
−1.00	0.06598 80	0.17937 41	2.5	0.92119 37	0.07561 62	12.5	0.99999 63	0.00000 37
−0.95	0.07534 26	0.19481 41	2.6	0.92841 77	0.06895 69	13.0	0.99999 77	0.00000 23
−0.90	0.08546 89	0.21021 95	2.7	0.93500 30	0.06283 74	13.5	0.99999 86	0.00000 14
−0.85	0.9636 17	0.22545 23	2.8	0.94100 20	0.05722 24	14.0	0.99999 92	0.00000 08
−0.80	0.100800 90	0.24037 84	2.9	0.94646 32	0.05207 75	14.5	0.99999 95	0.00000 05
−0.75	0.12039 23	0.25487 04	3.0	0.95143 20	0.04736 90	15.0	0.99999 97	0.00000 03
−0.70	0.13348 68	0.26880 94	3.1	0.95595 04	0.04306 48	15.5	0.99999 98	0.00000 02
−0.65	0.14726 22	0.28208 67	3.2	0.96005 74	0.03913 41	16.0	0.99999 99	0.00000 01
−0.60	0.161568 28	0.29460 53	3.3	0.96378 87	0.03554 76	16.5	0.99999 99	0.00000 01
−0.55	0.17670 86	0.30628 08	3.4	0.96717 75	0.03227 79	17.0	1.00000 00	0.00000 00

w	CDF	PDF	w	CDF	PDF	w	CDF	PDF
−1.50	0.01131 43	0.5070 71	1.5	0.80001 07	0.17850 65	8.0	0.99966 46	0.00033 54
−1.45	0.01407 84	0.06001 78	1.6	0.81717 95	0.16498 57	8.5	0.99979 66	0.00020 34
−1.40	0.01733 20	0.70028 48	1.7	0.83303 17	0.15218 12	9.0	0.99987 66	0.00012 34
−1.35	0.02112 23	0.08147 77	1.8	0.84764 03	0.14011 40	9.5	0.99992 51	0.00007 48
−1.30	0.02549 44	0.09354 65	1.9	0.86107 93	0.12879 04			
−1.25	0.03049 04	0.10642 20	2.0	0.87342 30	0.1182050	10.0	0.99995 46	0.00004 54
−1.20	0.03614 86	0.12001 76	2.1	0.88474 45	0.10834 26	10.5	0.99997 25	0.00002 75
−1.15	0.04250 25	0.13423 10	2.2	0.89511 49	0.09918 16	11.0	0.99998 33	0.00001 67
−1.10	0.04958 01	0.14894 68	2.3	0.90460 32	0.9069 45	11.5	0.99998 99	0.00001 01
−1.05	0.05740 34	0.16403 90	2.4	0.91327 53	0.08285 05	12.0	0.99999 39	0.00000 61
−1.00	0.06598 80	0.17937 41	2.5	0.92119 37	0.07561 62	12.5	0.99999 63	0.00000 37
−0.95	0.07534 26	0.19481 41	2.6	0.92841 77	0.06895 69	13.0	0.99999 77	0.00000 23
−0.90	0.08546 89	0.21021 95	2.7	0.93500 30	0.06283 74	13.5	0.99999 86	0.00000 14
−0.85	0.9636 17	0.22545 23	2.8	0.94100 20	0.05722 24	14.0	0.99999 92	0.00000 08
−0.80	0.100800 90	0.24037 84	2.9	0.94646 32	0.05207 75	14.5	0.99999 95	0.00000 05
−0.75	0.12039 23	0.25487 04	3.0	0.95143 20	0.04736 90	15.0	0.99999 97	0.00000 03
−0.70	0.13348 68	0.26880 94	3.1	0.95595 04	0.04306 48	15.5	0.99999 98	0.00000 02
−0.65	0.14726 22	0.28208 67	3.2	0.96005 74	0.03913 41	16.0	0.99999 99	0.00000 01
−0.60	0.161568 28	0.29460 53	3.3	0.96378 87	0.03554 76	16.5	0.99999 99	0.00000 01
−0.55	0.17670 86	0.30628 08	3.4	0.96717 75	0.03227 79	17.0	1.00000 00	0.00000 00

Fuente: National Bureau of Standards [1953],"Probability Tables for the Analysis of Extreme Value Data," Applied Math Series 22, Washington, D.C.

CDF: Función de distribución acumulada
PDF: Función de densidad de probabilidades

3.

Las acciones y sus efectos en las estructuras

3.1 ALCANCE

En el capítulo anterior se han tratado con cierto detalle desde un punto de vista conceptual, las acciones, sus valores de diseño y sus combinaciones. En este capítulo se tratarán las principales acciones que se presentan en las estructuras, en lo referente a la forma de modelar el fenómeno que las genera, a los valores que deben considerarse para el diseño, a la manera de determinar sus efectos y a las incertidumbres involucradas en los valores que se emplean.

No se pretente hacer un examen exhaustivo de todas las acciones que pueden presentarse en cualquier estructura. La variedad de tipos de construcción y de condiciones de operación y ambientales que pueden presentarse es muy grande y existen acciones que son peculiares de una estructura particular. El proyectista deberá hacer un examen cuidadoso de su caso particular para determinar cuáles acciones deben tomarse en cuenta y, en caso de que estas acciones no estén definidas por un código, deberá aplicar criterios como los expuestos en este capítulo y en el anterior para determinar los valores de diseño.

Los valores y procedimientos específicos de cálculo se referirán principalmente a lo estipulado por el RCDF (referencia 3.1). Sin embargo, con frecuencia se mencionarán las recomendaciones del capítulo de acciones del Manual CFE (referencia 3.2) y las de la norma ANSI-A 58.1 (referencia 3.3), ya que estas dos últimas incluyen acciones no cubiertas por el RDF y, además, tratan en forma que se considera más racional algunos casos particulares.

Para estudiar con mayor profundidad los aspectos probabilistas de las acciones, en lo referente a las incertidumbres involucradas, se recomienda recurrir al capítulo escrito por Rosenblueth en la referencia 3.4 y al documento

que sirvió de base para la norma ANSI-A 58.1 (referencia 3.5). Los criterios de los reglamentos europeos más recientes son muy refinados en el aspecto probabilístico. Las bases del Eurocódigo pueden consultarse en la referencia 3.6.

No se incluyen en este capítulo los efectos de sismos a los cuales se ha dedicado especialmente el capítulo 6.

Cada acción se clasificará, de acuerdo con lo establecido en el subcapítulo 2.6, como permanente, variable o accidental, lo cual deberá tomarse en cuenta al realizar las combinaciones de acciones de diseño.

3.2 CARGA MUERTA

Se llama carga muerta al conjunto de acciones que se producen por el peso propio de la construcción; incluye el peso de la estructura misma y el de los elementos no estructurales, como los muros divisorios, los revestimientos de pisos, muros y fachadas, la ventanería, las instalaciones y todos aquellos elementos que conservan una posición fija en la construcción, de manera que gravitan en forma constante sobre la estructura. La carga muerta es, por tanto, la principal acción permanente.

El cálculo de la carga muerta es en general sencillo, ya que sólo requiere la determinación de los volúmenes de los distintos componentes de la construcción y su multiplicación por los pesos volumétricos de los materiales constitutivos. En su mayoría las cargas muertas se representan por medio de cargas uniformemente distribuidas sobre las distintas áreas de la construcción, aunque hay casos de cargas lineales (muros divisorios) y concentradas (equipos fijos).

Es común la creencia de que las cargas muertas pueden calcularse con mucha exactitud; sin embargo, aunque éstas son las acciones que presentan menor grado de incertidumbre, las diferencias que suele haber entre los valores de cálculo y los reales no son despreciables. Esto se debe a las diferencias entre las dimensiones especificadas en el proyecto y las que resultan en la construcción, a modificaciones y adiciones en los elementos no estructurales y a las variaciones en los pesos volumétricos de los materiales. Al cuantificar la carga muerta en algunas construcciones, se han encontrado diferencias hasta de 20 por ciento con respecto a las consideradas en el cálculo (referencia 3.4).

Es frecuente que al momento de realizar el cálculo no se cuente con un proyecto arquitectónico detallado con respecto al tipo y localización de los elementos no estructurales, como paredes divisorias y recubrimientos. Esto introduce incertidumbres considerables en el valor de la carga muerta. En estos casos es necesario hacer suposiciones conservado-

Tabla 3.1 Valores de Diseño de materiales según el RCDF

Materiales		*Peso volumétrico en ton/m³* Máximo	Mínimo
I. *Piedras naturales*			
Areniscas		2.5	1.8
Basaltos		2.6	2.4
Caliza	seca	2.8	2.4
Granito		2.6	2.4
Mármol		2.8	2.5
Pizarras		2.8	2.3
Tepetates	secos	1.6	0.75
	saturados	1.9	1.30
Tezontles	secos	1.2	0.7
	saturados	1.6	1.1
II. *Suelos*			
	seca, suelta	1.7	1.4
Arena o grava	seca, compacta	1.9	1.6
	saturada	2.0	1.8
Arcilla típica del valle de México en su condición natural		1.4	1.2
Arcilla	seca	1.2	0.9
Limo	suelto húmedo	1.3	1.0
Limo	compacto húmedo	1.6	1.3
Arcilla con grava compactados		1.7	1.4
Relleno compactado	seco	2.2	1.6
	saturado	2.3	2.0
Cascajo		1.6	1.2
III. *Piedras artificiales concretos y morteros*			
Concreto simple (agregados peso normal)	Clase I	2.3	2.1
	Clase II	2.1	1.9
Concreto reforzado (agregados peso normal)	Clase I	2.4	2.2
	Clase II	2.2	2.0
Mortero de cal y arena		1.8	1.5
Mortero de cemento y arena		2.1	1.9
Tabique de barro hecho a mano		1.5	1.3
Tabique prensado o extruido (volumen neto)		2.1	1.6
Bloque de concreto tipo pesado (volumen neto)		2.1	1.9
Bloque de concreto tipo intermedio (volumen neto)		1.7	1.3
Bloque de concreto tipo ligero (volumen neto)		1.3	0.9
Mampostería de piedras naturales		2.5	2.1

Materiales		*Peso volumétrico en ton/m³* Máximo	Mínimo
IV. *Maderas*			
A Pesadas			
Tropicales (chicozapote, pucté, ramón)	seco	1.3	0.85
	saturada	1.5	1.0
Encino blanco	seco	1.1	0.5
	saturado	1.3	0.85
B Medianas			
Tropicales (pelmax, chacouante,	seca	0.95	0.70
aguacatillo, tzalam)	saturada	1.1	0.80
Encino rojo	seco	1.00	0.75
	saturado	0.95	0.65
C LIVIANAS			
Tropicales (maculis, barí, pasa'k,	seca	0.75	0.45
amapola, primavera, haya, aile)	saturada	0.85	0.50
Pino	seco	0.65	0.50
	saturado	0.90	0.60
Oyamel, ciprés, sabino, enebro,	seca	0.65	0.40
pinabete	saturada	0.75	0.50
V. *Recubrimientos*		Pesos en kg/m² no incluye materiales de unión	
Azulejo		15	10
Mosaico de pasta		35	25
Granito o terrazo de 20 × 20		45	35
30 × 30		55	45
40 × 40		65	55
Loseta asfáltica o vinílica		10	5
Lámina de asbesto	(5 mm)	10	5
Madera contrachapada	(6 mm)	4	2.5
Tablero de yeso	(12 mm)	14	11
Tablero de viruta cementada	(38 mm)	30	20
Cielo raso con malla y yeso	(25 mm)	60	40
Plafón acústico	(25 mm)	7	4
Aplanado de cemento	(25 mm)	85	50
Aplanado de yeso	(25 mm)	50	30
Enladrillado	(20 mm)	40	30
VI: *Muros*		Peso sin incluir recubrimientos (kg/m²) Máx	Mín
Tabique de barro hecho a mano	(14 cm)	240	190
Bloque hueco de concreto tipo pesado	(15 cm)	210	190
Bloque hueco de concreto ligero	(15 cm)	150	130
Tabique de concreto ligero macizo	(15 cm)	250	220
Tabique de concreto pesado	(15 cm)	310	280
Tablaroca (con hoja de 1.25 cm de yeso en ambas caras)		50	40
VII Materiales diversos		Peso volumétrico típico (ton/m²)	
Vidrio		2.6	
Yeso		1.1	
Asfalto		1.3	
Acero		7.9	
Aluminio		2.7	

Tabla 3.2 Pesos de otros materiales comunes (Extractado y adaptado del Manual del AISC, referencia 2.12)

Material	Peso volumétrico en ton/m³	
	Máximo	Mínimo
Aluminio	2.75	2.55
Fierro fundido	7.90	7.60
Acero	7.85	
Vidrio	2.60	2.40
Papel	1.15	0.70
Cemento	1.45	
Cal y yeso	1.02	0.85
Asfalto	1.50	1.10
Petróleo	0.87	
Gasolina	0.69	0.66

ras acerca de las cargas debidas a tales elementos. Más aún, es frecuente que los datos consignados en los planos arquitectónicos sufran modificaciones en el curso de la construcción y que las cargas reales cambien. Un aspecto particularmente importante es el referente a la posición y características de las paredes divisorias que pueden variar durante la construcción o sufrir modificaciones en el curso de la vida de la edificación. Aunque en el proyecto estructural no se pueden tener en cuenta cambios radicales en las cargas con respecto a las que se determinan del proyecto y de las especificaciones arquitectónicas, conviene considerar las posibilidades de cambios y dejar asentadas en planos y memorias las cargas consideradas.

Una fuente de diferencias en la carga muerta radica en la variación del peso volumétrico de los materiales, con el contenido de humedad y con el procedimiento de fabricación. Estas variaciones son particularmente significativas cuando se trata de materiales de fabricación no industrializados o de materiales naturales como los suelos.

De acuerdo con lo que ya se había mencionado en el subcapítulo 2.6, hay que tomar en cuenta que en algunos casos el peso muerto es favorable a la estabilidad de la estructura (revisión de volteo por viento o por empuje de suelos o de flotación por subpresiones del agua). Para tal fin el RCDF especifica dos valores de pesos volumétricos para los materiales de construcción, uno máximo, a considerarse cuando el efecto de la carga muerta es desfavorable, y otro mínimo cuando éste es favorable. Dichos pesos volumétricos se han determinado como los valores característicos (máximos o mínimos probables en el sentido explicado en 2.6) y se han determinado de los muestreos realizados en los principales materiales.

Los pesos volumétricos especificados por el RCDF para los materiales de construcción más comunes se indican en la tabla 3.1. La tabla 3.2 consigna los datos relativos a algunos otros materiales no incluidos en el RCDF.

El peso por unidad de área de losas de concreto es generalmente mayor que el que se calcula a partir de su espesor nominal especificado en planos. Esto se debe a que los espesores de las losas son casi siempre superiores a los marcados en planos, ya que las irregularidades y desniveles en las cimbras se suelen corregir nivelando la cara superior de la losa. Algo semejante ocurre en los pisos y firmes que se colocan sobre dichas losas: al quitar la cimbra la losa tiene flechas diferentes en distintos puntos. Al colocar un firme de mortero de cemento se nivela el lecho superior de losa, manteniendo el espesor especificado en los sitios donde las flechas son mínimas. Esto da lugar a que en el centro de la losa, donde las flechas son máximas, los espesores del firme son superiores a los nominales.

Para tomar en cuenta lo anterior, el RCDF especifica que para losas de concreto de peso volumétrico normal, coladas en el lugar, deberá aumentarse 20 kg/m^2 al peso propio que resulta de las dimensiones nominales de la losa. Una cantidad igual deberá aumentarse al peso calculado con las dimensiones nominales del firme que se coloque sobre una losa de concreto.

3.3 CARGAS VIVAS

3.3.1 Aspectos generales

La carga viva es la que se debe a la operación y uso de la construcción. Incluye, por tanto, todo aquello que no tiene una posición fija y definitiva dentro de la misma y no puede considerarse como carga muerta. Entran así en la carga viva el peso y las cargas debidos a muebles, mercancías, equipos y personas. La carga viva es la principal acción variable que debe considerarse en el diseño.

Por su carácter, la carga viva es peculiar del uso a que está destinada la construcción. Podemos distinguir tres grandes grupos de construcciones en cuanto a la carga viva que en ellas debe considerarse: los edificios, las construcciones industriales y los puentes. Los tres casos se tratarán en forma separada en los incisos siguientes.

Las cargas de operación en las construcciones están formadas por la suma de diversos factores que tienen carácter muy variable en su distribución en el espacio y en el tiempo, así como en la forma en que actúan sobre la estructura. Ésta va desde un efecto estático prácticamente permanente hasta un efecto dinámico o de impacto. Por lo anterior un modelo de la carga viva que pretenda representar con precisión el efecto real de las acciones resulta muy complicado y se recurre para fines de diseño a modelos sumamente simplistas. Estos modelos consisten usualmente en una carga uniformemente distribuida aplicada en forma estática acompañada ocasionalmente por alguna carga concentrada. Hay que tomar en cuenta que con la carga uniforme se pretende representar el efecto global de la carga viva real incluyendo sus aspectos dinámicos y de impacto.

En la gran mayoría de los casos, las cargas vivas de diseño especificadas por los códigos están fijadas con bases esencialmente subjetivas: se trata de postular una condición de operación suficientemente desfavorable para que la probabilidad de que se presente una situación más grave sea pequeña y determinar después una carga uniforme equivalente cuyos efectos sean similares a los de la acción real.

Se han realizado diversos intentos de establecer procedimientos para definir de manera más racional la carga viva de

diseño, estableciendo modelos teóricos de la acción que después se alimentan con parámetros obtenidos de sondeos de las cargas que actúan en construcciones reales. Este proceso se ha realizado principalmente en edificios de oficinas y en puentes. En el inciso siguiente se planteará un modelo de carga viva para edificios.

Conviene tener en mente las dos características básicas de la carga viva: su variación temporal y su variación espacial. La variación temporal es del tipo de la mostrada en la figura 3.1.

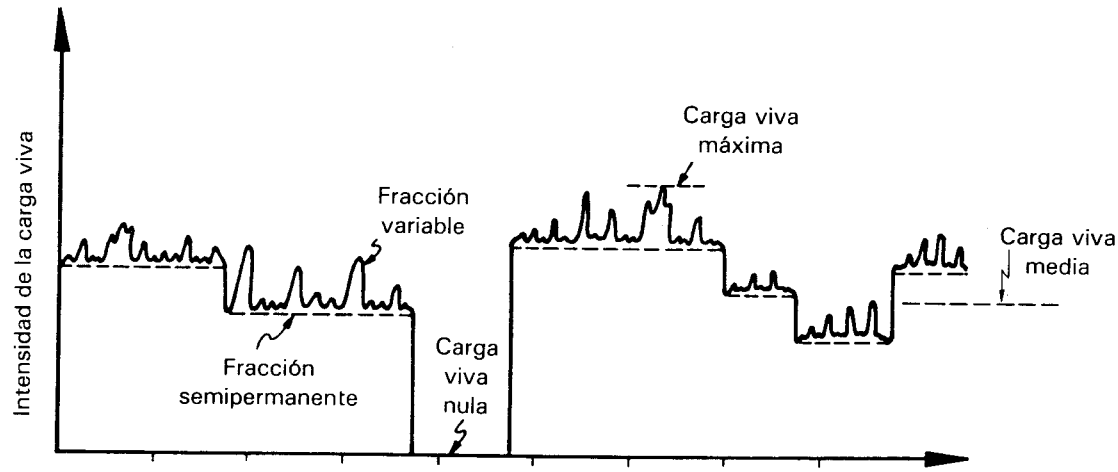


FIGURA 3.1. Variación de la carga viva con el tiempo.

En la mayoría de los usos pueden distinguirse dos componentes, uno semipermanente y otro que varía mucho con el tiempo. La magnitud de los dos es muy distinta según el tipo de construcción. En un puente, por ejemplo, la fracción semipermanente es prácticamente nula, mientras que en una bodega representa la casi totalidad de la carga viva.

Dependiendo de la combinación de cargas que se esté revisando, pueden interesar distintos valores de la carga viva con respecto a su variación temporal. Para su superposición con las cargas permanentes, interesa *la carga viva máxima*, w_m, o sea la máxima intensidad que ésta pueda adquirir a lo largo de la vida esperada de la estructura. Para su superposición con una acción accidental, interesa *la carga viva instantánea*, w_a, o sea el valor que pueda adquirir en un instante cualquiera dentro de la vida de la estructura, esto es en el instante en que ocurre la acción accidental. Para fines de estimar efectos de largo plazo interesa *la carga viva media*, w; así, para calcular deformaciones diferidas en estructuras de concreto y hundimientos en suelos arcillosos saturados que reaccionan muy lentamente con el tiempo,

interesa el valor medio que la carga viva adquiere en un lapso del orden de años. Finalmente, para los casos en que las cargas gravitacionales sean favorables a la estabilidad de la construcción como en problemas de volteo o flotación, interesa *la carga viva mínima*, o sea el menor valor que puede adquirir en la vida útil. Como en todos los casos existe una probabilidad alta de que la carga viva sea nula en cierto momento, la carga viva mínima debe tomarse siempre igual a cero. Los otros tres valores de la carga viva serán variables aleatorias que pueden tener distribuciones de probabilidades como las mostradas en la figura 3.2. A fin de ser congruentes con el criterio establecido en el subcapítulo 2.6 para definir la intensidad de diseño de una acción, para cada tipo de carga viva habría que determinar el valor máximo probable, o sea aquel que tiene una probabilidad pe-

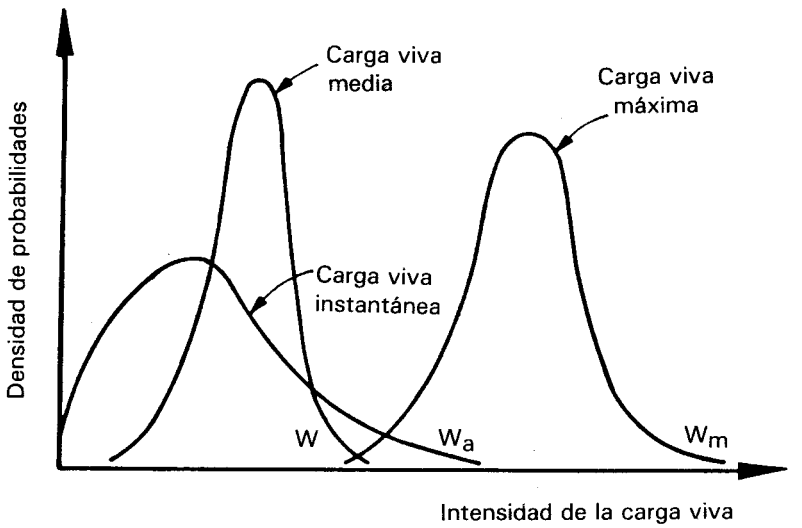


Figura 3.2. Distribución de probabilidades de diferentes valores de diseño de carga.

queña (fijada en 2 por ciento por el RCDF) de ser excedido. Este valor deberá determinarse de un modelo de la distribución de probabilidades de la variable como los de la figura 3.2. Pocos códigos llegan a especificar los tres valores, máximo, instantáneo y promedio, de la carga viva. En general se prefiere trabajar con un solo valor y modificar los factores de carga o los esfuerzos permisibles para cubrir las otras situaciones. En algunos casos se especifica el valor instantáneo como un porcentaje del máximo, del orden de 70 por ciento. El RCDF propone los tres valores para las cargas vivas en edificios.

La intensidad de la carga viva en cualquiera de las tres modalidades descritas depende esencialmente de dos factores: el destino del área sobre la que actúa y el tamaño de esta área.

El destino del área es claramente el factor más importante, ya que el tipo de ocupación determina las actividades que se van a realizar en la zona en cuestión y, por tanto, las características de las acciones que se pueden presentar. Obviamente, la carga viva que puede esperarse será mucho mayor si el área va a ser destinada a bodega de materiales de construcción o a archivo de papelería, que si se usa para habitación. Uno de los problemas con que se enfrenta el proyectista es que, en ocasiones, el destino de un área no está bien determinado y puede variar con el tiempo a ocupaciones con niveles de carga diferentes. Debe en estos casos considerarse la ocupación más desfavorable que puede presentarse dentro de una operación normal de la construcción. No es posible, sin embargo, tener en cuenta usos radicalmente distintos del previsto: el proyectista debe dejar bien establecidas las condiciones de operación que consideró en el cálculo y la carga viva supuesta, de manera que queda en el propietario y en los usuarios de la construcción la responsabilidad por usos que lleven a cargas mayores que las especificadas.

En un área relativamente pequeña existe una probabilidad no despreciable de que actúe una carga viva unitaria excepcionalmente alta, debido a que se efectúe en ella una operación particularmente desfavorable. La probabilidad de que ese fenómeno ocurra simultáneamente en muchas de estas áreas unitarias disminuye a medida que aumenta el número de áreas elementales consideradas. Por tanto, la intensidad de la carga viva de diseño debe disminuir al aumentar el tamaño del área sobre la que se considera actuando la carga. Por ejemplo, para el diseño de una vigueta de la estructura de techo para una bodega, como la mostrada en la figura 3.3, hay que considerar que no es despreciable la probabilidad de que se coloque

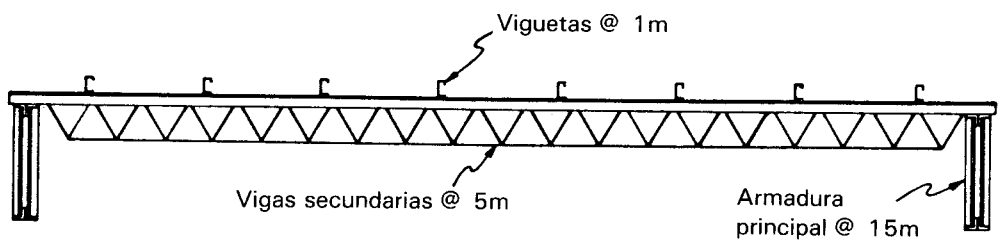


Figura 3.3. Esquema de la estructura de un techo para nave industrial.

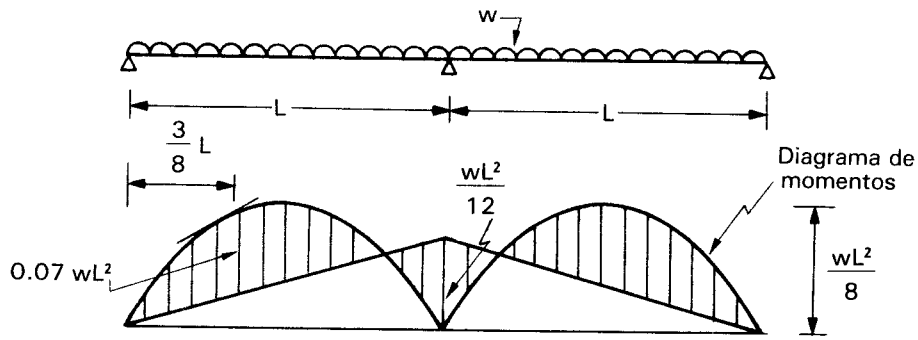
algún aparato pesado o que transite sobre ella alguna persona, provocando una carga alta. Es muy poco probable, sin embargo, que esto mismo ocurra en todas las áreas elementales que componen el área tributaria de una viga secundaria y menos aún que suceda para toda el área tributaria de una armadura. Por tanto, la carga viva de diseño para las vi-

guetas deberá ser mayor, por unidad de área tributaria, que para los otros dos elementos. El problema se tratará con detalle para edificios, en el siguiente subcapítulo.

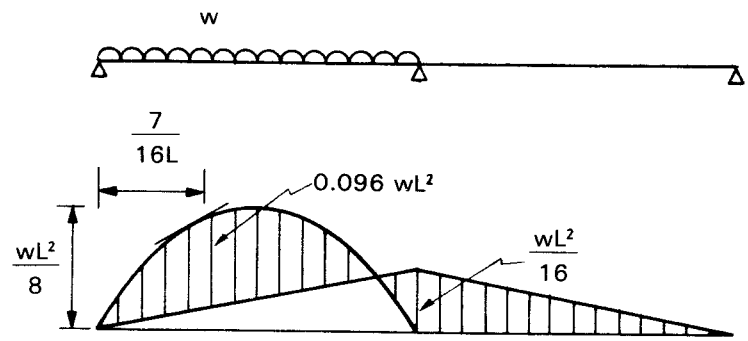
Con respecto a la variabilidad espacial de la carga viva, el aspecto más importante que hay que considerar en el diseño es que no nesesariamente el efecto sobre la estructura será más desfavorable cuando la carga viva actúa simultáneamente con su valor máximo sobre toda la estructura. Existen distribuciones que son más desfavorables que la uniforme, para alguna fuerza interna particular. Tómese como un ejemplo el de una viga continua de dos claros. Si la carga viva que en ella actúa produce una carga uniforme de valor constante que pueda actuar en cualquier porción de la estructura, el momento máximo positivo en cualquiera de los claros se obtiene cuando ese claro se encuentra cargado y el otro descargado. El momento negativo en el apoyo intermedio es máximo cuando los dos claros están cargados en su totalidad (figura 3.4). En general cada sección deberá diseñarse para la envolvente de las fuerzas internas producidas por las cargas actuando en distintas posiciones. Al hacer este tipo de superposiciones hay que considerar que es muy poco probable que la carga viva sea máxima exactamente en los lugares donde su efecto es más desfavorable, y que además sea nula exactamente donde esto es perjudicial para la fuerza interna en estudio. Excepto en los casos en que la carga viva sea una carga móvil y la fracción semipermanente sea nula, no debe usarse la carga viva máxima para determinar las fuerzas internas. Así, el RCDF especifica que en edificios, cuando se considere una distribución más desfavorable que la uniformemente distribuida sobre toda la estructura, debe tomarse la carga viva con su valor instantáneo y no con el máximo. Esta consideración, junto con la posibilidad de que ocurran redistribuciones de momentos en estructuras hiperestáticas, como se trata con cierto detalle en el capítulo 5, hace que en la mayoría de las estructuras no sea necesario considerar distribuciones de carga viva diferentes de la uniformemente distribuida sobre toda el área. Sólo cuando la carga viva constituye la parte dominante de la carga vertical total es necesario considerar distribuciones irregulares de ella.

3.3.2 Modelo probabilista para la carga viva en edificios

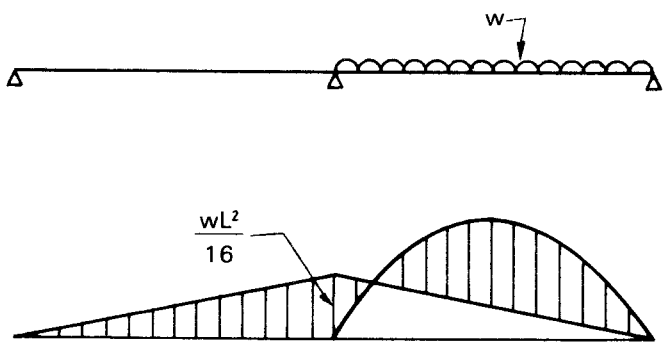
Los edificios urbanos cumplen funciones muy diversas y dentro de un mismo edificio hay áreas destinadas a usos muy diferentes. Por tanto, debe especificarse una gama amplia de cargas vivas que abarquen las diversas situaciones.



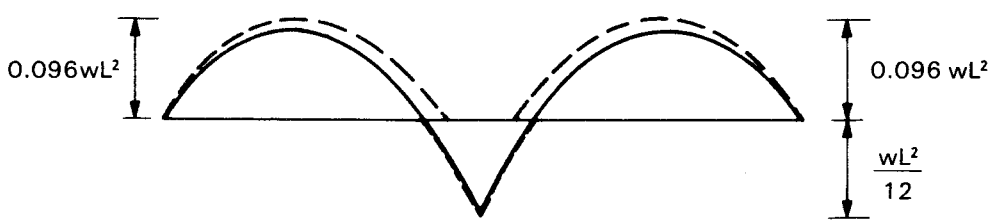
a) Carga uniforme en los dos claros



b) Carga uniforme en el claro izquierdo



c) Carga uniforme en el claro derecho



d) Envolvente de momentos

Figura 3.4. Diagrama de momentos en una viga continua para diferentes posiciones de la carga uniforme.

Los reglamentos de construcciones incluyen tablas de cargas vivas para los distintos usos de las zonas de un edificio. Una comparación de las cargas vivas especificadas por códigos de diversos países se muestra en la tabla 3.3. Se aprecia que, en general, los valores son similares, aunque existen algunas discrepancias notables que ponen en evidencia que las cargas no se fijaron con un criterio común.

Tabla 3.3 Cargas vivas para edificios según diversos reglamentos

Destino del piso	*MÉXICO RCDF*	*U.S.A. ANSI - 81*	*URSS SNIP - 74*	*JAPÓN AIJ*	*ALEMANIA DIN - 61*	*G. BRETAÑA CP3 - 67*
Habitación en casas y departamentos	190	195	150	180	150	153
Hoteles	190	195	150	180	150	204
Hospitales	190	195	200	180	---	204
Oficinas	250	244	200	300	200	255
Escaleras	350	488	300	---	---	300 a 500
Lugares de reunión con asientos fijos	350	293	400	300	500	408
Lugares de reunión sin asientos fijos	450	488	500	360	500	510
Balcones y terrazas al exterior	300	488	400	300	500	153
Garajes para automóviles	250	244	---	550	350	255
Comercios	> 350	488 (366)	400	300	500	408

Todas las cargas en kg/m^2

En lo que sigue se describirá un modelo para carga viva en edificio, propuesto por Rosenblueth (referencia 3.8). Este modelo ha servido de base para algunos valores adoptados por el RCDF y es ilustrativo de la complejidad del problema y de la influencia de diversos factores.

La carga sobre una zona dada puede considerarse compuesta por un conjunto de cargas que actúan sobre un gran número de áreas elementales iguales, de magnitud "a", en la forma que se muestra esquemáticamente en la figura 3.5. Lo que interesa es el efecto de la carga total o sea la fuerza interna, S, que produce dicha carga en una sección crítica cuya seguridad se está revisando. El objetivo será encontrar una carga uniformemente distribuida de diseño, w^*, tal que la fuerza interna que produce tenga una probabilidad preestablecida de ser excedida, o sea que, represente un valor nominal, máximo probable o característico, S^*, en el sentido tratado en el capítulo anterior.

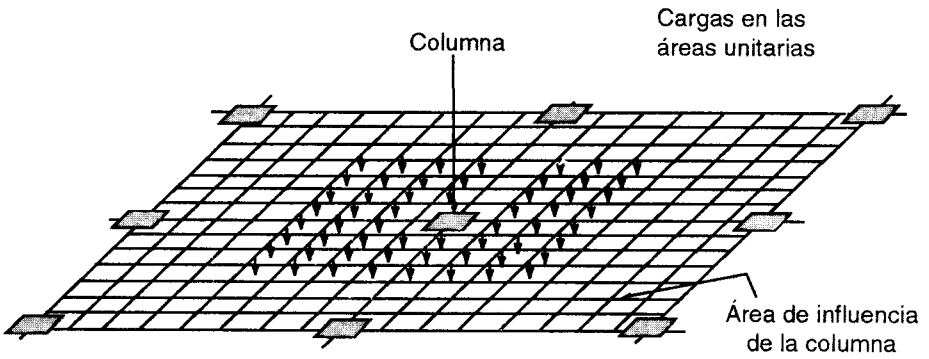


Figura 3.5. Distribución de la carga viva en el área de influencia de una columna.

Se supone que la carga sobre cada área elemental es independiente de las que actúan sobre las otras. La fuerza interna que produce cada carga es igual a la intensidad de dicha carga por unidad de área, w_i, multiplicada por el área, a, y por un factor, z_i, que depende de la posición del área considerada, del tipo de estructura y de la fuerza interna en estudio.

La fuerza interna total valdrá por tanto

$$S = a\sum z_i w_i \qquad 3.1$$

S resulta ser una variable aleatoria que depende de la suma de un conjunto de valores de una variable aleatoria independiente, w, y de otras dos variables, a y z que pueden considerarse deterministas, ya que la incertidumbre en sus valores es muy inferior a la que se tiene en la carga aplicada, w. Los principios de teoría de probabilidades indican que la media de la variable dependiente resulta en este caso igual a la media de la variable independiente multiplicada por las constantes deterministas y, del mismo modo, la variancia de la variable dependiente es igual a la de la variable independiente multiplicada por dichas constantes. Resulta

$$m_s = a m_w \sum z_i \qquad 3.2$$

$$\sigma_s^2 = a\sigma_w^2 \sum z_i \qquad 3.3$$

en que m y σ^2 significan respectivamente media y variancia de la variable que aparece como su subíndice. La desviación estándar, σ, resulta por tanto

$$\sigma_S = (a\sigma_w^2 \sum z_i^2)^{1/2}$$

El valor característico, S^*, que se pretende encontrar puede determinarse, de acuerdo con lo expuesto en el capítulo anterior, como la media de la variable, m_S, más cierto número de veces, k, su desviación estándar. Por tanto

$$S^* = m_S + k\sigma_s = a\sum z_i m_w + k(a\sum z_i^2\sigma_w)^{1/2} \qquad 3.4$$

La carga uniformemente distribuida, w^*, que produce dicho valor de la fuerza interna, se obtiene como

$$w^* = \frac{S^*}{a\sum z_i} = m_w + \frac{k}{\sqrt{a}}\frac{(\sum z_i^2)^{1/2}}{\sum z_i}\sigma_w$$

Llámese n al número de áreas elementales que compone el área de influencia, A_T, o sea aquella área en que z tiene un valor significativo. Puede escribirse

$$\frac{k}{\sqrt{a}}\frac{(\sum z_i^2)^{1/2}}{\sum z_i} = \frac{k}{\sqrt{an}}\frac{\left(\frac{\sum z_i^2}{n}\right)^{1/2}}{\frac{\sum z_i}{n}}$$

donde

$\Sigma z_i/n = m_z$ es la media de las ordenadas z en el área de influencia, y

$\Sigma z_i^2/n = m_{z^2}$ es la media de los cuadrados de dichas ordenadas

Resulta, entonces

$$w^* = m_w + \frac{k}{\sqrt{A_T}}\frac{(m_{z^2})^{1/2}}{m_z}\sigma_w$$

Si en la expresión anterior se llama C al factor

$$\frac{(m_{z^2})^{1/2}}{m_z} = C$$

puede escribirse

$$w^* = m_w + \frac{k}{\sqrt{A_T}}C\sigma_w \qquad 3.5$$

La constante C depende de la forma en que varían las ordenadas z en el área de influencia. Se encuentra que para una gran variedad de formas de áreas de influencia y de distribuciones de z, C se encuentra en el intervalo entre 1.1 y 1.2 y puede considerarse como una constante, ya que su variación es pequeña comparada con la de la carga, w. El factor k depende de la probabilidad de excedencia acepta-

da y m_w y σ_w son parámetros de la distribucion de probabilidades de la carga unitaria w, los cuales son constantes para un destino dado del área de influencia.
La expresión para la carga viva deberá tener, entonces, la forma

$$w^* = a + \frac{b}{\sqrt{A_T}} \qquad 3.6$$

La hipótesis de que las cargas vivas en las áreas elementales son independientes entre sí parece bastante discutible, ya que en la realidad debe haber cierta tendencia a acumular las cargas en algunas áreas. Por tanto, si un área elemental tiene una carga considerable, la probabilidad de que las áreas contiguas estén también cargadas es mayor que cuando la primera está descargada. Los resultados de los sondeos de cargas vivas realizados en edificios concuerdan, sin embargo, aceptablemente con lo que se obtiene del planteamiento original, excepto para áreas tributarias muy pequeñas, cuando las hipótesis planteadas conducen a que la carga de diseño según la ecuación 3.6 tiende a infinito cuando el área de influencia tiende a cero. Los resultados de numerosas mediciones realizadas en Inglaterra y resumidas en la figura 3.6 muestran que la media de las cargas vivas medidas en zonas de distinto tamaño es prácticamente independiente del área de la zona de medición, mientras que

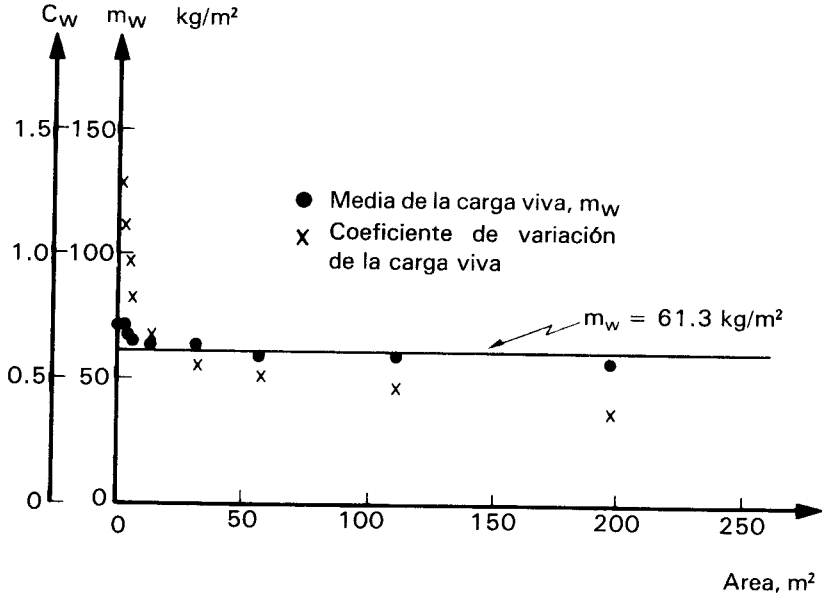


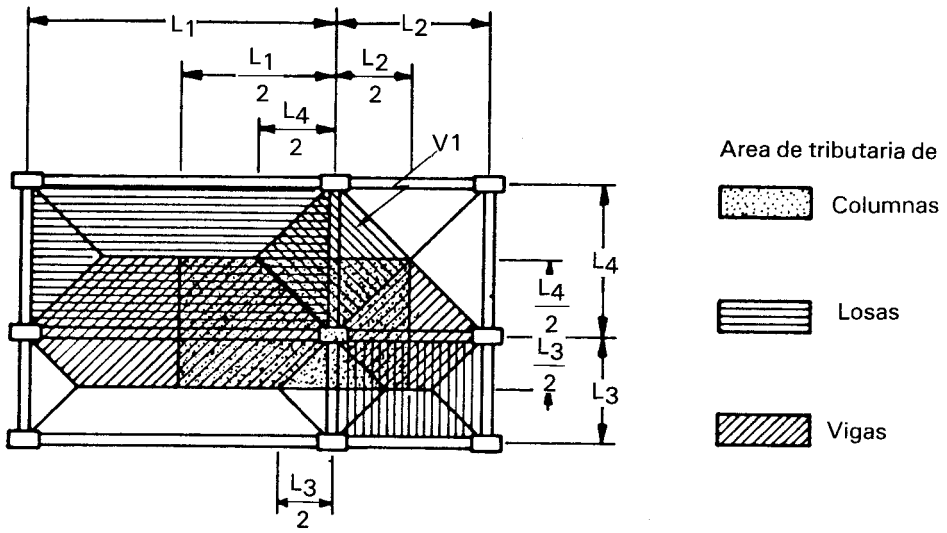
Figura 3.6. Variación de la media y el coeficiente de variación de la carga viva en edificios de oficinas para diferentes áreas sobre las que se cuantifica la carga (de Mitchell, referencia 3.7).

el coeficiente de variación de dicha carga disminuye en forma inversamente proporcional a dicha área. Ambas reglas dejan de cumplirse cuando el área es muy pequeña. Estas relaciones son congruentes con un modelo un poco más com-

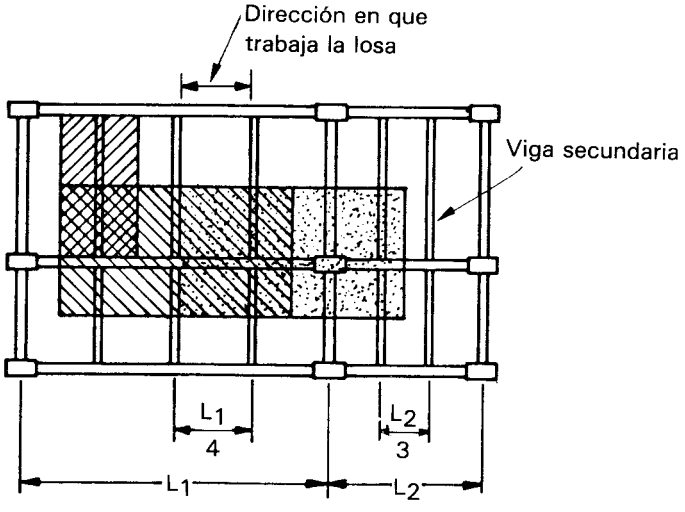
plejo que el aquí expuesto, en el cual la desviación estándar, y no el coeficiente de variación, es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del área de influencia. Sin embargo, los resultados que se obtienen con el modelo más refinado no difieren significativamente de los del aquí expuesto.

En la ecuación 3.6 la carga viva de diseño queda expresada en función del área de influencia. Conviene aclarar este concepto. Por la forma en que se ha deducido dicha ecuación, el área de influencia debería incluir toda porción de la construcción en la cual, si se aplica una carga, se afecta la fuerza interna en la sección que se está considerando. En estructuras continuas como son la casi totalidad de las que se construyen actualmente, las fuerzas internas en una sección son afectadas por las cargas aplicadas en cualquier punto de la estructura. Sin embargo, en gran parte de la estructura de las ordenadas z_i que definen, según la ecuación 3.1, la magnitud de la fuerza interna producida en la sección en consideración por una carga unitaria aplicada en un punto cualquiera i, son despreciables y adquieren valores significativos sólo en una zona bien definida que gravita directamente sobre el elemento en cuestión. En el RCDF el concepto de área de influencia se identifica con el de área tributaria que se tratará en seguida. En el código ANSI-A 58.1, que también adopta una reducción de la carga viva de diseño en forma inversamente proporcional al área de influencia, ésta se define como cuatro veces el área tributaria para columnas, dos veces esta área para vigas y el área total del tablero para losas que trabajan en dos direcciones. La forma en que el ANSI define el área de influencia es más apropiada, ya que en esa zona es donde la ordenada z adquiere valores significativos. La definición del RCDF tiene sin embargo ventajas prácticas, ya que el área tributaria debe calcularse también para fines de obtener la carga total sobre un elemento estructural. Ambos criterios son aceptables si los coeficientes de la ecuación 3.6 se ajustan de manera congruente con la definición adoptada de área de influencia.

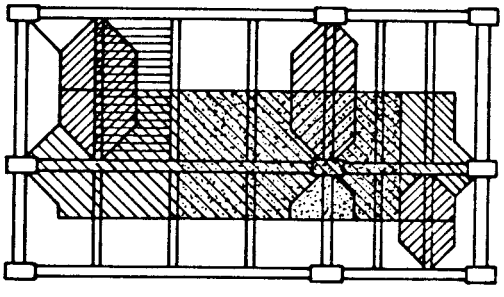
Se entiende por área tributaria de un elemento de una estructura sujeta a carga uniformemente distribuida, aquella área que, multiplicada por la carga uniforme, define la carga total que se debe considerar actuando sobre el elemento y que produce efectos iguales a los de la distribución real de cargas sobre la estructura. El concepto proviene del análisis de estructuras en las que no hay continuidad en los apoyos, a través de los cuales sólo se transmite fuerza cortante. En este caso la reacción en cada apoyo es la suma de las cargas aplicadas desde el apoyo hasta el centro del claro o más propiamente hasta el punto donde la fuerza cortante es nula. En estructuras continuas el concepto de área tributaria al igual que el de área de influencia, no tiene un sig-



a) Sistema de piso con losa en dos direcciones, vigas principales y columnas.



b) Sistema de piso con vigas principales, vigas secundarias y losa en una sola dirección.



c) Sistema de piso con losa en dos direcciones, vigas secundarias y principales y columnas.

Figura 3.7. Áreas tributarias de sistemas de piso típicos.

nificado preciso, sin embargo, sigue siendo muy útil y suficientemente aproximado para los análisis usuales que se realizan considerando por separado diferentes porciones de la estructura.

Las siguientes reglas sencillas para determinar el área tributaria están basadas en la localización de las líneas en que la fuerza cortante sería nula si sólo hubiera transmisión de momentos en una dirección:

- En elementos que trabajan en una dirección el área está limitada por los centros de claros entre elementos.
- En columnas, el área tributaria está limitada por las líneas medias de los tableros adyacentes.
- El área tributaria de dos elementos portantes se separa por las bisectrices de los ángulos que éstos forman.

En la figura 3.7 se ilustran los resultados de la aplicación de las reglas anteriores a los casos más comunes de vigas secundarias, vigas principales, losas y columnas. En muchos casos las cargas determinadas con el criterio de las áreas tributarias no tienen una distribución uniforme sobre el elemento que las recibe. Así, estrictamente, la carga sobre la viga V-1 de la figura 3.7 tiene una distribución triangular mucho más desfavorable que la uniforme. Hay que considerar, sin embargo, que el criterio de áreas tributarias no es más que un artificio y que en realidad la carga tendrá una distribución mucho más uniforme de la que se deduce del área tributaria, ya que tenderá a ser mayor en las zonas donde las deflexiones de las vigas son menores, o sea cerca de sus extremos, y menor en el centro. Por ello es aceptable en general considerar que la carga total aplicada en el área tributaria está repartida uniformemente sobre el elemento portante, aunque algunos reglamentos (por ejemplo el ACI) proponen expresiones para el cálculo de cortantes y momentos que consideran que la distribución de la carga no es uniforme.

3.3.3 Cargas vivas según el RCDF

Las cargas vivas de diseño para edificios especificadas por el del RCDF se presentan en la tabla 3.4. Ésta, junto con sus comentarios, se explica por sí sola. Valen sin embargo algunas consideraciones adicionales sobre la justificación de los valores presentados. La referencia 3.1 contiene explicaciones más detalladas al respecto.

De acuerdo con lo expuesto en el subcapítulo 3.3.1, se especifican para cada destino del área tributaria tres valo-

Tabla 3.4 Cargas vivas unitarias especificadas por el RCDF, en Kg/m^2

Destino del piso o cubierta	w	w_a	w_m	*Observaciones*
a) *Habitación* (casa-habitación, departamentos, viviendas, dormitorios, cuartos de hotel, internados de escuelas, cuarteles, cárceles, correccionales, hospitales y similares)	70	90	170	(1)
b) *Oficinas, despachos y laboratorios*	100	180	250	(2)
c) *Comunicación para peatones* (pasillos, escaleras, rampas, vestíbulos y pasajes de acceso libre al público)	40	150	350	(3)(4)
d) *Estadios y lugares de reunión sin asientos individuales*	40	350	450	(5)
e) *Otros lugares de reunión* (templos, cines, teatros, gimnasios, salones de baile, restaurantes, bibliotecas, aulas, salas de juego y similares)	40	250	350	(5)
f) *Comercios, fábricas y bodegas*	$0.8w_m$	$0.9w_m$	w_m	(6)
g) *Cubiertas y azoteas con pendiente no mayor de 5%*	15	70	100	(4)(7)
h) *Cubiertas y azoteas con pendiente mayor de 20%*	5	20	40	(4)(7)(8)
i) *Volados en vía pública* (marquesinas, balcones y similares)	15	70	300	
j) *Garajes y estacionamientos* (para automóviles exclusivamente)	40	100	250	(9)

Observaciones

(1) Para elementos con área tributaria mayor de 36 m^2, w_m podrá reducirse, tomándola igual a 100 + 420A-1 (A es el área tributaria en m^2). Cuando sea más desfavorable se considerará en lugar de w_m, una carga de 500 kg aplicada sobre un área de 50 x 50 cm en la posición más crítica.

Para sistemas de piso ligero con cubierta rigidizante, se considerará en lugar de w_m, cuando sea más desfavorable, una carga concentrada de 250 kg para el diseño de los elementos de soporte y de 100 kg para el diseño de la cubierta, en ambos casos ubicados en la posición más desfavorable.

Se considerarán sistemas de piso ligero aquellos formados por tres o más miembros aproximadamente paralelos y separados entre sí no más de 80 cm y unidos con una cubierta de madera contraparchada, de duelas de madera bien clavadas u otro material que proporcione una rigidez equivalente.

(2) Para elementos con área tributaria mayor de 36m^2, w_m podrá reducirse, tomándola igual a 180 + 420A-1 (A es el área tributaria en m^2). Cuando sea más desfavorable se considerará en lugar de w_m, una carga de 1 000 kg aplicada sobre un área de 50 x 50 cm en la posición más crítica.

Para sistemas de piso ligeros con cubierta rigidizante, definidos como en la nota 1), se considerará en lugar de w_m, cuando sea más desfavorable, una carga concentrada de 500 kg para el diseño de los elementos de soporte y de 150 kg para el diseño de la cubierta, ubicadas en la posición más desfavorable.

(3) En áreas de comunicación de casas de habitación y edificios de departamentos se considerará la misma carga viva en el caso a) de la tabla.

(4) En el diseño de pretiles de cubiertas, de azoteas y barandales para escaleras, rampas, pasillos y balcones, se supondrá una carga viva horizontal no menor de 100 kg/m^2 actuando al nivel y en la dirección más desfavorables.

(5) En estos casos deberá prestarse particular atención a la revisión de los estados límite de servicio relativos a vibraciones.

(6) Atendiendo al destino del piso se determinará con los criterios del artículo 187, la carga unitaria, w_m, que no será inferior a 350 kg/m^2 y deberá especificarse en los planos estructurales y en placas metálicas colocadas en lugares fácilmente visibles de la construcción.

(7) Las cargas vivas especificadas para cubiertas y azoteas no incluyen las cargas producidas por tinacos y anuncios, ni las que se deben a equipos u objetos pesados que puedan apoyarse en o colgarse del techo. Estas cargas deben preverse por separado y especificarse en los planos estructurales.

Adicionalmente los elementos de las cubiertas y azoteas deberán revisarse con una carga concentrada de 100 kg en la posición más crítica.

8) Además, en el fondo de los valles de techos inclinados se considerará una carga, debida al granizo de 30 kg por cada metro cuadrado de proyección horizontal del techo de desagüe hacia el valle. Esta carga se considerará como una acción accidental para fines de revisión de la seguridad y se le aplicarán los factores de carga correspondientes según el artículo 194.

(9) Más una concentración de 1 500 kg en el lugar más desfavorable del miembro estructural de que se trate.

res, w, w_a y w_m, correspondientes respectivamente a las cargas vivas media, instantánea y máxima que deben usarse en diferentes situaciones.

Las cargas unitarias w_a, y w se han deducido en todos los casos de razonamientos cualitativos acerca del fenómeno. Por ejemplo, para áreas destinadas a oficina o habitación se consideró que w_a, debería ser aproximadamente igual al límite al que tiende la carga máxima, w_m, cuando el área tributaria tiende a infinito, mientras que w debería ser algo menor que w_a.

En sus versiones más recientes el RCDF hace distinción entre la carga viva para oficinas y para habitación, y especifica una carga mayor en el primer caso, por la posibilidad de que se destinen áreas importantes a archivos. En ambos casos se permite una reducción en la carga viva para elementos que soporten áreas tributarias mayores de 36 m^2. La reducción es de la forma deducida para la ecuación 3.6. Para elementos con áreas tributarias muy pequeñas, en lugar de la fórmula anterior se ha recurrido a la solución más sencilla de considerar, en lugar de la carga uniforme, una carga concentrada colocada en la posición más desfavorable.

En áreas de comunicación (vestíbulo, pasillos y escaleras), así como en estadios y otros lugares de reunión es apreciable la probabilidad de que toda el área utilizable se encuentre llena. Por tanto, la carga viva de diseño no debe reducirse al aumentar el área tributaria. La carga viva para dichos usos se determinó combinando la máxima densidad de personas que pueden aglomerarse en dichos lugares, e incluyendo un factor de impacto que cubre la posibilidad de que estas personas se levanten o salten simultáneamente. La densidad de personas que pueden ocupar dichas áreas será obviamente mayor cuando los lugares están desprovistos de asientos; de allí la carga viva mayor.

En comercios, fábricas y bodegas no se especifica el valor de w_m; sólo se requiere que éste sea superior a 350 kg/m^2. La razón es que en estas construcciones la carga viva puede variar dentro de límites muy amplios dependiendo de las actividades específicas que se realicen y de los productos que se manejen.

La carga de diseño, w_m, para estos usos debe calcularse a partir del conocimiento de los productos y equipos que se puedan colocar y postulando una distribución y acumulación que se consideren como las más desfavorables que se puedan razonablemente presentar; w_m. se tomará como la carga correspondiente a esta situación. Así, en una bodega habrá que considerar los materiales más pesados que se puedan almacenar y suponer una forma de colocación que dé lugar a una densidad máxima, pero que permita un funcionamiento aceptable. Debido a la posibilidad de que se cambie el material por almacenar y a que se quiere evitar

tener que diseñar para cargas excesivamente grandes en el afán de prever casos muy desfavorables, el código en cuestión obliga a que en áreas con los destinos mencionados se coloquen placas en que se marque la carga viva de diseño, la cual no debe ser excedida por el usuario. La efectividad de esta medida es dudosa debido a la renuencia de los constructores y de los propietarios a colocar dichas placas y a que, aun si se colocan, tienden a ser retiradas con el tiempo. Su uso debe, sin embargo, promoverse debido a que representan la mejor forma de proteger la estructura contra un colapso o mal funcionamiento.

La necesidad de colocación de placas indicadoras de la carga viva, se especifica también en el código ANSI, que además propone algunos valores para las cargas vivas máximas en bodegas y comercios los cuales pueden servir de guía para el proyectista. Para fábricas y bodegas en las que la mercancía manejada puede considerarse como ligera, la carga viva de diseño es de 600 kg/m^2 y cuando ésta se califique como pesada es de 1 200 kg/m^2. Para tiendas se especifica una carga mayor para la planta baja (490 kg/m^2) donde es más probable que se concentre la mercancía más pesada y una menor (365 kg/m^2) para los pisos superiores.

La carga viva especificada en el RCDF para cubiertas con pendiente menor de 5 por ciento obedece a la posibilidad de que se acumule un tirante de agua de 10 cm por mal funcionamiento de los drenes. Este punto se comentará más ampliamente en un subcapítulo posterior. Para techos con pendientes superiores a 20 por ciento debe considerarse una carga concentrada de 100 kg que toma en cuenta la posibilidad de que camine una persona sobre la cubierta y una carga uniforme que toma en cuenta la posibilidad de acumulación de granizo (ver subcapítulo 3.5).

La carga viva para estacionamientos sólo se especifica en locales para automóviles, pues las cargas que producen otros vehículos son muy variables y deben establecerse para cada caso particular. Al respecto el código ANSI indica que, en estacionamientos para vehículos pesados, se adopten las cargas especificadas para puentes carreteros con base en los tipos de vehículo que puedan tener acceso al estacionamiento.

La carga uniforme del RCDF en estacionamientos para automóviles es el resultado de considerar que se encuentran alojados automóviles grandes ocupando un espacio de 3 × 6 m. Se pide, además, se considere una carga concentrada de 1.5 toneladas en el lugar más desfavorable, para tener en cuenta el efecto local de una rueda, incluyendo un factor de impacto.

Las cargas vivas reducidas w_a y w para todos los casos anteriores se fijaron con base en hipótesis que parecían razonables a los codificadores sobre la fracción de la carga

máxima que pudiera encontrarse actuando en un instante dado y sobre su promedio a largo plazo de la carga para cada destino de la construcción.

La reducción de la carga viva de diseño al aumentar el área tributaria es, como se ha visto, racional y la mayoría de los códigos así lo especifican de una u otra manera. Algunos reducen la carga viva con el número de pisos, otros toman una fracción del total para áreas superiores a cierto límite, pero la forma más adecuada es la variación continua prescrita por el RCDF. La aplicación rigurosa de esa especificación presenta, sin embargo, diversas complicaciones prácticas. No sólo se debe calcular una carga viva diferente para cada elemento según su área tributaria, sino que el procedimiento usual de *bajada de cargas* requiere adaptaciones, ya que, por ejemplo, la reacción determinada en el diseño de una viga no puede aplicarse directamente como carga a la columna que la soporta, sino que debe antes corregirse al considerar la menor carga viva que corresponde a la viga cuando ésta forma parte de la mayor área tributaria de la columna. Los problemas anteriores se ilustran en el ejemplo 3.1. Las complicaciones son aún mayores cuando se usan procedimientos más refinados que los de bajada de cargas para el análisis por cargas verticales. Si se pretende analizar la estructura en conjunto con un modelo tridimensional deberían estrictamente, aplicarse sistemas de carga con diferente magnitud según el análisis se emplee para diseñar vigas y columnas de un nivel o de otro inferior que tiene mayor área tributaria.

El proyectista debe aplicar esta especificación con criterio, tomando en cuenta el grado en que influye una variación de la carga viva en las fuerzas internas de diseño. En muchas estructuras la carga viva representa una fracción minoritaria de la carga total y, por otra parte, por encima de cierto valor del área tributaria, la variación de la carga viva es muy lenta. La expresión para carga viva máxima en pisos destinados a habitación es, según la tabla 3.4

$$w_m = 120 + \frac{420}{\sqrt{A_T}} \qquad 3.7$$

Para un área de 36 m^2 corresponde una carga de 190 kg/m^2 y para un área de 700 m^2 ésta se reduce a 150 kg/m^2, o sea una disminución de sólo 21 por ciento para un incremento tan grande del área tributaria. Por lo anterior será admisible en general emplear un solo valor de la carga viva para el diseño de los elementos principales de la estructura, seleccionando el valor que corresponda al área de un elemento estructural representativo. Será conveniente hacer alguna correción a la carga resultante para elementos con área

excepcionalmente grande, como las columnas de pisos inferiores en un edificio alto. Para otros elementos con área tributaria muy pequeña, como vigas secundarias y pequeñas losas es necesario hacer un diseño local con la carga viva concentrada que especifica la tabla 3.4.

En el diseño de elementos de dimensiones pequeñas es válido con frecuencia determinar la carga viva para un área tributaria mayor que la que les corresponde según los criterios establecidos anteriormente, debido a la colaboración que pueden ofrecer los elementos adyacentes para resistir una concentración de carga ubicada en uno solo de los elementos. Casi siempre existe la posibilidad de transmitir cortantes entre el área tributaria de un elemento y la de los adyacentes. Véanse los ejemplos de la figura 3.8. En un piso a

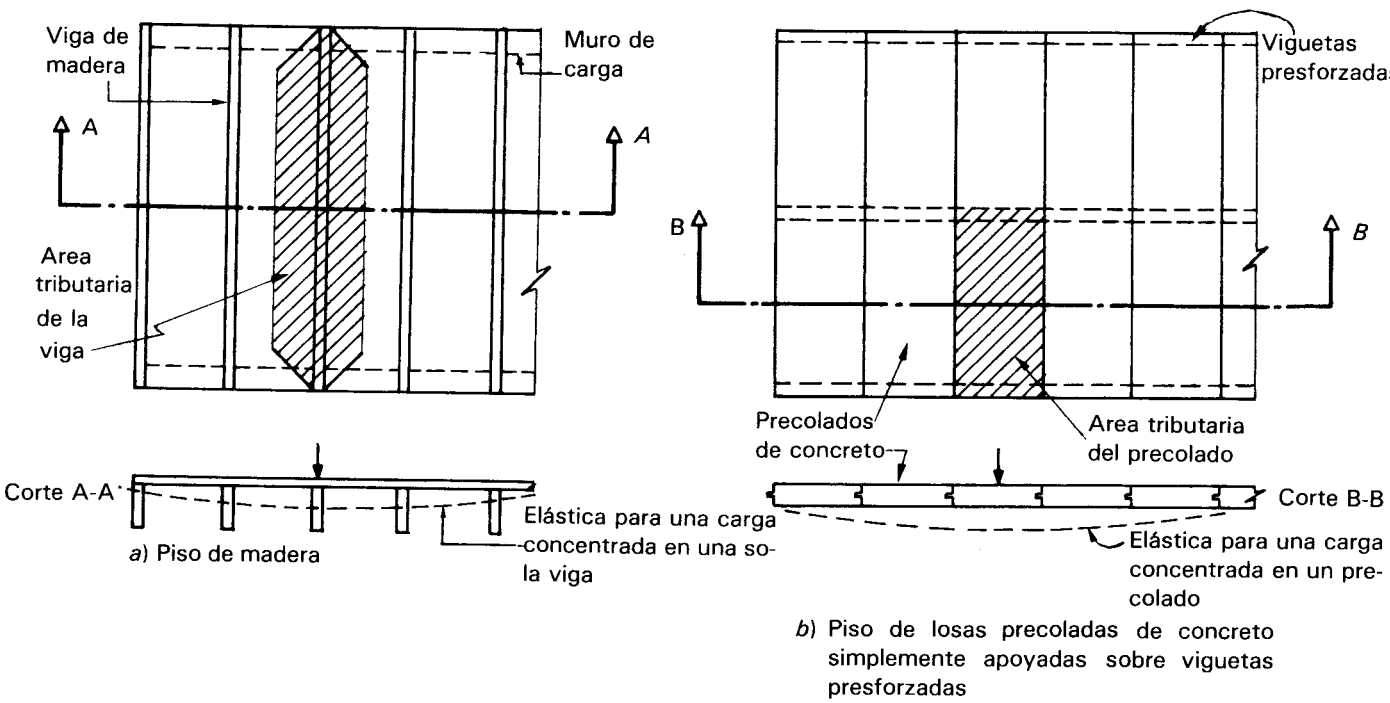


Figura 3.8. Repartición de cargas concentradas entre diversos elementos de un sistema de piso.

base de vigas de madera y de una cubierta del mismo material, esta última conecta entre sí las vigas, permitiendo un trabajo conjunto para soportar una carga concentrada. En un piso de precolados, el machimbre de éstos, y en algunos casos un firme superior que los liga, permiten la transmisión de cortantes en la superficie de contacto entre uno y otros y la colaboración de varios elementos para resistir una carga ubicada en el área tributaria de uno solo de ellos. Por esta razón cuando existe continuidad transversal entre elementos portantes es válido incrementar el área tributaria para fines de cálculo de la carga viva en unas

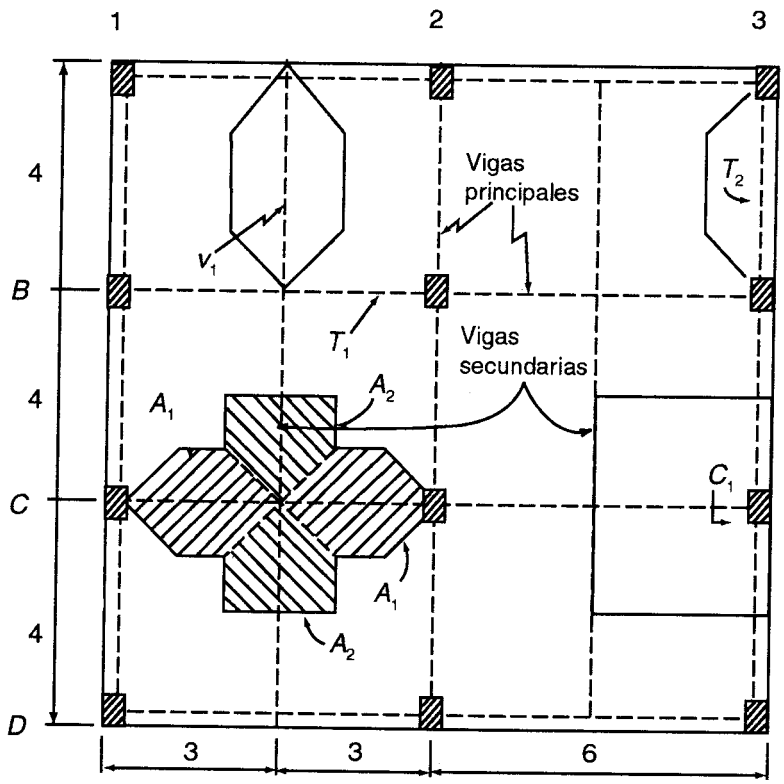
cuatro veces sin exceder del área total del tablero. Para entrepisos de vigas y cubierta de madera las Normas Técnicas respectivas del RCDF especifican cargas concentradas menores que las del caso general.

Otra dificultad en la aplicación de las especificaciones del RCDF es la que se deriva de los tres valores de la carga viva, w_m, w_a y w. El procedimiento generalmente seguido por los proyectistas consiste en obtener los diagramas debidos a carga muerta más carga viva para la revisión de esta combinación de acciones. Posteriormente, a estos mismos diagramas se superponen los producidos por la carga accidental, debida a sismo o viento, para revisar la combinación de carga correspondiente con los factores de carga o esfuerzos admisibles modificados. Para seguir literalmente las prescripciones del RCDF es necesario corregir los diagramas de fuerzas internas debidos a cargas verticales, antes de superponerlos a los de sismo, para tomar en cuenta la reducción en la carga viva que corresponde a esa combinación de cargas. Nuevamente, el proyectista deberá aplicar su criterio para decidir si dicha correccción produce modificaciones significativas en las fuerzas internas de diseño y si debe considerarse. Esto dependerá del valor relativo de la carga viva con respecto a las otras acciones.

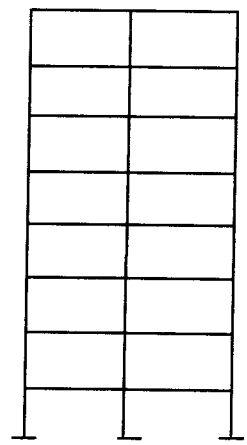
Ejemplo 3.1 Determinación de cargas muertas y vivas y bajada de cargas en un edificio de concreto

La figura muestra esquemas de la planta y elevación de la estructura de concreto reforzado de un edificio para oficinas. El sistema de piso es una losa colada monolíticamente con las cargas que la soportan. Se pide determinar las cargas muertas y vivas que deben emplearse para el diseño por cargas verticales de la viga secundaria V1 y de la viga principal T1 en una planta tipo, así como para el de la columna C1 en la planta baja (N0 a N1). Se emplearán los criterios especificados por el RCDF.

En un diseño preliminar se han determinado las dimenciones siguientes para los elemntos estructurales.



Planta



Elevación
esquemática

Acotaciones en m

Losa de concreto, espesor	10 cm
Sección viga V1 en planta tipo	20 × 40 cm
Sección viga T1 en planta tipo	30 × 50 cm
Sección viga T2 en planta tipo	20 × 50 cm
Sección columnas Nivel 0 a Nivel 3	50 × 50 cm
Sección columnas Nivel 3 a Nivel 6	40 × 40 cm
Sección columnas Nivel 6 a Nivel 8	35 × 35 cm

a) Determinación de las cargas muertas

Hay que distinguir el peso propio de vigas y columnas que se determina por unidad de longitud y la carga sobre el área de losa que es tributaria de cada elemento, la que se obtiene por unidad de área.

Peso propio de los elementos. Los volúmenes se obtienen de los datos geométricos y el peso volumétrico del concreto reforzado se tomará según la tabla 3.1 como 2 400 kg/m^3. Del peralte de las vigas se descuentan 10 cm, los que forman parte de la losa, y se considerarán como peso uniformemente distribuido.

Viga V1: $w_{pp} = 0.20 \times 0.30 \times 2\,400 = 144$ kg/m
Viga T1: $w_{pp} = 0.30 \times 0.40 \times 2\,400 = 288$ kg/m
Viga T2: $w_{pp} = 0.20 \times 0.40 \times 2\,400 = 192$ kg/m

Columnas N6 a N8: $w_{pp} = 0.35 \times 0.35 \times 2\,400 = 294$ kg/m
N3 a N6: $w_{pp} = 0.40 \times 0.40 \times 2\,400 = 384$ kg/m
N0 a N3: $w_{pp} = 0.50 \times 0.50 \times 2\,400 = 600$ kg/m

Carga muerta sobre la losa

PLANTA TIPO

Losa de concreto de 10 cm	$0.1 \times 2\,400 = 240$ kg/m^2
Carga muerta adicional por losa	20 kg/m^2
Firme de mortero de cemento de 3 cm	$0.03 \times 2\,200 = 66$ kg/m^2
Carga muerta adicional por firme	20 kg/m^2
Recubrimiento de piso (loseta vinílica)	5 kg/m^2
Instalaciones y plafones	35 kg/m^2
Paredes divisorias	100 kg/m^2
Carga muerta total en planta tipo:	486 kg/m^2

AZOTEA

Losa de concreto de 10 cm	$0.1 \times 2\,400 = 240$ kg/m^2
Carga muerta adicional	20 kg/m^2
Relleno e impermeabilización	150 kg/m^2
Instalaciones y plafones	40 kg/m^2
Carga muerta total en azotea	450 kg/m^2

NOTAS

Se consideraron 20 kg/m^2 de carga muerta adicional a la calculada con los espesores nominales de losa y de firme de mortero de acuerdo con lo especificado por el RCDF.

Se supuso que las especificaciones arquitectónicas indicaban que los pisos en planta tipo tenían un acabado de loseta vinílica colocada sobre un firme de mortero de 3 cm. En el lecho inferior de las vigas de concreto se especifica un plafón (cielo raso) de placas de yeso de 1 cm de espesor. El peso de éste y de las instalaciones eléctricas y sanitarias que se alojan en el sistema de piso se estima en 40 kg/m^2.

Las divisiones entre las diferentes áreas de oficinas se especifican con paredes formadas por un bastidor metálico ligero recubierto sea por placa de yeso o por madera o por vidrio. En promedio estas paredes divisorias tienen un peso de 100 kg/m^2. De una distribución de áreas sugerida por el arquitecto como de las más desfavorables para una planta tipo, se ha determinado que puede haber 0.4 m lineales de pared divisoria por cada m^2 de losa. La libertad que se deja a los usuarios de subdividir las plantas de acuerdo con sus necesidades no permite definir una posición exacta de las paredes para poder tomar su carga como lineal. Debe considerarse su efecto como una carga uniforme que resulta del producto de su peso por unidad de área multiplicado por la altura libre de entrepiso (2.5 m) y por la longitud de muros estimada por cada unidad de área de losa (0.4 m/m^2)

$$w = 100 \times 2.5 \times 0.4 = 100 \text{ kg/m}^2$$

En la azotea se especifica que se colocará un relleno para dar pendientes para el drenaje de la superficie expuesta a la lluvia. De la ubicación de la bajadas de agua pluvial y de la pendiente especificada para la superficie se deduce un espesor medio de relleno de 10 cm. Se rellenará con un material ligero (de 1 200 kg/m^2 de peso volumétri-

co) y para impermeabilización se supone un peso de 30 kg/m^2. El peso de relleno e impermeabilización se obtiene como:

$$w = 0.10 \times 1200 + 30 = 150 \text{ kg/m}^2$$

b) Determinación de la carga viva

Carga viva máxima, w_V, entrepiso.

Viga V1 planta tipo

Área tributaria (ver figura) $A_T = (4 + 1) \times 1.5 = 7.5 \text{ m}^2$

$A_T = 7.5 \text{ m}^2 < 36 \text{ m}^2$ por lo tanto no se aplica la reducción de la carga viva.

Carga viva: $w_V = 250 \text{ kg/m}^2$

Viga T1 planta tipo

Área tributaria (ver figura) $A_T = (3 \times 1.5 \times 4)/2 = 9.0 \text{ m}^2$

$A_T = 9.0 \text{ m}^2 < 36 \text{ m}^2$ por lo tanto no se aplica la reducción de la carga viva.

Carga viva: $w_V = 250 \text{ kg/m}^2$

CARGA VIVA EN AZOTEA

La carga viva máxima para azotea con pendientes menores al 5% vale, según la tabla 3.4, $w_V = 100 \text{ kg/m}^2$ y es independiente del área tributaria

c) Cargas de diseño para los elementos

Viga V1

Se determinará la carga lineal uniforme equivalente, sobre la longitud de la viga, como la suma de la carga de peso propio más las cargas muerta y viva del piso sobre el área tributaria, dividida entre la longitud de la viga.

CARGA POR UNIDAD DE LONGITUD EN PLANTA TIPO

Por peso propio		= 144 kg/m
Por carga muerta de piso	(7.5 × 486) / 4	= 912 kg/m
Por carga viva	(7.5 × 250) / 4	= 468 kg/m
Carga lineal total		= 1524 kg/m

CARGA POR UNIDAD DE LONGITUD EN AZOTEA

Por peso propio		=	144 kg/m
Por carga muerta de piso	(7.5 × 450) / 4	=	844 kg/m
Por carga viva	(7.5 × 100) / 4	=	188 kg/m
Carga lineal total		=	1176 kg/m

Viga T1

La carga sobre dicha viga será una carga uniforme debida al peso propio más las cargas muerta y viva que se encuentran en las áreas A_1 de la figura. Las cargas sobre las áreas A_2 son tributarias de las vigas V1 y se transmiten a la T1 como una carga concentrada en el punto en que éstas se apoyan.

CARGA POR UNIDAD DE LONGITUD EN PLANTA TIPO

Por peso propio		=	288 kg/m
Por carga muerta de piso	(9.0 × 486) / 4	=	729 kg/m
Por carga viva	(9.0 × 250) / 4	=	375 kg/m
Carga lineal total		=	1392 kg/m

CARGA CONCENTRADA EN PLANTA TIPO

Se considera la viga V1 como una viga continua simplemente apoyada, así sus reacciones son:

En los extremos $P = 0.4\ w\ L = 0.4 \times 1524 \times 4 = 2438$ kg
Intermedias $P = 1.1\ w\ L = 1.1 \times 1524 \times 4 = 6706$ kg

CARGA POR UNIDAD DE LONGITUD EN AZOTEA

Por peso propio		=	288 kg/m
Por carga muerta de piso	(9.0 × 450) / 6	=	675 kg/m
Por carga viva	(9.0 × 100) / 6	=	150 kg/m
Carga lineal total		=	1113 kg/m

CARGA CONCENTRADA EN PLANTA TIPO

Se considera la viga V1 como una viga continua simplemente apoyada, así sus reacciones son:

En los extremos $P = 0.4\ w\ L = 0.4 \times 1176 \times 4 = 1882$ kg
Intermedias $P = 1.1\ w\ L = 1.1 \times 1113 \times 4 = 4897$ kg

Columna *C1*

PESO PROPIO DE LA COLUMNA EN LOS DIFERENTES PISOS

N6 a N8	$394 \times 3^{*} \times 2^{**}$	$= 1764$ kg
N3 a N6	$384 \times 3^{*} \times 3^{**}$	$= 3456$ kg
N0 a N3	$600 \times 3^{*} \times 3^{**}$	$= 5400$ kg
Peso propio total en planta baja		$= 10620$ kg

* La altura del entrepiso en m.
** El número de pisos con la misma sección.

La carga de piso en las columnas puede calcularse como la suma de las reacciones de las vigas que llegan a la columna, pero éstas a su vez deberían corregirse porque la carga viva que corresponde es la del área tributaria de la columna C1 en planta baja que vale

Área tributaria $= 3 \times 4 \times 7 = 84$ m^2 > 36 m^2, por lo tanto se deberá hacer la reducción de la carga viva.

$$w_v = 100 + \frac{420}{\sqrt{A}} = 100 \pm \frac{420}{\sqrt{84}} = 145 \text{ kg/m}^2$$

$$R = \frac{wL}{2} + \frac{P}{2}$$

REACCIÓN DE LA VIGA T1 DE ENTREPISO

$w = 288 + 729 + 375 \times 145 / 250$	$= 1393$ kg/m
$P = 6706 \times (468 \times (145 / 250) + 144 + 912) / 1524$	$= 5841$ kg
$R = 1393 \times 6 / 2 + 5841 / 2$	$= 7100$ kg

REACCIÓN EN LA VIGA T1 DE AZOTEA

$$R = \frac{wL}{2} + \frac{P}{2} = \frac{1113 \times 6}{2} + \frac{4897}{2} = 5788 \text{ kg}$$

REACCIÓN DE LAS VIGAS T2 DE ENTREPISO

Área tributaria de T2 $= (4.0 + 1.0) \times 1.50 / 2 = 3.75$ m^2

Carga de diseño

Por peso propio		$= 192$ kg/m
Por carga muerta de piso	$(3.75 \times 486) / 4$	$= 675$ kg/m
Por carga viva	$(3.75 \times 250) / 4$	$= 234$ kg/m
Carga lineal total		$= 882$ kg/m

$$R = \frac{wL}{2} = \frac{882 \times 4}{2} = 1764 \text{ kg}$$

REACCIÓN EN LA VIGA T2 DE AZOTEA

Carga de diseño		
Por peso propio		= 192 kg/m
Por carga muerta de piso	(3.75 × 450) / 4	= 422 kg/m
Por carga viva	(3.75 × 100) / 4	= 94 kg/m
Carga lineal total		= 708 kg/m

$$R = \frac{w\,L}{2} = \frac{704 \times 4}{2} = 1416 \text{ kg}$$

DESCARGA SOBRE LA COLUMNA C1 EN PLANTA TIPO

Por viga T1		= 7100 kg
Por viga T2	2 × 1764	= 3528 kg
Total		= 10628 kg

DESCARGA SOBRE LA COLUMNA C1 EN LA AZOTEA

Por viga T1		= 5788 kg
Por viga T2	2 × 1 608	= 3216 kg
Total		= 9004 kg

DESCARGA TOTAL SOBRE LA COLUMNA C1 EN PLANTA BAJA

Por azotea		= 9004 kg
Por entrepisos	10628 × 7	= 74396 kg
Por peso propio		= 10620 kg
Total		= 94020 kg

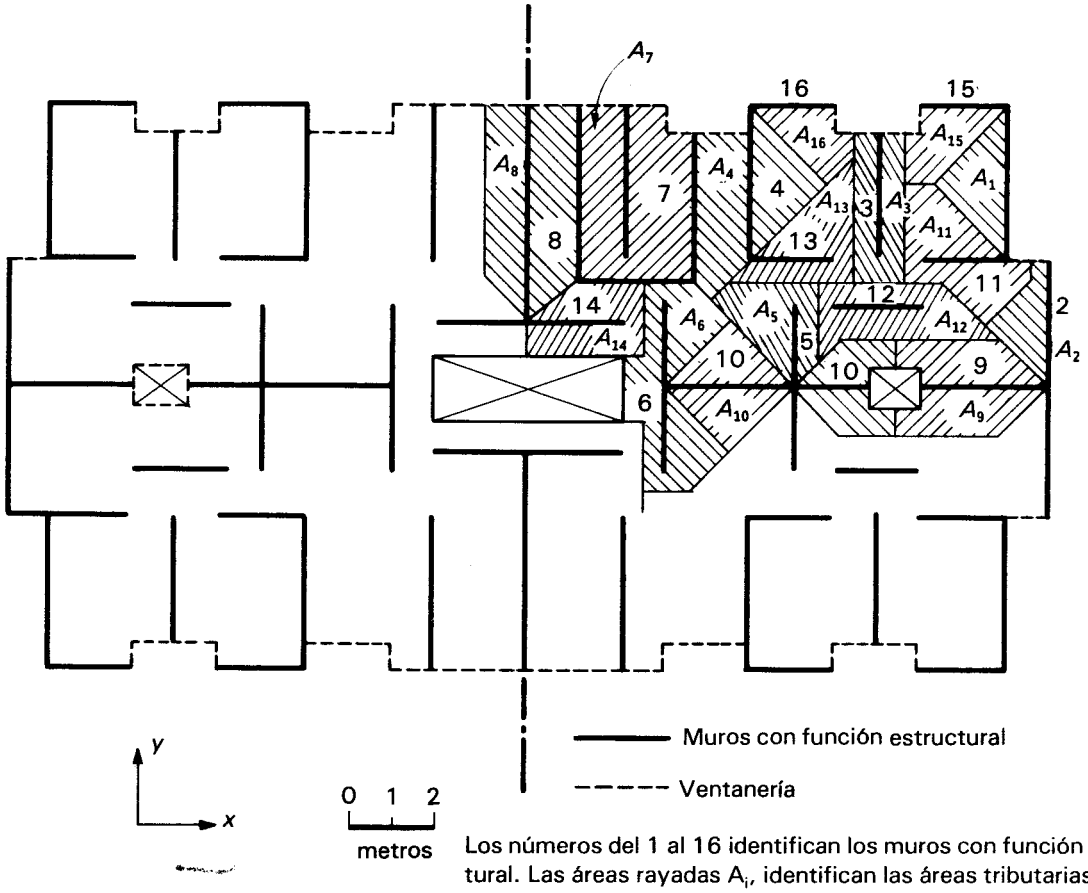
d) Observaciones

Se aprecia de los cálculos efectuados que las diferencias por las correcciones de cargas vivas según el área tributaria no fueron significativas y podrían, para este caso particular, haberse omitido las correcciones que complican notablemente el cálculo.

La determinación de la carga viva en la forma que se efectuó en este ejemplo es adecuada para el análisis por separado de la losa de concreto, de la viga secundaria, de la viga principal y de la columna. Esto supone un trabajo independiente de los diversos elementos. En un entrepiso de concreto reforzado como el del ejemplo, los elementos forman un conjunto integral que trabaja como una unidad para transmitir la flexión. De hecho el método llamado del marco equivalente (especificado por el ACI) analiza el sistema de piso como una unidad en cada dirección y para ello la carga viva debe considerarse como la que corresponde al área de todo el tablero.

Ejemplo 3.2 Determinación de cargas muertas y vivas en un edificio de muros de carga de mampostería.

La planta tipo de la figura adjunta corresponde a un edificio para vivienda multifamiliar de cinco niveles idénticos, a base de muros de carga de bloques huecos de concreto con refuerzo interior y de losa de concreto de tipo vigueta y bovedilla, apoyada sobre los muros. Cada piso, inclusive la planta baja, aloja cuatro departamentos iguales, así que basta estudiar una cuarta parte de la planta.



Los números del 1 al 16 identifican los muros con función estructural. Las áreas rayadas A_i, identifican las áreas tributarias de cada muro i .

La altura libre de entrepiso es de 2.35 m y el espesor de losa de 0.2 m. Se pide determinar la carga vertical (carga muerta más viva) en todos los muros de planta baja, tanto para diseño por cargas verticales como para diseño sísmico.

Los resultados de los cálculos se consignan en la tabla siguiente. A continuación se expone la forma de obtener los valores de cada columna de dicha tabla.

- Columna 1: Identificación de muros. En la cuarta parte de la planta que se considera, se distinguen 16 muros. Se indican los números respectivos en la planta.

- Columna 2: Longitud de los muros. Se determina sobre la planta.
- Columna 3: El área tributaria de cada muro para una planta se determina sobre la figura, según las reglas propuestas en el texto. Por ejemplo para el muro 9 se tiene:

$$A_{Ti} = (3.7 \times 2.3) - (1.15)^2 - (1.05 \times 0.6) / 2 = 6.9 \text{ m}^2$$

- Columna 4: La carga vertical que actúa en los muros de la planta baja debido a la carga viva. La carga viva que corresponde a cada muro depende del área tributaria total que gravita sobre este. Para los muros de planta baja se suman cuatro plantas tipo, ya que la carga transmitida por la azotea debe considerarse por separado. Excepto para los muros 7 y 8, el área tributaria total es menor que 36 m^2, por lo que la carga viva unitaria será de 170 kg/m^2 excepto para esos dos muros, para los que puede aplicarse la ecuación 3.6.

$$100 + \frac{420}{\sqrt{A_T}}$$

El área tributaria A_T es cuatro veces el área tributaria de A_{Ti}, de una planta tipo, consignada en la columna (3); por ejemplo para el muro 7 se tiene:

$$A_T = 11.2 \times 4 = 44.8 \text{ m}^2$$

$$100 + \frac{420}{\sqrt{A_T}} = 100 + \frac{420}{\sqrt{44.8}} = 163 \text{ kg} / \text{m}^2$$

La diferencia es en este caso muy poco significativo por lo que podría haberse omitido este cálculo.

- Columna 5: Carga vertical en plantas tipo.
  Carga muerta. La losa de piso, tipo de viguetas y bovedillas, tiene las características mostradas en el croquis y está compuesta por tres elementos: viguetas, bovedilla y concreto vaciado en el lugar en el espacio dejado por los dos primeros componentes. Para determinar el peso total hay que sumar al peso de viguetas y bovedillas (proporcionado generalmente por el fabricante), el peso total y el ocupado del concreto, cuyo volumen se obtiene por diferencia entre el total y el ocupado por la vigueta y la bovedilla.

  La distancia entre ejes de viguetas es de 60 cm y el espesor de la losa es de 20 cm, por lo que el área de la losa en cada metro de longitud vale:

$$A_T = 60 \times 20 = 1200 \text{ cm}^2$$

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
Muro	*Longitud, m*	A_{Ti} m^2	*Carga viva* kg/m^2	*Carga vertical* planta tipo, kg	*Carga vertical* en azotea, kg	*Peso propio* muro, kg	*Carga vertical* total, kg	*Carga vertical* para sismo, kg
1	3.6	3.2	235	8 000	2 000	9 400	19 400	17 500
2	3.0	2.4	255	6 200	1 500	7 800	15 500	13 900
3	3.0	4.4	220	10 700	2 800	7 800	21 300	18 900
4	3.6	7.8	195	18 300	5 000	9 400	32 700	29 200
5	2.0	4.3	220	10 500	2 800	5 200	18 500	16 100
6	2.0	3.3	235	8 300	2 100	5 200	15 600	13 500
7	3.6	11.3	180	25 800	7 200	9 400	42 400	38 000
8	5.2	10.2	185	23 500	6 500	13 500	43 500	39 300
9	3.0	6.9	200	16 300	4 400	7 800	28 500	25 200
10	4.8	8.8	190	20 400	5 600	12 500	38 500	34 800
11	2.0	5.5	210	13 200	3 500	5 200	21 900	19 200
12	2.2	5.2	210	12 500	3 300	5 700	21 500	18 900
13	1.9	4.2	220	10 200	2 700	4 900	17 800	15 600
14	2.3	4.4	220	10 700	2 800	6 000	19 500	17 100
15	2.0	2.6	250	6 700	1 700	5 200	13 600	11 800
16	2.0	2.6	250	6 700	1 700	5 200	13 600	11 800

- Columna 2: Longitud de los muros. Se determina sobre la planta.
- Columna 3: El área tributaria de cada muro para una planta se determina sobre la figura, según las reglas propuestas en el texto. Por ejemplo para el muro 9 se tiene:

$$A_{Ti} = (3.7 \times 2.3) - (1.15)^2 - (1.05 \times 0.6) / 2 = 6.9 \text{ m}^2$$

- Columna 4: La carga vertical que actúa en los muros de la planta baja debido a la carga viva. La carga viva que corresponde a cada muro depende del área tributaria total que gravita sobre este. Para los muros de planta baja se suman cuatro plantas tipo, ya que la carga transmitida por la azotea debe considerarse por separado. Excepto para los muros 7 y 8, el área tributaria total es menor que 36 m^2, por lo que la carga viva unitaria será de 170 kg/m^2 excepto para esos dos muros, para los que puede aplicarse la ecuación 3.6.

$$100 + \frac{420}{\sqrt{A_T}}$$

El área tributaria A_T es cuatro veces el área tributaria de A_{Ti}, de una planta tipo, consignada en la columna (3); por ejemplo para el muro 7 se tiene:

$$A_T = 11.2 \times 4 = 44.8 \text{ m}^2$$

$$100 + \frac{420}{\sqrt{A_T}} = 100 + \frac{420}{\sqrt{44.8}} = 163 \text{ kg} / \text{m}^2$$

La diferencia es en este caso muy poco significativo por lo que podría haberse omitido este cálculo.

- Columna 5: Carga vertical en plantas tipo.
  Carga muerta. La losa de piso, tipo de viguetas y bovedillas, tiene las características mostradas en el croquis y está compuesta por tres elementos: viguetas, bovedilla y concreto vaciado en el lugar en el espacio dejado por los dos primeros componentes. Para determinar el peso total hay que sumar al peso de viguetas y bovedillas (proporcionado generalmente por el fabricante), el peso total y el ocupado del concreto, cuyo volumen se obtiene por diferencia entre el total y el ocupado por la vigueta y la bovedilla.

  La distancia entre ejes de viguetas es de 60 cm y el espesor de la losa es de 20 cm, por lo que el área de la losa en cada metro de longitud vale:

$$A_T = 60 \times 20 = 1200 \text{ cm}^2$$

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)
Muro	*Longitud, m*	A_{Ti}, m^2	*Carga viva* kg/m^2	*Carga vertical planta tipo, kg*	*Carga vertical en azotea, kg*	*Peso propio muro, kg*	*Carga vertical total, kg*	*Carga vertical para sismo, kg*
1	3.6	3.2	235	8 000	2 000	9 400	19 400	17 500
2	3.0	2.4	255	6 200	1 500	7 800	15 500	13 900
3	3.0	4.4	220	10 700	2 800	7 800	21 300	18 900
4	3.6	7.8	195	18 300	5 000	9 400	32 700	29 200
5	2.0	4.3	220	10 500	2 800	5 200	18 500	16 100
6	2.0	3.3	235	8 300	2 100	5 200	15 600	13 500
7	3.6	11.3	180	25 800	7 200	9 400	42 400	38 000
8	5.2	10.2	185	23 500	6 500	13 500	43 500	39 300
9	3.0	6.9	200	16 300	4 400	7 800	28 500	25 200
10	4.8	8.8	190	20 400	5 600	12 500	38 500	34 800
11	2.0	5.5	210	13 200	3 500	5 200	21 900	19 200
12	2.2	5.2	210	12 500	3 300	5 700	21 500	18 900
13	1.9	4.2	220	10 200	2 700	4 900	17 800	15 600
14	2.3	4.4	220	10 700	2 800	6 000	19 500	17 100
15	2.0	2.6	250	6 700	1 700	5 200	13 600	11 800
16	2.0	2.6	250	6 700	1 700	5 200	13 600	11 800

Peso propio	= 413 kg/m^2
Relleno e impermeabilización	= 150 kg/m^2
Carga muerta	= 563 kg/m^2
Carga viva (tabla 3.1)	= 100 kg/m^2
Carga vertical total de azotea	= 663 kg/m^2

En la columna (6) se encuentra la carga vertical total en azotea, igual a 663 kg/m^2 multiplicada por el área tributaria de cada muro.

- Columna 7: Peso propio de muros

  Peso de muro de bloque de concreto tipo pesado de 15 cm de espesor con refuerzo interior = 220 kg/m^2 (según especificaciones del fabricante).

  Peso por metro de longitud de muro

$$= 220 \times 2.35 \text{ (altura del muro)} = 520 \text{ kg/m}$$

En la columna (7) se da el peso total de los muros en planta baja, igual al peso por unidad de longitud por la longitud de cada muro y por cinco niveles de muros iguales. Por ejemplo, para el muro 9

$$520 \times 3 \times 5 = 7800 \text{ kg}$$

- Columna 8: Carga vertical total en muros

  La carga axial en muros para diseño por cargas verticales es la suma de las cargas de plantas tipo más azotea más peso propio de muros, o sea la suma de las columnas (5), (6) y (7).

$$P = 16300 + 4400 + 7800 = 28500 \text{ kg}$$

- Columna 9: Carga vertical para sismo

Para diseño sísmico, al intervenir una carga accidental en la combinación de acciones de diseño, se debe usar la carga viva instantánea y no se permite hacer reducción por el área; para las plantas de entrepiso vale 90 kg/m^2 y para azotea 70 kg/m^2 . Por tanto, la carga de la columna (5) se corrige como sigue:

$$4 \times \text{Área tributaria } (413 + 90)$$

Para el muro 9

$$4 \times 6.9 \times (413 + 90) = 13883 \text{ kg}$$

La carga de la columna (6) se corrige como

$$\text{Área tributaria} \times (553 + 70)$$

Para el muro 9 se tiene:

$$6.9 \times (553 + 70) = 4299 \text{ kg}$$

En la columna (9) se consigna la carga vertical total (planta tipo + azotea + peso de muros), una vez hechas las correcciones mencionadas.

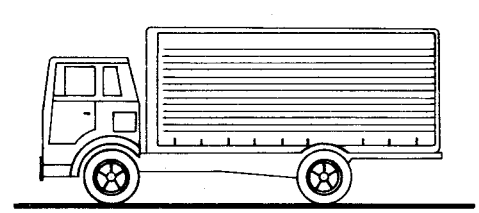
Tabla 3.1

(1) Muro	(2) Longitud m	(3) A_{Ti} m^2	(4) Carga viva kg/m^2	(5) Carga vertical planta tipo, kg	(6) Carga vertical en azotea, kg	(7) Peso propio muro, kg	(8) Carga vertical total, kg	(9) Carga vertical para sismo, kg
1	3.6	3.2	170	7 462	2 122	9 360	18 944	17 824
2	3.0	2.4	170	5 597	1 591	7 800	14 988	14 148
3	3.0	4.4	170	10 261	2 917	7 800	20 978	19 438
4	3.6	7.8	170	18 190	5 171	9 360	32 721	29 991
5	2.0	4.3	170	10 028	2 851	5 200	18 079	16 574
6	2.0	3.3	170	7 696	2 188	5 200	15 084	13 929
7	3.6	11.3	163	26 035	7 426	9 360	42 821	38 984
8	5.2	10.2	166	23 623	6 763	13 520	43 906	40 499
9	3.0	6.9	170	16 091	4 575	7 800	28 466	26 051
10	4.8	8.8	170	20 522	5 834	12 480	38 836	35 756
11	2.0	5.5	170	12 826	3 647	5 200	21 673	19 756
12	2.2	5.2	170	12 126	3 448	5 720	21 294	19 474
13	1.9	4.2	170	9 794	2 785	4 940	17 519	16 049
14	2.3	4.4	170	10 261	2 917	5 980	19 158	17 618
15	2.0	2.6	170	6 063	1 724	5 200	12 987	12 077
16	2.0	2.6	170	6 063	1 724	5 200	12 987	12 077

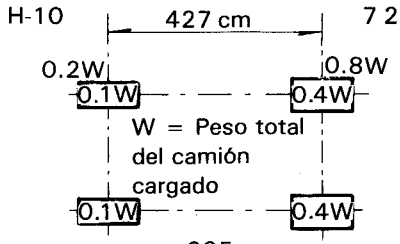
3.3.4 Carga viva en puentes

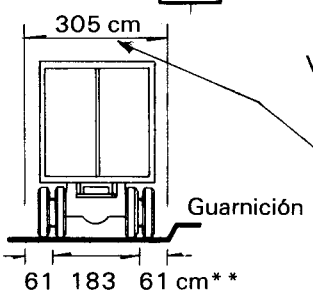
La carga viva sobre puentes carreteros se debe esencialmente a las fuerzas transmitidas por los vehículos que sobre ellos transitan. Su determinación depende del peso y de las características de los vehículos que pueden transitar sobre el puente, así como de la distribución más desfavorable que es razonable esperar que se presente. Cuando el tráfico se para, pueden quedar llenos todos los carriles con vehículos cercanos uno a otro, produciendo una carga estática máxima. Sin embargo, sería excesivamente conservador suponer que todos los vehículos tienen el peso máximo. Cuando el tráfico fluye, el número de vehículos que puede transitar sobre el puente es menor, pero la velocidad a que circulan produce efectos dinámicos que incrementan las fuerzas internas en la estructura.

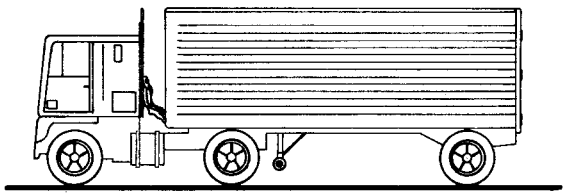
Para obviar la dificultad de tener que analizar combinaciones complejas de vehículos para la determinación de la carga viva en puentes, los códigos suelen recurrir a cargas equivalentes convencionales que tratan de cubrir conservadoramente los efectos de las condiciones más desfavorables de tráfico que puedan presentarse. En puentes relativamente largos, lo que regirá el diseño será el efecto de un gran número de vehículos, el cual puede sustituirse por una carga uniforme equivalente. En puentes cortos será crítica la posición de un solo vehículo particularmente pesado, el cual debe representarse como una serie de cargas concentradas que coinciden con los ejes de ruedas del vehículo.



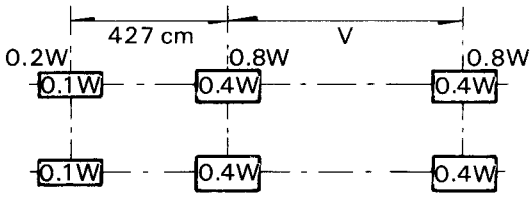
H-20 14 500 kg*
H-15 10 500
H-10 7 260







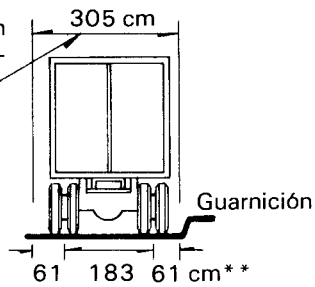
HS-20 3 630 kg 14 500 kg* 14 500 kg*
HS-15 2 720 10 900 10 900



W = Peso combinado de los dos primeros ejes, que es igual al que tiene el camión H correspondiente

V = Separación variable de 427 a 914 cm inclusive, según lo que sea más desfavorable

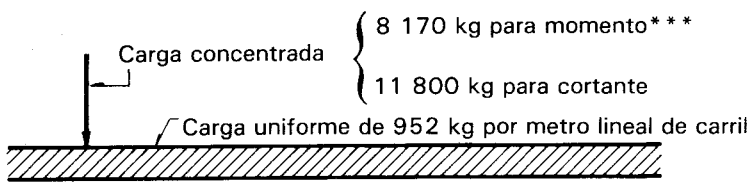
Ancho del gálibo y del carril de carga



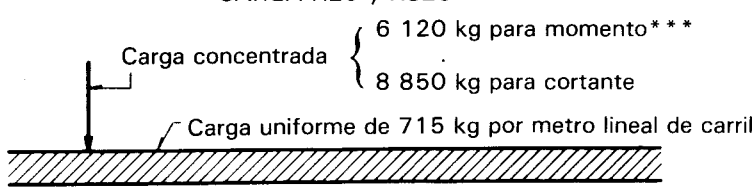
Reglas para la aplicación de la carga viva estándar:

1. La carga por carril o el vehículo estándar ocupan un ancho de 3.05m. Estas cargas se colocarán en bandas de 3.6 m distribuidas a lo ancho de la calzada del puente en números y posiciones tales que produzcan fuerzas internas máximas. Cuando el ancho de calzada se encuentre entre 6 y 7.2m se considerarán dos bandas de tráfico de la mitad del ancho de calzada.
2. Cada carga de carril o vehículo estándar se consideran como unidades indivisibles y no se podrán considerar aplicadas fracciones de ellos.
3. Cuando se considere más de un carril de tráfico se reducirán las fuerzas internas calculadas a los siguientes porcentajes considerando que es poco probable que las cargas máximas coincidan en varios carriles.

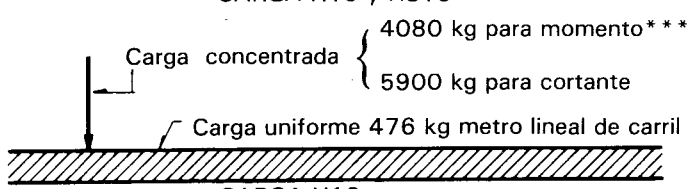
Uno o dos carriles	100%
Tres carriles	90%
Cuatro o más carriles	75%



CARGA H20 y HS20



CARGA H15 y HS15



CARGA H10

* Para el diseño de pisos con las cargas H20 y HS20 podrá usarse en lugar de la carga de eje de 14,500 kg una carga de eje de 10 900 kg o dos cargas de eje de 7260 kg cada una espaciadas 122 cm entre sí y seleccionando la que produzca efectos más desfavorables.

** Para el diseño de losas se supondrá que el eje vertical del centro de la rueda queda a 30.5 cm de la guarnición.

*** En el art. 2.8(6) se especifica una carga adicional para claros continuos que incluyan cargas de carril

Figura 3.9. Cargas vivas estándar de la AASHTO para puentes carreteros (referencia 3.9).

Los valores que se asignan a estas cargas corresponde a vehículos idealizados que pretenden representar efectos de condiciones de tráfico desfavorables. En México y en muchos otros países se adoptan las cargas especificadas por la AASHTO (referencia 3.9), o variante de las mismas. Tradicionalmente las recomendaciones de la AASHTO han especificado dos vehículos tipo: un camión de dos ejes, carga tipo H, y uno de tres ejes, carga tipo HS. Las características de estos vehículos tipo se muestran esquemáticamente en la figura 3.9. Uno de estos vehículos tipo deberá colocarse en la posición más desfavorable sobre el claro de puentes cortos. Alternativamente se debe considerar una carga uniforme más una concentrada en la posición más desfavorable, aplicada sobre cada carril. Para tomar en cuenta que la probabilidad de que se concentren cargas excepcionalmente altas sobre varios carriles es pequeña, esta carga uniforme se reduce a medida que aumenta el número de carriles.

Por el incremento constante que se ha dado en el tamaño y peso de los vehículos que transitan en las carreteras, han surgido nuevos vehículos tipos para el diseño de puentes. En México, desde hace algunos años para el diseño de caminos principales y autopistas se especifica un vehículo con dos remolques para un total de nueve ejes, con las características mostradas en la figura 3.10. Para los caminos secundarios se usa la carga HS20. La mayoría de los puentes existentes están diseñados, sin embargo, con cargas menores (*H*20 o hasta *H*15), lo que da lugar a un problema de diferencia en nivel de seguridad entre el conjunto de puentes en operación.

El diseño para cargas móviles como lo son las cargas vivas estándar para puentes, carreteras y de ferrocarril implica la determinación de la posición de dichas cargas que produce el efecto más desfavorable. Ésta difiere para cada sección y aun para cada fuerza interna que debe considerarse con una sección dada. La determinación de dicha posición lleva al concepto de líneas de influencia, el cual no se tratará en este texto, y para el cual puede consultarse la referencia 3.2, por ejemplo.

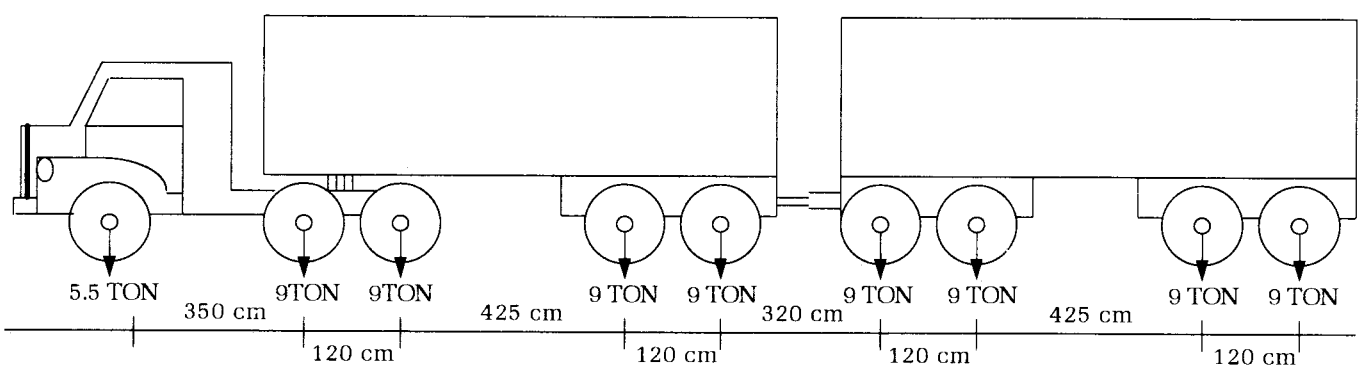


Figura 3.10. Carga viva estándar T3-S2-R4 para diseño de puentes carreteros.

El paso de un vehículo sobre un puente causa vibraciones debidas a la irregularidad de la superficie de rodamiento. Estas vibraciones producen incrementos en los efectos de las diferentes acciones sobre el puente. Estos efectos dependen de la velocidad del vehículo, de las irregularidades de la superficie de rodamiento, de las características del vehículo y de la flexibilidad y longitud del puente.

El fenómeno es obviamente muy complejo y se prefiere recurrir a un planteamiento simplista que consiste en considerar un factor de impacto con el que se incrementan los efectos de las cargas vivas calculadas en forma estática. El factor de impacto se basa en algunas mediciones de las amplificaciones de las deflexiones al pasar vehículos a distintas velocidades. El factor de impacto se hace depender exclusivamente del claro del puente, ya que al aumentar el claro la fluctuación de esfuerzos debidos a los efectos dinámicos se reduce, porque la carga viva representa una fracción cada vez menor de la carga total.

El factor de impacto, según la fórmula de la AASHTO, es

$$I = \frac{15}{L + 37.5} \leq 0.3 \qquad 3.8$$

en que L es el claro del puente en metros.

El tránsito de vehículos sobre puentes carreteros produce, además de fuerzas verticales, ciertas fuerzas horizontales. Se presentan fuerzas horizontales por el arranque y frenado de vehículos en la dirección del eje del puente. El código citado especifica que debe tomarse una fuerza longitudinal igual a 20 por ciento del peso del vehículo de diseño. En puentes curvos la fuerza centrífuga produce empujes radiales que se consideran también de 20 por ciento del peso del vehículo. Estas fuerzas influyen en el diseño de los apoyos del puente.

Cabe hacer énfasis nuevamente en que las cargas estándar de diseño son valores convencionales. La adopción de uno a otro nivel de carga estándar debe estar ligada a una reglamentación del tránsito en cuanto al peso de los vehículos, que se permite transiten, así como al grado de control que se pueda tener sobre el cumplimiento de dicha reglamentación. La probabilidad de que se excedan las cargas estándar no es despreciable y hay una tendencia al aumento del peso de vehículos y del porcentaje de vehículos pesados en la composición del tránsito. De la verificación de pesos de vehículos que se realizó en dos puntos sobre carreteras de tránsito intenso en México, se encontró que se excedían con alarmante frecuencia las cargas estándar de la AASHTO (ver tabla 3.5). Sólo la más pesada de las cargas estándar no se excedió durante el lapso relativamente corto en que se realizaron las mediciones.

Tabla 3.5 Comparación de resultados de sondeos de tránsito en la República Mexicana con las cargas estándar para puentes carreteros (Datos extraídos de la referencia 3.10)

Tipo de carga estándar de la AASHTO	*% del tránsito que excede de la carga estándar*	
	Estación A	*Estación B*
H 10	8	24
H 15	7	21
H 20	2	5
HS20	0	0

Existen diferencias importantes entre las cargas vivas de diseño para puentes especificados en distintos países. Por ejemplo, las cargas de los códigos europeos suelen ser notablemente mayores que las de la AASHTO que se han mencionado aquí. Aparentemente esto no se debe a una diferencia en el tipo de tránsito en estos países sino a que los códigos europeos pretenden que los puentes sean capaces de resistir condiciones de carga que puedan presentarse por el paso sobre ellos de equipo bélico.

En puentes de ferrocarril el problema de la carga viva es similar al de los puentes carreteros, aunque la gama de vehículos que pueden transitar sobre los primeros es más restringida y las características de los mismos están mejor definidas y son más controlables.

La carga especificada por los códigos es nuevamente una carga convencional correspondiente a un tren de locomotoras idealizadas. En muchos países se siguen las normas de la AREA (referencia 3.11) que definen un tren de carga viva equivalente como el mostrado en la figura 3.11 para la carga denominada E-72 que es la especificada en México.

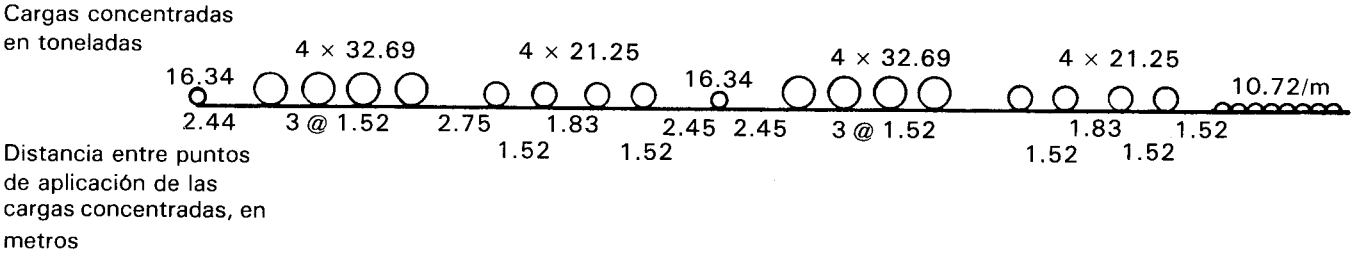


Figura 3.11. Carga viva estándar del AREA para puentes de ferrocarril Cooper E-72 (referencia 3.11).

El tren de carga corresponde a una serie de locomotoras de vapor que se han dejado de usar desde hace muchas décadas, pero que se han mantenido como carga viva de diseño por considerarlas conservadoras con respecto al tráfico actual. Seguramente podría encontrarse un tren de carga más sencillo e igualmente representativo de los efectos de los equipos más modernos.

Una peculiaridad de la carga viva en puentes es que está formada por cargas móviles, lo que obliga a investigar la posición de la carga que resulta más desfavorable para cada fuerza interna y sección crítica. Esto implica un proceso

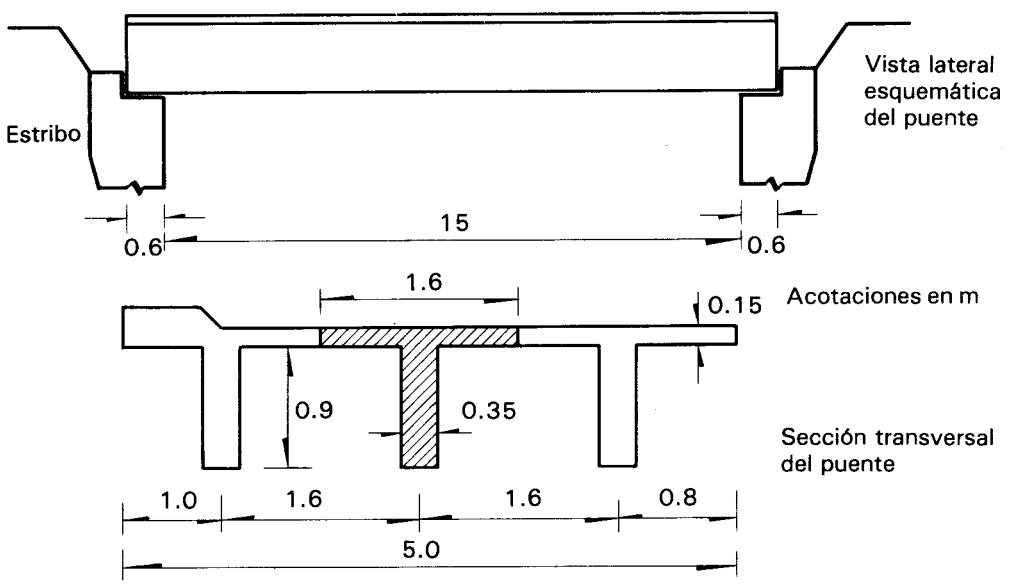
que llega a ser muy laborioso cuando se trata de trenes de carga complejos como por ejemplo los de ferrocarril.

El diseño de puentes implica la consideración de diversas combinaciones de acciones particulares, así como de requisitos y precauciones específicas que deben estudiarse en las normas y textos especializados. También los criterios de diseño y factores de seguridad suelen diferir de las estructuras comunes. La mayoría de los códigos para puentes incluyen solamente criterios de diseño por esfuerzos admisibles, con valores de estos esfuerzos menores que los usuales. La última versión de las normas AASHTO incluye como opción un criterio de diseño por estados límite en que los factores de carga para carga viva son considerablemente mayores que los usuales (se debe aplicar un factor de 2.17 a la carga viva incluyendo impacto-). La razón de que los factores de seguridad resulten mayores para puentes se debe atribuir a la importancia de estas estructuras y a las consecuencias de su falla, así como a que se pretende indirectamente protección contra los efectos de fatiga por la repetición de un gran número de aplicaciones de la carga viva y, finalmente, a que la carga viva especificada como valor de diseño tiene una probabilidad de ser excedida mayor que la que se tiene en edificaciones comunes.

Ejemplo 3.3. Carga viva en un puente de carretera

La figura muestra un puente de concreto con un sistema de piso de seis vigas paralelas monolíticas con una losa de concreto, simplemente apoyadas en ambos extremos.

Se trata de determinar el momento positivo en el centro del claro de una viga interior producido por las cargas muertas y vivas en una de las vigas interiores. Se diseñará para la carga viva estándar AASHTO HS-20.



a) Carga muerta

Peso muerto	$(0.90 \times 0.35 + 0.15 \times 1.6) =$	1330 kg/m
Carga muerta adicional por recubrimiento sobre la losa (capa de concreto como superficie de desgaste, de 4 cm de espesor) 100×1.6		160
Carga muerta lineal		1490 kg/m

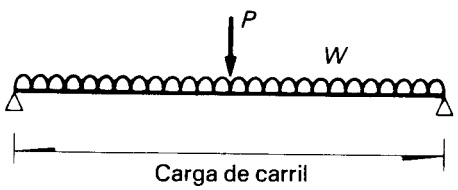
b) Carga viva

La carga HS-20 está formada por un tren de tres cargas concentradas o por una carga de carril compuesta de una carga uniforme más una concentrada (figura 3.9).

Carga de carril

La carga de carril ocupa un ancho de 305 cm; por tanto, al ancho tributario de una viga interior de 160 cm, corresponde una fracción

$$\frac{160}{305} = 0.52 \text{ veces la carga estándar de carril}$$

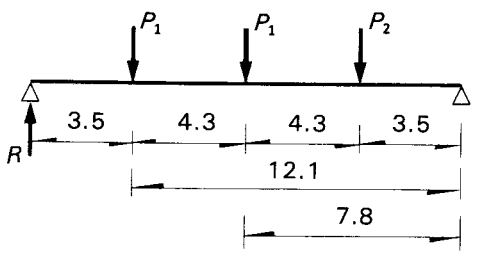


Se considera el claro centro a centro de apoyos del puente $= 15 + \frac{0.6 \times 2}{2} = 15.6$ m

$$P = 0.52 \times 8\,170 = 4\,250 \text{ kg}$$
$$w = 0.52 \times 952 = 495 \text{ kgm}$$
$$M = \frac{PL}{4} + \frac{wL^2}{8} = 4250 \times \frac{15.6}{4} + \frac{495 \times 15.6^2}{8} = 31\,600 \text{ kg-m}$$

Tren de cargas

Debe buscarse la posición del tren de cargas que produce el máximo momento en el centro de claro. Ésta será cuando el eje central coincide con el centro del claro, como en el esquema adjunto.



Posición del tren de cargas para momento máximo en el centro del claro

Según la tabla 1.3.1 (B) de la AASHTO, en puentes con dos o más carriles de tránsito y con vigas paralelas monolíticas con el sistema de piso y separadas una distancia S (en m), cada viga interior debe diseñarse para una fracción $\frac{S}{1.829}$ de los momentos producidos por las cargas correspondientes a una rueda del tren estándar; por tanto

$$P_1 = \frac{14500}{2} = 7250 \text{ kg}$$

$$P_2 = \frac{3630}{2} = 1815 \text{ kg}$$

La reacción en el apoyo izquierdo se determina como

$$R = \frac{P_1(L-3.5) + P_1(L-7.8) + P_2(L-12.1)}{L} =$$

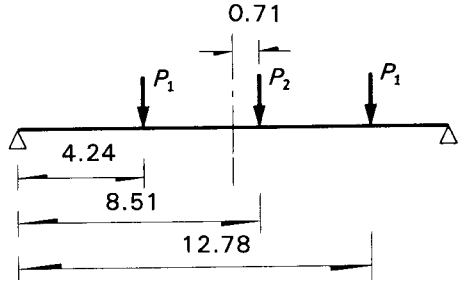
$$= \frac{7250(12.1+7.8)+1815(3.5)}{15.6} = 9660 \text{ kg}$$

$$M_{CL} = \frac{RL}{2} - P_1 \times 4.3 = 9660 \times \frac{15.6}{2} - 7250 \times 4.3 = 44200 \text{ kg-m}$$

El momento que corresponde a cada viga interior es

$$\frac{1.6}{1.829}\ 44200 = 38600 \text{ kg-m}$$

Este momento es mayor que el debido a la carga de carril y, por tanto, es el que rige para diseño. Hay que notar que el momento máximo producido por el tren de cargas no ocurre en el centro del claro. La regla para la determinación de la posición del tren de carga que produce momento máximo dice que debe colocarse el tren de cargas de manera que el centro del claro quede a la mitad de la distancia entre la carga central y la resultante de las tres cargas (ver croquis). Si así se hace, el momento bajo la rueda central resulta igual a 45 200 kg-m, que es sólo ligeramente superior al calculado anteriormente. Además, para fines de diseño interesa la envolvente de los momentos causados por el tren de cargas colocado en las diferentes posiciones, a la cual deberá sumarse el diagrama de momentos debidos a carga muerta. El máximo momento que se obtiene en estas condiciones diferirá muy poco, en este caso, del que se calcula considerando que la sección crítica es el centro del claro.



Posición del tren de cargas para momento máximo absoluto

c) Factor de impacto

El momento de carga viva debe incrementarse por el factor $(1 + I)$

$$I = \frac{15}{L + 37.5} \leq 0.30, \text{ ecuación 3.8}$$

$$I = \frac{15}{15.6 + 37.5} = 0.28$$

Momento de carga viva más impacto = $1.28 \times 44200 = 56600$ kg-m
Momento de carga muerta

$$M_{CL} = \frac{wL^2}{8} = \frac{1490 \times 15.6^2}{8} = 45300 \text{ kg-m}$$

Los momentos de carga muerta y carga viva se afectarán de los factores de carga correspondientes, si el diseño se realiza por un criterio de estados límites. Cuando se emplean procedimientos de diseño por esfuerzos admisibles los momentos de carga muerta y viva se suman directamente para dar lugar a un momento total

$$M_{CL} = 56600 + 45300 = 101900 \text{ kg-m}$$

3.3.5 Cargas vivas en estructuras industriales

Las acciones que se generan en la operación de estructuras industriales son muy diversas según el tipo de actividad y no se prestan a generalizaciones. Por tanto, la mayoría de los códigos no incluyen cargas vivas para estas construcciones y éstas deben determinarse en cada caso a partir de las instalaciones, equipos, maquinarias y productos que se vayan a manejar.

Es importante que los equipos que producen las acciones más intensas tengan posiciones fijas sobre la estructura, de manera que sus fuerzas puedan absorberse con refuerzos locales. Sin embargo, algunas actividades implican cambios de posición de equipos pesados con el tiempo, lo cual obliga a diseñar todas las zonas de la estructura con una carga viva considerable que puede variar desde 400 hasta 3 000 kg/m^2.

La determinación de las cargas producidas por distintas instalaciones y equipos debe basarse en el análisis de los pesos de los diferentes componentes, incluyendo el de los materiales que contienen o de las cargas que pueden mover. Estos datos se encuentran normalmente en los catálogos o pueden obtenerse de los fabricantes.

La operación de numerosos equipos produce efectos dinámicos debidos a vibraciones o a impactos que incrementan notablemente las solicitaciones en la estructura. Estos efectos son,

Tabla 3.6. Factores por impacto y vibración en maquinaria y equipo

Tipo de máquina	*Factor*
Elevadores y sus maquinarias	2.0
Máquinas reciprocantes y unidades de potencia	1.50
Grúas eléctricas (Factor aplicado a la carga vertical de cada rueda)	1.25
Grúas de operación manual (Factor aplicado a la carga vertical en cada rueda)	1.10
Maquinaria ligera	1.25

como puede imaginarse, muy complejos ya que dependen, del funcionamiento de la máquina, de la forma en que está anclada o se apoya en la estructura y de la interacción dinámica entre máquina y estructura. Cuando las cargas que producen estas máquinas no son excesivas, comparadas con el efecto de otras acciones, es aceptable considerar los efectos dinámicos mediante factores de impacto que multiplican su peso estático. La tabla 3.6 propone factores para algunas máquinas comunes. Cuando el efecto dinámico es muy importante, resulta conveniente aislar la máquina de la estructura principal y apoyarla directamente sobre el terreno mediante una cimentación independiente que debe diseñarse para que los movimientos de la base no afecten el funcionamiento de la máquina. El análisis dinámico de las bases de maquinarias es tema de textos especializados y puede encontrarse, por ejemplo, en el capítulo correspondiente del Manual de Obras Civiles de la CFE (referencia 3.12).

En estructuras que alojen grúas, además de las fuerzas verticales transmitidas por las ruedas de la grúa, se generan fuerzas horizontales en dirección del movimiento de la grúa debido a su frenado. Las normas suelen especificar fuerzas horizontales iguales a 10% de la carga total de la grúa. Debido a la posibilidad de un mal alineamiento de los rieles se producen fuerzas horizontales normales al eje de la grúa. Debe considerarse en esa dirección una fuerza igual a 20 por ciento del peso de la grúa incluyendo su carga máxima permisible, según las normas ANSI. Estas fuerzas horizontales suelen regir el diseño de las columnas de apoyo de las grúas.

3.4 EMPUJES DE LÍQUIDOS, TIERRA Y MATERIALES A GRANEL

3.4.1 Aspectos generales

Se tratarán aquí acciones que se deben al empuje estático de diversos materiales retenidos por la estructura. En algunos casos, como en silos, tuberías y muros de contención, el efecto de estas acciones es complejo, ya que depende de la interac-

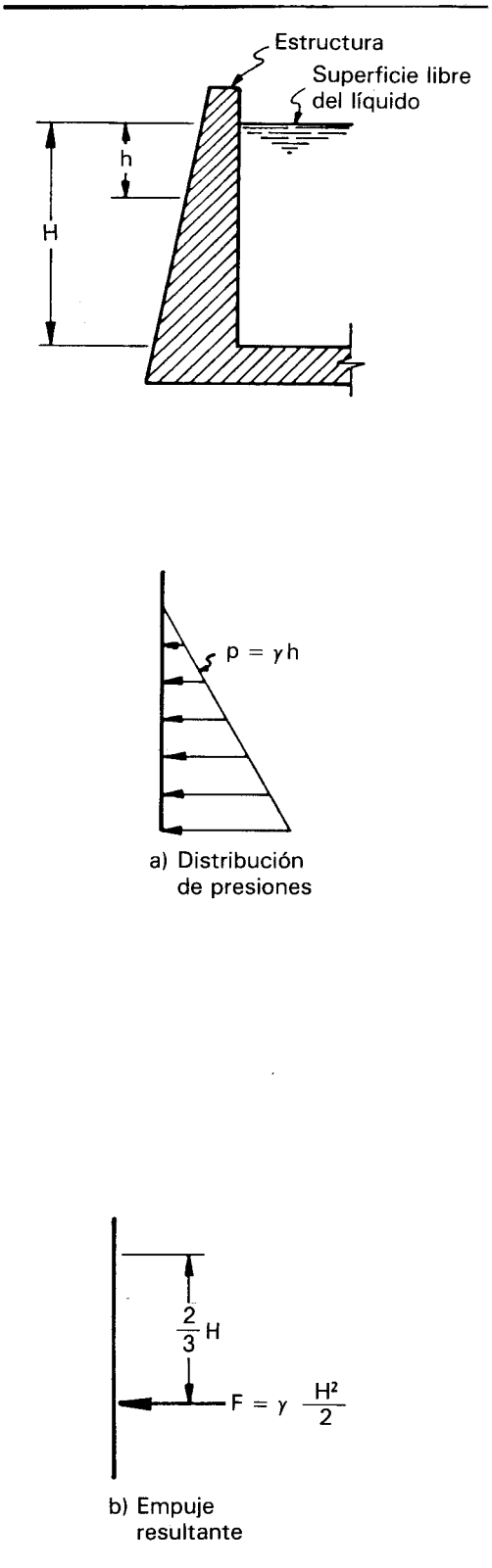


Figura 3.12. Empuje hidrostático sobre una pared vertical.

ción de la estructura con el material. El alcance de este texto no permite un tratamiento detallado de ellos; sólo se hará una presentación elemental que servirá para entender los principios fundamentales del problema y para resolver casos sencillos. Se remitirá a textos especializados para la solución de problemas de mayor complejidad.

En algunos casos, como en empuje de tierras o de aguas freáticas en muros de contención, estas cargas actúan con su intensidad máxima durante lapsos muy grandes y deben considerarse como acciones permanentes. En otras ocasiones, como en recipientes y depósitos, estas acciones tienen variaciones importantes en el tiempo y deben tratarse como acciones variables. La diferencia de las dos situaciones en el diseño estriba por ejemplo en que, si se tratan como variables, debe considerarse una intensidad reducida o nula cuando su efecto sea favorable para la estabilidad de la estructura, y una intensidad reducida para las combinaciones que incluyan acciones accidentales. El proyectista deberá juzgar en cada situación a cuál de las dos condiciones corresponde el caso en cuestión.

3.4.2 Empuje estático de líquidos

En recipientes o en estructuras total o parcialmente sumergidas debe considerarse como acción el empuje estático del líquido.

Cuando el líquido tiene una superficie libre que no está sujeta a una presión superior a la atmosférica, ejerce una presión adicional a la atmosférica y en dirección normal a la superficie de contacto con el objeto sumergido, dada por

$$p = \gamma h \qquad 3.9$$

donde γ es el peso volumétrico del líquido y h la profundidad del punto considerado, a partir de la superficie libre del líquido. Esto implica que en una pared sumergida la presión aumenta linealmente con la profundidad y que el diagrama de presiones será triangular (figura 3.12). Cuando la pared es inclinada el empuje del líquido tendrá un componente horizontal y otro vertical, como en la figura 3.13.

En tanques y recipientes, el nivel del líquido puede determinarse generalmente con mucha precisión, debido a que existen desfogues que limitan el nivel máximo de éste. En recipientes cerrados debe valuarse, sin embargo, la posibilidad de que éstos lleguen a trabajar a presión por algún mal funcionamiento de los sistemas de alimentación y desfogue. Algunos proyectistas acostumbran considerar un metro más de altura de agua que el que corresponde a tanque lleno, para tomar en cuenta este hecho. Esta situación debe tomarse, sin embargo, como accidental y los factores de seguridad me-

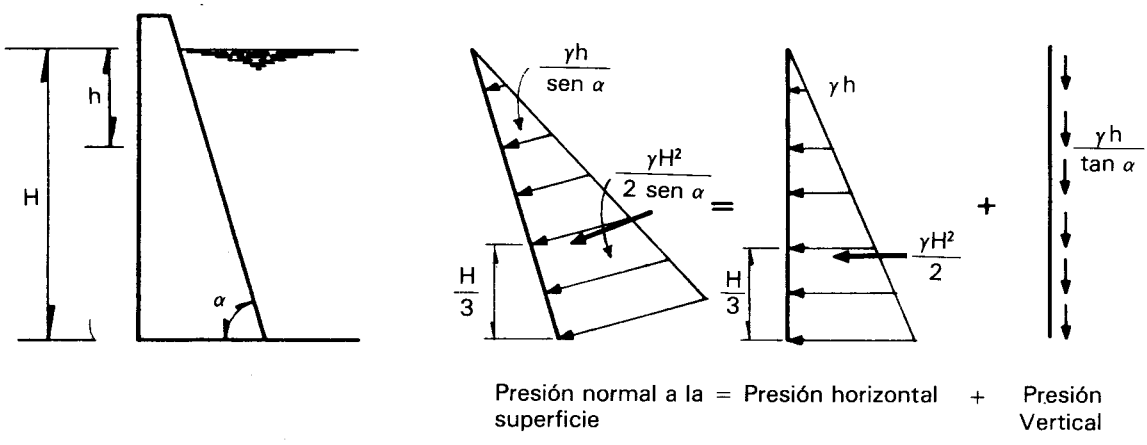


Figura 3.13. Empuje hidrostático sobre pared inclinada.

nores que se aceptan en este caso, normalmente hacen que esta condición no sea crítica.

Los reglamentos suelen recomendar (por ejemplo el Manual CFE) que no se tome el peso volumétrico del líquido menor que el del agua, cuando esto sea desfavorable para la estabilidad, por considerar que, aunque el recipiente esté destinado a contener un líquido más ligero, no es despreciable la probabilidad de que se encuentre, ocasionalmente, lleno de agua.

Cuando el empuje es causado por las aguas freáticas, deberá considerarse cuidadosamente la posibilidad de variación del nivel freático en el tiempo, debido a las lluvias y a la explotación de los mantos acuíferos.

Cuando sobre la superficie libre actúa una presión superior a la atmosférica, deberá sumarse la diferencia a la presión calculada con la expresión 3.9.

Las estructuras sumergidas, o enterradas debajo del nivel freático, están sujetas a empujes hacia arriba, llamados subpresiones, además de los empujes laterales. Las subpresiones suelen ser benéficas en cuanto a que equilibran en parte el peso de la estructura, aliviando la presión neta sobre el suelo (figura 3.14). Se presentan problemas, sin embargo, cuando la subpresión excede al peso de la estructura, produciendo una resultante neta hacia arriba, la cual debe ser equilibrada por la fricción entre las paredes de la estructura y el suelo. Esta fricción puede vencerse, inmediatamente o con el tiempo, produciendo la emersión y flota-

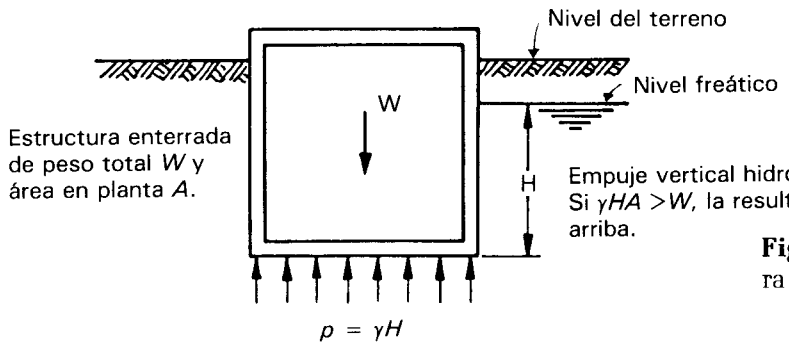


Figura 3.14. Subpresión en una estructura enterrada abajo del nivel freático.

ción de la estructura. El problema suele ser particularmente grave en estructuras con cimentaciones profundas las que pueden emerger en forma notable debido a la subpresión, antes de que se termine la construcción y actúe su peso completo.

En las paredes de recipientes y tuberías que contienen líquidos sujetos a presión se presentan esfuerzos circunferenciales, radiales y longitudinales que dependen de la forma del recipiente. Si las paredes del recipiente son relativamente delgadas (no exceden de un décimo del radio) los esfuerzos pueden considerarse uniformes en el espesor del recipiente y calcularse con fórmulas estándar de resistencia de materiales. En caso contrario, los procedimientos de análisis deberán tomar en cuenta la variación de esfuerzos en el espesor del tubo.

3.4.3 Empuje de materiales a granel

En bodegas, silos y otros depósitos se almacenan granos, fertilizantes, cemento, carbón y otros productos a granel cuyo empuje sobre las paredes que los contienen debe tomarse

Tabla 3.7. Guía de propiedades físicas de materiales granulares

	Peso volumétrico en kg/m³	*Angulo de fricción interna en grados*	*Coeficiente de fricción*	
			contra concreto	contra acero
Arena	1600-2000	25-40	0.40-0.70	0.35-0.50
Arcilla	1810-2210	15-40	0.2 -0.50	0.36-0.70
Azúcar granular	1000	35	0.43	
Cal en terrones	800-960	35-55	0.50-0.60	0.30
Cal en partículas finas	910	35	0.50	0.30
Cal en partículas gruesas	1200	35	0.50	0.30
Cal en polvo	700	35	0.50	0.30
Carbón bituminoso	400-1040	32-44	0.50-0.60	0.30
Carbón (antracita)	960-1120	24-30	0.45-0.50	0.30
Cemento portland	1340-1600	24-30	0.36-0.45	0.30
Clinker	1410	33	0.60	0.30
Coque	600	40	0.80	0.50
Frijol soya y chícharo	800-960	23	0.25	0.20
Granos pequeños (trigo, maíz, cebada, frijol, avena, arroz, centeno)	740-990	23-37	0.29-0.47	0.26-0.42
Grava	1600-2000	25-35	0.40-0.45	
Harina	600	40	0.30	0.30
Mineral de hierro	2640	40	0.50	0.36
Mineral de manganeso	2000	40		
Yeso en terrones y piedra caliza	1600	40	0.50	0.30

en cuenta en el diseño. El fenómeno es más complejo que el del empuje de líquidos debido a que estos materiales tienen una fricción interna, y, en algunas ocasiones, también cierta cohesión, que varían según las condiciones de almacenamiento y hacen menos precisa la determinación de los empujes que pueden ejercer. Las variables que definen la magnitud del empuje son principalmente el peso volumétrico y el coeficiente de fricción interna del producto almacenado. La tabla 3.7 proporciona estas propiedades para una amplia variedad de productos. Para la mayoría de los materiales se indica un intervalo en que se encuentran las propiedades. A falta de información más específica sobre los materiales que se van a almacenar, se recomienda emplear los límites superiores como valores máximos probables y los inferiores como mínimos probables.

La magnitud y tipo de empuje dependen también de la forma del recipiente. Deben distinguirse los depósitos bajos, denominados a veces en la literatura "bunkers", de los esbeltos, o silos. En los primeros la fricción entre el grano y las paredes del depósito no modifica en forma significativa los empujes del grano, mientras que en los segundos, debido a que la superficie de contacto del grano con las paredes es grande comparada con el área en la planta, la fricción reduce drásticamente las presiones a medida que crece la profundidad.

Pueden considerarse como bajos aquellos depósitos en que

$$H \leq \frac{B}{\tan(45^\circ - \phi/2)} \qquad 3.10$$

siendo H la altura, B la dimensión menor en planta del depósito y ϕ el ángulo de fricción interna del material almacenado.

a) Depósitos bajos

La presión vertical, p_v, sobre el fondo de un depósito bajo, obtenida despreciando la fricción con las paredes, resulta

$$p_v = \gamma H$$

γ es el peso volumétrico del material de relleno. La presión horizontal a una profundidad cualquiera h, se deduce de la teoría de Rankine, que supone que una cuña de material tiende a deslizar contra la pared, con un ángulo de $45^\circ - \phi/2$, produciendo una presión

$$p_h = p_v \tan^2(45^\circ - \phi/2) = \gamma h \tan^2(45^\circ - \phi/2) \qquad 3.11$$

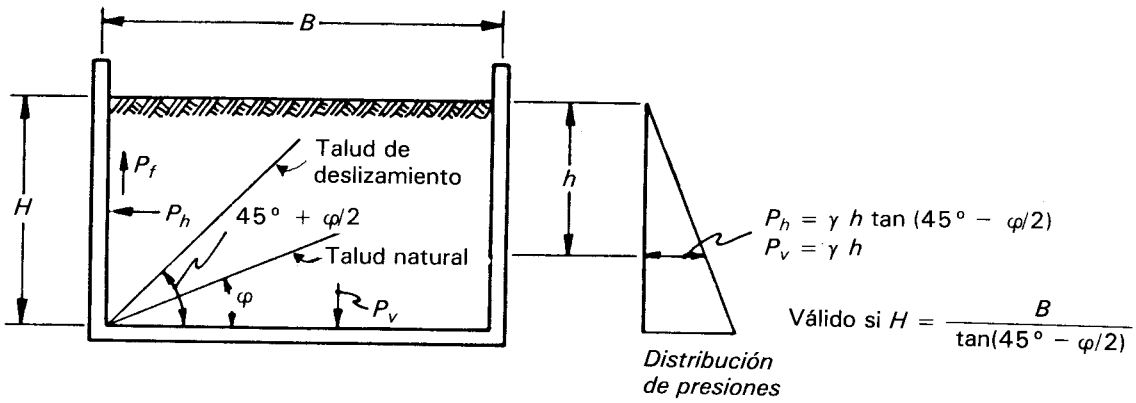


Figura 3.15. Empuje de materiales granulares en depósitos bajos.

Las características del problema y la superficie de deslizamiento supuesta se muestran en la figura 3.15. Como se ve, el empuje horizontal se reduce con respecto al de un líquido, cada vez más a medida que el material tiene un mayor ángulo de fricción interna. No se toma en cuenta el efecto de la cohesión que reduce aún más el empuje lateral. El que algunos materiales adquieran cierta cohesión con el tiempo, puede dar lugar a problemas cuando la forma de extracción no es adecuada. Si se extrae el material por un lado, productos como el cemento y algunos fertilizantes que adquieren cierta cohesión con el tiempo, pueden formar taludes con pendientes muy superiores a la tangente de su ángulo de fricción; de hecho el cemento puede llegar a formar paredes casi verticales. Estas paredes se derrumban en forma brusca al ocurrir algunas vibraciones y el material liberado golpea contra las paredes produciendo presiones muy superiores a las estáticas. Este ejemplo pretende llamar la atención acerca de la obligación del proyectista de la estructura de conocer el sistema de operación de la construcción, en este caso del depósito, y de tratar de influir para que el sistema de operación elegido no introduzca solicitaciones exageradas en la estructura. En caso de que no lo logre, debe considerar sus efectos en el diseño.

b) Silos

En los silos la presión lateral cerca de la superficie libre del material almacenado comienza a aumentar linealmente con la misma ley que en los tanques. Sin embargo, al crecer la presión lateral, p_h, lo hace también la fuerza de fricción p_f (figura 3.16), en la proporción

$$p_f = \mu p_h \qquad 3.12$$

siendo μ el coeficiente de fricción entre el material almacenado y la pared del silo. Esta fuerza de fricción tiende a equilibrar el peso de la columna de material almacenado, de

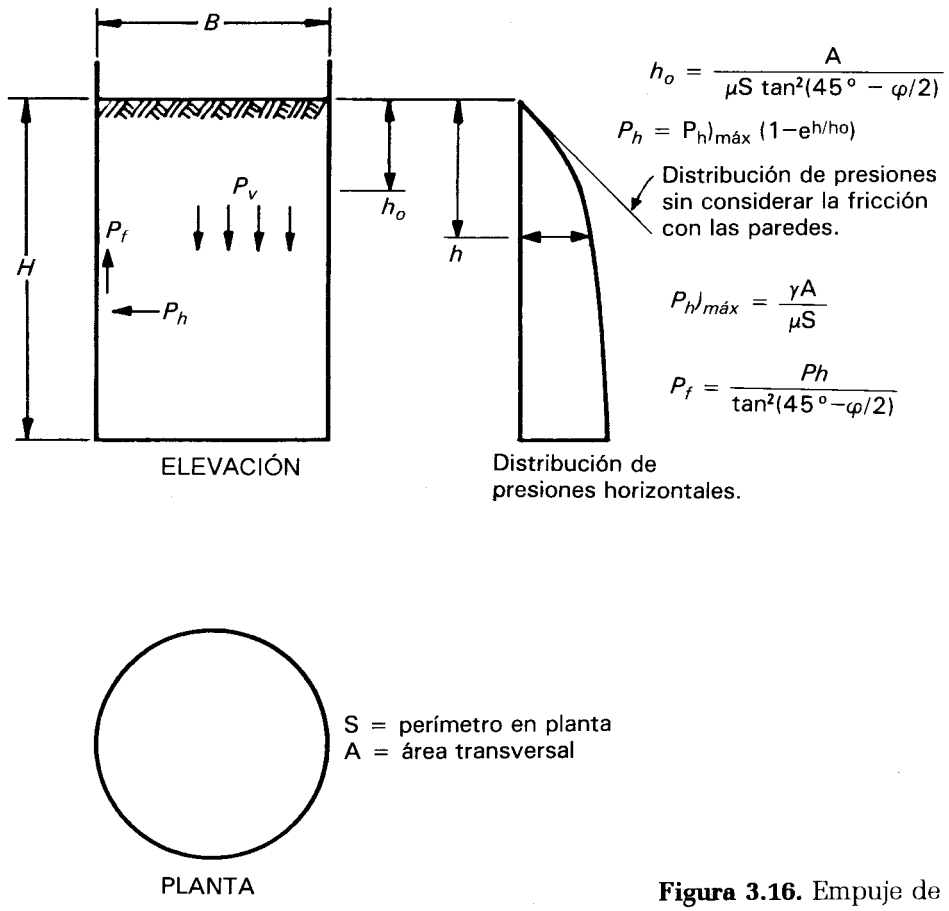


Figura 3.16. Empuje de materiales granulares en silos.

manera que a cierta profundidad ya no crecen ni la presión horizontal ni la vertical. La presión máxima se obtiene cuando la fuerza de fricción equilibra el peso del material o sea cuando

$$p_f \cdot S \cdot \Delta\ell = \gamma \cdot D \cdot \Delta\ell \qquad 3.13$$

en que S es el perímetro, A el área de la sección transversal y $\Delta\ell$ una longitud elemental del silo. De la ecuación 3.12 y 3.13 resulta

$$p_h)_{máx} = \frac{\gamma A}{\mu S} \qquad 314$$

La presión vertical resulta, según la teoría de Rankine, ecuación 3.11,

$$p_v = \frac{p_h}{\tan^2(45° - \phi/2)}$$

según la teoría desarrollada por Jansen desde fines del siglo pasado, la variación de la presión con la altura es de tipo ex-

ponencial y la presión máxima se alcanza asintóticamente cuando la profundidad tiende a infinito. La presión horizontal a una profundidad h cualquiera se determina como

$$p_h = p_h)_{máx}\,(1-e^{-h/h_o}) \qquad 3.15$$

en que h_o es la profundidad a la cual se alcanzaría la presión máxima si la variación de presiones fuese lineal (figura 3.16) y vale

$$h_o = \frac{A}{\mu \text{Stan}^2(45^\circ - \phi/2)} \qquad 3.16$$

En años recientes se han propuesto diversas modificaciones a la teoría de Jansen así como procedimientos más elaborados que toman en cuenta, por ejemplo, que la superficie superior del material almacenado no es horizontal.

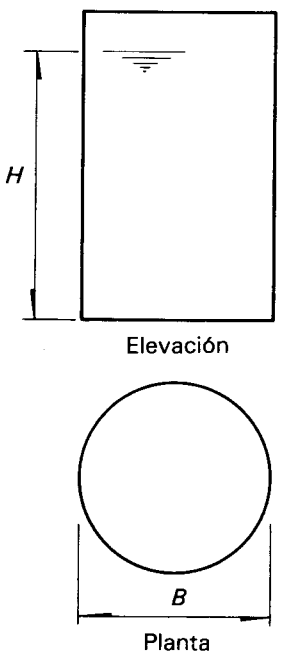
Un tratamiento más detallado del problema y las especificaciones para el diseño de silos puede encontrarse en la referencia 3.13.

Ejemplo 3.4. Empuje de material en silos

Se trata de determinar el empuje que produce el cemento en las paredes de un silo de concreto en el cual se encuentra almacenado. Para los siguientes datos

Caso 1

$B = 5$ m
$H = 8$ m



Según los datos de la tabla 3.7, para el cemento almacenado a granel, se tiene peso volumétrico, $\gamma = 1\,600$ kg/m^3, ángulo de fricción interna, $\varphi = 24°$, coeficiente de fricción contra pared de concreto, $\mu = 0.36$

Se tomaron para cada propiedad los valores más desfavorables de la tabla.

Hay que revisar si rigen los procedimientos para depósitos bajos o para silos. Aplicando la ecuación 3.10

$$\frac{B}{\tan^2(45° - \varphi/2)} = \frac{5}{\tan^2(45° - 12°)} = 11.9 \text{ m}$$

$$H < 11.9 \text{ m}$$

Se trata de un depósito bajo en el cual la presión horizontal se determina con la ecuación 3.11

$$p_h = \gamma h \tan^2(45° - \varphi/2) = 1\,600 \tan^2(33°)h = 675h$$

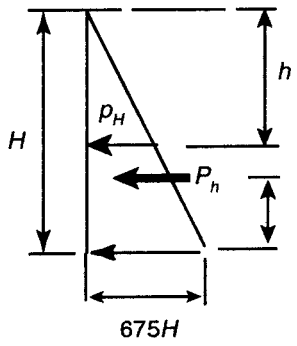
El empuje lateral total

$P_H = 675 \dfrac{H^2}{2} = 21\,600$ kg, por metro de ancho aplicado a un tercio de la altura

$$H/3 = 8/3 = 2.67 \text{ m}$$

La presión vertical sobre el fondo vale

$$p_v = \gamma H = 1\,600 \times 8 = 12\,800 \text{ kg/m}^2$$



y la fuerza vertical total es el peso del material almacenado

$$P_v = p_v A = 12\,800 \times \frac{\pi 5^2}{4} = 251\,000 \text{ kg}$$

Caso 2

$B = 5$ m
$H = 16$ m

Se trata de un silo al que corresponde aplicar para el cálculo de las presiones las ecuaciones 3.14, 3.16 y 3.17

$$p_h)_{máx} = \frac{\gamma A}{\mu S} \qquad 3.14$$

para una sección circular $A/S = \frac{D}{4} = \frac{5}{4} = 1.25$ m

$$p_h)_{máx} = 1.25 \times \frac{1\,600}{0.36} = 5\,560 \text{ kg/m}^2$$

$$h_o = \frac{A}{S}\frac{1}{\mu \tan^2(45° - \varphi/2)} = \frac{1.25}{0.36 \times 0.42} = 8.27 \text{ m} \qquad 3.16$$

La presión a una altura cualquiera h

$$p_h = p_h)_{máx}(1 - e^{-h/h_o}) = 5\,560\,(1 - e^{-h/8.27}) \qquad 3.17$$

En la tabla siguiente aparecen las presiones calculadas con la ecuación anterior para cada 2 m de profundidad

La presión vertical en el fondo del tanque resulta

$$p_v = \frac{p_h}{\tan^2(45° - \varphi/2)} = \frac{4\,760}{0.42} = 11\,290 \text{ kg/m}^2$$

h	P_h	P_f
0	0	0
2	1 190	435
4	2 130	770
6	2 870	1 030
8	3 450	1 240
10	3 900	1 400
12	4 260	1 530
14	4 540	1 630
16	4 760	1 710

Presiones en kg/m²

Si se hubiese ignorado la fricción en el fondo del tanque, hubiera resultado

$$p_v = \gamma H = 1\,600 \times 16 = 25\,600 \text{ kg/m}^2 \text{ (erróneo)}$$

o sea más del doble de la que resulta tomando en cuenta la fricción. La presión vertical que se ejerce por fricción sobre las paredes a distintas profundidades vale

$$p_f = \mu p_h = 0.36\, p_h$$

y se consigna también en la tabla.

3.4.4 Empujes de tierras

El empuje de tierras sobre las paredes de las estructuras que las contienen es más complejo que el de los mate-

riales a granel, por la influencia de la cohesión que tienen la mayoría de los suelos y por la variabilidad de las propiedades de éstos según el contenido de humedad y el grado de compactación. También influye la interacción entre el suelo y la estructura que depende de las rigideces relativas de ambos. La determinación de estos empujes y la revisión de la estabilidad en estructuras importantes en que este fenómeno sea crítico, son tema de un estudio por un especialista en mecánica de suelos. Los conceptos y procedimientos relativos a estos problemas se tratan en forma amplia, por ejemplo, en el texto de mecánica de suelos de Juárez Badillo y Rico (referencia 3.14).

Casos en que el empuje de tierras representa un aspecto importante del diseño son, por ejemplo, los muros de contención, túneles, tablestacados y sótanos de edificios.

El empuje de tierras puede determinarse con aceptable precisión cuando se trata de materiales sin cohesión, en los que la presión que ejercen contra la pared que los contiene depende esencialmente de su ángulo de reposo, o sea de la pendiente que el material adopta cuando se vacía en un montón suelto. Los suelos arcillosos tienen, por otro lado, apreciable cohesión y son capaces de mantener, cuando se encuentran en estado seco, taludes casi verticales y por tanto no ejercen presión sobre las paredes que los contienen. Sin embargo, cuando estos suelos se encuentran saturados pierden casi totalmente su cohesión convirtiéndose prácticamente en líquidos, por lo cual el empuje que ejercen es equivalente al hidrostático.

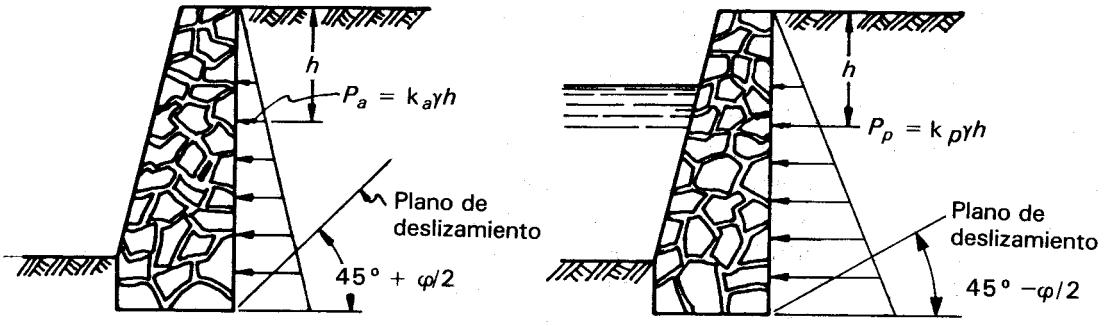
Las presiones que el suelo ejerce sobre una pared aumentan como las hidrostáticas en forma lineal con la profundidad y pueden expresarse, por tanto, en la forma

$$p_h = k \cdot \gamma \cdot h \qquad 3.17$$

en que γ es el peso volumétrico del suelo, h la profundidad del punto considerado y k es una constante que depende de las características del suelo.

La presión del suelo sobre una pared rígida que no sufre desplazamientos se conoce como *presión en reposo* y ha sido poco estudiada. El coeficiente k varía en este caso de 0.4 para suelos no cohesivos hasta 0.8 cuando estos mismos suelos están solamente compactados y cerca de 1.0 para suelos arcillosos.

En general, las paredes de contención se deforman ligeramente bajo la acción de la presión de tierra. Basta una pequeña deflexión de la pared para provocar una marcada reducción en el empuje ejercido por el suelo que pasa de un estado de presión en reposo a uno de *empuje activo*. Al tender la pared a alejarse del relleno se forma un plano de deslizamiento en éste y una cuña de suelo es la que ejerce la presión (figura



a) Empuje activo

b) Empuje pasivo

Figura 3.17. Empuje de tierras.

3.17). El ángulo del plano de esta cuña depende del ángulo de fricción interna del suelo.

En algunas situaciones muy particulares el muro es empujado contra el suelo y éste reacciona con una presión mucho mayor, como se muestra en la figura 3.16. Esta situación se denomina de *empuje pasivo*.

La magnitud de las presiones se determina usualmente con la teoría de Rankine que define para el coeficiente k dos valores según se trate de empuje activo, k_a, o de empuje pasivo, k_p. Cuando la superficie de relleno es horizontal, los dos valores se determinan con las expresiones

$$k_a = \tan^2(45° - \phi/2) \qquad 3.18$$

$$k_p = \tan^2(45° + \phi/2) \qquad 3.19$$

Tabla 3.8. Propiedades de suelos para determinación de sus empujes sobre las estructuras

Tipo de Suelo	*peso volumétrico* ton, γ t/m^3	*Ángulo de fricción interna, ϕ*	*Coeficiente de fricción entre suelo y concreto*
Arenas y gravas sin finos, altamente permeables	1.8 - 1.9	33 - 40°	0.5 -0.6
Arenas y gravas con cierto contenido de limos, baja permeabilidad	1.9 - 2.1	25 - 35°	0.4 - 0.5
Arena limosa, arena y grava con alto contenido de limos	1.8 - 1.9	23 - 30°	0.3 - 0.4
Arcilla de compacidad media	1.6 - 1.8	25 - 35°	0.2 - 0.3

Aunque la teoría de Rankine de la que se derivan estas expresiones es válida sólo para suelos granulares, grava y arena, se ha empleado para suelos cualesquiera a través de valores convencionales del coeficiente de fricción interna ϕ, que incluyen el efecto combinado de la fricción y la cohesión.

La tabla 3.8 incluye propiedades de los suelos recomendadas para la determinación de los coeficientes de empuje. Estos valores deben tomarse sólo como indicativos, ya que las condiciones de compactación y humedad pueden hacer variar grandemente dichos valores. En particular, en suelos arcillosos si la probabilidad de que se encuentren saturados no es despreciable, es recomendable tomar $\phi = 0$, con lo que el coeficiente de empuje resulta igual a la unidad, lo cual corresponde a un empuje del orden del doble del que se obtiene en condiciones normales.

Cuando parte de la estructura se encuentra debajo del nivel freático, sea de manera permanentemente u ocasional, la presión hidrostática actúa adicionalmente al empuje de tierras. En la zona sumergida la presión es igual a la suma de la hidrostática más una presión de suelo calculada con la expresión usual pero en la que γ se toma como la diferencia entre el peso volumétrico del suelo saturado y el del agua, ya que la flotación reduce en esa forma el peso efectivo del suelo. De esta manera las presiones que resultan son considerablemente mayores que las de la tierra cuando el nivel freático se encuentra abajo de la estructura. Esta situación ha sido frecuentemente ignorada y ha sido probablemente la causa principal de falla de muros de contención y otras estructuras ante el empuje de tierras. Resulta, en general, más económico que proyectar la estructura para soportar estos empujes, el eliminar el empuje hidrostático mediante drenes convenientemente situados que canalicen el agua en el interior o el exterior del muro, en la forma que se muestra esquemáticamente, como ejemplo, en la figura 3.18.

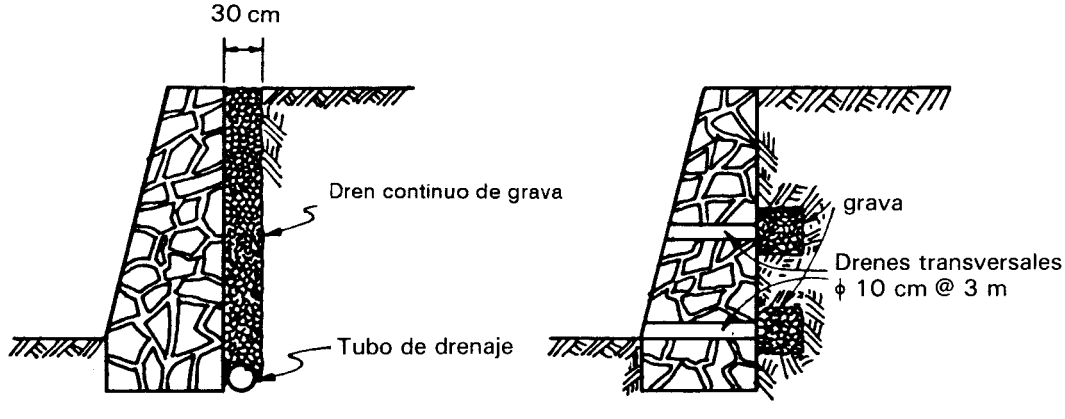


Figura 3.18. Precauciones para evitar el empuje de la presión hidrostática en muros de contención.

En ocasiones el terreno retenido por el muro tiene que soportar una sobrecarga debida a tráfico o a materiales almacenados en la superficie. El incremento de presiones ocasionado por una sobrecarga uniforme por unidad de área, w, se puede determinar convirtiendo esta carga en una altura equivalente de suelo, H', con peso volumétrico γ, arriba del nivel del terreno, igual a

$$H' = w/\gamma$$

También puede suceder que la superficie del terreno retenido por el muro sea inclinada. En este caso la dirección de las presiones ejercidas por el suelo es la misma de la superficie, pero el componente horizontal del empuje no cambia, como puede verse en la figura 3.19 que ilustra los tres

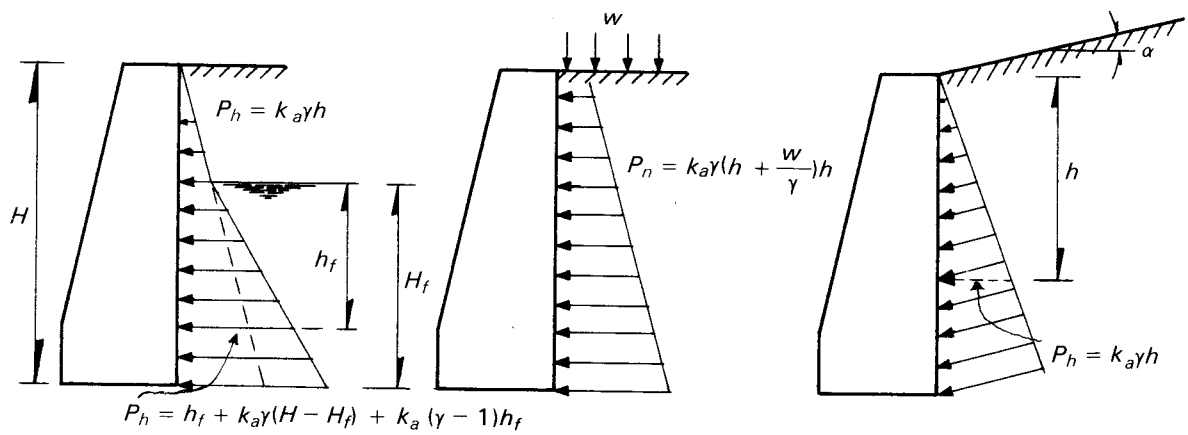
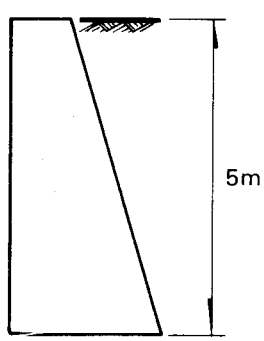


Figura 3.19. Casos especiales de empujes de tierras sobre muros de contención.

últimos casos mencionados: cuando el terreno se encuentra parcialmente sumergido, cuando existe sobrecarga y cuando la superficie es inclinada.

Ejemplo 3.5. Empuje de tierras en un muro de contención

Determinar la distribución de presiones y el empuje total que se ejerce en un muro de contención con las características mostradas en la figura y para los datos siguientes.



Muro de contención

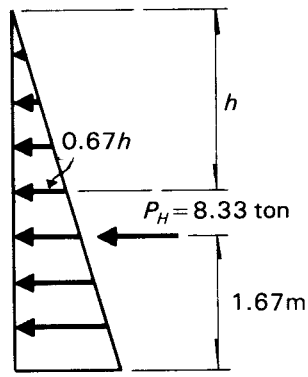
El suelo es un relleno de arena y grava con un contenido moderado de partículas finas, para el cual pueden suponerse las propiedades siguientes, de la tabla 3.8.

Peso volumétrico, $\gamma = 2$ ton/m^3

Ángulo de fricción interna, $\phi = 30^\circ$

El coeficiente de empuje activo del suelo resulta

$$k_a = \tan^2 (45^\circ - \phi/2) = \tan^2 30^\circ = 0.333$$



Distribución de empujes

a) Caso base

La presión a una profundidad cualquiera h resulta

$$p_h = k_a \gamma h = 0.333 \times 2\, h = 0.67\, h$$

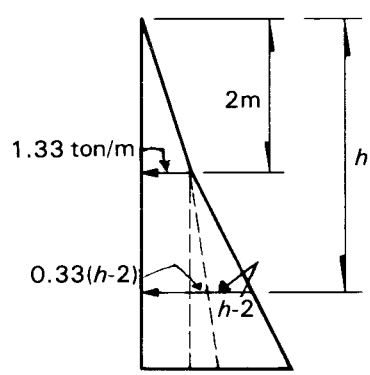
El empuje total de tierra por metro de ancho resulta

$$P_H = k_a \frac{\gamma H^2}{2} = 0.333 \times 2 \frac{5^2}{2} = 8.33 \text{ ton}$$

ubicado a una altura a partir de la base del muro de

$$\frac{H}{3} = \frac{5}{3} = 1.67 \text{ m}$$

b) El muro de contención no tiene drenaje y el nivel freático se encuentra a un nivel − 2 m desde la superficie



Hasta el nivel -2 m la presión es la misma del caso anterior

$$p_h = 0.67\,h$$

y para $h = 2$ m

$$p_2 = 1.33 \text{ ton/m}$$

Desde el nivel -2 m la presión vale

$$p_h = p_2 + k_a(\gamma - 1)(h - 2) + (h - 2)k_a\gamma$$

$$= 1.33 + 0.33\,(1)\,(h-2) + 0.333 \times 2(h-2) = h - 0.67$$

La resultante del empuje se determina como la suma de las áreas del croquis de la figura

$$P_H = 1.22 \times \frac{2}{2} + \left(\frac{4.33 + 1.33}{2}\right)3 = 9.82 \text{ ton}$$

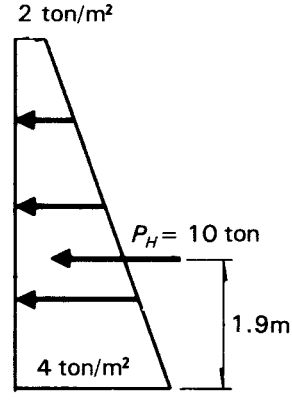
El punto de aplicación de la resultante se encuentra a una altura a partir del nivel de desplante del muro de

$$y = \frac{1.33 \times \left(3 + \frac{2}{3}\right) + 3 \times 1.33 \times 1.5 + (5 - 0.67 - 1.33)\frac{3}{2} \times 1}{9.82} = 1.56 \text{ m}$$

c) El muro debe diseñarse para una sobrecarga de 2 ton/m² en la superficie del terreno debida a tráfico pesado

La sobrecarga equivale a una altura de suelo adicional

$$H' = \frac{w}{\gamma} = \frac{2}{2} = 1 \text{ m}$$



La presión a una profundidad cualquiera vale

$$p_h = k_a\gamma(1 + h) = 0.67(1 + h)$$
$$p_o = 0.67 \text{ ton/m}^2$$
$$p_H = 0.67(1 + 5) = 4.02 \text{ ton/m}^2$$

y la resultante

$$p_H = (0.67 + 4.02)\frac{5}{2} = 11.73 \text{ ton}$$

y su punto de aplicación se encuentra a una altura

$$y = \frac{H^2 + 3HH'}{3(H + 2H')} = \frac{5^2 + 3 \times 5 \times 1}{3(5 + 2 \times 1)} = 1.9 \text{ m}$$

3.5 HUNDIMIENTOS DIFERENCIALES

Los hundimientos provocan fuerzas internas en una estructura, sólo si ésta es hiperestática y si sus apoyos tienen movimientos distintos (hundimientos diferenciales) (figura 3.20). Sin embargo, los hundimientos excesivos deben evitarse aun cuando sean uniformes, ya que si bien no afectan la estructu-

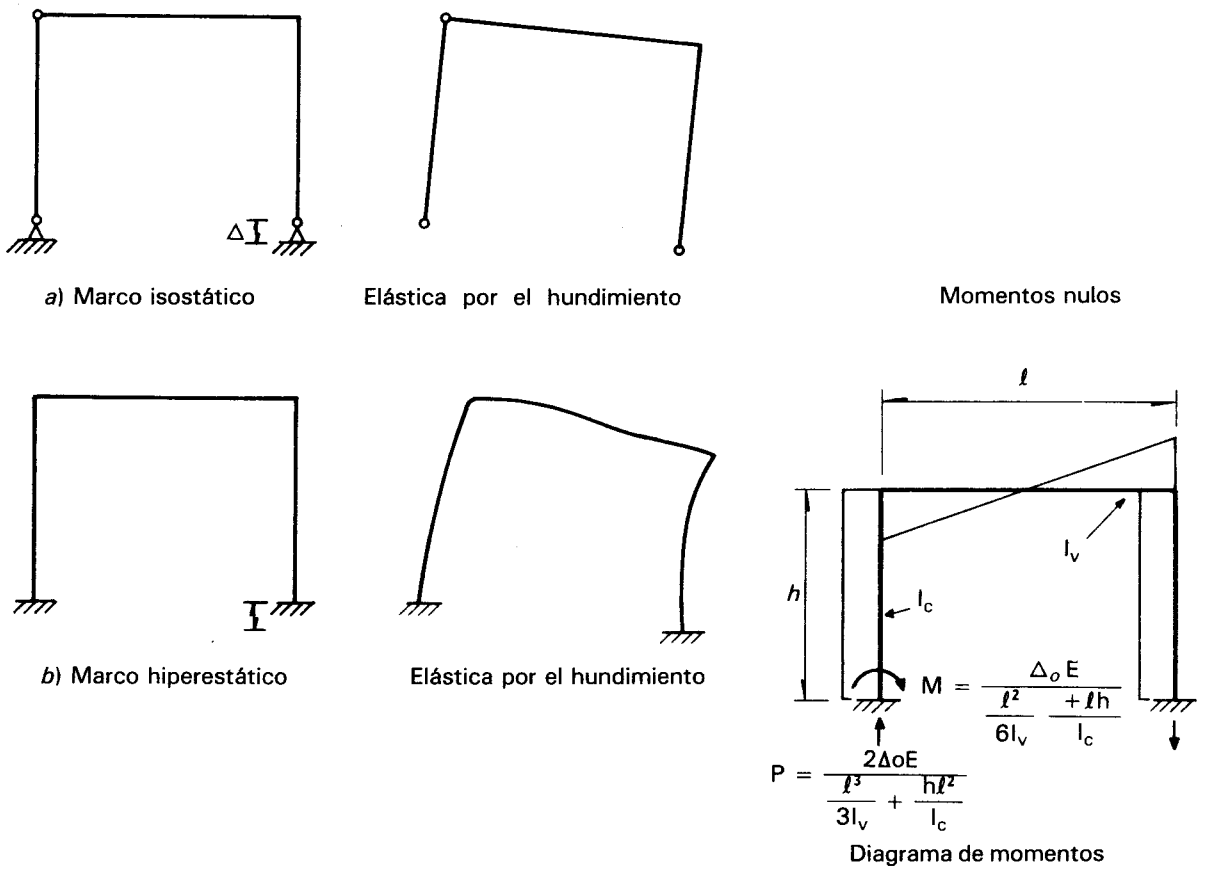


Figura 3.20. Efectos de hundimientos diferenciales en un marco isostático y en uno hiperestático.

ra, interfieren con el correcto funcionamiento de la construcción.

La magnitud de los hundimientos de los apoyos de una estructura debido a las cargas que en ella actúan, depende de las características del subsuelo y de las rigideces relativas entre estructura, cimentación y suelo. Su cálculo requiere consideraciones conjuntas de teoría de las estructuras y de mecánica de suelos.

Si se conocen los hundimientos que van a sufrir los apoyos, la cuantificación de sus efectos en la estructura es un problema estándar de análisis, cuando puede suponerse un comportamiento elástico de la misma. Sin embargo, debido a que los hundimientos ocurren en general muy lentamente en el tiempo, se producen efectos no lineales que modifican radicalmente los resultados que se obtendrían de un análisis elástico resuelto empleando las mismas propiedades de rigidez de la estructura usadas en el análisis por cargas gravitacionales.

Hay que tener bien claro, al estudiar estos problemas, que a diferencia de lo que sucede para las cargas impuestas, los efectos de las deformaciones impuestas tienden a disiparse a medida que se deforma más la estructura; por tanto, fenómenos como agrietamiento y flujo plástico en estructuras de concreto y giros locales en juntas de acero pueden liberar total o parcialmente la estructura de los efectos de los movimientos diferenciales de sus apoyos.

Por lo anterior, en general no se revisa la estructura para los efectos de los hundimientos diferenciales, sino que se diseña su cimentación apropiadamente de manera que los hundimientos se mantengan dentro de límites tales que sus efectos puedan ser disipados por deformaciones inelásticas de la estructura. Tanto dichos límites como los procedimientos de diseño de cimentaciones se tratarán en el capítulo 7.

Cuando los hundimientos lleguen a exceder de dichos límites, y cuando se trate de construcciones particularmente sensibles a los movimientos diferenciales, debe entonces realizarse el análisis estructural de sus efectos. Debe en esos casos considerarse una rigidez reducida de la estructura para considerar que su rigidez es menor cuando los movimientos se imponen muy lentamente. Por ejemplo el RCDF especifica para estructuras de concreto que las deformaciones a largo plazo se calculen como las determinadas para cargas de corta duración multiplicadas por el factor

$$\frac{2}{1+50p'}$$

en que p' es la cuantía de refuerzo de compresión. Esto equivale a que en secciones simplemente armadas ($p' = 0$) las deforma-

ciones diferidas son el doble de las de corto plazo y que para el análisis ante cargas de larga duración se debe emplear un módulo de elasticidad de un tercio del que se emplea para el análisis por cargas de corta duración.

Las fuerzas internas que resultan por efecto de hundimientos diferenciales deben considerarse como efectos de acciones permanentes. Por ello, deben intervenir tanto en las combinaciones de acciones comunes, como en las excepcionales. Sin embargo, el factor de carga para sus efectos puede tomarse como la unidad.

La superposición de los efectos de hundimientos diferenciales y los de cargas laterales como las de viento o sismo, es particularmente crítica, ya que ambos tipos de acción inducen distorsiones de la estructura que dan lugar a distribuciones de fuerzas internas semejantes y aditivas.

3.6 CARGAS DE NIEVE, LLUVIA, GRANIZO Y HIELO

La precipitación atmosférica puede producir cargas significativas especialmente en el diseño de los techos. En regiones con condiciones climáticas particularmente severas es necesario tomar en cuenta explícitamente los efectos de estas acciones. Los reglamentos especifican, en estos casos, cargas equivalentes que corresponden a la ocurrencia de fenómenos atmosféricos excepcionales y que, por tanto, deben considerarse como acciones accidentales, aunque las cargas puedan permanecer actuando en ocasiones durante periodos relativamente largos (véanse, por ejemplo, las normas ANSI, referencia 3.3). En regiones donde estas acciones no son muy significativas, su efecto se suele incorporar al de las cargas vivas que se modifican para tomarlas en cuenta. Así lo hace el RCDF en donde, como se ha mencionado en 3.3.3, las cargas vivas para techo están influidas por la posibilidad de acumulación de lluvia o granizo. Así estas acciones se consideran como variables.

Conviene, en todo caso, conocer la naturaleza de estas acciones para detectar las situaciones en que pueden llegar a ser críticas y en que sus efectos no queden cubiertos por las cargas especificadas por los reglamentos.

La nieve que se deposita sobre los techos tiene un peso menor de lo que podría pensarse: cada centímetro de nieve suelta equivale a 1 kg/m^2 de carga. El peso volumétrico aumenta del orden de dos veces por la compactación, en la parte inferior de un estrato de algunas decenas de centímetros, y hasta cuatro o cinco veces cuando la nieve ha quedado durante algunos meses y se vuelve hielo. En regiones de climas no extremosos es difícil que la carga por este efecto sea superior a la carga viva. En construcciones localizadas donde son posibles grandes nevadas conviene obtener datos

locales acerca de la magnitud de este fenómeno para tomarlo en cuenta en el diseño de los elementos de techumbre. Recomendaciones muy completas al respecto se encuentran contenidas en el código ANSI-A 58.1 (referencia 3.3). La carga vertical de diseño sobre el techo se obtiene a partir de una carga básica de nieve sobre el terreno en la zona en cuestión. Esta última se determina de los datos meteorológicos y de precipitación de nieve en la región, con criterios semejantes a los empleados para la velocidad de viento de diseño (ver subcapítulo 3.8). También para nieve es común que los reglamentos especifiquen para diseño el valor que tiene un periodo de recurrencia de 50 años. Como ejemplo, en algunas zonas de los EUA la carga básica de nieve sobre el terreno especificada llega a 300 kg/m^2.

La diferencia entre la carga que se debe considerar sobre el techo y la básica en el terreno se debe al efecto del viento que puede reducir la acumulación de nieve en algunas partes y aumentarla en otras. Se emplean factores correctivos que afectan la carga básica de nieve y que dependen de las condiciones de exposición al viento de la superficie en estudio, de la existencia o no de calefacción en el interior de la construcción y de la geometría del techo, principalmente de su inclinación. Debe tomarse en cuenta la posibilidad de una distribución asimétrica de la nieve debido al efecto del viento y al deslizamiento en superficies inclinadas. También debe considerarse la posible acumulación en los valles de los techos inclinados y en zonas inmediatamente adyacentes a paredes verticales o con pendiente muy pronunciada.

La lluvia puede producir cargas importantes en techos planos cuando hay un mal funcionamiento de los desagües. El fenómeno puede tener consecuencias catastróficas en techos. El valor de la carga viva especificado por el RCDF pluvial produce deflexiones de cierta importancia que hacen que se incremente la cantidad de agua que puede acumularse y por tanto la magnitud de la carga y la deflexión. Este fenómeno progresivo ha causado el colapso de algunos techos. El valor de la carga viva especificado por el RDF-76 para techos planos pretende cubrir este efecto; sin embargo, especialmente en techos inclinados, la carga de lluvia puede llegar a ser mayor que la carga viva especificada, de manera que conviene diseñar cada porción del techo para la carga producida por toda el agua que puede acumularse si las bajadas pluviales llegan a taparse.

El granizo, al depositarse sobre los techos produce un efecto similar al de la nieve. Aunque las cantidades de precipitación de granizo rara vez suelen ser apreciables, el fenómeno presenta aspectos más desfavorables que el de la nieve, ya que el granizo puede deslizarse más fácilmente hacia los valles de techos con pendientes grandes formando

acumulaciones que representan cargas apreciables. En la ciudad de México en más de una ocasión han ocurrido fallas de cubiertas ligeras debido a ese fenómeno. La carga viva en techos inclinados del RCDF intenta cubrir principalmente este efecto, en particular la especificación de que en los valles de techos inclinados debe considerarse una carga de 30 kg por cada metro cuadrado de proyección horizontal del techo que desagüe hacia el valle. El caso se ilustra en la figura 3.21.

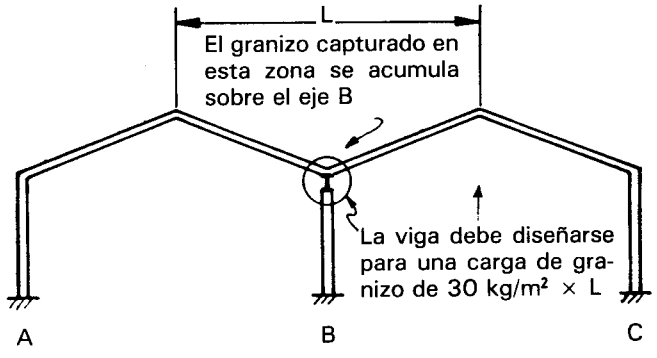


Figura 3.21. Consideración de la carga de granizo según el RCDF.

El hielo que puede formarse en las superficies de las estructuras expuestas a climas extremosos produce una carga adicional que llega a ser significativa prácticamente sólo en el diseño de cables de líneas de transmisión o de estructuras atirantadas. El incremento de volumen en estos cables ocasiona no sólo un incremento en el peso sino también en la superficie expuesta al viento. La carga de hielo se especifica como un espesor adherido a la superficie de la estructura expuesta. Por ejemplo, un código de los EUA recomienda considerar 1.25 cm de espesor de hielo en zonas de climas extremadamente severos y la mitad de ese espesor para zonas de clima moderadamente severo. El peso volumétrico del hielo adherido se ha determinado en aproximadamente 900 kg/m³. Para un cable de diámetro d, se tiene una carga por unidad de longitud de:

Para clima extremadamente severo $0.45 + 0.035d$, kg/m.

Para clima moderadamente severo $0.11 + 0.017d$, kg/m, en que d está dado en mm.

Es controvertido el punto si la acción del hielo debe considerarse simultánea con la acción del viento de diseño. Se ha comprobado que la formación de hielo no ocurre para las condiciones atmosféricas que dan lugar a las velocidades máximas de viento; por tanto, parece más racional no superponer los dos efectos.

3.7 EFECTOS DE CAMBIOS VOLUMÉTRICOS

3.7.1 Aspectos generales

Los materiales que componen una estructura sufren cambios en sus dimensiones debido a acciones como las variaciones en la temperatura y en la humedad. Estos cambios volumétricos producen movimientos relativos entre diversos puntos de la estructura por los que se inducen fuerzas internas si la estructura no tiene libertad para moverse. Las solicitaciones que pueden introducirse por estos efectos son mucho mayores de lo que suele pensarse, pero tienen una peculiaridad que hace que estas acciones difieran radicalmente de las cargas impuestas: su efecto se disipa parcial o totalmente si la estructura tiene movimientos o reacomodos con el tiempo. Los efectos de temperatura son generales en todas las estructuras aunque unos materiales son más sensibles a ellas que otras. Los efectos de cambios de humedad son particularmente importantes en estructuras de concreto, por los problemas de contracción por fraguado, y en estructuras de madera.

3.7.2 Cambios de temperatura

Los materiales se dilatan al elevarse su temperatura y se contraen cuando ésta se reduce. Dentro de un amplio intervalo, la magnitud de las deformaciones es proporcional a la variación de temperatura y el factor de proporcionalidad se denomina coeficiente de dilatación térmica, el cual se expresa como

$$\alpha = \frac{\Delta \varepsilon}{\Delta T} \qquad 3.20$$

o sea el coeficiente de dilatación, α, es igual al incremento, $\Delta\varepsilon$, de deformación unitaria que sufren las fibras del material si están libres para deformarse, dividido entre el incremento de temperatura que causa dicho incremento de deformación. α se expresa por tanto en unidades de $1/°C$.

Los coeficientes de dilatación de los principales materiales que se emplean en las estructuras se muestran en la tabla 3.9. Se observa que α es muy similar para el concreto y el acero (del orden de 10×10^{-6}) lo cual favorece el trabajo en conjunto de ambos en el concreto reforzado, ya que al cambiar de temperatura un elemento de ese material, el concreto y el acero sufren deformaciones prácticamente iguales y por tanto no hay tendencia al corrimiento de las barras dentro de la masa de concreto, ni se generan esfuerzos en el área de contacto entre los dos materiales por ese efecto.

Tabla 3.9. Coeficientes de dilatación por temperatura de algunos materiales de construcción

Material	$\alpha, \frac{1}{°C} \times 10^{-6}$
Acero	12
Concreto	10*
Aluminio	24
Mampostería de barro	6
Mampostería de piedra	8
Madera	4 a 5
Cobre	17
Plásticos	70

* Varía entre 8 y 14 dependiendo del tipo y de la cantidad de agregado grueso en la mezcla

Como en los demás casos de acciones por cambios volumétricos, los cambios de temperatura no inducen solicitaciones en la estructura si ésta puede deformarse libremente; es la restricción al libre movimiento de ella la que produce esfuerzos en los elementos. Tómese como ejemplo más sencillo el de una barra recta que se somete a un incremento de temperatura ΔT (figura 3.22); esta barra sufrirá un alargamiento unitario igual a

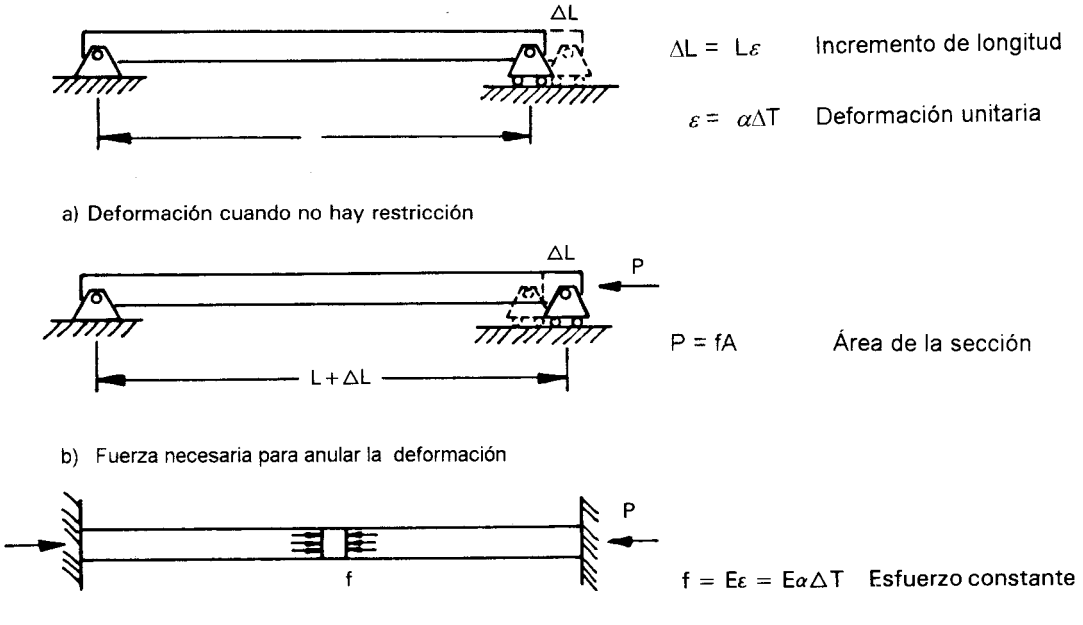


Figura 3.22. Efectos de un incremento uniforme de temperatura, ΔT, en una barra recta.

$$\Delta\varepsilon = \alpha\Delta T$$

Por ejemplo, si la barra es de acero y se somete a un incremento de 20°C en la temperatura, se tiene

$$\Delta\varepsilon = 10 \times 10^{-6} \times 12 = 240 \times 10^{-6}$$

Esto significa que una barra de 1 m de longitud se alargaría

$$\Delta L = 100 \times 240 \times 10^{-6} = 0.024 \text{ cm}$$

Un alargamiento similar se tendría si la barra fuera de concreto. Se aprecia que el alargamiento es apenas una fracción de milímetro.

Si ambos extremos de la barra están fijos, este alargamiento no puede tener lugar. La restricción al desplazamiento produce el mismo efecto que las fuerzas que habría que aplicar a la estructura no restringida para deformarla de tal manera que se anulasen las deformaciones por cambios volumétricos. En este caso estas fuerzas corresponden a una carga axial, P, que produce una deformación unitaria, $\Delta\varepsilon$, o sea una tal que

$$\frac{P}{AE} = \Delta\varepsilon$$

en que A es el área transversal de la sección y E el módulo de elasticidad del material. El esfuerzo que se introduce en la barra vale por tanto

$$f = \frac{P}{A} = E\Delta\varepsilon = E\alpha\Delta T \qquad 3.21$$

Para la barra de acero en examen

$$f = 2 \times 10^6 \times 240 \times 10^{-6} = 480 \text{ kg/cm}^2$$

que es un esfuerzo nada despreciable. Debe notarse que el esfuerzo que se introduce no depende del área ni de la longitud de la barra. Por tanto no puede protegerse la estructura contra estos efectos con un aumento en el tamaño de sus miembros.

En el ejemplo anterior todo el elemento está sujeto a un mismo cambio de temperatura. Hay situaciones en que existe un gradiente de temperatura en la sección; o sea, las caras del elemento están sujetas a temperaturas distintas, y en el interior de la sección la temperatura tiene una variación que puede suponerse lineal entre uno y otro valor. Cuando existe restricción al desplazamiento y al giro de los apoyos, para volver la barra a su posición original se re-

quiere de una carga axial y de un momento flexionante, los cuales se determinan de acuerdo con las figuras 3.22 y 3.23, como

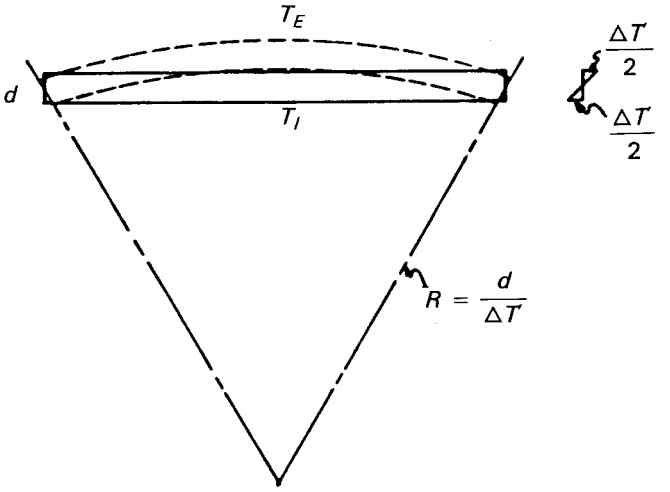
$$P = AE\alpha\Delta T \qquad 3.22$$

$$M = EI\alpha\Delta G \qquad 3.23$$

Los incrementos de temperatura, ΔT, y de gradiente de temperatura, ΔG, se deben determinar con respecto a las temperaturas iniciales, o sea, a aquellas que se tenían en la época de la construccion o, más rigurosamente, en el momento en que durante la construcción se impusieron las restricciones a la deformación de los elementos estructurales. El incremento de gradiente de temperatura será a su vez igual a

$$\Delta G = \frac{\Delta T_E - \Delta T_I}{h}$$

en que ΔT_E y ΔT_I se refieren, respectivamente, al incremento en la temperatura de la cara exterior e interior de un elemento de peralte h.



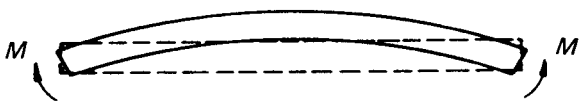
T_E = Temperatura exterior

T_I = Temperatura interior

$\Delta T = T_E - T_I$

ψ = Curvatura = $\alpha \frac{\Delta T}{d}$

a) Elástica cuando no hay restricción



M = momento = E, I ψ = EI = $\frac{\alpha\Delta T}{d}$

f = esfurzo máximo = $\frac{Md}{21} = E\alpha\frac{\Delta T}{2}$

b) Momento necesario para eliminar el giro

Figura 3.23. Efecto de un gradiente uniforme de temperatura en una barra recta.

En estructuras más complejas las fuerzas internas deberán determinarse con un análisis estructural en el que se introduce en cada sección de la estructura una deformación longitudinal

$$\varepsilon = \alpha \Delta T$$

y una curvatura

$$\psi = \alpha \Delta G$$

El análisis de estos efectos resulta laborioso en estructuras que no sean geométricamente muy sencillas. La restricción a la libre expansión o contracción de la estructura puede ser debida no sólo a sus apoyos sino también a su forma misma y a la incompatibilidad entre la expansión natural de diferentes partes de la estructura. Esto sucede, por ejemplo, en un tubo cuando está sujeto a una temperatura distinta en su superficie exterior que en la interior: aparecen tensiones en la cara más fría y compresiones en la más caliente. La solución de un buen número de casos elementales para los esfuerzos debidos a cambios de temperatura puede encontrarse en el libro de Roark (referencia 3.15).

Algunos de los sistemas de cómputo generales para el análisis de estructuras, como el popular SAP, incluyen modalidades para el cálculo de esfuerzos y deformaciones debidos a cambios de temperatura, mediante la solución, por elementos finitos de las ecuaciones diferenciales de difusión de calor.

Las diferencias de temperatura, ΔT, que deben usarse en el análisis son las que sufre el elemento estructural, que no necesariamente son las mismas que las del ambiente. En algunos materiales, como el concreto, el calor se transmite muy lentamente de manera que pueden necesitarse semanas o meses para que una temperatura exterior se transmita uniformemente al interior del elemento. Por tanto, las temperaturas extremas del ambiente no llegan a afectar el interior,

Otro aspecto que influye en la magnitud de los cambios de temperatura que puede experimentar una estructura es el grado de exposición y las características de la superficie. En muchas construcciones los elementos estructurales se encuentran en el interior y están protegidos del efecto directo de los rayos solares y de la temperatura exterior. En otros casos, todas o alguna cara de los elementos están expuestas. Esta última condición tiende a producir gradientes de temperatura, curvaturas y flexión de la estructura.

La temperatura de elementos expuestos a la intemperie depende en gran parte de su habilidad para reflejar los rayos solares. Algunos materiales como el acero alcanzan temperaturas muy superiores a la del ambiente por este efecto. Esto ha dado lugar a problemas de temperatura en elementos de acero empotrados en otros de concreto, como el caso de un tubo

anclado en un apoyo de concreto. Aunque los dos materiales tienen el mismo coeficiente de dilatación, el tubo de acero alcanza temperaturas superiores a las del concreto y por tanto tiene expansiones que producen fuerzas radiales en el concreto las cuales generan tensiones que lo agrietan.

Los efectos más importantes de la temperatura en las estructuras no son los debidos al ambiente natural, sino los que se derivan de la operación de las mismas, como en el caso de tanques que contienen líquidos a altas temperaturas, de tuberías que conducen, por ejemplo, petróleo crudo, y de chimeneas para la expulsión de gases calientes. En estos casos las temperaturas de diseño se determinan a partir de información sobre el proceso industrial que se está llevando a cabo.

Cuando los efectos de temperatura en estudio son los puramente ambientales, las temperaturas de diseño se basan en datos meteorológicos. De manera rigurosa, debería partirse de una estimación de la temperatura ambiente esperada cuando se vaya a construir la estructura, así como de la máxima y mínima temperaturas que pueden esperarse en la localidad, para fines de determinar un valor conservador (máximo probable) del aumento y disminución máximos que puede presentarse en la temperatura ambiente durante la vida de la estructura. Estas diferencias en la temperatura

Tabla 3.10 Diferencias de temperatura para diseño estructural según reglamentos de diferentes países (de referencia 3.16), en °C

País	*Incremento de temparatura para diseño estructural* ΔT	*Observaciones*
Canadá	± 40	
Francia	± 20	
Holanda	+ 10, −20	Reducción de 5° para estructuras protegidas
Israel	± 20 − 15	Estructuras comunes Estructuras protegidas
Rumania	+ 40, −30 + 30, −20	Estructuras de acero Estructuras de concreto y mampostería
Suecia	± 15	Reducción de 5° para estructuras protegidas
E.U.A.	+ 17, −22 + 20, −25	Clima templado Clima extremoso
R.F. Alemana	+ 25. −10	Reducción de 5° para estructuras protegidas

deberían corregirse para que correspondiesen a diferencias en la temperatura de la estructura, considerando los factores ya mencionados, como el grado de exposición de la estructura, la reflectividad de las superficies, la velocidad a la que puede transmitirse la temperatura dentro de la construcción, etcétera.

Para obviar cálculos complejos que requieren de datos casi siempre difíciles de obtener en forma confiable, los reglamentos admiten simplificaciones al proceso anterior. Algunos llegan a especificar directamente los incrementos y decrementos de la temperatura que deben considerarse en el diseño. La tabla 3.10 (tomada de la referencia 3.16) muestra las temperaturas de diseño recomendadas en códigos de diversos países.

Un procedimiento más refinado y más racional para tal objeto es el propuesto por Rosenblueth para un reglamento modelo para los estados de la República Mexicana y recogido casi íntegramente en el Manual CFE (referencia 3.2). Este procedimiento se describe con algunas adaptaciones a continuación.

La diferencia de temperatura básica en el ambiente se obtiene a partir de la temperatura máxima promedio en el mes más caliente, T_M, y de la temperatura mínima promedio en el mes más frío, T_m, las cuales se han determinado para diversos sitios de México y se consignan en la tabla 3.11.

Como incremento (o decremento) de temperatura básico en el entorno se toma la diferencia entre T_M y T_m. Al obrar en esta forma se considera que la estructura puede ser construida en uno u otro de los meses de temperatura extrema y que, por tanto, el incremento máximo de temperatura al que puede enfrentarse es la máxima diferencia entre la temperatura externa. Se toma el promedio de las temperaturas en un mes por considerar que se necesita un lapso considerble para que la temperatura exterior se refleje en un cambio en la temperatura global de la estructura.

La tabla 3.11 contiene los valores de T_M y T_m para diversas ciudades, así como datos sobre la oscilación máxima de temperatura en un día y la humedad media; estos últimos datos son útiles para estudios de efectos locales de temperatura y para cálculos de efectos de cambios de humedad.

Para elementos estructurales expuestos a la intemperie en todas sus caras, pero de manera que ninguna de ellas recibe directamente los rayos del sol, la diferencia de temperatura para diseño estructural se tomará como

$$\Delta T = \pm 1.2\,(T_M - T_m), \text{ si } t \leq 10 \text{ cm} \qquad 3.23$$

$$\Delta T = \pm 0.36\,(T_M - T_m), \text{ si } t \geq 50 \text{ cm}$$

Además, en este caso,

$$\Delta G = 0$$

Tabla 3.11. Datos meteorológicos en distintas localidades de la República Mexicana

Ciudad	T_M	T_m	O_D	H
Acapulco	34	22	10	72
Aguascalientes	32	4	22	42
Campeche	32	16	10	72
Ciudad Juárez	36	2	23	27
Ciudad Victoria	37	10	18	—
Colima	32	12	20	52
Cuernavaca	26	7	14	—
Culiacán	40	12	21	54
Chetumal	32	18	10	84
Chihuahua	36	2	23	29
Chilpancingo	32	12	20	75
Durango	30	2	22	—
Guadalajara	32	6	22	40
Guanajuato	32	6	17	32
Hermosillo	40	8	23	32
Jalapa	28	10	12	72
La Paz	34	12	16	60
León	32	6	21	45
Mazatlán	30	16	6	72
Mérida	35	18	13	62
Mexicali	38	5	22	—
México, D.F.	30	6	23	44
Monterrey	35	6	17	62
Morelia	28	8	16	47
Oaxaca	36	12	23	57
Orizaba	32	12	13	—
Pachuca	28	2	16	62
Puebla	26	4	17	42
Guerrero	30	4	21	33
Saltillo	30	4	17	50
San Luis Potosí	30	4	20	38
Tampico	34	16	9	78
Tepic	34	10	23	80
Tijuana	28	6	17	—
Tlaxcala	20	4	18	—
Toluca	22	2	17	—
Tuxtla Gtz.	35	16	16	65
Veracruz	34	17	8	78
Villa Hermosa	34	18	15	—
Zacatecas	28	4	11	28

T_M Temperatura máxima en el mes más caluroso (media en el mes), en °C
T_m Temperatura mínima en el mes más frío (media en el mes), en °C
O_D Oscilación diaria de temperatura máxima, en °C
H Humedad relativa media en %

siendo t el espesor del elemento; para $10 \leq t \leq 50$ cm, se interpolará linealmente entre los dos valores extremos.

Si al menos una de las caras está expuesta directamente a los rayos del sol, los valores de ΔT anteriores se multiplicarán por 1.25; en este caso, además, se considerará el siguiente gradiente de temperatura

$$\Delta G = \pm (T_M - T_m)/h, \text{ si } t \leq 10 \text{ cm} \qquad 3.24$$

$$\Delta G = \pm 0.3 (T_M - T_m)/h, \text{ si } t \geq 50 \text{ cm} \qquad 3.25$$

en que h es el peralte del elemento estructural. Para espesores intermedios se interpolará linealmente.

Para estructuras sujetas a cambios de temperatura debidos a fenómenos distintos a las condiciones climáticas, los valores ΔT y ΔG se determinarán del examen de la situación particular.

Las deformaciones determinadas de la manera anterior corresponden a las variaciones estacionales de la temperatura y, por tanto, los cambios volumétricos tienen efecto en forma gradual en un periodo relativamente grande, del orden de varios meses. Tratándose de elementos como los de concreto reforzado que sufren flujo plástico y microagrietamientos locales, parte de las fuerzas internas se disipan con el tiempo. Una forma de tomar en cuenta este efecto es reduciendo la deformación calculada a una deformación efectiva, dividiéndola entre un factor que, para concreto reforzado o presforzado se recomienda sea de 1.5.

Los efectos de cambios de temperatura aumentan a medida que crece el tamaño de la estructura y dependen mucho de la forma de la misma. En estructuras de edificios sujetas únicamente a los cambios ambientales de temperatura, puede ignorarse el efecto de éstos si las dimensiones de las estructuras no son exageradas. Por ejemplo el Manual CFE (referencia 3.2) permite ignorar la temperatura en edificios cuyas dimensiones en planta y altura no exceden de 30 m para estructuras de concreto, ni 45 m para estructuras de acero; en ambos casos, siempre que la estructura principal se encuentre protegida de la intemperie. Los límites anteriores parecen muy conservadores, ya que existe un buen número de construcciones cuyas dimensiones exceden de ellos y que no han mostrado problemas por efectos de temperatura, aun cuando éstos no fueron previstos en el diseño. No son de esperarse problemas para dimensiones de cerca del doble de dichos límites. La tabla 3.12 muestra la distancia máxima recomendada por las normas soviéticas entre juntas de expansión de edificios. Puede considerarse que si las dimenciones de los edificios son menores que dichas distancias es válido ignorar los efectos de tempe-

Tabla 3.12. Distancia máxima entre juntas de expansión, según el reglamento soviético (de referencia 3.16)

Tipo de estructura	*Distancia máxima entre juntas, en m*	
	estructuras protegidas	*estructuras expuestas*
Marcos de concreto reforzado	50	30
Estructuras prefabricadas	60	40
Puentes prefabricados	50	30
Puentes de concreto colados en sitio	40	25
Estructuras de concreto ligero	40	25

tura. Se aprecia que los límites son mucho más liberales que los del Manual CFE.

Los efectos de temperatura, y de cambios volumétricos en general, pueden reducirse por medio de juntas distribuidas adecuadamente, de manera que la estructura quede dividida en porciones independientes en las que los cambios volumétricos no induzcan esfuerzos excesivos. La decisión de usar juntas o de diseñar para los esfuerzos introducidos por los cambios volumétricos no siempre es clara. Las juntas constructivas resultan en muchos casos muy costosas y presentan problemas para la continuidad de la operación de la construcción. En puentes, por ejemplo, ha sido costumbre recurrir a claros relativamente cortos y simplemente apoyados con un extremo deslizante, para eliminar efectos de cambios volumétricos. Sin embargo, cada vez con más frecuencia se están empleando puentes continuos de longitudes totales hasta de 200 m para evitar el costo de las juntas y reducir la magnitud de los momentos flexionantes actuantes.

En edificios de gran altura, cuando las columnas están expuestas en fachada, la variación de temperatura causa acortamiento y alargamiento de las columnas que pueden ocasionar esfuerzos importantes y ruptura de vidrios y de otros elementos no estructurales.

Hay que tener en mente que los esfuerzos por temperatura y cambios volumétricos se disipan al deformarse la estructura, por tanto, si en una o varias secciones, localmente, los esfuerzos debidos a temperatura y a otras acciones exceden a los de fluencia, se presentan deformaciones o rotaciones locales que pueden eliminar total o parcialmente las fuerzas internas por este concepto. Por consiguiente, si se propor-

cionan estructuras dúctiles, los cambios volumétricos tendrán poca repercusión en los estados límite de falla, pero pueden afectar seriamente el funcionamiento de la construcción en condiciones de servicio.

3.7.3 Efectos de la contracción

Algunos materiales cambian significativamente de volumen al ser sujetos a variaciones de humedad; entre éstos figuran especialmente la madera, algunos tipos de mampostería y el concreto. En este último son muy importantes las contracciones que sufre al secarse durante el proceso de fraguado. La magnitud de estas contracciones depende de diversos factores, principales entre ellos, la cantidad de agua en la mezcla, la forma de curado, la humedad del ambiente y la cantidad de refuerzo. Un tratamiento detallado del fenómeno y de los procedimientos para calcular la magnitud de la contracción puede verse en los textos de tecnología del concreto, por ejemplo el de Neville (referencia 3.17) o en los de diseño de estructuras de concreto, por ejemplo el de Park y Paulay (referencia 3.18).

Se han medido deformaciones unitarias por contracción del concreto que varían entre 1 y 10 $\times$ 10^{-4}; valores usualmente recomendables son de 2 $\times$ 10^{-4} en regiones relativamente húmedas y 4 $\times$ 10^{-4} en zonas de climas muy secos.

Los efectos de contracción son similares a los de los cambios de temperatura y pueden tratarse en la misma forma; las deformaciones de contracción deben sumarse a las de temperatura.

Las deformaciones por contracción ocurren en forma bastante lenta con el tiempo. Por tanto, las estructuras de concreto pueden disipar en buena parte sus efectos al deformarse por flujo plástico. Para tomar en cuenta este efecto se recurre nuevamente a utilizar en el análisis una deformación equivalente reducida por un factor que se recomienda se tome igual a cuatro en estructuras de concreto, aunque varía dependiendo de la cantidad de refuerzo en la estructura. Procedimientos detallados para el análisis de estructuras de concreto sujetas a cambios volumétricos por contracción y flujo plástico pueden encontrarse en la referencia 3.18.

Las deformaciones por temperatura y contracción en el concreto son de tal magnitud que se excede la mayoría de las veces la resistencia en tensión del concreto y se produce agrietamiento, cuando estas deformaciones están restringidas. El problema se resuelve con combinación de juntas de dilatación y de refuerzo, de manera que el agrietamiento se mantenga dentro de valores aceptables, o sea se produzcan grietas capilares muy distribuidas en la estructura. La solución no puede ser la de evitar el agrietamiento, sino tendrá que consistir en restringirlo a valores aceptables.

Los cambios volumétricos por variaciones de humedad son excepcionalmente grandes en la madera. Se llegan a producir deformaciones unitarias del orden de uno por ciento en dirección longitudinal y de cinco o más por ciento en dirección transversal. El tipo de conexión entre elementos de madera permite generalmente que estos movimientos sean absorbidos por holguras o por deformaciones de los conectores sin que se introduzcan fuerzas internas importantes en la estructura. Los problemas que se presentan con frecuencia por este fenómeno son de tipo constructivo o de mal funcionamiento, por los desajustes que llegan a ocurrir entre piezas que se encuentran en contacto, por ejemplo las duelas o tablones de un sistema de piso, debido a las excesivas deformaciones transversales.

Ejemplo 3.6. Diseño por temperatura

Se ilustrarán diversos aspectos del diseño por temperatura y cambios volumétricos a través del estudio en etapas de una estructura de concreto reforzado.

a) Determinar la diferencia de temperatura de diseño para una estructura ubicada en la ciudad de Durango

De la tabla 3.11 se obtiene

Temperatura en el mes más caliente, $T_M = 30°C$
Temperatura en el mes más frío, $T_m = 2°C$

Si los elementos estructurales están protegidos de los efectos directos del sol, se aplican las ecuaciones 3.23 y 3.24

$$\Delta T = 1.2(T_M - T_M) = 1.2(30-2) = 33.6°C, \quad \text{si } t \leq 10 \text{ cm}$$
$$\Delta T = 0.36(T_M - T_m) = 10.1°C \quad \text{si } t \geq 50 \text{ cm}$$
$$\Delta G = 0$$

Suponiendo los elementos que más contribuyen a los cambios volumétricos de la estructura tienen un espesor mínimo de 30 cm

$$\Delta T = 10.1 + \frac{50-30}{50-10}(33.6-10.1) = 21.8°C, \text{ para } t = 30 \text{ cm}$$

Si la estructura se encuentra expuesta directamente a los cambios atmosféricos, se incrementará en 25° la diferencia de temperatura.

$$\Delta T = 1.25 \times 1.8 = 27.2°C$$

Además, se considerará un gradiente de temperatura según lo siguiente

$$\Delta T = \frac{T_M - T_m}{h} = \frac{28°C}{h} \qquad \text{para } t \leq 10 \text{ cm} \qquad \text{ecuación 3.24}$$

$$\Delta G = \frac{0.3(T_M - T_m)}{h} = \frac{8.4^{\circ}C}{h}, \qquad \text{para } t \geq = 50 \text{ cm} \qquad \text{ecuación 3.25}$$

para $t = 30$ cm

$$\Delta G = \frac{8.4 + 1/2\,(28 - 8.4)}{h} = \frac{18.2}{h}$$

Si el peralte del elemento en estudio es de 100 cm

$$\Delta G = \frac{18.2}{100} = 0.18\ ^{\circ}\text{C/cm}$$

b) Determinar el acortamiento y la curvatura de una viga de concreto sujeta a los cambios de temperatura calculados en *a*) para las propiedades dadas en la figura adjunta

Entra esquema p. 196 ed. anterior

Para la estructura protegida se tiene deformación unitaria

$\Delta\varepsilon = \alpha\Delta T = 12 \times 10^{-6} \times 21.8 = 262 \times 10^{-6}$

Acortamiento total para una disminución de temperatura ΔT

$\Delta L = \Delta\varepsilon \cdot L = 262 \times 10^{6} \times 1\,200 = 0.31$ cm

Curvatura de la sección

$\psi = \alpha\Delta G = 12 \times 10^{-6} \times 0.18 = 2.16 \times 10^{-6}$/cm

c) Determinar la fuerza axial y el momento flexionante ocasionados en la viga mencionada por los decrementos de temperatura determinados en *a*), cuando la viga se encuentra empotrada totalmente en sus extremos. Si se supone un módulo de elasticidad del cemento de 200 000 kg/m^2, tiene

$P = AE\alpha\Delta T = 4\,700 \times 200\,000 \times 262 \times 10^{-6} = 246\,000$ kg (tensión)

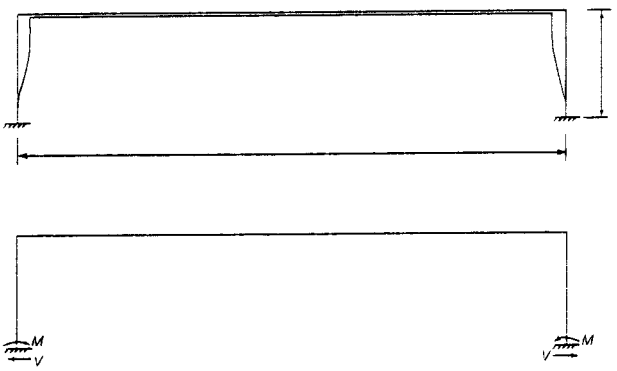
$M = EI\alpha\Delta G = 200\,000 \times 4.7 \times 10^{+6} \times 2.16 \times 10^{-6} = 2.03 \times 10^{6}$ kg-cm $= 20.3$ ton-m

El esfuerzo de tensión en el lecho inferior de la viga se calcula por la fórmula de la escuadría

$$f_t = \frac{P}{A} + \frac{M_C}{I} = \frac{246\,000}{4\,700} + \frac{2.03 \times 10^{6}}{4.7 \times 10^{6}} 66.3 = 81 \text{ kg/cm}^2$$

El esfuerzo es muy superior al que puede resistir el concreto en tensión; por tanto el cambio de temperatura causaría agrietamiento notable del concreto y esfuerzos significativos en el acero de refuerzo.

d) Si la viga del caso anterior forma el cabezal de un marco con columnas de sección de 40 × 40 cm, determinar las fuerzas internas inducidas por los cambios de temperatura tanto en la viga como en las columnas.



La rigidez a flexión de las columnas restringirá parcialmente tanto el acortamiento por la disminución de temperatura, como el giro por el gradiente de temperatura de la viga. Si, para un análisis aproximado que pueda realizarse con un manejo numérico sencillo, se considera en forma independiente el efecto del acortamiento y el del gradiente de temperatura, se puede establecer la siguiente determinación de las fuerzas internas por acortamiento.

En la viga se generará una carga axial, P_V, igual a su rigidez axial k_{AV}, multiplicada por la diferencia entre el acortamiento que hubiera tenido si hubiese estado totalmente libre de acortarse, ΔL, y el acortamiento final que experimentó, ΔL_F, incluyendo la restricción proporcionada por las columnas o sea

$$P_V = k_{AV}(\Delta L - \Delta L_F)$$

En el extremo superior de las columnas aparecerán fuerzas cortantes iguales cada una a la mitad del acortamiento final multiplicado por la rigidez a traslación, k_{LC}, de cada columna

$$V_c = k_{LC}\frac{\Delta L_F}{2}$$

Por equilibrio de fuerzas en el cabezal, se tiene

$$P_V = V_c$$

por tanto

$$k_{AV}(\Delta L - \Delta L_F) = k_{LC}\Delta L_F$$

de donde

$$\Delta L_F = \frac{k_{AV}}{k_{AV} + k_{LC}} \Delta L = \frac{1}{1 + \dfrac{k_{LC}}{k_{AV}}} \Delta L$$

Para este caso se tiene

$$k_{AV} = \frac{EA}{L} = \frac{200\,000 \times 4\,700}{1\,200} = 783\,000 \text{ kg/cm}$$

$$k_{LC} = \frac{3EI_C}{H^3}$$

en que I_C es el momento de inercia de la columna de 40 × 40 cm, $I_C = \dfrac{40^4}{12} = 213\,000 \text{ cm}^4$

H es la altura de la columna, $H = 250$ cm

$$k_{LC} = \frac{3 \times 200\,000 \times 213\,000}{250^3} = 8180 \text{ kg/cm}$$

en donde

$$\frac{k_{LC}}{k_{AV}} = \frac{8\,180}{783\,000} = 0.01046$$

El acortamiento final vale

$$\Delta L_F = \frac{1}{1.01046} \Delta L = \frac{0.31}{1.01046} = 0.3068 \text{ cm}$$

La carga axial en la viga resulta

$$P_V = k_{AT} (\Delta L - \Delta L_F) = 783\,000 \times (0.31 - 0.3068) = 2.5 \text{ ton}$$

Se concluye que la restricción que oponen las columnas al acortamiento de la viga es prácticamente nula y que la carga axial que se genera en la viga es, por tanto, despreciable.

Si se acepta la reducción entre 1.5 en las deformaciones por temperatura recomendada en el texto para considerar las deformaciones a largo plazo en las estructuras de concreto, la carga axial en la viga resultaría

$$P_V = \frac{2.5}{1.5} = 1.7 \text{ ton}$$

En forma semejante pueden determinarse, de manera aproximada, los efectos del gradiente de temperatura independientemente de los del acortamiento.

En el extremo de la viga el momento será proporcional a la diferencia entre el giro sin considerar la restricción, θ, y el giro final, θ_F; en la columna el momento dependerá del giro final.

Por equilibrio de momentos en el nudo se tendrá que los giros dependen de la rigidez relativa a flexión de la viga $k_{\theta v}$ y de la columna $k_{\theta c}$ y de manera semejante al caso anterior se obtiene:

$$\theta_F = \frac{1}{1 + \dfrac{k_{\theta c}}{k_{\theta v}}}\,\theta$$

en que $k_{\theta c} = \dfrac{4EI_c}{H} = 4 \times \dfrac{200\,000 \times 213\,000}{250} = 6.82 \times 10^8$ kg-cm

$$k_{\theta v} = \frac{2EI}{L} = \frac{2 \times 200\,000 \times 4.7 \times 10^6}{1\,200} = 1.57 \times 10^9 \text{ kg-cm}$$

$$\theta_F = \frac{1}{1 + \dfrac{6.82 \times 10^8}{1.57 \times 10^9}}\,\theta = 0.7\theta \qquad \theta - \theta_F = 0.3\theta$$

Por tanto, el momento en la viga será 0.30 veces el calculado para empotramiento total

$$M = 0.30 \times 20.3 = 6.1 \text{ ton-m}$$

El giro en el nudo será igual a la curvatura de la viga multiplicada por su peralte

$$\theta = \psi h = 2.16 \times 10^{-6} \times 100 = 2.16 \times 10^{-4}$$

El momento en la columna debido a la suma del efecto de traslación y del giro vale

$$M = \frac{6EI_c \Delta L_F}{H^2\ 2} + k_{\theta c}\theta_F = 4.1 \times 10^6 \times \frac{0.307}{2} + 6.82 \times 10^8 \times 0.7 \times 2.16 \times 10^{-4}$$

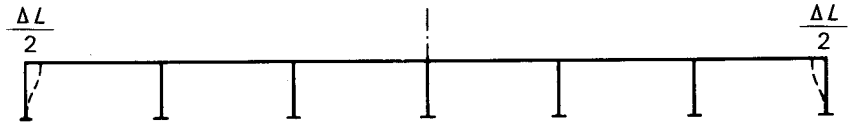
$$= 6.29 + 1.03 = 7.32 \text{ ton-m}$$

Los momentos resultantes en la columna no son despreciables, aun si se reducen al dividirlos entre 1.5, como se recomienda para estructuras de concreto.

En la determinación se ha despreciado la interacción entre el giro y el acortamiento y también se han ignorado los efectos de la temperatura sobre la columna. Un análisis exacto del marco da lugar a fuerzas internas que no difieren significativamente de las antes calculadas.

e) Determinar los efectos de temperatura para las mismas condiciones anteriores pero considerando un marco con 6 crujías idénticas a las del caso *d*).

De acuerdo con los resultados del ejemplo anterior puede despreciarse la restricción al acortamiento proporcionada por las columnas, por tanto se tendrá un acortamiento total



$$\Delta L = \Delta\varepsilon \times 6L = 6 \times 0.31 = 1.86 \text{ cm}$$

La columna central no sufrirá desplazamientos mientras que las otras tendrán desplazamientos proporcionales a su distancia del centro del marco y las columnas extremas tendrán un desplazamiento total de

$$\frac{\Delta L}{2} = \frac{1.86}{2} = 0.93 \text{ cm}$$

Este desplazamiento lateral del marco es superior a los que se suelen especificar como admisibles en vistas de los daños no estructurales que pueden generarse en la estructura y que, según lo expuesto en el subcapítulo 2.11, son 0.0025 veces la altura del entrepiso

$$\Delta_p = 0.0025H$$

$$\Delta_p = 0.0025 \times 250 = 0.625 \text{ cm}$$

Para diseño se ha recomendado en el texto reducir el cambio de longitud por un factor de 1.5 para tomar en cuenta los efectos a largo plazo. El momento flexionante en la columna resulta por tanto

$$M = \frac{6EI_c}{H^2}\Delta$$

$$M = 4.1 \times 10^6 \times \frac{0.93}{1.5} = 2.54 \times 10^6 \text{ kg-cm} = 25.4 \text{ ton-m}$$

que resulta muy elevado y, si se suma al debido el gradiente de temperatura, va a requerir un refuerzo muy elevado para poder ser resistido. Por tanto, no es conveniente tener marcos de esa longitud ante condiciones climáticas tan severas.

f) Incluir el efecto de contracción por secado en los análisis por cambio volumétricos del marco del caso *e*)

Se determinó para las condiciones de humedad ambiental, de tipo concreto y tamaño de elementos estructurales, una deformación unitaria de acortamiento a largo plazo de

$$\Delta\varepsilon_{sh} = 400 \times 10^{-6}$$

El acortamiento total de la viga por contracción del concreto vale

$$\Delta L = 400 \times 10^{-6} \times 6 \times 12 = 2.88 \text{ cm}$$

Las columnas extremas sufrirán un desplazamiento lateral en la punta de 1.44 cm, totalmente inaceptable.

Según lo recomendado en el texto, para fines de cálculo de las fuerzas internas de diseño, puede considerarse una deformación equivalente igual a una cuarta parte de la calculada por efectos de contracción. Para las columnas extremas

$$\Delta L_{eq} = \frac{1.44}{4} = 0.36$$

Este acortamiento produce un momento en las columnas igual a

$$M_c = \frac{6EI}{H^2} \Delta L_{eq} = 4.1 \times 10^6 \times 0.36 = 1.48 \times 10^6 \text{ kg-cm} = 14.8 \text{ ton-m}$$

Este momento se suma al debido a temperatura y da lugar a

$$M_c = 25.4 + 14.8 = 40.2 \text{ ton-m}$$

3.8 EFECTOS DEL VIENTO

3.8.1 Aspectos generales

Los vientos son movimientos horizontales de masas de aire debidos a diferencias de presión en las distintas zonas de la atmósfera y a la rotación terrestre. Estos movimientos ocurren constantemente; sin embargo, para el diseño estructural interesan esencialmente los vientos que tienen velocidades muy grandes y que se asocian a fenómenos atmosféricos excepcionales. Por tanto, el viento se trata en el diseño como una *acción accidental* desde el punto de vista de las combinaciones de carga en que interviene y de los factores de carga que se deben adoptar.

En las diferentes regiones existen distintas probabilidades de que se presente la acción de vientos extraordinarios, dependiendo de la ubicación geográfica y de las condiciones topográficas locales. Por ejemplo, las costas del golfo de México son afectadas en el verano y el otoño por huracanes que transitan de Sur a Norte y provocan vientos de muy altas velocidades. Al penetrar estos huracanes tierra adentro, pierden rápidamente su potencia; por tanto, la probabilidad de que se presenten vientos de muy altas velocidades es mucho menor en el interior del país que en las costas.

El flujo del aire en uno de estos fenómenos naturales no es uniforme: los gradientes de temperatura y la rugosidad de la superficie del terreno causan turbulencias. La figura 3.24 muestra un registro típico de la variación de velocidades instantáneas del viento con el tiempo. El modelo más usual para estudios analíticos distingue un componente estático, o sea aquella parte que puede considerarse actúa con velocidad media constante durante varios minutos, más una oscilación aleatoria que tiene periodos del orden de algunos segundos y que se denomina efecto de *ráfaga*.

En un huracán, u otro fenómeno meteorológico similar, el movimiento de las masas de aire se ve restringido por la fricción con la superficie del terreno, que hace que la veloci-

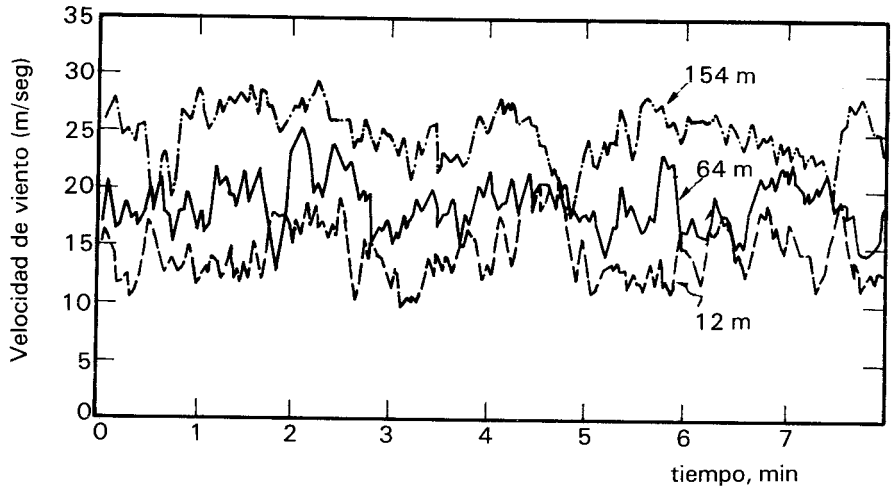


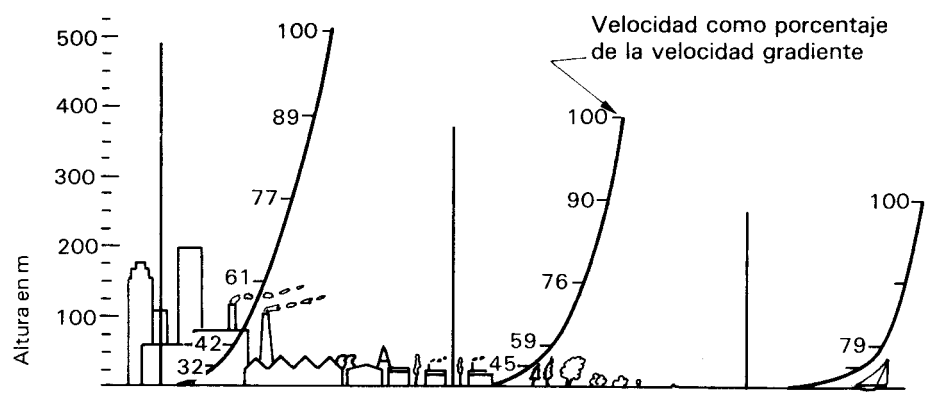
Figura 3.24. Registros de velocidades de viento a distintas alturas sobre el terreno (de Davenport, referencia 3.20).

dad sea prácticamente nula en contacto con el terreno y crezca con la altura hasta alcanzar la velocidad del flujo no perturbado, llamada *velocidad gradiente*. La rapidez con que la velocidad crece con la altura y, por tanto, la altura a la que se alcanza la velocidad gradiente, dependen de la rugosidad de la superficie del terreno. Para un terreno muy liso, como en campo abierto con vegetación muy baja, el viento mantiene velocidad muy alta aun muy cerca de la superficie, mientras que en el centro de ciudades con edificaciones altas, la velocidad disminuye muy rápidamente desde una altura de varias decenas de metros, hasta la superficie del terreno. La ley que describe la variación de la velocidad de viento con altura, deducida de mediciones con anemómetros colocados en diferentes posiciones, se representa por ecuaciones del tipo

$$V = V_o \left(\frac{z}{z_o} \right)^{\alpha}$$

o sea, la velocidad, V, a una altura z, se relaciona con la velocidad, V_o, a una altura de referencia, z_o, multiplicada por una potencia α de la relación z/z_o. El exponente α depende esencialmente de lo accidentado del terreno. La figura 3.25 muestra la variación de velocidad de viento con la altura, ob-

Figura 3.25. Variación de la velocidad de viento con la altura sobre terrenos de diferentes rugosidades.



tenida experimentalmente para distintas condiciones del terreno. Se aprecia que la velocidad gradiente se alcanza a una altura del orden de 250 m en campo abierto, mientras que en el centro de una ciudad se alcanza a cerca de 500 m.

Cuando el libre flujo del viento se ve obstaculizado por un objeto fijo, tiene que desviarse para rodearlo, por lo cual produce presiones sobre el objeto. Las partículas de aire golpean la cara expuesta directamente al efecto del viento, cara de *barlovento*, ejerciendo sobre ella un empuje (figura 3.26). En la cara opuesta, de *sotavento*, las estelas del flujo se separan del objeto provocando una succión. Los dos efectos se suman dando lugar a una fuerza de *arrastre* sobre el objeto. En las caras laterales se presenta una distribución

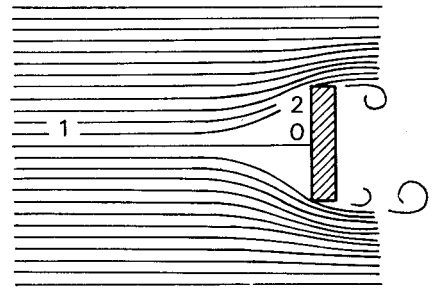


Figura 3.26. Flujo de aire alrededor de una placa.

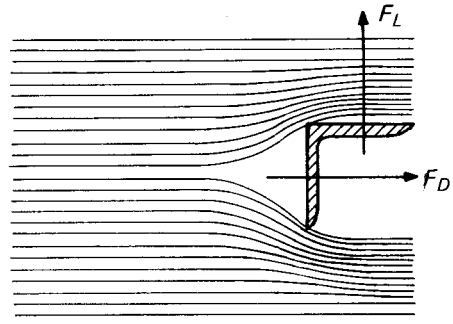


Figura 3.27. Fuerza de arrastre, F_D, y de sustentación, F_L, debidas al viento.

de presiones que varía de empuje a succión según la geometría del objeto. En una sección como la de la figura 3.27, la succión del viento en la cara superior produce una fuerza resultante hacia arriba. Esta fuerza llamada de *sustentación* es importante en el diseño de secciones pequeñas y ligeras como los ángulos que forman las torres y armaduras. Su nombre se deriva de la terminología aeronáutica, ya que esta fuerza de sustentación sobre las alas es la que permite que los aviones se mantengan en el aire.

Si se supone que el aire es un fluido incompresible no viscoso, puede aplicarse la ecuación de Bernouilli en la dirección del flujo, lo que equivale a considerar que la energía de presión más la cinética permanecen constantes en cualquier punto. Aplicando este principio a un punto 1, antes del

objeto y a un punto, 0, situado en el centro de la cara del objeto expuesto al flujo (figura 3.25), se tiene

$$p_o + 0 = p_1 + \frac{1}{2}\varrho V_1^2$$

en que p_o y p_1 son las presiones del aire en los puntos 0 y 1, respectivamente; V_1 es la velocidad del flujo en el punto 1, mientras que la velocidad en 0 es nula, y ϱ es la densidad del aire.

El incremento de presión que se provoca contra el objeto resulta, por tanto,

$$\Delta p = p_o - p_1 = \frac{1}{2}\varrho V_1^2$$

La presión en diferentes puntos a lo largo del objeto será distinta, ya que la velocidad del flujo varía; crecerá por ejemplo entre el punto 0 y el 2. La forma de la distribución de presiones puede resultar bastante compleja, dependiendo de la geometría del objeto. Para algunas geometrías muy sencillas las distribuciones de presiones pueden determinarse analíticamente; para la mayoría de los casos, sin embargo, es necesario recurrir a mediciones de presiones en modelos colocados en un túnel de viento.

Para el diseño interesa la fuerza total ejercida sobre una superficie. Ésta se obtiene integrando el diagrama de presiones sobre la cara en estudio y suele expresarse en función de una presión media por la cual debe multiplicarse la superficie expuesta y que se determina como

$$p = \frac{1}{2} C_D \varrho V^2 \qquad 3.26$$

en que C_D es el factor de forma, llamado también factor de empuje, para el objeto en cuestión.

Como se ha visto en la figura 3.24, la velocidad del aire tiene fluctuaciones importantes de un instante a otro. Las estructuras de ingeniería civil tienen dimensiones apreciables. Por tanto, la velocidad del aire que está afectando en un instante dado a diferentes puntos de la estructura dependerá de velocidades originales en flujo libre distintas, ya que el aire emplea cierto tiempo en transitar a lo largo de toda la estructura. Para fines de la determinación de la fuerza total sobre una estructura de dimensiones usuales, a partir de la ecuación 3.26, no interesa, por consiguiente, la máxima velocidad que pueda alcanzar el viento en un instante dado, sino el máximo promedio en un lapso suficiente para que la masa de aire pueda rodear la estructura.

Por ello los reglamentos definen la velocidad de diseño

como promedio en un periodo del orden de algunos minutos, pero consideran factores de incremento para el diseño de elementos de dimensiones pequeñas. De esta forma, el efecto del viento se trata normalmente como un problema estático con consideraciones diferentes para el efecto global sobre la estructura completa y para el diseño local sobre elementos estructurales aislados o sobre componentes no estructurales de fachada o cubierta. Sin embargo, existen situaciones en que el viento llega a tener efectos dinámicos significativos por diferentes razones.

Como se ha dicho, la velocidad del viento presenta componentes importantes cuyas fluctuaciones con el tiempo dependen de la velocidad máxima del flujo, pero que para los vientos de interés tienen periodos superiores a 2 seg. Si el periodo natural de la estructura excede de ese límite inferior, algunos componentes de la fluctuación de la velocidad pueden entrar en sincronía con la vibración del edificio y producir amplitudes de deformación perjudiciales, sea porque incrementan las solicitaciones en la estructura arriba de las estáticas, sea porque molestan a los ocupantes de la construcción. La mayoría de las construcciones civiles tiene periodos naturales inferiores a los 2 seg. Son muchos, sin embargo, los casos donde se exceden estos valores y, especialmente en estructuras de bajo amortiguamiento, deben tomarse en cuenta las amplificaciones dinámicas. Algunos ejemplos son torres y edificios muy esbeltos, antenas y cubiertas colgantes.

La perturbación que los cuerpos ocasionan al flujo se manifestan normalmente sólo por desviaciones de las trayectorias de las partículas dando lugar a presiones y succiones sobre el objeto. Para algunas formas geométricas particulares, la perturbación implica, además, la formación de vórtices que se generan periódicamente y en forma asimétrica, produciendo vibraciones en el cuerpo. En el ejemplo de la figura 3.28, en la zona de sotavento de la sección cilíndrica se producen vórtices, llamados de von Karman, que se generan alternadamente a cada lado del cuerpo y

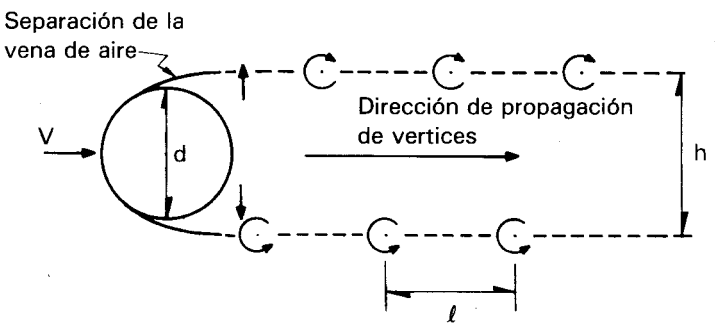


Figura 3.28. Formación de vórtices de von Karman alrededor de un cuerpo cilíndrico.

que se desplazan a lo largo de las líneas de flujo del aire. Al generarse cada vórtice, se produce una fuerza transversal a la dirección del vórtice y que tiene sentido opuesto para cada lado en que se generan los vórtices. El valor de la fuerza no es suficiente para producir efectos estáticos significativos. Produce, sin embargo, vibraciones en sentido transversal al flujo y si, para alguna velocidad del viento, se generan vórtices con un periodo similar al natural de vibración de la estructura, las vibraciones se van amplificando hasta generar fuerzas significativas.

Pueden presentarse problemas dinámicos especiales en estructuras muy flexibles y de formas geométricas peculiares. Uno de ellos es la *inestabilidad aeroelástica;* ésta ocurre en estructuras que por la acción estática del viento pueden sufrir grandes deformaciones que las lleven a una forma geométrica para la cual el efecto del viento es más desfavorable, y ocasiona que el fenómeno se amplifique hasta el posible colapso. Tal es el caso de algunas cubiertas colgantes muy flexibles. Otro de estos casos especiales es el de *aleteo* que ocurre en estructuras muy planas y flexibles donde pueden excitarse simultáneamente diversos modos, de manera que las vibraciones de un modo pueden amplificar los efectos del viento sobre el otro modo.

Es importante que el proyectista sepa reconocer los problemas que el viento puede ocasionar en una estructura dada, para que considere en el diseño aquellos aspectos que puedan producir efectos significativos.

En los edificios de pocos pisos, los empujes laterales debidos al viento no suelen ser muy importantes y, si la estructura posee una mínima rigidez y resistencia ante cargas laterales, los efectos del viento no llegan a regir el diseño, excepto en zonas donde las velocidades de viento de diseño sean muy altas. En edificios altos, los empujes de viento se hacen considerables y las fuerzas internas por este efecto rigen el dimensionamiento de los elementos de la estructura principal, a menos que resulten todavía más críticos los efectos de sismos.

El viento es una acción crítica en el diseño de porciones de la construcción que son muy ligeras y tienen grandes áreas expuestas a su acción, como las cubiertas y fachadas de naves industriales y las estructuras para anuncios y señales. En todos los casos anteriores la acción estática del viento es la que domina y el problema puede atacarse en forma relativamente sencilla, como se verá en el inciso 3.8.3.

Estructuras donde el viento requiere un tratamiento más refinado que incluye la consideración de sus aspectos dinámicos, son en general las muy flexibles y especialmente las expuestas a la generación de vórtices de von Karman. Entre éstas destacan las chimeneas y torres de enfriamiento, los puentes colgantes o atirantados, las cubiertas colgantes, las

líneas de transmisión, las antenas y las torres de microondas. En los siguientes incisos se comentarán los procedimientos usuales de diseño en los que el problema puede tratarse en forma estática. Para casos más complejos es recomendable recurrir a textos especializados, como la referencia 3.21.

3.8.2 Velocidad de viento de diseño

Como se ha visto, los empujes estáticos del viento aumentan con el cuadrado de su velocidad. El parámetro básico que se requiere estudiar para fijar la intensidad de la acción de diseño es, por tanto, la velocidad máxima con que el viento puede actuar sobre la estructura durante la existencia de ésta. Hay que tener presente, además, que un error o falta de aproximación en la determinación de dicha velocidad de diseño se reflejará en el cuadrado de dicho error en lo que respecta a la magnitud de la fuerza y de las solicitaciones debidas a viento en la estructura.

De acuerdo con los criterios expuestos en el capítulo anterior, la velocidad que debe usarse para diseño será aquella que tiene una probabilidad pequeña de ser excedida durante el periodo de interés, o sea la que represente un valor característico (o nominal) de dicha variable. Para fenómenos accidentales como el que se está tratando, este valor característico se expresa más claramente como aquel que tiene un periodo medio de recurrencia determinado. La mayoría de los reglamentos recientes afirman que las velocidades que establecen para el diseño de las estructuras comunes corresponden a periodos de recurrencia de alrededor de 50 años, lo que implica, como se demostró en el capítulo anterior, una probabilidad de 63 por ciento de que dicha velocidad sea excedida por lo menos una vez en 50 años, que es lo comúnmente aceptado como duración deseable de una estructura. Para estructuras de especial importancia, diversos reglamentos especifican incrementos en la velocidad básica que pretenden aumentar su periodo de recurrencia a 100 o 200 años.

Para obtener valores congruentes con la definición anterior, es necesario contar con mediciones de velocidad de viento en el sitio de interés, o muy cerca de éste, a los cuales pueda ajustarse un modelo probabilista que permita calcular los valores con la probabilidad de excedencia deseada; de manera semejante a lo que se hizo para los datos correspondientes a la ciudad de México en el capítulo 2, los que se reproducen en la figura 3.29.

La información directa con que se cuenta consiste usualmente en los resultados de los registros de anemómetros colocados en estaciones meteorológicas ubicadas en aeropuertos y en otras instalaciones. En estas estaciones se miden velocidades y direcciones de viento con intereses meteorológicos y con propósitos distintos de los de diseño estructural. Por con-

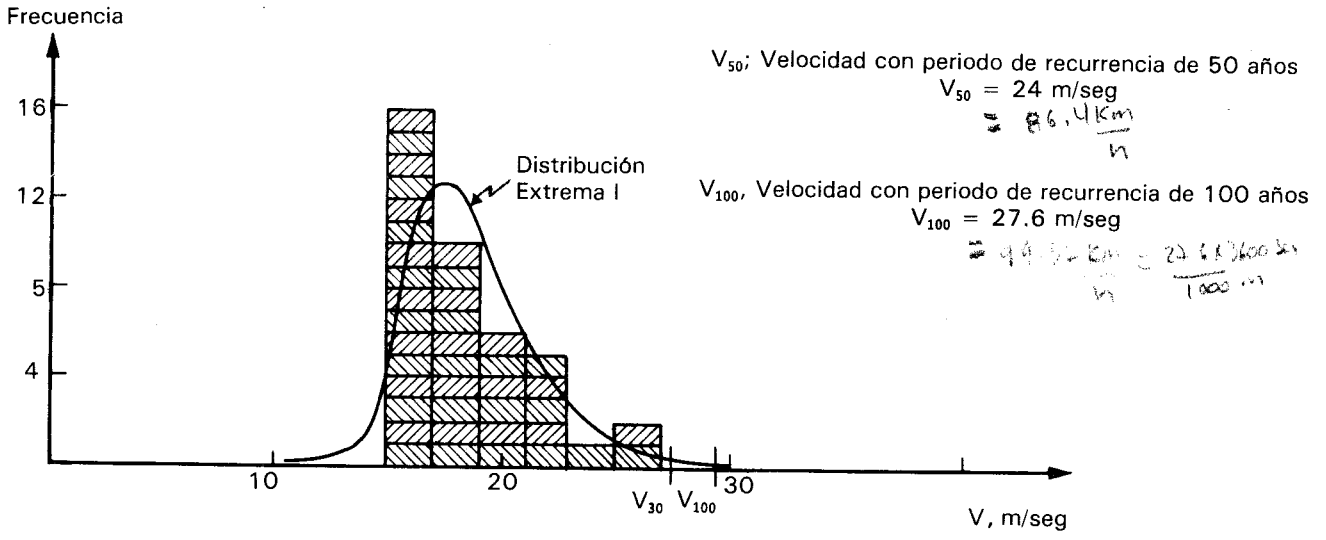


Figura 3.29. Histograma de las velocidades máximas anuales del viento registradas en el Observatorio de Tacubaya en los años de 1941 a 1980 (datos proporcionados por el ingeniero N. Rodríguez Cuevas).

siguiente los datos no son medidos y registrados en la forma más adecuada para una fácil interpretación para fines estructurales. Los anemómetros están colocados a distintas alturas y en diferentes condiciones de terreno; a veces encima de edificios y a veces en campo abierto. Por tanto, las lecturas deben ser corregidas por este efecto.

La corrección más lógica sería la de referir todas las lecturas a la velocidad gradiente, haciéndolas así independientes de la altura y del terreno. Sin embargo, la mayoría de las normas de diseño suele especificar una velocidad base para una altura de referencia de 10 m y para campo abierto. Para otras condiciones se proporcionan factores correctivos.

Como se ha mostrado en la figura 3.24, la velocidad de viento tiene variaciones rápidas y significativas con el tiempo. La velocidad de diseño pretende representar usualmente el componente estático y, por tanto, suele definirse como el promedio en un lapso de varios minutos de la velocidad instantánea registrada. La figura 3.30 muestra la variación de la velocidad según el tiempo en que ésta se promedia. Se aprecia que la velocidad promediada en 2 min es 75 por ciento de la instantánea (1 seg). Con factores correctivos como los de esta figura, se pueden estandarizar a un solo intervalo mediciones hechas con aparatos cuya lectura representa el promedio de la velocidad en un lapso distinto.

Por ejemplo, si se acepta emplear para fines de diseño de las estructuras comunes, una velocidad promedio en un lapso de 2 minutos, los datos de la figura 3.29, que corresponden a velocidades instantáneas deben corregirse multiplicándolas por 0.75. Así, la velocidad que tiene un periodo de recurrencia de 50 años resulta, en lugar de 24 m/seg, de 18 m/seg, o sea 64.8 km/h.

Si se contara con suficiente número de estaciones meteorológicas en la que se hubiese recopilado información como

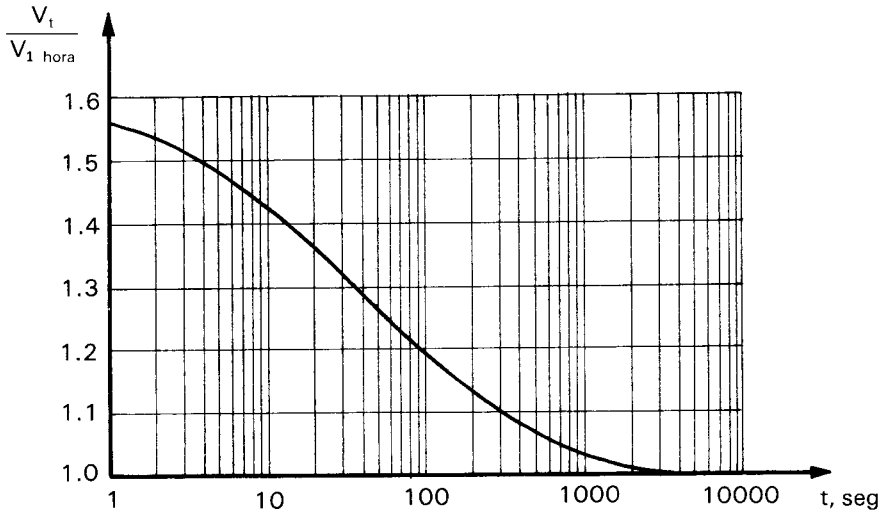


Figura 3.30. Relación entre la velocidad de viento promedio en un tiempo, *t*, y la velocidad promedio en una hora, para campo abierto (de referencia 3.16).

la anterior, podría establecerse la velocidad de diseño para dichos sitios y de allí proponer una regionalización eólica o sea una subdivisión en zonas de velocidades de viento de diseño aproximadamente iguales.

La escasez, en el espacio y en el tiempo, de mediciones confiables hace que los estudios de regionalización eólica deban basarse también en información indirecta sobre las características meteorológicas de la zona. Se han desarrollado métodos analíticos para predecir las velocidades de viento que se generan en diferentes partes cuando transitan en ellas huracanes u otros fenómenos que producen vientos. Las estadísticas sobre algunos parámetros básicos de estos fenómenos son abundantes en muchas regiones y los estudios de este tipo comienzan a ser comunes para la definición de la velocidad de viento de diseño en sitios de obras importantes, especialmente las portuarias donde estos estudios están muy relacionados con los que llevan a definir las características de la ola de diseño. (Véase subcapítulo 3.10).

En muchos países, sin embargo, la información es muy escasa y no se han realizado, desgraciadamente, estudios como los mencionados, por lo que las velocidades de viento de diseño están basadas más en la intuición y en la experiencia de los codificadores que en una deducción racional sobre los lineamientos aquí planteados.

En México, el estudio más completo de regionalización eólica es el realizado para la elaboración del Manual de Obras Civiles de la CFE. El estudio se basa en modelos de generación de viento por los huracanes que se presentan en las costas del país, y en el análisis estadístico de las mediciones de las estaciones meteorológicas. Se han producido mapas de velocidades de viento que tiene distintos periodos de recurrencia. En la figura 3.31 se muestra el mapa

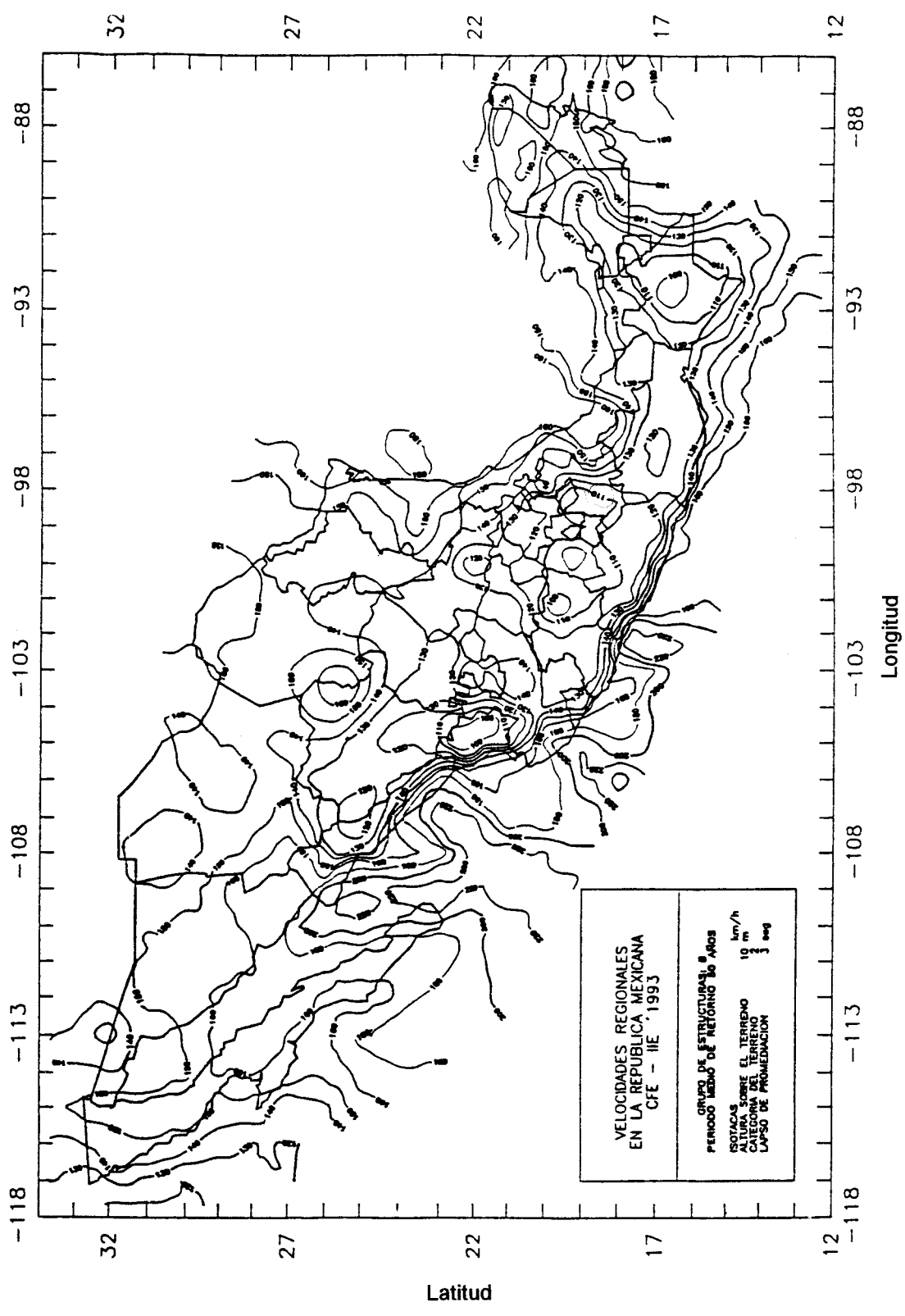


Figura 3.31. Regionalización eólica de la República Mexicana según el *Manual de obras civiles* de la Comisión Federal de Electricidad.

para un periodo de retorno de 50 años, que es el más comúnmente utilizado para diseño. Cabe mencionar qe estas velocidades están normalizadas para condiciones del terreno de campo abierto, como se tratará en el subcapítulo siguiente y para una altura de 10 m sobre el nivel del terreno, así como para un tiempo de promediación de 3 segundos.

3.8.3 Procedimientos de diseño por viento

Los métodos especificados por los códigos para el diseño por viento se derivan de los conceptos generales expuestos en los dos subcapítulos anteriores. La diversidad de formas geométricas y de problemas específicos hace necesario un gran número de requisitos detallados que no es posible incluir y explicar en este texto, por lo que sólo se presentarán las recomendaciones para los casos más comunes. Un reglamento muy completo sobre este tema son las normas ANSI-A 58.1 (referencia 3.3), aunque los procedimientos allí especificados parecen excesivamente elaborados y laboriosos para la mayoría de los casos comunes. Los procedimientos que se expondrán aquí son esencialmente los del RCDF con algunas variantes adicionales basadas en el Manual CFE, ya que el primero contiene aspectos que son aplicables solamente a la Ciudad de México. Se hará referencia también en ocasiones a requisitos de las normas ANSI.

El efecto del viento debe analizarse en relación con las fuerzas que se inducen sobre el sistema principal de la estructura y que, por tanto, afectan la estabilidad global de ésta, pero también deben analizarse los efectos locales en elementos estructurales aislados y en elementos no estructurales, tanto en el exterior como en el interior de la construcción. El viento puede actuar en cualquier dirección, en general, y debe investigarse cuál es la dirección que produce efectos más desfavorables en la estructura. En edificios regulares y en otras estructuras comunes es suficiente revisar en forma independiente la acción del viento en dos direcciones ortogonales que coinciden con los ejes principales del sistema estructural.

En las estructuras comunes será suficiente considerar el efecto estático del viento determinando las presiones o succiones que actúan en dirección perpendicular a la superficie expuesta al viento. La determinación se basa en la ecuación presentada anteriormente

$$p = \frac{1}{2}\, \epsilon\, C_P V^2_D \qquad 3.26$$

La densidad del aire, ϵ para condiciones estándar (tempera-

tura de 15 °C y presión a nivel del mar) vale 0.125 $\frac{\text{kg} - \text{seg}^2}{\text{m}}$, por lo que la ecuación anterior se transforma en

$$p = 0.0625\ C_P V^2_D$$

Si la velocidad de diseño V_D se expresa en m/seg. Cuando, como es usual, la velocidad de viento se expresa en km/h, la expresión toma la forma empleada en los códigos

$$p = 0.0048\ C_P V_D^2 \qquad 3.27$$

en que p es presión o succión en kg/m^2 y C_P el factor de forma para la construcción o elemento estructural local.

La densidad del aire varía según la temperatura y según la presión y, por tanto, según la altitud del sitio sobre el nivel del mar. Para sitios con altitud significativa, la expresión anterior debe corregirse multiplicándola por el factor

$$\frac{8 + h}{8 + 2h}$$

en que h es la altitud en km. Por ejemplo para la ciudad de México situada a 2 200 metros sobre el nivel del mar, el factor resulta

$$\frac{8 + 2.2}{8 + 4.4} = 0.823$$

y la expresión 3.27 se torna

$$p = 0.0040\ C_P V_D^2$$

Las presiones de viento especificadas por el RCDF no toman en cuenta esta reducción y se basan directamente en la ecuación 3.27

Se aduce como razón para no reducir el coeficiente, que los vientos fuertes en esta ciudad están asociados a un gran contenido de polvos, ya que las corrientes de aire pasan previamente por el fondo desecado del lago de Texcoco. Por esta razón la densidad del aire es superior a la que correspondería a aire limpio para la altitud en cuestión.

La velocidad de viento que interviene en la ecuación 3.27 depende de los factores siguientes:

a) de la ubicación geográfica de la construcción;
b) de las características topográficas locales del sitio en lo relacionado con la rugosidad de la superficie;
c) de la altura sobre el nivel del terreno de la porción de la estructura que se está considerando;
d) de la importancia de la construcción.
e) de la sensibilidad de la estructura a los efectos de ráfaga.

Los reglamentos especifican una velocidad de diseño básica a nivel regional (o directamente una presión equivalente) que debe afectarse por factores correctivos para tomar en cuenta los aspectos *b*) hasta *e*). Esta velocidad es la que corresponde a una altura de 10 m sobre el nivel de terreno y se supone, conservadoramente, que se mantiene constante para alturas menores, mientras que para alturas mayores debe incrementarse como se verá a continuación. Como se ha mencionado en el capítulo anterior las condiciones de rugosidad del terreno modifican la forma en que la velocidad varía con la altura. La velocidad gradiente a alturas muy grandes no debe verse alterada por este concepto, pero sí la velocidad base, cuando está especificada a 10 m de altura. Por tanto, los aspectos *b*) y *c*) antes mencionados pueden tomarse en cuenta con un factor correctivo del tipo

$$k\left(\frac{z}{10}\right)^{\alpha} \quad , \quad z \leq z_G \qquad 3.28$$

en que z es la altura, en metros, sobre el nivel del terreno y k y α son coeficientes que, con base en mediciones realizadas en diversos sitios y a distintas alturas, se han propuesto como los valores dados en la tabla 3.13. Se consigna además en la tabla la altura gradiente, z_G, a la cual se alcanza la velocidad máxima (velocidad gradiente).

Los coeficientes k de la tabla son factores correctivos con respecto al caso básico de exposición que es el de campo abierto (caso C). A este caso corresponden, por ejemplo las velocidades especificadas en el Manual CFE, como las de la figura 3.31.

Las especificaciones del RCDF se basan en una velocidad de viento de diseño de 80 km/h, derivada de las mediciones en las estaciones locales y que corresponde a una condición de exposición de área urbana (caso B) y no de campo abierto como en otros códigos. Difiere por eso de la que se tiene en el Manual CFE.

El RCDF omite definir la velocidad de viento de diseño y especifica directamente una *presión básica de diseño*, derivada de la ecuación 3.27 para un factor de forma (o de presión) $C_p = 1$. La presión básica correspondiente a una velocidad de 80 km/h resulta de 30 kg/m^2.

La corrección por altura y rugosidad se hace en el RCDF directamente sobre la presión, por lo que la ecuación 3.28 toma la forma

$$k\left(\frac{z}{10}\right)^{2/a}$$

Los valores de K y a se dan en la tabla 3.4. Se aprecia que a es aproximadamente el inverso de α definido en la

tabla 3.13, y que los valores de k son en términos relativos similares de la tabla 3.13, considerando que el caso de referencia ha cambiado.

Tabla 3.13 Parámetros que definen la variación de la velocidad de viento con la altura.

Tipo de terreno	k	α	z_G, *en m*
A Centro de ciudades con concentración de edificios altos (más de la mitad de las construcciones tienen alturas de más de 21 m)	0.5	0.33	450
B Áreas urbanas y suburbanas, zonas boscosas, campo abierto con topografía irregular	0.8	0.22	400
C Campo abierto con terreno plano	1.0	0.14	275
D Litorales y promontorios	1.2	0.10	200

La mayor seguridad que se requiere para estructuras cuya falla puede tener consecuencias más graves que lo común se refleja en la exigencia de incrementar la velocidad (o la presión) de diseño en 15 por ciento según el RCDF (7 por ciento, según las normas ANSI). De esta manera, para construcciones de funcionamiento vital para la población o cuyo contenido es extraordinariamente valioso o en las que hay frecuente aglomeración de un gran número de personas, el RCDF especifica debe usarse una presión básica de 3.5 kg/cm^2 (en lugar de 30).

En el planteamiento del RCDF la presión de diseño por efecto de viento se determina con la expresión

$$p = C_p C_z \mathrm{K} p_o$$

en que el producto C_z K corresponde a la corrección por altura y rugosidad según la ecuación 3.28 y los valores de la tabla 3.14.

Tabla 3.14 Factores de corrección de la presión de viento por condiciones de exposición (sección 3.2 de los NTC de viento del RDF)

ZONA			
	A	*B*	*C*
K	0.65	1	1.6
a	3.6	4.5	7.0

El diseño local de elementos der pequeñas dimensiones y el diseño global de contrucciones muy esbeltas (cuya relación altura a longitud excede de cinco) debe considerar el efecto de ráfagas de corta curación. Por ejemplo, el RCDF especifica que en estos casos la presión de diseño debe incrementarse en 30 por ciento. Debe tenerse en cuenta que este efecto es más significativo mientras más irregular es el flujo del aire, por lo que

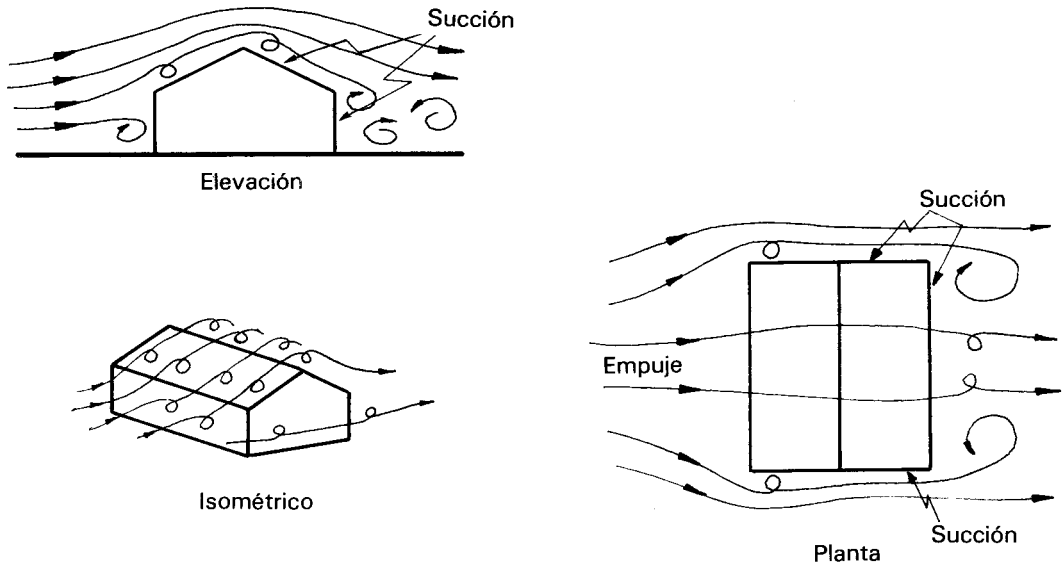


Figura 3.32. Flujo del aire alrededor de una construcción.

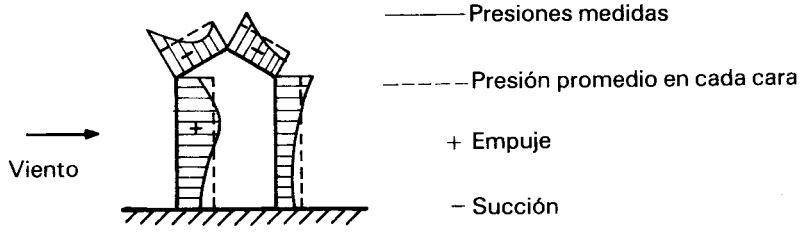


Figura 3.33. Distribución de presiones en una construcción, determinada en túnel de viento.

el factor mencionado es razonable para un área urbana densamente poblada y para alturas no muy grandes, pero es muy exagerado para campo abierto y para grandes alturas donde la variación de la velocidad de viento con el tiempo es mucho más suave.

Para un edificio de paredes cerradas, la trayectoria de las líneas de flujo del aire se muestra en la figura 3.32. De ella se deduce que el viento produce un empuje sobre la cara de barlovento y succiones en la cara de sotavento y en el techo. En techos inclinados, si la pendiente es muy grande llega a generarse empuje en la cara de barlovento del techo. La figura 3.33 muestra la distribución de presiones medida en un modelo de edificio de geometría similar al anterior sujeto en túnel de viento a una velocidad constante del aire. Se aprecia que no se comete un error excesivo si se supone constante la presión en cada una de las dos caras normales a la dirección del flujo, lo que permite especificar un factor de forma constante para la cara de barlovento y otro para la de sotavento. En las caras laterales y en el techo se presentan succiones muy altas en las zonas adyacentes a la cara de barlovento y valores mucho menores en zonas más alejadas de esta cara.

Los coeficientes de empuje especificados por el RCDF para este tipo de edificios se muestran en la tabla 3.15. Cualitativamente son congruentes con los resultados de la figura 3.33. Los coeficientes de empuje en las caras de barvolento y de sotavento dan lugar a fuerzas en la misma dirección por lo que se pueden sumar y aplicar un solo coeficiente (1.33) para la determinación de la fuerza horizontal total (fuerza de arrastre) sobre la estructura principal.

Tabla 3.15 Factores de presión para edificios y construcciones cerradas (sección 3.3 de las NTC de viento del RCDF).

	C_p
Pared de barvolento	0.8
Pared de sotavento *	− 0.5
Paredes laterales	− 0.7
Techos planos	− 0.7
Techos inclinados para acción paralela a las generatrices	− 0.7
Techos inclinados, lado de sotavento	− 0.7
Techos inclinados, lado de barvolento **	$-0.8<0.04\theta-1.6<1.8$

* La succión se considerará constante en toda la altura de la pared de sotavento y se calculará para un nivel z igual a la altura media del edificio.

** θ es el ángulo de inclinación del techo en grados.

La presión calculada con la ecuación 3.29 se multiplicará por el área expuesta al viento, proyectada en la dirección normal a la dirección de éste para fines de determinar la fuerza de arrastre. En estructuras abiertas como torres y armaduras, se proyectará el área de cada elemento estructural.

Los códigos incluyen factores de presión, C_p, para una gran variedad de tipos y formas de construcción. Estas toman en cuenta no sólo las diferencias de forma sino también algunos probelmas dinámicos que se presentan en ciertos tipos de estructura. se remite a los códigos específicos para los coeficientes para torres, chimeneas, anuncios, etcétera.

En construcciones abiertas de manera que el aire pueda penetrar en ellas y actuar en las superficies interiores de la construcción, deberán considerarse como áreas expuestas también dichas superficies y determinar las presiones en ellas con los factores de empuje indicados por los reglamentos para esta situación.

Un aspecto que adquiere importancia en edificios altos es el relativo a los efectos del momento de volteo que corresponde a las fuerzas horizontales producidas por el viento, debido al cual se generan fuerzas axiales en las columnas y podría llegarse a presentar el volteo global de la construcción. El momento de volteo se calcula a partir de la posición de la resultante de las fuerzas de viento y es necesario considerar una excentricidad accidental para tomar en cuenta la posibilidad de que la distribución de los empujes con la altura sea

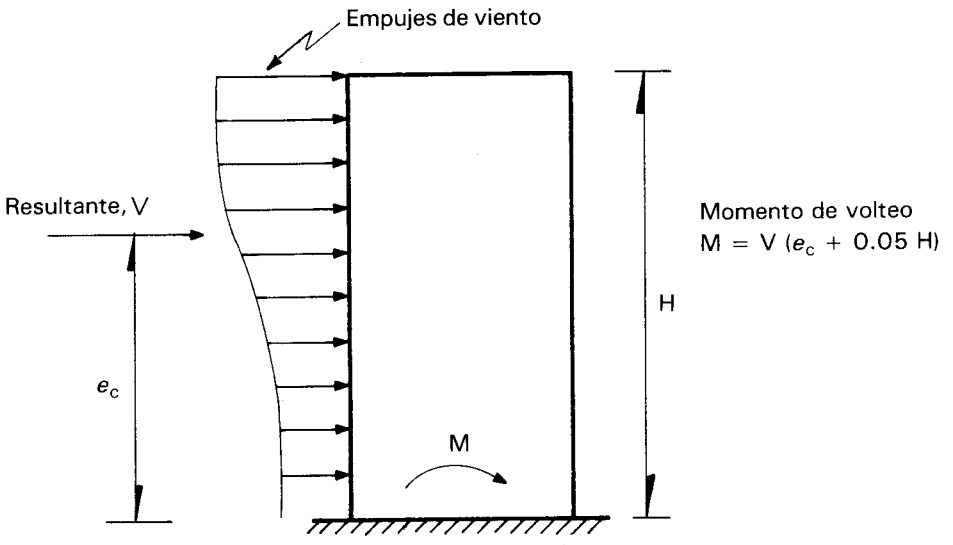


Figura 3.34. Momento de volteo en un edificio por las fuerzas laterales de viento.

más desfavorable que la especificada por el código. Según el RCDF la excentricidad accidental debe tomarse como 5 por ciento de la altura del edificio. El problema se ilustra en la figura 3.34.

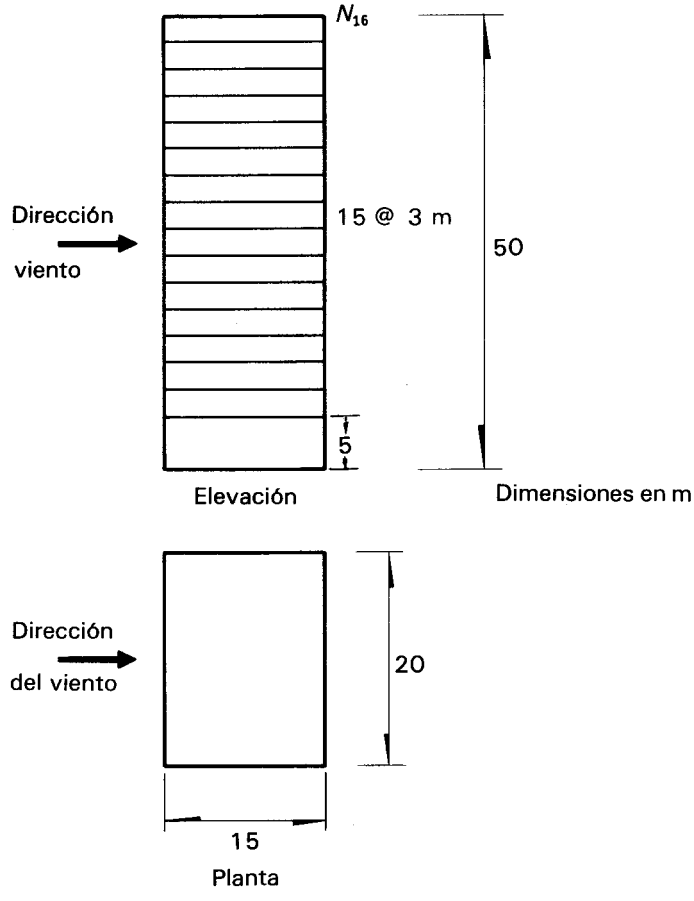
El factor de forma de la construcción expuesta al viento, C_p, permite obtener un promedio de las presiones ejercidas sobre el área en estudio, de manera que se pueda usar la presión calculada como uniformemente distribuida sobre toda el área. Debido a la gran variedad de formas de las construcciones y a la frecuente irregularidad de éstas, las normas incluyen generalmente una larga lista de expresiones y gráficas para la determinación de dichos coeficientes que se basan en mediciones de presión en modelos de diferentes formas y dimensiones colocados en túnel de viento.

Para estructuras de gran importancia, de formas geométricas radicalmente diferentes de las hasta ahora estudiadas y para las cuales se espera que los efectos de viento sean significativos, resulta necesario recurrir a estudios en túnel de viento. Estos estudios consisten en colocar un modelo que represente a escala reducida la estructura en consideración en un túnel en que se puede producir un flujo uniforme de aire a velocidades convenientes. Los estudios pueden ser de tipo estático para conocer la distribución de presiones y determinar los coeficientes de empuje correspondientes a diferentes zonas de la estructura, o de tipo dinámico, en cuyo caso el modelo debe reproducir no sólo las características geométricas del prototipo sino también las de masa y rigidez d acuerdo con leyes de similitud que resultan bastante difíciles de cumplir. Se opta con frecuencia por reproducir sólo una porción de la estructura y reproducir la rigidez de la parte faltante con apo-

estructura y reproducir la rigidez de la parte faltante con apoyos de rigidez adecuada. Las normas ANSI contienen recomendaciones sobre el estudio de los efectos de viento por medio de ensayes en túnel de viento.

Ejemplo 3.7 Fuerzas de viento actuando en un edificio.

Calcular las fuerzas horizontales para el diseño por viento del edificio representado esquemáticamente en la figura y ubicado en la Ciudad de México, de acuerdo con el RCDF y sus normas técnicas complementarias de diseño por viento.



Se trata de una estructura del grupo A ubicada en zona de terreno abierto, zona C. La relación entre altura y dimensión menor en planta es menor que cinco, es decir

$$\frac{h}{l_{min}} = \frac{50}{15} = 3.33 < 5$$

Por ello se trata de una estructura del tipo I, poco sensible a las ráfagas y a los efectos dinámicos del viento.

La presión que ejerce el viento sobre la estructura está dada por:

$$p = C_p \; C_z \; K \; p_o$$

Po = 35 kg/m^2 para estructuras del grupo A.

$$C_z = \left(\frac{z}{10}\right)^{2/a}$$

Los valores de K y a se encuentran en la tabla 3.14 para nuestro caso son; 1.6 y 7, respectivamente.

Según la tabla 3.15, Cp tomara los siguientes valores, para el caso de edificios y construcciones cerradas.

	Cp
Para la pared de barlovento	0.8
Para la pared de sotavento*	−0.5
Para las paredes laterales	−0.7

* Para la cara de sotavento se considera una succión constante en toda la altura de la pared de sotavento y se calcula a la altura media del edificio.

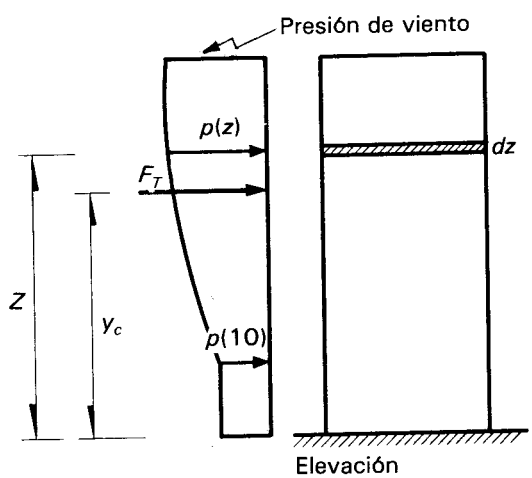
Para barlovento

$$P = 0.8 \left(\frac{z}{10}\right)^{2/7} (1.6)\,(35)$$

Para sotavento

$$P = 0.5 \left(\frac{25}{10}\right)^{2/7} (1.6)\,(35) = -36.4 \text{ kg / m}^2$$

Para fines de encontrar las fuerzas de viento aplicadas a nivel de cada piso, se calcula la presión del viento para las alturas, z, de cada uno de los pisos a partir del nivel 0. Los resultados se muestran en la columna (3) de la tabla adjunta.



La fuerza de viento aplicada en cada nivel se obtiene multiplicando la presión por el área tributaria de cada nivel; ver columna (4) de la tabla

$$F = p\, B\, \Delta_z$$

en que B es el ancho de la superficie expuesta al viento y Δ_z es la distancia entre los centros de entrepisos sucesivos. $\Delta_z = 3.0$ m para todos los niveles excepto el último en que $\Delta_z = 1.5$ m y el primero en que $\Delta_z = 5/2 = 2.5$ m.

El empuje total del viento y su resultante pueden calcularse analíticamente en forma más precisa de la manera siguiente.

Se puede establecer, como se aprecia en figura siguiente

$$F_T = \int_0^{50} p(z)\, B\, dz$$

sustituyendo los datos se tiene.

$$F_T = b\, C_p \left\{ p_o\, K \int_0^{10} dz + p_o\, K \int_{10}^{H} \left(\frac{z}{10}\right)^{\frac{2}{a}} dz \right\}$$

$$F_T = b\, C_p \left\{ P_o\, K\, (10) + \frac{P_o\, K}{(10)^{2/a}} \frac{a}{(2+a)} \left[H^{\left(\frac{2+a}{a}\right)} - 10^{\left(\frac{2+a}{a}\right)} \right] \right\}$$

$$F_T = 20\,(0.8) \left\{ 35\,(1.6)\,(10) + \frac{35\,(1.6)}{(10)^{2/7}} \frac{7}{2+7} \bullet \left[(50)^{\left(\frac{2+7}{7}\right)} - (10)^{\left(\frac{2+7}{7}\right)} \right] \right\}$$

$$F_T = 16\,[\,560 + 22.56\,(133.59)\,] = 57179.5 \text{ kg}$$

Tabla del ejemplo 3.7

Nivel	z m	p kg/m^2	F ton
0	0	44.8	2.24
1	5	44.8	3.58
2	8	44.8	2.69
3	11	46.0	2.76
4	14	49.3	2.96
5	17	52.1	3.12
6	20	54.6	3.28
7	23	56.8	3.41
8	26	58.9	3.53
9	29	60.7	3.64
10	32	62.5	3.75
11	35	64.1	3.84
12	38	65.6	3.94
13	41	67.0	4.02
14	44	68.4	4.10
15	47	69.7	4.18
16	50	71.0	2.13

El resultado es prácticamente igual al obtenido de la tabla.

$$S = 57.17 \text{ ton}$$

El punto de aplicación de la resultante puede determinarse de manera semejante, con el procedimiento siguiente:

Para barlovento

$$F_T \bullet z = \int_0^{50} z\, p(z)\, dz = b\, C_p \left\{ P_o\, K \int_0^{10} z\, dz + P_o\, K \int_{10}^{H} \left(\frac{z}{10}\right)^{2/a} z\, dz \right\}$$

$$F_T \bullet z = b\, C_p \left[P_o\, K \frac{z^2}{2} \Big|_0^{10} + \frac{P_o\, K}{(10)^{(2/a)}} \int_{10}^{H} z^{(2/a+1)}\, dz \right]$$

$$F_T \bullet z = b\, C_p \left[P_o\, K \frac{(10)^2}{2} + \frac{P_o\, K}{(10)^{0.2857}} \frac{z^{2.2857}}{2.2857} \Big|_{10}^{H} \right]$$

$$F_T \bullet z = 20\,(0.8) \left[\frac{35\,(1.6)\,(10)^2}{2} + \frac{35\,(1.6)}{(10)^{0.2857}} \left(\frac{(50)^{2.2857}}{2.2857} - \frac{(10)^{2.2857}}{2.2857} \right) \right]$$

$$F_T \bullet z = 16\,(\,2800 + 29\,[3259.9211\,]\,) = 1557403.39 \text{ ton} - \text{m}$$

$$\bar{z} = \frac{1557403.39}{57179.5} = 27.24 \text{ m}$$

Para sotavento

$$F = P_o\, K\, C_z\, C_p\, b\, H = 35(1.6) \left(\frac{25}{10} \right)^{0.2857} (-0.5)\,(20)\,(50) = 36\,379.37 \text{ kg}$$

Cálculo del momento y fuerza total

$$F_T = 57180 + 36379 = 93559 \text{ kg} = 93.6 \text{ ton}$$

Punto de aplicación de la fuerza

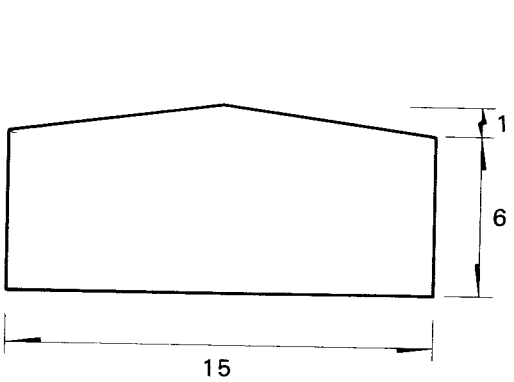
$$\bar{z} = \frac{27.24\,(57180) + 25\,(36379)}{57180 + 36379} = 26.37 \text{ m}$$

Así el momento de volteo resulta ser el siguiente

$$M_v = 26.37\,(93559) = 2\,467054 \text{ kg} - \text{m}$$

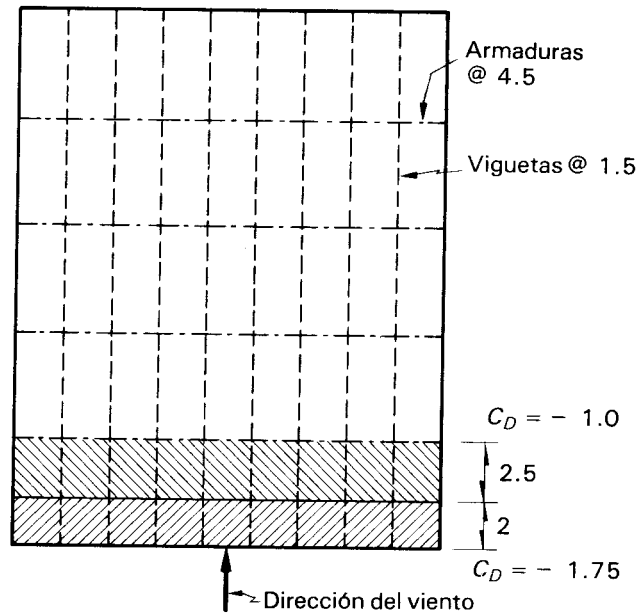
Ejemplo 3.8. Diseño por viento de una cubierta ligera.

Diseñar, incluyendo los efectos viento, las viguetas de techo de una estructura para bodega industrial situada a las orillas de la ciudad de México.



Vista Frontal

Dimensiones en m



Planta de la cubierta

Se trata de una estructura del grupo B que, por encontrarse en terreno abierto con pocas obstrucciones, se clasifica como del tipo C y del tipo I.

a) Fuerzas de viento

La fuerza de succión que ejerce el viento en la cubierta se determina con la siguiente expresión:

$$P = p_o K C_z C_p$$

de acuerdo a las normas técnicas complementarias de diseño por viento.

Donde;
p_o; es la presión del viento.
K; es el factor de corrección por exposición.
C_p; es el factor de empuje.
C_z; es el factor de corrección por altura y está dado por:

$$C_z = \left(\frac{z}{10}\right)^{2/\alpha}$$

z; es la altura a la cual actúa el viento; *si* $z < 10$ entonces $C_z = 1.0$

La acción del viento es máxima, a un décimo de la menor dimensión en planta, donde el factor de empuje, C_p, es mayor.

$C_{p1} = 0.8$ pared de barlovento.
$C_{p2} = -0.7$ paredes laterales.
$C_{p4} = -0.5$ pared de sotavento.
C_{p3}; en las cubiertas inclinadas el factor de empuje está definido por:

$$-0.8 \geq 0.04 - \geq 0.8$$

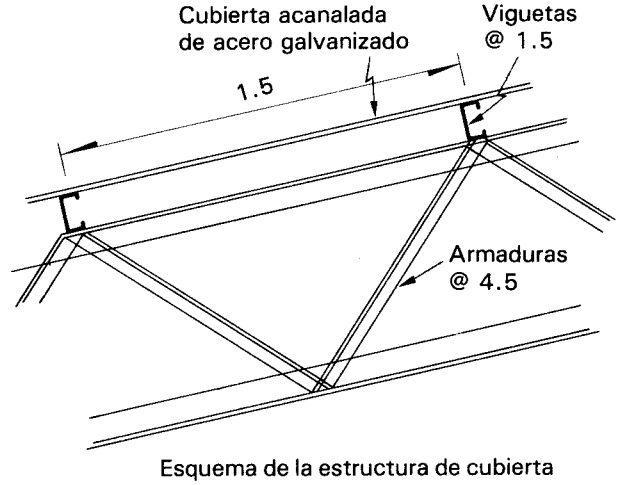
donde;

q es la inclinación de la cubierta.

Para nuestro caso $C_{p3} = -0.8$

Así se obtienen las siguientes presiones actuantes en la cubierta

$P_1 = 30\ (1.6)\ (1)\ (0.8) \quad = 38.4\ kg/m^2$
$P_2 = 30\ (1.6)\ (1)\ (-0.7) = -33.6\ kg/m^2$
$P_3 = 30\ (1.6)\ (1)\ (-0.8) = -38.4\ kg/m^2$
$P_4 = 30\ (1.6)\ (1)\ (-0.5) = -24.0\ kg/m^2$

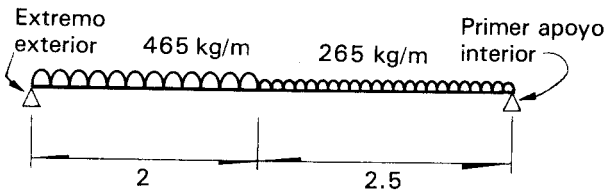


Esquema de la estructura de cubierta

Cada vigueta soporta un ancho tributario de cubierta de 1.5 m, por lo que la succión por unidad de longitud, debido a viento, resulta:

$w_v = -38.4\ (1.5) = 57.6\ kg/m$
$w_v = 33.6\ (1.5) \quad = 50.4\ kg/m$

Las viguetas se apoyan en tramos separados sobre cada armadura; de manera que cada una se puede analizar como una viga simplemente apoyada sujeta a una carga uniforme de diferente intensidad sobre dos tramos, como se indica en la figura siguiente



Cargas de viento sobre las viguetas

La presión del viento se ejerce en la dirección de uno de los ejes principales de la sección.

b) Otras acciones

Carga muerta	
Peso de la cubierta de lámina	$= 15$ kg/m^2.
Carga viva	
Para techos con inclinación entre 5 y 15°, de la tabla 3.3	$= 40$ kg/m^2.
Adicional por granizo	$= 30$ kg/m^2.
Carga total	85 kg/m^2.
Carga por unidad de longitud	$85\ (1.5) = 127.5$ kg/m.
Peso propio (estimación previa)	$= 4.0$ kg/m.
Carga total por unidad de longitud	$= 131.5$ kg/m » 132 kg/m

Esta carga se aplica en dirección vertical, de manera que produce flexión con respecto a los dos ejes principales de la sección.

El ángulo de la línea de aplicación de la carga con respecto al eje vale

$$\alpha = \text{ang tan}\left(\frac{1}{7.5}\right) = 7.6°$$

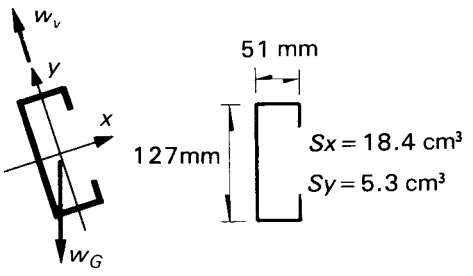
$\cos \alpha = 0.99$

$\text{sen } \alpha = 0.13$

El componente de la carga que produce flexión con respecto al eje de mayor momento de inercia vale

$$w_{Cx} = 132 \times 0.99 = 130.7 \text{ kg/m}$$
$$w_{Cx} = 132 \times 0.13 = 130.7 \text{ kg/m}$$

Se propone una sección con las características de la figura siguiente, de lámina delgada de acero de alta resistencia, con esfuerzo nominal de fluencia de 3 500 kg/cm^2.



Dirección de las cargas de viento (w_v) y de gravedad (w_a) sobre las viguetas

La vigueta está ligada a la cubierta de lámina, la cual le proporciona cierta restricción a la flexión lateral del patín superior. Es aceptable considerar que esta restricción es suficiente para evitar problemas de pandeo lateral de la vigueta, pero no contribuye a resistir la flexión en el sentido del eje de menor momento de inercia de la sección, por lo que ésta deberá revisarse por flexión biaxial.

Es común para este tipo de estructura emplear un criterio de diseño por esfuerzos admisibles en que el esfuerzo permisible en flexión vale

$$f_p = 0.6\, f_y = 0.6\ (3500) = 2100\ \text{kg/cm}^2$$

La revisión de los esfuerzos se hace con la fórmula de la escuadría para flexión biaxial

$$\frac{M_y}{S_y} + \frac{M_x}{S_x} \leq f_p$$

Para la viga simplemente apoyada con claro de 4.5 m, se tiene

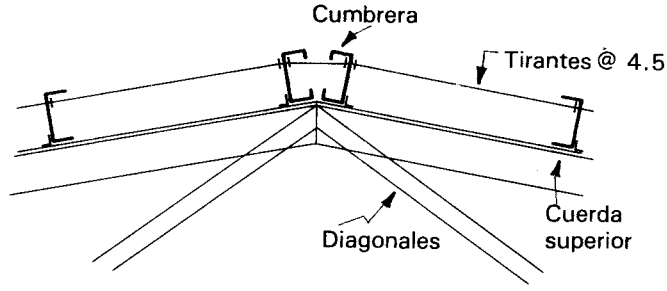
$$M_x = \frac{130.7\ (4.5)^2}{8} = 330.8\ \text{kg-}m = 33083\ \text{kg-cm}$$

$$M_y = \frac{17.2\ (4.5)^2}{8} = 43.54\ \text{kg-}m = 4354\ \text{kg}$$

Por lo tanto

$$\frac{33083}{18.4} + \frac{4354}{5.3} = 2619.5\ \text{kg/cm}^2 > f_p$$

El esfuerzo actuante resulta mayor que el permisible, por lo que se debería aumentar la sección o, lo que es más económico, usar un tirante de varilla que reduzca el claro en la dirección débil, ver figura.



Tirantes para reducir la flexión transversal en las viguetas

Si se usa un tirante al centro de cada vigueta, el claro se reduce a la mitad y el momento flexionante máximo con respecto al eje y disminuye a una cuarta parte, por lo que el esfuerzo actuante total resulta, claramente, menor que el permisible.

$$f_x = \frac{33083}{18.4} = 1798 \text{ kg/cm}^2 < f_p$$

c) Revisión por efecto de viento más cargas gravitacionales

Al incluir el efecto de viento debe considerarse nula la carga viva, ya que su efecto es favorable en cuanto contrarresta la succión debida al viento.

La presión neta sobre las viguetas será la debida a viento menos la componente de la carga muerta proyectada sobre el eje y; esta última vale

peso cubierta = 15 × 1.5	= 22.5 kg/m
peso propio	= 4.0 kg/m
peso total	= 26.5 kg/m

Proyectando sobre el eje y

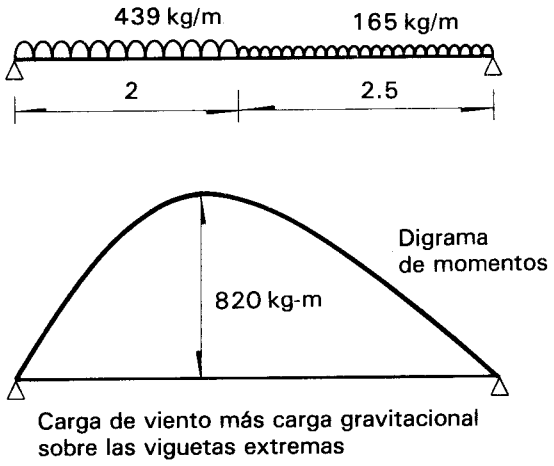
$$w_{CM} = 26.05 \cos a = \times 0.99 = 26 \text{ kg/m}$$

La presión (succión) neta resulta

$w_v = 57.6 - 26 = 31.6$ kg/m en la parte exterior
$w_v = 50.4 - 26 = 24.4$ kg/m en la parte interior

De la superposición de las soluciones de dos vigas simplemente apoyadas con carga uniforme sobre parte del claro, resulta el diagrama de momentos de la figura siguiente en que el momento máximo vale

$$M_x = 72.29 \text{ kg-m} = 7\,229 \text{ kg-cm}$$



Carga de viento más carga gravitacional sobre las viguetas extremas

Ignorando el efecto de flexión con respecto al eje x, se tiene el esfuerzo actuante en la sección

$$f = \frac{M_x}{S_x} = \frac{7229}{18.4} = 392.9 \text{ kg / cm}^2 < f_p$$

El cual resulta muy inferior al permisible.

Cada vigueta soporta un ancho tributario de cubierta 1.5 m, por lo que la presión por unidad de longitud debido a viento, resulta.

La vigueta se apoya en tramos separados sobre cada armadura; de manera que se puede analizar como una viga simplemente apoyada sujeta a una carga uniforme de diferente intensidad sobre dos tramos.

La presión del viento se ejerce en la dirección de uno de los ejes principales de la sección.

b) Otras acciones

Carga muerta
Peso de la cubierta de acero corrugado $= 15 \text{ kg/m}^2$

Carga viva
Para techos con inclinación entre 5 y 15°, de la tabla 3.3, $= 60 \text{ kg/m}^2$
Total 75 kg/m^2

Carga por unidad de longitud = 75 × 1.50 $= 112$ kg/m
Peso propio (estimación previa) $= 4$ kg/m
Carga por unidad de longitud debido a fuerzas gravitacionales, W_G $= 116$ kg/m

Esta carga se aplica en dirección vertical, de manera que produce flexión con respecto a los dos ejes principales de la sección.

El ángulo de la línea de aplicación de la carga con respecto al eje vale

$$\alpha = \text{ang tan}\frac{1}{7.5} = 7.6^\circ, \cos\alpha = 0.99, \text{ sen } \alpha = 0.13$$

El componente de la carga que produce flexión con respecto al eje de mayor momento de inercia vale

$$W_{Gx} = 116 \times 0.99 = 115 \text{ kg/m}$$

y la que produce flexión con respecto al eje de menor momento de inercia

$$W_{Gx} = 146 \times 0.13 = 15 \text{ kg/m}$$

Se propone una sección con las características de la figura, de lámina delgada de acero de alta resistencia, con esfuerzo nominal de fluencia de 3 500 kg/cm^2.

La vigueta está ligada a la cubierta de acero corrugado la cual proporciona cierta restricción a la flexión lateral del patín superior. Es aceptable considerar que esta restricción es suficiente para evitar problemas de pandeo lateral de la vigueta pero no contribuye a resistir la flexión en el sentido del eje de menor momento de inercia de la sección, por lo que ésta deberá revisarse por flexión biaxial.

Es común para este tipo de estructura emplear un criterio de diseño por esfuerzos admisibles en que el esfuerzo permisible en flexión vale

$$f_p = 0.6 f_y = 0.6 \times 3\,500 = 2\,100 \text{ kg/cm}^2$$

La revisión de esfuerzos se hace con la fórmula de la escuadría para flexión biaxial

$$\frac{M_y}{S_y} + \frac{M_x}{S_y} \leq f_p$$

Para la viga simplemente apoyada con claro de 4.5 m, se tiene

$$M_x = 115 \times \frac{4.5^2}{8} = 291 \text{ kg-m} = 29\,100 \text{ kg-cm}$$

$$M_y = \frac{15 \times 4.5^2}{8} = 38 \text{ kg-m} = 3\,800 \text{ kg-cm}$$

Por tanto

$$\frac{29\,100}{18.4} + \frac{3\,800}{5.3} = 1581 + 717 = 2\,298 \text{ kg/cm}^2$$

El esfuerzo actuante resulta mayor que el permisible por lo que se debería aumentar la sección o, lo que es más económico, usar tirantes de varillas que reduzcan el claro en la dirección débil.

Si se usa un tirante al centro de cada vigueta, el claro se reduce a la mitad y el momento flexionante máximo con respecto al eje y disminuye a una cuarta parte, por lo que el esfuerzo actuante total resulta, claramente, menor que el permisible.

c) Revisión por efecto de viento más cargas gravitacionales

Al incluir el efecto de viento debe considerarse nula la carga viva, ya que su efecto es favorable en cuanto contrarresta la succión debida a viento.

La presión neta sobre las viguetas será la debida a viento menos la componente de la carga muerta proyectada sobre el eje y; esta última vale
peso cubierta = 15 kg/m^2 × 1.5 m = 22.5 kg/m

peso propio = 4.0

26.5 kg/m

proyectando sobre el eje *y*

$$W_{CM} = 26.5 \cos a = 26.5 \times 0.99 = 26 \text{ kg/m}$$

La presión neta resulta

$W_V = 465 - 26 = 439$ kg/m, en la parte exterior
$W_V = 265 - 26 = 239$ kg/m, en la parte interior

De la superposición de las soluciones de dos vigas simplemente apoyadas con carga uniforme sobre parte del claro, resulta el diagrama de momentos de la figura en que el momento máximo vale

$$M_x = 820 \text{ kg-m} = 82\,000 \text{ kg-cm}$$

Ignorando el efecto de la flexión con respecto al eje *x* se tiene

$$f = \frac{M_x}{S_x} = \frac{82\,000}{18.4} = 4\,460 \text{ kg/cm}^2$$

muy superior al esfuerzo permisible que en este caso es 30 por ciento mayor que en el caso anterior por tratarse de una combinación que incluye acciones accidentales.

$$f_p = 1.3 \times 2\,100 = 2\,730 \text{ kg/cm}^2$$

Es necesario incrementar la sección considerablemente
Si se usa una sección más pesada (6MT10 con $S_x = 36$ cm^3, $S_y = 10.4$ cm^3), el esfuerzo debido a la flexión alrededor del eje *x* vale

$$f = \frac{M_x}{S_x} = \frac{82\,000}{36} = 2\,280 \text{ kg/m}^2$$

Este esfuerzo resulta bastante menor que el permisible (2 730 kg/cm^2). Los esfuerzos por momento en la dirección débil son suficientemente pequeños para que el esfuerzo total no exceda del permisible.

Conviene llamar la atención sobre el hecho de que se tuvo que aumentar a prácticamente el doble el módulo de sección con respecto al necesario por cargas verticales, para poder resistir los efectos de viento.

3.9 OTRAS ACCIONES ACCIDENTALES

Existen otros tipos de acciones que pueden en forma excepcional afectar a una estructura y que deben ser consideradas en el diseño. Todas, por su carácter, se prestan poco a ser modeladas por medio de sistemas de cargas aplicados estáticamente y requieren ya sea de un análisis refinado de tipo dinámico o precauciones cualitativas para minimizar sus efectos.

Los *sismos* tienen una probabilidad no despreciable de producir acciones significativas en las estructuras situadas en muchas regiones; en particular gran parte de la República Mexicana es sísmicamente activa. Estrictamente, ninguna región del globo está exenta de la probabilidad de resentir los efectos sísmicos. Por tanto, en estructuras de particular importancia es necesario considerar estas acciones aun en zonas normalmente consideradas no sísmicas.

El efecto de los sismos depende de una interacción compleja entre los movimientos del suelo y la respuesta de la estructura. El diseño para resistir sismos implica precauciones especiales de estructuración, dimensionamiento y detallado, además de un análisis cuantitativo de las solicitaciones que se presentan. Por la importancia que este tema tiene en el diseño de las estructuras en México y en muchos otros países, así como por la peculiaridad de los métodos de diseño sismorresistente, este tema será objeto de un capítulo específico.

Las *explosiones* son fenómenos que pueden afectar prácticamente a todas las construcciones. En edificios de habitación, el gas doméstico es la fuente más frecuente de explosiones. Las explosiones externas debidas a vehículos que transportan gases o a bombas, pueden excepcionalmente afectar cualquier estructura.

Una explosión genera un desplazamiento de la masa de aire que da lugar a un incremento brusco de presión al frente de una onda de choque que viaja a gran velocidad, seguido por una zona de presión negativa de menor intensidad, como se aprecia en la figura 3.35. La presión que se genera depende del tipo y cantidad de explosivo, de la distancia del punto donde se origina la explosión y de las condiciones de ventilación del lugar. En habitaciones ce-

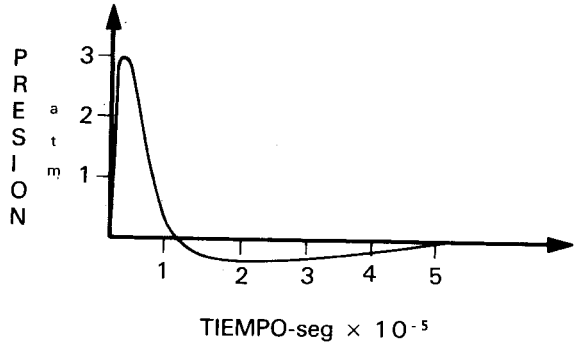


Figura 3.35. Curva típica presión contra tiempo producida en un punto cercano a una explosión.

rradas, por explosiones de gas se han medido presiones en las paredes que varían entre 200 y 500 kg/m^2. En general la falla de ventanas o paredes divisorias permite la liberación de la energía de la explosión sin que se lleguen a ocasionar daños graves a las estructuras comunes que poseen adecuada ductilidad y continuidad en sus conexiones.

Los daños estructurales se suelen limitar a agrietamientos o fallas locales en las losas. Sin embargo, algunas estructuraciones poco apropiadas han dado lugar a fallas catastróficas a raíz de explosiones. Éstas son, por ejemplo, los edificios de paneles prefabricados si se confía esencialmente en la acción de la gravedad para mantener la continuidad en las uniones a través de la fricción en las zonas de contacto entre losas y muros; una explosión puede producir el desprendimiento de algunas paredes y dejar las losas sin apoyo, lo que origina un colapso progresivo.

Un caso muy grave de daños estructurales debido a explosión se dio en Guadalajara, Jalisco, en 1992, donde la tubería de drenaje explotó en varios cientos de metros por la acumulación de gases y causó el colapso de un gran número de construcciones de adobe o de mampostería no reforzado. El mecanismo de falla fue como el indicado anteriormente: la onda explosiva produjo el derrumbe de los muros de fachada al recibir el impacto de la onda explosiva. Los techos perdieron su apoyo y también se derrumbaron (figura 3.36). Aquellas construcciones que tenían una liga adecuada entre techos y muros sufrieron sólo daños menores.

Por la ocurrencia de diversas fallas de ese tipo, se han introducido en las normas de diversos países requisitos que prohiben expresamente sistemas constructivos que no posean una mínima continuidad y ductilidad, con el fin de impedir que la falla de uno o más elementos estructurales acarree el colapso de toda la estructura.

Las estructuras que han sido proyectadas para resistir efectos sísmicos o de viento poseen en general las características de resistencia a fuerzas laterales, de continuidad y ductilidad adecuadas para soportar sin graves daños los efectos de explosiones.

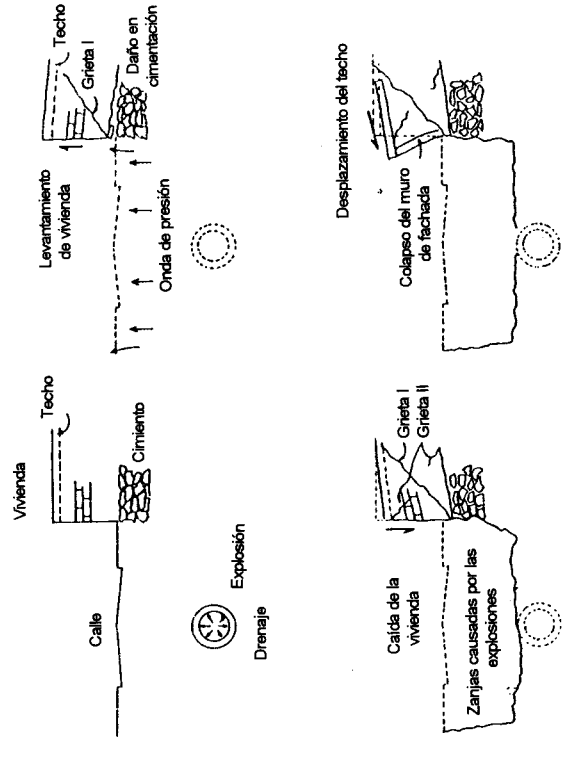


Figura 3.36. Mecanismo de falla probable de viviendas de mampostería no reforzada (Guadalajara, 1992, referencia 3.22).

En algunas estructuras industriales el riesgo de explosión es significativamente superior a lo usual debido a que contienen equipos de alta presión o explosivos. En estas construcciones, es necesario tomar precauciones específicas para evitar daños mayores a raíz de explosiones. Estas precauciones pueden consistir en proporcionar suficiente ventilación para que una parte importante de la energía se disipe hacia fuera de la estructura, o viceversa, tratar de contenerla dentro de la zona afectada para que no provoque daños al exterior. En este último caso será necesario diseñar las paredes y techos para que sean capaces de soportar presiones del orden de las mencionadas anteriormente.

Es obvio que en estos casos no es razonable pretender diseñar la estructura para que soporte la explosión manteniendo su respuesta dentro del intervalo de comportamiento lineal. Es aceptable que los miembros que tengan como función absorber la energía de la explosión lo hagan a costa de daños locales y de comportamiento inelástico. Siguiendo criterios similares a los que se describen en detalle para diseño sismorresistente en el capítulo 6, lo esencial no es tanto proporcionar alta resistencia a fuerzas estáticas, sino gran ductilidad y evitar la posibilidad de que se produzca una falla progresiva.

El *impacto* de un objeto sobre cualquier parte de una estructura implica que ésta deba disipar una cantidad de energía proporcional a la masa del objeto y al cuadrado de su velocidad. Esta energía debe absorberse esencialmente por deformación del objeto o de la estructura.

Casos en que el impacto puede provocar consecuencias graves en la estructura son los relacionados con el choque de vehículos en columnas de edificios o en apoyos de puentes carreteros, el de caídas de equipos y objetos durante la construcción, así como de los objetos pesados que a veces se manejan en plantas industriales. Si se exceptúan algunas estructuras cuya principal función es precisamente absorber impacto, las acciones de este tipo no se suelen considerar explícitamente en el diseño, sino que, cuando la probabilidad de impacto es alta, resulta más económico proporcionar protecciones locales para los elementos que pueden recibir estas acciones; en caso contrario, la ductilidad y continuidad de la estructura deben proteger contra la transmisión de daño fuera de la zona local donde se presenta el impacto.

Un ejemplo típico de los requisitos de diseño con que se pretende proteger contra los efectos de impacto es la exigencia del RCDF de que cualquier parte de una losa o muro con funciones estructurales debe ser capaz de resistir una carga de 100 kg concentrada en un área de 100 cm^2. Con este procedimiento estático burdo se intenta evitar la posibilidad de daños o fallas locales por el impacto de algún objeto o equipo, que pueda verificarse especialmente durante la construcción, por ejemplo el debido a la caída de un poste de madera.

De manera similar, en el diseño de puentes, el impacto y efectos dinámicos que se generan por el tránsito de vehículos sobre una superficie irregular se toman en cuenta mediante fuerzas estáticas equivalentes, o más específicamente, mediante un incremento en las fuerzas gravitacionales de carga viva.

El tratamiento cuantitativo del impacto se ve dificultado por las características dinámicas de la acción y por los aspectos no lineales de los mecanismos mediante los cuales se disipa la energía. En estructuras que deben absorber fuerzas de impacto importantes resulta conveniente proporcionar dispositivos que disipen la mayor parte de la energía mediante deformaciones inelásticas y que protejan a la estructura aun a costa de su falla. Las características de disipación de energía de estos mecanismos se determinan, en general, por medios experimentales. Las estructuras de muelles y embarcaderos son casos típicos de estos problemas; su diseño tiene bases esencialmente empíricas y se encuentra tratado en textos especializados (referencia 3.25).

La acción de los *incendios* sobre una estructura es de dos tipos; por una parte el fuerte incremento de temperatura involucrado produce solicitaciones si la deformación de alguna parte de la estructura está restringida; por otra, muchos materiales estructurales ven afectada su resistencia a altas temperaturas y por tanto la capacidad de carga de la estructura se reduce.

Las solicitaciones inducidas por el aumento de temperatura podrían tratarse teóricamente con la forma general expuesta en el subcapítulo 3.7. La reducción de la capacidad de distintos materiales va desde la combustión para la madera y algunos plásticos, hasta el reblandecimiento en el acero. La resistencia del concreto no se altera prácticamente por el fuego y la temperatura; sin embargo, el concreto puede agrietarse y descascararse debido a las grandes deformaciones del acero de refuerzo cuando éste llega a alta temperaturas.

El tratamiento cuantitativo de los efectos de incendio no se justifica prácticamente en ninguna estructura, por la dificultad de predecir las máximas temperaturas que se van a presentar y la distribución de éstas y por la no linealidad del problema.

Los requisitos para la protección de la estructura contra incendio tienen como objetivo evitar que ocurran fallas locales o colapso total durante el tiempo suficiente para el desalojo de los ocupantes y para la intervención de los equipos para controlar el fuego. Las precauciones que se requiere para minimizar los efectos de incendio son la protección de los elementos por medio de recubrimientos incombustibles y aislantes y el empleo de secciones con espesores relativamente gruesos para evitar su rápida combustión, en el caso de la madera, o su pandeo, en el caso del acero.

3.10 ACCIONES DURANTE LA CONSTRUCCIÓN

Hasta ahora se han considerado sólo las acciones que pueden afectar una estructura una vez que la construcción ha sido terminada, ha entrado en operación y está expuesta a efectos ambientales. En diversos casos resultan críticas para la estructura las acciones que se presentan antes de su terminación, debidas a las operaciones propias de la construcción o a efectos ambientales antes de que la estructura haya adquirido su forma y resistencia finales.

El proyectista, y especialmente el constructor, deben ejercer control sobre estas acciones de manera que, de preferencia, sus efectos se limiten a niveles que no rijan el diseño, o en caso de que esto no sea posible, sus efectos sean mínimos y sean tomados en cuenta en el proyecto.

La mayoría de las fallas estructurales ocurren durante la construcción, aunque es quizá exagerado afirmar como Hardy Cross que "si la estructura puede construirse, muy probablemente podrá usarse con seguridad". Son numerosos los casos de colapsos de estructuras de concreto durante su colado o al descimbrarse y los casos de estructuras prefabricadas de acero o concreto que fallan durante su montaje. Mucho más común es que, por solicitaciones sufridas durante la construcción, estructuras de concreto tengan agrietamientos y deflexiones excesivas que afectan su rigidez en condiciones de servicio, y que estructuras de acero tengan torceduras y plastificaciones locales que afecten su habilidad para soportar cargas. Es fundamental prever las condiciones que se pueden presentar durante la construcción y tenerlas en cuenta en el diseño.

Las cargas de personal, vehículos y equipos que transitan sobre la estructura durante la construcción son menores que las cargas vivas de diseño. No es así cuando se emplean grúas u otros equipos de izaje o transporte muy pesados, y cuando se trata de pisos o techos ligeros. En todos los casos, el constructor distribuirá las cargas de equipos como grúas y malacates, para no producir concentraciones excesivas de cargas en algún elemento. No debe olvidarse el apoyo de un piso recién colado de un edificio en pisos inferiores por medio de pies derechos que soportan la cimbra. Además, como la carga muerta en edificios de concreto es normalmente superior a la carga viva, si el peso del concreto recién vaciado se hace gravitar totalmente en el sistema de piso inferior, éste se sujetará a una carga quizá superior a la de servicio, y esto cuando su resistencia es todavía inferior a la de diseño. Para soportar dichas cargas debe transmitirse su peso a un número de elementos suficientes para que los esfuerzos sean aceptables.

En estructuras prefabricadas el transporte y el izaje inducen distribuciones de fuerzas internas que son radicalmente distintas de las que se presentan en condiciones de servicio.

Existen estructuras con procedimientos constructivos especiales que exigen el diseño de refuerzos específicos para resistir el peso propio, como el caso de los puentes construidos en voladizo. En otras, la forma en que trabajan y los esfuerzos que se presentan dependen esencialmente de la forma en que se construyen, como es el caso de cubiertas colgantes de cables, en que la secuencia de tensado de los cables en cada dirección determina la magnitud de las fuerzas que se presentan en cada cable. Lo mismo ocurre en los puentes atirantados.

También en estructuras prefabricadas comúnmente las condiciones de continuidad en los apoyos de los elementos son radicalmente distintas inmediatamente después del montaje que en su estado final, ya que las conexiones se realizan posteriormente. Esto da lugar a que los momentos positivos en el centro del claro puedan ser significativamente mayores antes de terminar las conexiones que en condiciones de servicio. Muy crítica es la falta de rigidez lateral que estructuras de este tipo tienen antes que se dé continuidad a las conexiones. Es indispensable proporcionar arriostramientos provisionales que impidan que la excentricidad de las cargas que se aplican durante el montaje o alguna carga lateral accidental, provoquen el colapso de la estructura por inestabilidad lateral.

En estructuras compuestas, por ejemplo con vigas prefabricadas de acero o de concreto y con losa de concreto colado en el lugar, las cargas durante la construcción sustituyen una condición crítica de solicitación, ya que gravitan sobre elementos que no han adquirido su condición final. El apuntalamiento es casi siempre la solución más efectiva para evitar incrementar la resistencia de las secciones con el fin de soportar las cargas de construcción.

Las estructuras de acero están sujetas durante su laminación y fabricación a concentraciones locales de esfuerzos, llamadas esfuerzos residuales, debidas a la distinta velocidad de enfriamiento de las diversas partes de la estructura. Es frecuente que por estos efectos se produzcan esfuerzos del orden de la mitad del de fluencia del material o aun fluencias locales. Aunque estos esfuerzos no suelen tener repercusión en la capacidad de carga de la estructura y sólo producen efectos locales, es conveniente tratar de mantenerlos al mínimo siguiendo los procedimientos de fabricación especificados.

3.11 ACCIONES EN ESTRUCTURAS MARÍTIMAS

3.11.1 Descripción del problema

Las obras portuarias y de protección costera incluyen estructuras importantes, como los rompeolas y los muelles; asimismo hay estructuras relevantes apartadas de la costa, como las plataformas de exploración y explotación petrole-

ra y las conducciones submarinas. Estructuras marítimas como las mencionadas deben soportar, además de las acciones ya tratadas debidas a operación y a condiciones ambientales, los efectos de oleaje y corrientes marinas, así como las fuerzas debidas al atracado y amarre de las embarcaciones.

Las fuerzas de oleaje son particularmente críticas en las estructuras alejadas de la costa y en los rompeolas. En los muelles y atracaderos las fuerzas debidas al impacto de las embarcaciones suelen regir el diseño.

La cuantificación de las acciones mencionadas implica aspectos relativamente complejos de hidrodinámica y de oceanografía y es tema de textos especializados de oceanografía como el Wiegel (referencia 3.23), o de ingeniería portuaria, como los de Bruun (referencia 3.24) y de Minikin (referencia 3.25). Aquí se hará un tratamiento simplista de los efectos del oleaje para identificar los factores más importantes y dar una idea aproximada de la magnitud de las acciones que se presentan.

3.11.2 Efectos de oleaje

Salvo algunas excepciones que corresponden a fenómenos extraordinarios como los maremotos, las olas son debidas a la acción del viento sobre la superficie marina. Al trasladarse las masas de aire sobre el mar, las pequeñas diferencias de presión que hay en el aire y la fricción entre aire y agua producen fuerzas sobre la superficie, las cuales ponen en movimiento las partículas de agua. Al encresparse la superficie del mar, el viento ejerce fuerzas de empuje sobre la parte posterior de las olas y de succión sobre la parte frontal. Dichas fuerzas van aumentando al crecer la ola y al oponer ésta cada vez un área mayor a la acción del viento, hasta que se llega a un estado de equilibrio entre las fuerzas de arrastre debidas al viento y las de gravedad del agua, o sea el oleaje llega a un estado estacionario, si el viento actúa con una velocidad constante durante un lapso suficientemente grande. Por lo anterior, las características del oleaje dependen esencialmente de la velocidad del viento que lo genera y podrá establecerse una correlación entre los dos fenómenos.

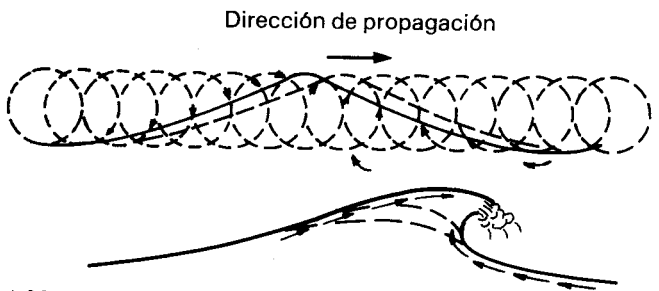
Las partículas de agua que forman una ola no se trasladan, sino que oscilan describiendo una trayectoria aproximadamente circular, como se muestra en la figura 3.37. La posición relativa de una partícula que se encuentra en la superficie, con respecto a las contiguas, varía con el tiempo, en cuanto a que en un instante dado ocupa una posición diferente sobre el círculo que está describiendo. De esta manera la superficie del agua adopta una forma como la que se aprecia en la figura 3.37 y ésta define el perfil de la ola. La

variación de este perfil da la impresión de una traslación del agua o sea que ésta avanza en la dirección de la ola; sin embargo, lo que se mueve es la forma de la ola únicamente, mientras que las partículas de agua no se trasladan.

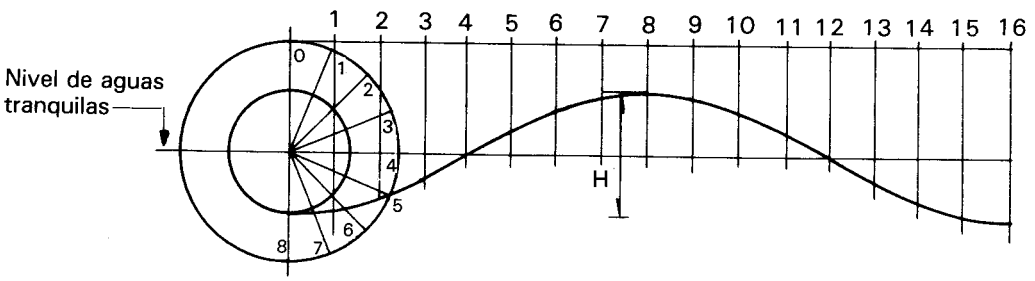
El oleaje puede definirse por tres parámetros principales:

a) La altura de la ola, H, que se mide de cresta a valle. Hay que prestar atención a que la elevación máxima de la ola sobre el nivel de aguas tranquilas es mayor que $H/2$, ya que la superficie del agua sufre un levantamiento global, h_o, de manera que la elevación de la cresta resulta $H/2 + h_o$ y la profundidad del valle, $H/2 - h_o$.

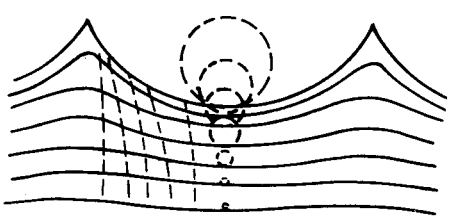
b) La longitud de la ola, L_1, o sea la distancia entre dos crestas sucesivas.



a) Movimiento circular de las partículas de agua en distintas posiciones



b) Perfil de la ola originada por el movimiento circular



c) Variación del perfil a diferentes profundidades

Figura 3.37. Esquemas que ilustran las características del oleaje (adaptado de Minikin, referencia 3.25).

c) El periodo de la ola, T, o sea el tiempo que transcurre para que una partícula haya desarrollado un ciclo completo de su movimiento y vuelva a ocupar la misma posición. El periodo y la longitud de la ola se relacionan con la expresión $L = \frac{gT^2}{2\pi}$ en que g es la aceleración de la gravedad.

Las partículas que se encuentran bajo la superficie también oscilan, describiendo círculos cada vez de menor diámetro a medida que aumenta la profundidad. Por tanto, el perfil de la ola mantiene la misma forma al aumentar la profundidad, pero la amplitud del movimiento disminuye, o sea la altura a que se elevan las partículas de agua se reduce, como se muestra en la figura 3.37c.

La descripción anterior es válida en aguas profundas, donde la interacción con el fondo marino no afecta el movimiento del agua en el oleaje. Cuando la profundidad, d, del fondo marino es menor que la mitad de la longitud de ola, $d < L/2$, la fricción con el fondo causa una fuerza que se opone a la que genera el oleaje; por ello, la altura y longitud de la ola disminuyen y la trayectoria que describen las partículas se distorsiona, pasando la circular a elíptica. Al seguir disminuyendo la profundidad del lecho marino, las fuerzas de fricción con el fondo causan un desequilibrio en las que mantienen estacionario el oleaje, de manera que las partículas que ocupan una posición más elevada rebasan las que se encuentran más adelante dando lugar al rompimiento de la ola y a la liberación de una gran cantidad de energía.

Para determinar la acción del oleaje sobre una estructura se requiere primero determinar los parámetros de la ola de diseño y después calcular el efecto de esta ola en la estructura.

Se cuenta con resultados de mediciones de oleaje en diversos sitios que permiten deducir distribuciones de frecuencias de parámetros de la ola y con ello determinar los valores que tienen el periodo de recurrencia deseado; particularmente estudiada ha sido la parte norte del golfo de México. El procedimiento más usual para fijar la ola de diseño es a partir de la correlación entre ésta y el viento que la genera, y de la suposición de una velocidad de viento que tiene un periodo de recurrencia prefijado. Estudios más refinados se basan en la información estadística sobre huracanes que han afectado la zona. Existe información bastante amplia y confiable acerca de datos de huracanes y sus trayectorias; a partir de datos básicos del huracán se predice mediante modelos analíticos del fenómeno, la velocidad de viento que se genera y las alturas de oleaje en distintos sitios. Estudios de esa índole se efectúan normalmente para el diseño de estructuras marítimas importantes.

La altura del oleaje depende esencialmente de la velocidad del viento, de su duración y de la máxima distancia sobre la cual el viento puede actuar sin perturbaciones geográficas, "fetch". Depende además de la profundidad de agua en el sitio. Para algunas zonas costeras existen estudios oceanográficos que con base en los datos anteriores proponen curvas de igual altura de ola de diseño. Como guía para apreciar el orden de magnitud que pueden tener las alturas y longitudes de olas, la tabla 3.16 relaciona estas propiedades con la velocidad de viento que las genera. Los valores se refieren a aguas profundas y están tomados de la referencia 3.25.

Tabla 3.16. Dimensiones de olas en aguas profundas para diferentes velocidades de viento (de Minikin, referencia 3.25)

Velocidad del viento, km/h	*Altura de ola, m*	*Longitud de ola, m*	*Periodo de ola, seg*
43	5.3	80	7.2
56	6.6	123	8.9
68	7.9	175	10.6
80	9.4	248	12.6
95	11.4	360	15.2
109	13.7	525	18.3

Acerca del efecto de la ola en una estructura, se distinguen dos casos extremos que cubren la mayoría de las estructuras marítimas:

a) empuje de la ola sobre una pared vertical rígida que provoca el rompimiento de la ola, como en rompeolas y muros costeros.
b) efecto de la ola en elementos estructurales pequeños que no alteran el movimiento de oleaje, como en pilotes de muelles o en tubos de plataformas marinas.

El empuje en paredes verticales depende de si éstas se encuentran sujetas a la acción de olas rompientes o no. Los rompeolas se construyen usualmente en aguas suficientemente profundas para que las olas todavía no rompan y se reduzca así la fuerza que éstas ejercen.

Existen diversas mediciones de las fuerzas ejercidas en paredes verticales y esto ha dado lugar al desarrollo de procedimientos de cálculo bastante sencillos y confiables. Estos procedimientos no intentan modelar en forma refinada el fenómeno, que es complejo debido al efecto dinámico del impacto y a la interferencia entre las olas que llegan a la pared

y las que se reflejan después de haber rebotado sobre ella. Se limitan a especificar una distribución de presiones que aplicadas estáticamente, producen efectos similares a los medidos en la práctica. De los procedimientos más sencillos y que dan resultados similares a los de análisis más refinados, destaca el propuesto por Minikin (referencia 3.25) que supone que el agua alcanza una altura igual a 1.66H sobre el nivel de aguas quietas y que la presión aumenta linealmente desde el punto más alto hasta el de aguas quietas donde alcanza el valor

$$p_1 = \gamma H$$

en que γ es el peso volumétrico del agua de mar. Desde ese nivel hasta el fondo marino se supone que esa presión se mantiene constante, (figura 3.38). Esta presión es adicional a la hidrostática; si existe agua a ambos lados de la pared la presión hidrostática se cancela y sólo debe considerarse la de la ola; en caso contrario deben sumarse los dos efectos.

En el caso en que la ola pasa alrededor de un obstáculo, como puede ser un tubo vertical, la desviación local del flujo de agua produce efectos muy semejantes a los del viento estudiados anteriormente; aquí el fluido es agua, en el viento es aire.

El flujo se separa del obstáculo creando áreas de empuje y de succión y dando lugar a una *fuerza de arrastre* global que es función, como en el caso del viento, del área expuesta, de la densidad del fluido y del cuadrado de su velocidad, así como de un coeficiente que depende de la forma del objeto. La fuerza de arrastre, f_D, por unidad de altura del objeto resulta

$$f_D = C_D \frac{\gamma}{2g} D|u|u$$

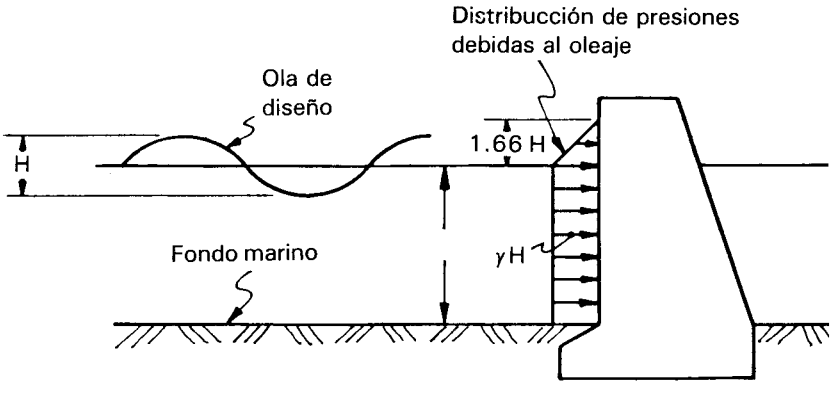


Figura 3.38. Distribución de presiones debidas al oleaje según Minikin (referencia 3.25).

en que C_D es el factor de empuje, γ el peso volumétrico del agua (1 ton/m^3 para agua dulce y 1.03 ton/m^3 para agua de mar), g es la aceleración de la gravedad (9.81 m/seg^2), D el diámetro del tubo o el ancho de la sección expuesta al flujo, y u la velocidad horizontal que tendría la partícula del fluido en el punto en estudio si no existiera el obstáculo; el producto $|u|u$ se emplea en lugar de u^2 para detectar el sentido de contribución de cada partícula de agua a la fuerza de arrastre, de manera que si la velocidad u es negativa la presión f_D resultante también lo sea.

La continua aceleración y desaceleración de las partículas de agua induce, además, sobre el obstáculo una *fuerza de inercia* que depende de la aceleración del agua en el punto en estudio, de la densidad del agua y del volumen de agua desplazado por el objeto; la fuerza de inercia por unidad de altura del objeto resulta

$$f_I = C_I \frac{\pi D^2}{4} \dot{u}$$

en que C_I es un factor que depende de la forma del objeto y $\dot{u}$ es la aceleración del agua en el punto.

La suma de los dos efectos proporciona la presión total de la ola en un punto sobre el objeto a través de la que se conoce como la fórmula de Morison

$$f = f_D + f_I$$

La fuerza total sobre el objeto será la integral de las presiones sobre su longitud. La aplicación de la fórmula de Morison implica el conocimiento del perfil completo de la ola y de la velocidad y aceleración del agua en cada punto, tanto en la superficie como a diversas profundidades.

Para ello se necesita plantear un modelo que defina teóricamente el movimiento del agua en el oleaje. Existe un gran número de estos modelos, apropiados para oleajes de distintas características. El más sencillo de estos modelos lo da la teoría de la ola lineal o de Airy, que supone que el perfil de la ola es una senoide, de manera que las alturas de ola en el instante en que la cresta pasa por el origen quedan definidas por la expresión siguiente (figura 3.39)

$$\eta = \frac{H}{2} \cos\left(\frac{2\pi x}{L}\right)$$

y la velocidad horizontal en un punto cualquier por

$$u = \frac{\pi H}{T} \frac{\cosh\left(\frac{2\pi z}{L}\right)}{\operatorname{senh}\left(\frac{2\pi d}{L}\right)}$$

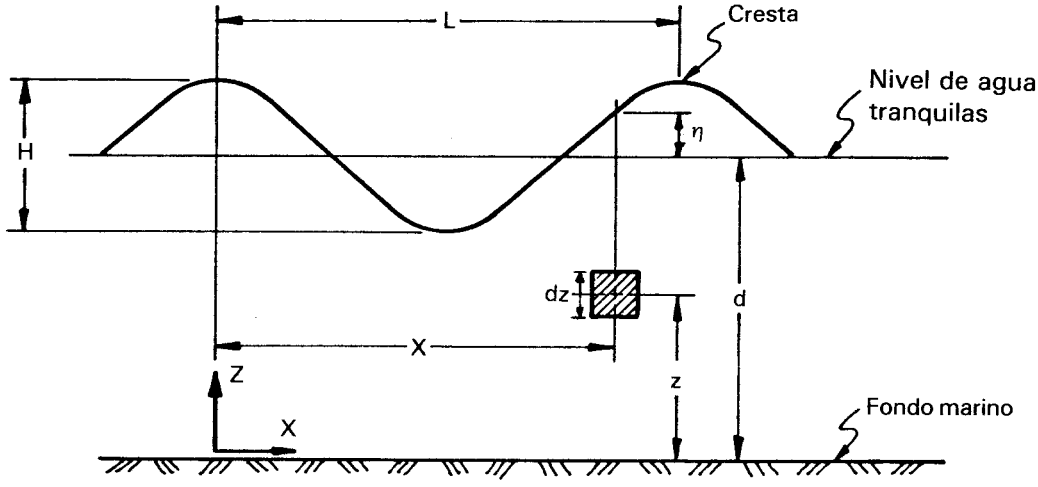


Figura 3.39. Parámetros para el cálculo de fuerzas de oleaje.

la aceleración horizontal por

$$\frac{\cosh\left(\frac{2\pi z}{L}\right)}{\operatorname{senh}\left(\frac{2\pi d}{L}\right)}\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi x}{L}\right)$$

La teoría de Airy resulta muy precisa para determinar el efecto de olas de altura no muy grande en aguas profundas; puede aplicarse para olas de gran altura en aguas profundas sin un error exagerado; sin embargo, para esta situación existen otros modelos más apropiados aunque más complejos.

Para el empleo de la fórmula de Morison, se requiere la determinación de los coeficientes C_D y C_I. Se han realizado experimentos, tanto en laboratorio como en el mar, para determinar sus valores; las recomendaciones de diversos organismos e investigadores resultan bastante dispares, especialmente en lo que concierne el coeficiente C_D, ya que éste depende del número de Reynolds y de la rugosidad de la superficie, además que de la forma de la sección. El coeficiente C_D resulta mínimo para secciones circulares; por tanto, éstas son las que más se emplean en las estructuras marinas para minimizar los efectos del oleaje.

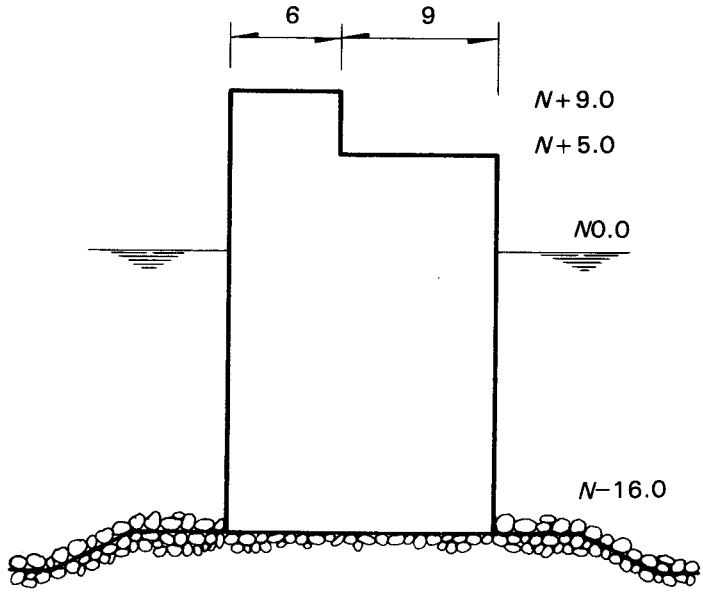
Para olas de gran altura, la recomendación más confiable es tomar

$$C_D = 0.7 \qquad C_I = 1.3$$

Debe recordarse que la fuerza total depende de los dos factores, el de arrastre y el de inercia y que los dos no toman su máximo valor para la misma posición de la ola; de hecho en la cresta la fuerza de arrastre es máxima y la de inercia nula. Deben, por tanto, investigarse diversas posiciones de la ola, calcular en cada una la integral de las presiones sobre toda la altura del objeto y determinar la posición en que la fuerza total es máxima. Como podrá apreciarse, el cálculo involucrado es bastante engorroso y se presta al empleo de un programa sencillo de computadora.

Ejemplo 3.9. Fuerzas de olas en una estructura masiva

Determinar el empuje debido al oleaje en un rompeolas de piedra natural con la geometría mostrada en la figura y con los datos adicionales siguientes:



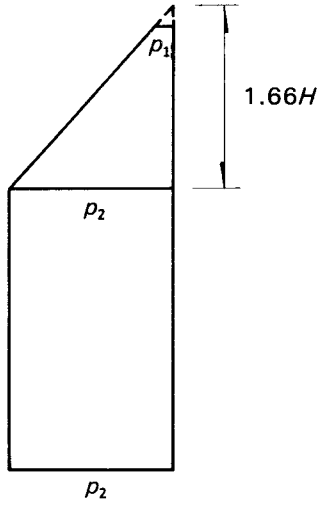
Esquema del rompeolas

Altura de la ola de diseño $H = 6$ m
Peso volumétrico de la roca, $\gamma_T = 2.2$ ton/m^3

a) *Fuerzas de olas*

Según el método de Minikin expuesto en el texto, el empuje de la ola de diseño se supone equivalente a una distribución de presiones que tiene un tramo de variación lineal, partiendo de cero en un punto situado a nivel $1.66H$ y llegando a γH en el nivel 0.0 (de aguas tranquilas).

En este caso



Presiones debidas al empuje de ola

$$1.66\,H = 1.66 \times 6 = 10 \text{ m}$$

es mayor que la altura del rompeolas, por lo que se tiene un diagrama trapecial como el mostrado en la figura, siendo

$$p_1 = \gamma \times 1 = 1 \text{ ton/m}^2$$
$$p_2 = \gamma\, H = 6 \text{ ton/m}^2$$

γ es el peso volumétrico del agua = 1 ton/m^3

La resultante del empuje por metro de longitud del rompeolas, vale

$$F_A = \frac{p_1 + p_2}{2} \times 9 + p_2 \times 16 = 3.5 \times 9 + 6 \times 16 = 31.5 + 96 = 127.5 \text{ ton/m}$$

El momento de la resultante con respecto al punto A (extremo de la base) se determina como

$$M_A = 31.5\left[16 + \frac{2p_1 + p_2}{3(p_1 + p_2)} \times 9\right] + 96 \times 8 = 612 \times 768 = 1\,380 \frac{\text{ton-m}}{\text{m}}$$

o sea, la resultante se encuentra a una altura sobre el nivel de desplante del muro de retención:

$$y = \frac{1380}{127.5} = 10.8 \text{ m}$$

b) *Revisión de la estabilidad global del rompeolas*

El empuje de la ola puede provocar el deslizamiento o el volteo del rompeolas. Lo que se opone a esto es el peso propio de la estructura; para su determinación debe considerarse que al actuar la ola de diseño, todo el rompeolas queda sumergido, por lo que

su peso debe reducirse por la flotación, o sea debe considerarse un peso volumétrico neto igual al de la roca menos el del agua.

$$\gamma_N = 2.2 - 1 = 1.2 \text{ ton/m}^3$$

El peso del rompeolas, por metro de longitud, resulta

$$P = (6 \times 25 + 9 \times 21) \times 1.2 = 180 + 227 = 407 \text{ ton/m}$$

Revisión por deslizamiento

Por el peso del rompeolas se desarrolla una fuerza de fricción en la base del rompeolas. Puede considerarse, en forma conservadora, un coeficiente de fricción entre roca y roca

$$\mu = 0.5$$

por lo que la fuerza resistente

$$F_R = \mu P = 0.5 \times 407 = 203 \text{ ton/m}$$

El factor de seguridad contra el deslizamiento resulta

$$FS = \frac{203}{127.5} = 1.6$$

mayor que 1.5, que es el valor mínimo aceptado por los reglamentos

Revisión por volteo

El momento de volteo actuante se ha calculado como $M_A = 1\ 380 \dfrac{\text{ton-m}}{\text{m}}$

El momento del peso propio con respecto al punto A (extremo interior de la base)

$$M_R = 180 \times 12 + 227 \times 4.5 = 3\ 181 \frac{\text{ton} - \text{m}}{\text{m}}$$

Por lo que el factor de seguridad contra el volteo es

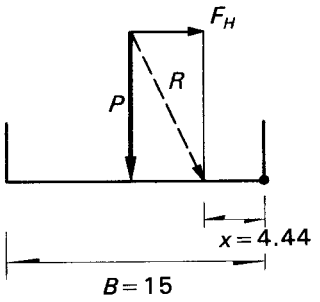
$$\frac{3\ 181}{1\ 380} = 2.31 > 1.5; \text{ adecuado}$$

Presión en el suelo debido a la ola y al peso propio

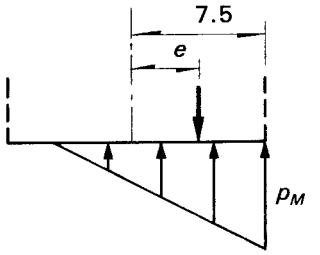
La resultante del empuje y el peso propio está situada a una distancia del punto A igual a

$$x = \frac{M_R - M_A}{P} = \frac{3\ 181 - 1\ 380}{406} = 4.44 \text{ m}$$

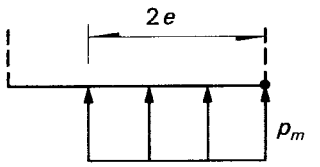
La excentricidad de la resultante con respecto al centro de la base del rompeolas vale



Fuerzas en la base



Presiones suponiendo comportamiento elástico del suelo



Presiones suponiendo comportamiento plástico del suelo

$$e = \frac{B}{2} - x = \frac{15}{2} - 4.44 = 3.06 \text{ m}$$

Se tiene

$$e > \frac{B}{6} = \frac{15}{6} = 2.5 \text{ m}$$

Por la magnitud de la excentricidad, la resultante cae fuera del tercio medio de la base, así que, según la teoría elástica, se presentan tensiones en el extremo interior. La piedra colocada al volteo no tiene resistencia a tensión, por lo que las presiones en el suelo no pueden determinarse con la fórmula de la escuadría. En el capítulo 7 se trata este problema y se obtiene, para la hipótesis de comportamiento elástico lineal del suelo, que la presión máxima se calcula con la expresión

$$p_M = \frac{4}{3}\frac{P}{B\text{-}2e} = \frac{4}{3}\frac{407}{15 - 2 \times 3.06} = 61 \text{ ton/m}^2$$

En el capítulo 7 se recomienda determinar la presión en el suelo suponiendo que éste llega a plastificarse en condiciones extremas, lo que da lugar a la expresión

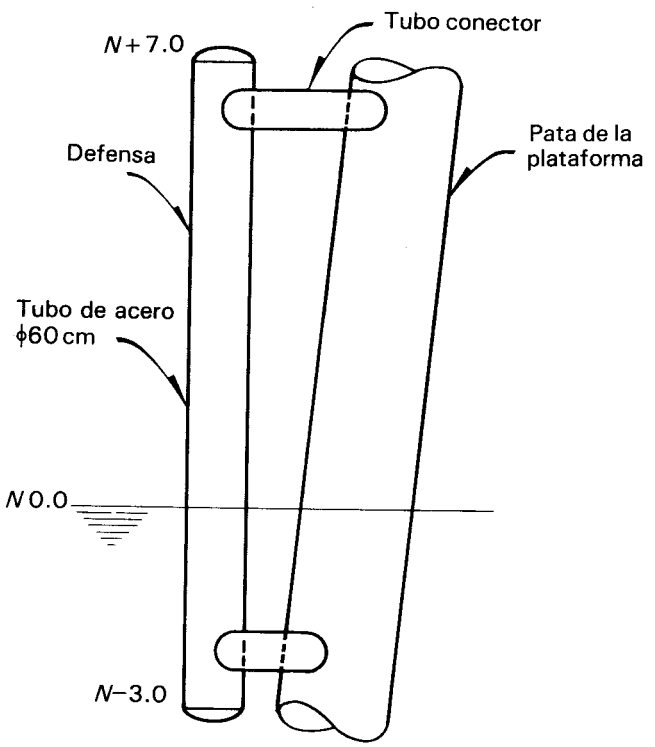
$$p_M = \frac{P}{B - 2e} = 46 \text{ ton/m}^2$$

Esta presión debe revisarse contra la resistencia del subsuelo, con los factores de seguridad correspondientes.

Nota: Se ha estudiado únicamente la estabilidad global del rompeolas y no se ha tratado la posibilidad de que las rocas individuales que lo componen sean desplazadas por el oleaje. Para evitar esto, se debe determinar adecuadamente el peso mínimo de las rocas individuales (referencia 3.25)

Ejemplo 3.10. Fuerza de oleaje en un tubo

El tubo vertical mostrado en la figura es parte de la estructura de un embarcadero colocado en una plataforma de explotación petrolera alejada de la costa.



Tubo en estudio

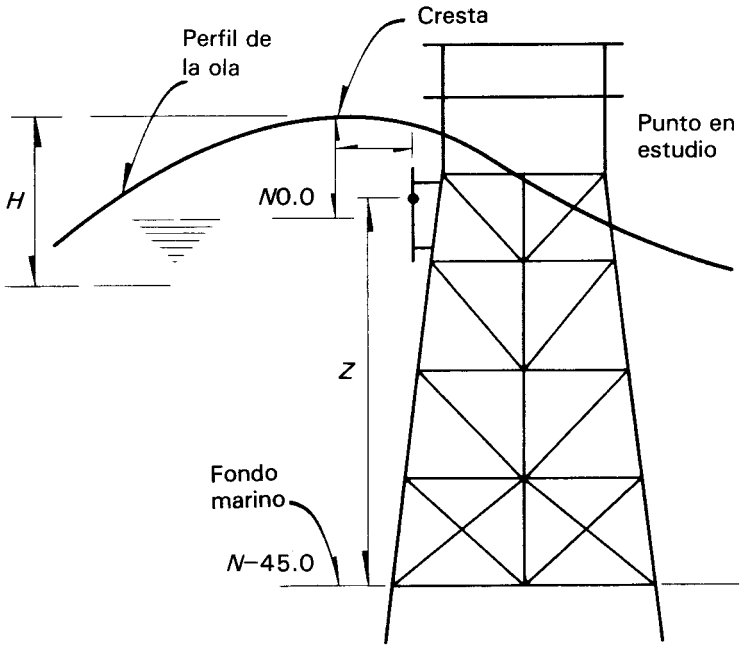
Se pide determinar el empuje de la ola de diseño sobre dicho tubo.

Los estudios oceanográficos del sitio dieron lugar a la proposición de una ola de diseño con las características siguientes

Altura, $H = 15$ m

Longitud, $L = 190$ m

Periodo, $T = (\frac{2\pi L}{g})^{1/2} = \frac{2\pi \times 190}{9.81} = 11$ seg



Ola sobre la plataforma

Profundidad del lecho marino d = 45 m

La tormenta que produce la ola de diseño origina además una corriente con una velocidad cerca de la superficie de 0.8 m/seg.

La ola de diseño rebasa totalmente el elemento en estudio, cuando la cresta está cercana a éste.

Se determinarán los empujes usando la fórmula de Morison.

$f = f_D + f_I$, presión por unidad de longitud del tubo

$$f_D = C_D \frac{\gamma}{g} \frac{D}{2} |u| u$$

$$f_I = C_I \frac{\gamma}{g} \pi \frac{D^2}{4} \dot{u}$$

C_D factor de arrastre = 0.7
C_I factor de inercia = 1.3
γ peso volumétrico del agua de mar = 1.03 ton/m^3

g aceleración de la gravedad = 9.81 m/seg^2
D = diámetro del tubo = 0.60 m
u velocidad de las partículas de agua en el punto en estudio debida a la ola, más velocidad de traslación debida a la corriente que puede haber en el sitio durante la tormenta que genera la ola

$\dot{u} = \frac{du}{dt}$, aceleración debida a la ola en el punto en estudio.

Si se adopta la teoría de Airy para las características de la ola, se tiene

$$u = \pi \frac{H}{T} \frac{\cosh\left(\frac{2\pi}{L} z\right)}{\operatorname{senh}\left(\frac{2\pi}{L} d\right)} \cos\left(2\pi \frac{x}{L}\right) + u_{\text{corriente}}$$

$$\dot{u} = \frac{2\pi^2 H}{T^2} \frac{\cosh\left(\frac{2\pi}{L} z\right)}{\operatorname{senh}\left(\frac{2\pi}{L} d\right)} \operatorname{sen}\left(2\pi \frac{x}{L}\right)$$

z = altura del punto en estudio sobre el fondo marino
x = distancia del punto en estudio desde la cresta de la ola

Las presiones debidas al oleaje varían según la distancia del objeto a la cresta, x. No es evidente cuál es el valor de x que hace máximo el empuje. Además si el empuje se necesita calcular para el diseño global de la plataforma, lo que interesa no es la posición de la cresta que hace máximo el empuje sobre este tubo en particular, sino la que produce la fuerza máxima sobre toda la plataforma. Aquí se calculará el empuje para dos valores: $x = 0$ y $x = 10$ m.

Caso I. $x = 0$

En este caso $f_I = 0$, porque $\dot{u} = 0$ debido a que $\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi x}{L}\right) = 0$

$$u = \frac{\pi \times 15}{11} \frac{\cosh\left(\frac{2\pi}{190} z\right)}{\operatorname{senh}\left(\frac{2\pi}{190} \times 45\right)} \cos\left(\frac{2\pi x}{190}\right) + 0.8$$

$$u = 4.28 \frac{\cosh(0.033z)}{\operatorname{senh}(1.49)} + 0.8 \; ; \; \cosh(\Theta) = \frac{e^{\Theta} + e^{-\Theta}}{2}$$

$$u = 2.03 \cosh(0.033z) + 0.8 \; ; \; \operatorname{senh}(\Theta) = \frac{e^{\Theta} - e^{-\Theta}}{2}$$

El tubo está colocado a partir de una coordenada $z_0 = 45 - 3 = 42$ m, hasta $z_1 = 45 + 7 = 52$ m. En la tabla se calculan los valores de u para z desde 42 hasta 52 m, de 2 en 2 m.

El empuje por unidad de longitud del tubo vale

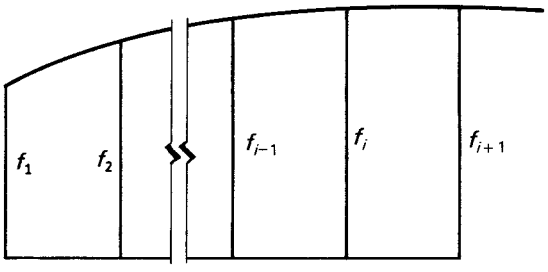
$$f_D = C_D \frac{\gamma}{g} \frac{D}{2} u^2 = 0.7 \times \frac{1.03}{981} \frac{0.6}{2} u^2 = 0.022 \, u^2$$

La tabla contiene, en la tercera columna, los valores del empuje a distinta altura del tubo, expresados en ton/m.

La fuerza total ejercida sobre el tubo podría calcularse de manera exacta integrando la presión a lo largo del tubo

$$F = \int_{z_o}^{z} f(z)dz$$

Se prefiere hacerlo a partir de una integración numérica determinando una fuerza concentrada para cada coordenada de la tabla, mediante las fórmulas de Newmark que suponen una variación lineal de la curva entre uno y otro intervalo de amplitud constante, Δz.



Integración numérica de una función

$$F_i = \frac{\Delta z}{6}(f_{i-1} + 4f_i + f_{i+1}) \text{ para puntos intermedios}$$

$$F_1 = \frac{\Delta z}{6}(2f_1 + f_2) \text{ para puntos extremos}$$

En este caso $\Delta z = 2$ m

Los valores de las fuerzas concentradas así calculadas aparecen en la tabla. Por ejemplo, para $z = 48$ m se tiene

$$F_{48} = \frac{2}{6}(0.70 + 4 \times 0.78 + 0.87) = 1.56 \text{ ton}$$

La fuerza total sobre el tubo se obtiene de la suma de las concentradas como

$$F_T = 7.49 \text{ ton}$$

Caso II. $x = 10$ m

Si la cresta de la ola se encuentra 10 m antes del tubo, se tiene

$$u = 2.03 \cosh(0.033z) \cos\left(\frac{2\pi \times 10}{190}\right) + 0.8$$

$$u = 1.92 \cosh(0.033z) + 0.8$$

además

$$\dot{u} \quad \frac{2\pi^2 \times 15}{11^2} \quad \frac{\cosh\left(\frac{2\pi}{190} z\right)}{\operatorname{senh}\left(\frac{2\pi}{190} 45\right)} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi \times 10}{190}\right) = 2.45 \frac{\cosh(0.033z)}{2.10} 0.32$$

$$\dot{u} = 0.37 \cosh(0.033z)$$

La segunda columna de la tabla para $x = 10$ contiene los valores de $k = \cosh(0.033z)$ para distintas alturas z, y las columnas siguientes los valores de la velocidad u y la aceleración $\dot{u}$

El empuje por unidad de longitud es la suma de la fuerza de arrastre

$$f_D = C_D \frac{\gamma}{g} \frac{D}{2} u^2 = 0.022\, u^2$$

que se consigna en la columna 5, más la fuerza de inercia

$$f_I = C_I \frac{\gamma}{g} \pi \frac{D^2}{4} \dot{u} = 1.3 \times \frac{1.03}{9.81} \pi \frac{0.6^2}{4} \dot{u} = 0.0386\, \dot{u}$$

que se consigna en la columna 6 y que, se aprecia, es poco significativa en este caso y podría haberse ignorado. Sin embargo, a mayores profundidades y para puntos más alejados de la cresta, la componente debida a la inercia se vuelve dominante.

La columna 7 incluye el empuje total

$$f = f_D + f_I$$

y la columna 8 la fuerza concentrada en cada altura determinada como en el caso anterior con la fórmula de Newmark.

La fuerza total sobre el tubo, 6.93 ton, es menor en este caso que cuando la cresta coincide con la porción del tubo.

Nótese que la fuerza de ola calculada en el caso más desfavorable (7.49 ton) corresponde a una presión promedio sobre la proyección del tubo expuesta al oleaje de

$$p = \frac{7\,490}{0.6 \times 10} = 1250 \text{ kg/m}^2$$

Esta presión es extraordinariamente elevada comparada, por ejemplo, con la que puede ejercer el viento. La teoría de oleaje empleada no es la más apropiada para una altura de ola de diseño tan elevada, pero tiene la ventaja de poderse resolver manualmente.

TABLAS DE CÁLCULO DE FUERZAS DE OLA

Para $x = 0$

Z	u	f_D	F
	m/seg	ton/m	ton
42	5.11	0.57	0.59
44	5.37	0.63	1.26
46	5.65	0.70	1.40
48	5.96	0.78	1.56
50	6.28	0.87	1.74
52	6.63	0.97	0.94
		F_T =	7.49 ton

Para $x = 10$ m

Z	K	u	$\dot{u}$	f_D	f_I	f	F
		m/seg	m/seg^2			ton/m	ton
42	2.12	4.87	0.78	0.52	0.03	0.55	0.57
44	2.25	5.12	0.83	0.58	0.03	0.61	1.22
46	2.39	5.39	0.88	0.64	0.03	0.67	1.35
48	2.54	5.68	0.94	0.71	0.04	0.75	1.50
50	2.70	5.98	1.00	0.79	0.04	0.83	1.66
52	2.87	6.31	1.06	0.88	0.04	0.92	0.89

$F_T = 7.18$ ton

REFERENCIAS

3.1 "Seguridad Estructural de las Construcciones", Título Sexto del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. Con Comentarios. *Instituto de Ingeniería*, UNAM, Publ. No. ES1, México D.F.

3.2 "Acciones". Cap. C.1.2 de Manual de Diseño de Obras Civiles. *Comisión Federal de Electricidad*. México D.F., 1981.

3.3 "Minimum Design Loads for Buildings and Other Structures". ANSI-A 58.1-1981. *American National Standard Institute*, Washington, 1981.

3.4 E. Rosenblueth "Seguridad y Diseño Estructural" Capítulo 7 del libro: Concreto Reforzado en Ingeniería, Ed. por B. Bresler, *LIMUSA*, México, 1981.

3.5 B. Ellingwood y otros "Development of a Probability Based Load Criterion for American National Standard A58" National Bureau of Standards, NBS Special Publ. 577, Washington, 1980.

3.6 Common Unified Rules for Different Types of Construction Materials, *"Eurocode 1. Commission of European Communities"*, Luxembourg.

3.7 G.R. Mitchell y R.W. Woodgate, "Floor Loadings in Offices, The Results of a Survey", Dept. of Environment. *Building Research Establisment*. Publ. CP 3/71. Garston, G.B.

3.8 E. Rosenblueth "Teoría de la carga viva en edificios" *INGENIERÍA*, vol. XXIX, No. 4, México D.F., oct. 1959.

3.9 "Standard Specifications for Highway Bridges" AASHTO, *American Association of State Highway and Transportation Officials*, Washington.

3.10 S. Corro "Diseño de Pavimentos Flexibles" *Instituto de Ingeniería*, UNAM Publ. No. 240, México D.F., 1971.

3.11 "Manual for Railroad Engineering *"American Railways Engineering Association* (AREA), Washington, 1970.

3.12 "Diseño Estructural de Cimentaciones". Cap. C.2.2 del Manual de Obras Civiles. Comisión Federal de Electricidad. México, 1981.

3.13 "Tanques y Depósitos" C.2.5 del Manual de Diseño de Obras Civiles. *Comisión Federal de Electricidad*, México D.F., 1980.

3.14 E. Juárez B. y F. Rico R. "Mecánica Suelos. Teoría y Aplicación de la Mecánica de Suelos". Tomo II, *Limusa*, México D.F., 1981.
3.15 R.J. Roark y W.C. Young "Formulas for Stress and Strain" 5° Edición, *McGraw Hill*, 1975.
3.16 D Ghiocel y D. Lungu "Wind, Snow and Temperature Effects on Structures Based on Probability" *Abacus Press*, Kent, GB, 1975.
3.17 A.M. Neville "Tecnología del Concreto" Tomo 2. *Instituto Mexicano del Cemento y del Concreto*, México D.F., 1979.
3.18 R. Park y T. Paulay "Estructuras de Concreto Reforzado" *LIMUSA*, México D.F., 1980.
3.19 "PCI Design Handbook" *Prestressed Concrete Institute*, 2a. Edición, Chicago, 1978.
3.20 A.G. Davenport "Wind Loading and Wind Effects" Memorias de Planning and Designing of Tall Buildings, *ASCE-IABSE*, Vol. 1b, Nueva York, 1973.
3.21 E. Simiu y R.H. Scanlan "Wind Effects on Structures: an Introducction to Wind Engineering" *J. Wiley*, Nueva York, 1978.
3.22 Alcocer, S., "Comportamiento estructural de las construcciones durante las explosiones", *PREVENCIÓN*, No. 3, México D.F.
3.23 R.L. Wiegel "Oceanographical Engineering" *Prentice Hall*, Englewood, NJ, 1965.
3.24 P. Bruun "Port Engineering" *Gulf Publ. Co.*, 3a. Ed. Houston, 1981.
3.25 R.C. Minikin "Winds, Waves and Maritime Structures. Studies in Harbor Making and in the Protection of Coasts. *Griffin*, 2a. Ed. Londres, 1963.

PROBLEMAS

3.1 Considere un edificio con las mismas dimensiones que el del ejemplo 3.1. La estructuración es de losa reticular de 35 cm de peralte y columnas de concreto. El edificio está destinado a habitación y tiene muros divisorios de bloque de concreto tipo intermedio de 15 cm de espesor. Existen en promedio 0.3 metros lineales de muro por cada metro cuadrado de área de piso. Proponga valores razonables para los datos necesarios para la determinación de la carga muerta (distribución de nervaduras en la losa reticular, recubrimientos, instalaciones, etc.). Determine las cargas verticales debidas a carga muerta y viva en todos los niveles, para el diseño del marco del eje 2.

3.2 Una zona de un edificio de oficinas se va a emplear para almacenar papeles obsoletos en cajas de 1.2 × 1.2 m de lado y de 0.8 m de altura. Se formarán pilas de tres por tres cajas en planta y tres cajas de altura dejando un pasillo de 1.5 m entre cada pila. Determine la carga viva que corresponde a esta condición. Si el sistema de piso tiene características semejantes a las del edificio del ejemplo 3.1 y fue diseñado para una carga viva de 400 kg/m², ¿autorizaría usted el uso que se está proponiendo?

3.3 Para el puente del ejemplo 3.3, compare los momentos y cortantes máximos que corresponden a una carga H20 con los de carga HS20 estudiada en dicho ejemplo.

3.4 Se ha construido un tanque totalmente enterrado de 6 m de ancho por 12 m de largo y 4 m de profundidad. El espesor de las paredes es de 20 cm y el de las losas de fondo y tapa de 30 cm. El suelo es una arena sin finos con el nivel freático situado a un metro abajo de la tapa del tanque. El tanque se encuentra lleno de agua.
¿Puede vaciarse el tanque sin peligro de que emerja por la subpresión? ¿En caso contrario cuál es el tirante mínimo de agua que puede dejarse?

3.5 Un marco rígido de una crujía y de un nivel y empotrado en su base tiene una altura de 3 m y un claro de 5 m. La viga y las columnas están formadas por una viga de acero en I, de 30 cm de peralte, con 60 cm^2 de área y 9 000 cm^4 de momento de inercia. Si el marco está sujeto a un incremento de temperatura de 25 °C en sus caras exteriores y de 10 °C en las interiores, determine las fuerzas internas que se generan.

3.6 Una chimenea de concreto tiene sección circular con un diámetro exterior que disminuye en forma continua desde 6 m en la base hasta 3.5 m en la punta. Su espesor también se reduce linealmente desde 60 cm en la base hasta 35 cm en la punta. La altura total es de 28 m y la chimenea se encuentra situada en las afueras de Monterrey, N.L. Determine la fuerza lateral debida al viento de diseño según el Manual CFE y el momento de volteo para el cual debe revisarse la estabilidad global de la chimenea.

4.

Sistemas estructurales

4.1 INTRODUCCIÓN

Se hizo notar en el capítulo inicial que el aspecto probablemente más importante del proceso de diseño es la selección del sistema estructural, o sea la etapa que se denominó *estructuración*. La bondad del resultado final del diseño depende en gran medida del acierto que se haya tenido en adoptar la estructuración que sea más adecuada para soportar las acciones a las que va a estar sujeta la estructura y la que mejor se adapte a las funciones que debe cumplir la edificación y a los procedimientos de construcción convenientes para la situación particular de la obra.

En la etapa de estructuración se seleccionan los materiales que van a constituir la estructura, el sistema estructural principal y el arreglo y dimensiones preliminares de los elementos estructurales más importantes. El objetivo debe ser el de adoptar la solución óptima entre un conjunto de posibles opciones de estructuración.

Rara vez es factible realizar un proceso formal de optimación que permita determinar analíticamente las características del sistema estructural que da lugar a un costo mínimo, a la vez que cumple con las restricciones externas. Solamente algunas estructuras muy sencillas en las que el número de restricciones externas es reducido pueden ser representadas por un modelo analítico factible de ser sometido a un proceso de optimación.

En la torre de transmisión de la figura 4.1, diversas características geométricas están fijadas por requisitos de funcionamiento eléctrico; por otra parte, las normas pertinentes especifican las condiciones de carga que deben considerarse en el diseño y los límites de la respuesta que deben ser respetados. El sistema estructural más conveniente es una armadura espacial de acero y se han propuesto y em-

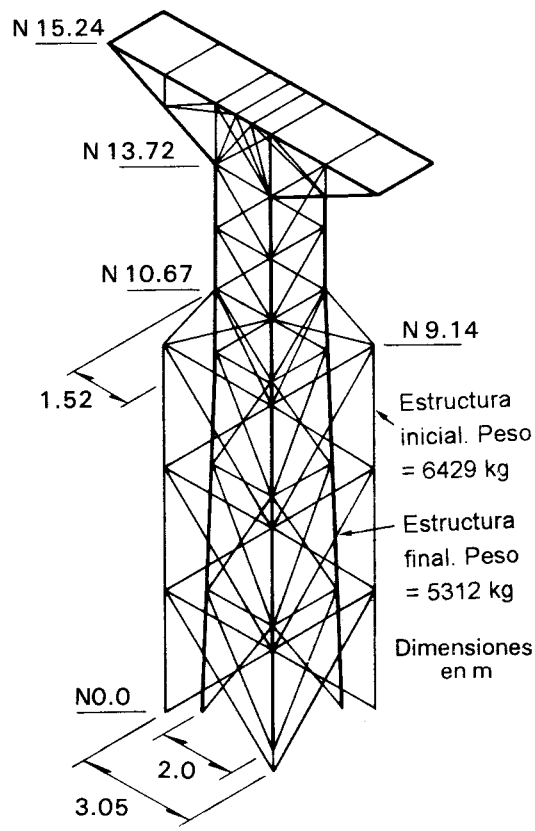


Figura 4.1 Resultado del proceso de optimación de una torre de transmisión (de referencia 4.1).

pleado muchas variantes de este sistema. Elegido un sistema estructural, es posible optimar la configuración geométrica de los distintos elementos que lo constituyen, así como las dimensiones de cada uno de ellos, aceptando como criterio de optimación el hacer mínimo el peso total de la estructura.

Un procedimiento posible consiste en partir de una configuración inicial que cumpla con las restricciones impuestas y que parezca aceptable (por ejemplo la de trazo con línea delgada de la figura 4.1) y realizar su análisis para las diferentes condiciones de carga, encontrando las dimensiones de los diferentes elementos que cumplen estrictamente con los requisitos de las normas. Después, se imponen variaciones a las coordenadas de los nudos, buscando que conduzcan a un mejoramiento de la eficiencia estructural. Para cada modificación se repite el análisis y se compara el peso de la solución obtenida con el de las anteriores. Por medio de métodos de programación dinámica, por ejemplo, es posible determinar la dirección en que conviene hacer los cambios y la magnitud de ellos. Se recorren sucesivamente todos los nudos en diversos ciclos hasta que las reducciones de peso de una a otra iteración dejan de ser significativas. El proceso es muy laborioso aun para ser realizado con programas de computadora y puede presentar problemas de convergencia. Para acelerar la convergencia conviene dividir el sistema en subestructuras buscando la configuración óptima de cada una de ellas en forma sucesiva. En el ejemplo de la figura 4.1, la solución final, de trazo grueso, tiene un peso 17.4 por ciento inferior al de la que se propuso inicialmente.

En la mayoría de los casos, la optimación explícita de la estructuración no es posible debido a la dificultad de cuantificar las repercusiones que un cambio en la disposición de los elementos estructurales tiene en el costo de la parte no estructural de la construcción y en la eficiencia del funcionamiento de ésta. Por ejemplo, en un edificio de varios pisos de concreto reforzado en zona sísmica, la separación de columnas que da lugar al costo mínimo de la estructura es del orden de 5 m, aunque las variaciones en el costo son muy pequeñas en un intervalo apreciable alrededor de este valor. Hay que considerar, por otra parte, que separaciones mayores tienen la ventaja de permitir mejor aprovechamiento del espacio interior y mayor flexibilidad en el uso de éste, y que tienen la desventaja de requerir mayor peralte del sistema de piso, lo que implica mayor altura total del edificio y mayor longitud de ductos e instalaciones verticales, así como de recubrimiento de fachada. Al no considerar estos aspectos en la optimación, el resultado de ésta pierde totalmente validez. Debido a que el costo de la estructura representa en este caso una fracción minoritaria del costo total y a que la variación en su costo al modificar los claros no es muy marcada, la configuración de los elementos resis-

tentes debe ajustarse al mejor funcionamiento arquitectónico y a la minimización del costo de la parte no estructural, dentro de un intervalo que no altere sustancialmente el comportamiento de la estructura y el costo de ésta.

Otro caso de optimación es el que permite definir las características más convenientes de una sección de concreto reforzado, en que una condición de carga dada puede resistirse con diferentes tamaños de la sección de concreto, cada uno correspondiente a una distinta cuantía de refuerzo. Además, es posible elegir en general entre diversas calidades de concreto y de acero de refuerzo. Cada variante implica una diferencia en el costo del elemento estructural y se puede tratar de encontrar la opción que da lugar al mínimo costo total, obtenido como la suma de los costos de los materiales, incluyendo la cimbra y la mano de obra. La figura 4.2 muestra algunos resultados relativos al costo de una sección de longitud unitaria de una viga diseñada para resistir un momento flexionante dado con diferentes peraltes, calidades del concreto y del refuerzo. Los costos corresponden al mercado de la ciudad de México hace algunos años. Se aprecia que las cuantías de refuerzo más económicas son del orden de 1 por ciento, que el costo se incrementa al aumentar la calidad del concreto y disminuye al aumentar el grado del acero de refuerzo. Determinaciones semejantes para columnas sujetas a una carga axial dada, indican que la condición más económica corresponde a la cuantía mínima de refuerzo y que el costo se reduce sustancialmente al aumentar la calidad del refuerzo.

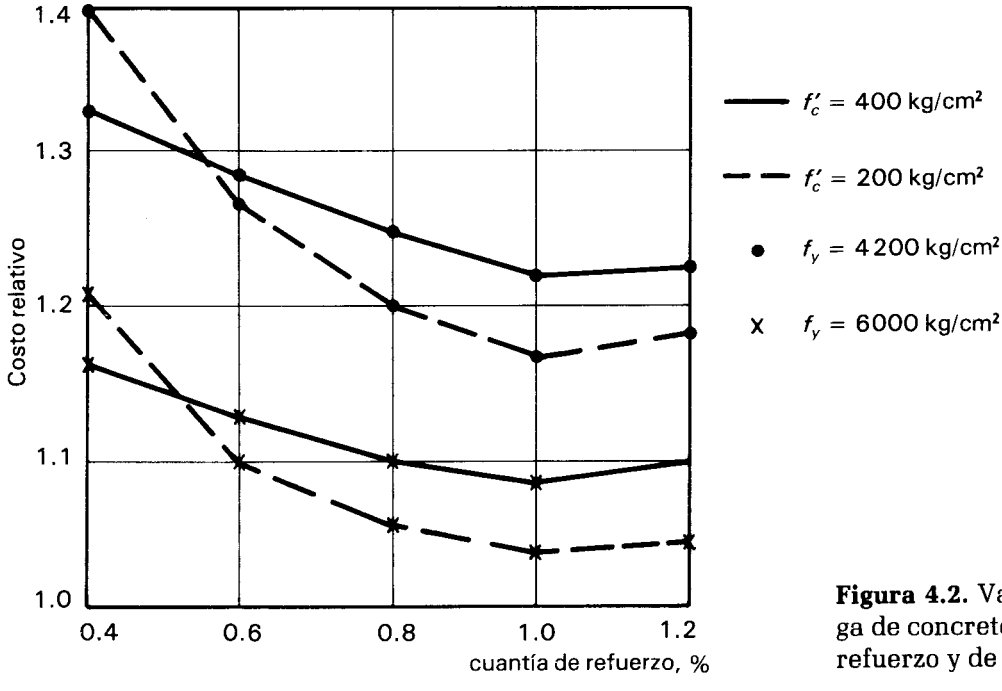


Figura 4.2. Variación del costo de una viga de concreto en función de la cuantía de refuerzo y de las calidades de materiales.

Nuevamente, estos resultados no toman en cuenta otras condiciones de diseño, como son las relativas a la resistencia a los efectos sísmicos. Tampoco consideran las repercusiones de los cambios de tamaño de las secciones en el costo de la parte no estructural de la construcción, ni la forma en que por ello se altera el funcionamiento. Así, del punto de vista del costo de la estructura, es conveniente emplear columnas de dimensiones grandes en su sección transversal para las cuales sea suficiente la cuantía mínima de refuerzo permitida por las normas. Sin embargo, esto implica una reducción en el área aprovechable de la construcción con respecto a una columna de dimensiones menores y con una mayor cuantía de refuerzo, lo cual fácilmente puede eliminar la ventaja de costo estructural a favor de la primera. A pesar de las limitaciones anotadas, es importante que el proyectista esté consciente de los costos relativos de diferentes soluciones estructurales, tanto para la selección de la estructuración general como para la definición de las características de los elementos particulares.

Es difícil dar recomendaciones de validez general para la selección del sistema estructural. En cada caso intervienen aspectos particulares que deben ser evaluados por el proyectista con base en sus conocimientos sobre la eficiencia de diferentes materiales, elementos estructurales y arreglos de éstos, ante diversas condiciones de carga, y sobre las consecuencias que produce la elección de cada posible sistema estructural en los otros aspectos del proyecto de la construcción.

En este capítulo se intenta transmitir al lector algunos conceptos que se consideran básicos en el proceso de selección del sistema estructural. Se destacan inicialmente las propiedades de los materiales que más influyen en el comportamiento estructural y se comenta acerca de la potencialidad de los principales materiales estructurales para integrar diferentes elementos y sistemas. Posteriormente, se describen los elementos estructurales básicos con énfasis en su eficiencia ante diferentes condiciones de carga y en los principales aspectos que deben considerarse en su diseño. Se presentan después, los principales sistemas estructurales que pueden integrarse con diferentes arreglos de elementos básicos, destacando los aspectos esenciales en su comportamiento. Finalmente, se dan algunas recomendaciones específicas sobre la estructuración de edificios de varios pisos, tanto en lo que respecta a la elección de su sistema de piso como a la del sistema vertical de soporte.

No se encontrarán aquí los planteamientos teóricos de la respuesta de los diferentes materiales y elementos estructurales ante distintas condiciones de carga, los que son propios de los cursos de mecánica de materiales y los que se supone que el lector ya domina. Tampoco se incluyen métodos de di-

mensionamiento de elementos ni de análisis de sistemas estructurales. La intención es presentar en forma cualitativa los aspectos distintivos de cada material, elemento y sistema estructural y la forma en que éstos influyen en su eficiencia para un uso estructural específico, destacando algunas características que normalmente no se encuentran tratadas en los textos formales sobre cada uno de estos temas. Con el mismo enfoque, en el capítulo siguiente se examinarán algunas facetas del análisis estructural y ciertos métodos aproximados de análisis.

En las decisiones acerca de la estructuración más conveniente para una construcción dada, tienen gran influencia los aspectos relativos al suelo en que se desplanta y al sistema de cimentación. Sin embargo, se tratará en este capítulo de aislar lo concerniente a la superestructura, dejando el examen de la cimentación para un capítulo específico (capítulo 7). Asimismo, no se destacarán en especial los problemas relativos al comportamiento sísmico y a la selección de la estructuración en casos de que esta acción sea dominante. A ello se ha dedicado también un capítulo específico (capítulo 6).

Lamentablemente, es escasa la atención que se presta en los libros de estructuras a los problemas de estructuración y las lecturas adicionales que pueden recomendarse tratan sólo de manera fragmentaria este tema. El libro de Torroja (referencia 4.3) es una lectura obligada para todo proyectista que se interese no solamente en cómo se calculan las estructuras sino también en cómo se han originado y cuál es la razón de ser de los diferentes tipos de estructuras. Otra lectura muy instructiva en lo que se refiere a los materiales estructurales y a su potencialidad, así como en lo relativo a los aspectos básicos del funcionamiento estructural, es el libro de Francis (referencia 4.4). Dos libros de Salvadori constituyen una introducción muy ilustrativa a las formas estructurales y sus funciones; uno de carácter totalmente cualitativo (referencia 4.5) y otro que contiene métodos sencillos para valuar cuantitativamente la respuesta estructural (referencia 4.6). Aunque ambos libros están dirigidos principalmente a arquitectos, con la finalidad de proporcionarles los conocimientos muy elementales de estructuras que deben tomar en cuenta al elaborar el proyecto arquitectónico, el contenido es de gran utilidad también para el especialista en diseño estructural, por la claridad con que están expuestos muchos conceptos básicos que en ocasiones quedan ocultos en un tratamiento más formal del tema. Con relación a los sistemas estructurales para edificios, y especialmente los de muchos pisos, resulta muy sencilla y completa la presentación que se encuentra en el Schueller (referencia 4.7).

4.2 MATERIALES ESTRUCTURALES

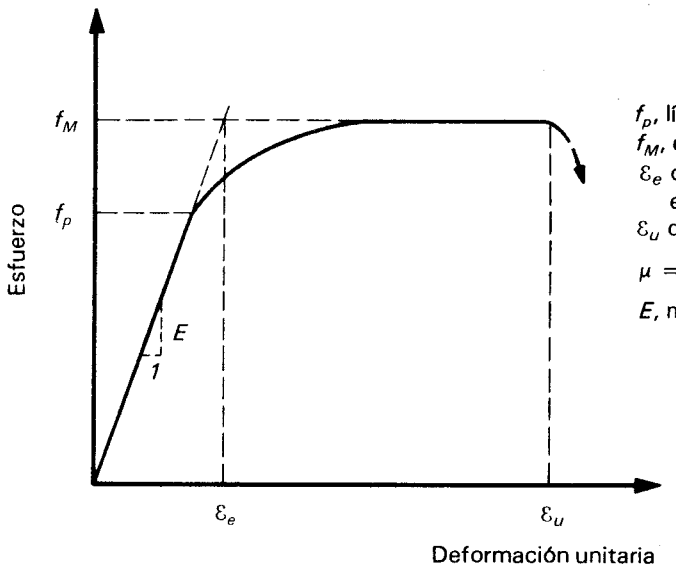
4.2.1 Propiedades estructurales básicas

Las características que hacen que un material sea adecuado para cumplir funciones estructurales se relacionan con sus propiedades mecánicas y con su costo, principalmente. Las estructuras civiles implican grandes volúmenes y no permiten el empleo de materiales de resistencia extraordinariamente alta y de comportamiento estructural excelente, pero de costo muy elevado, como los que se usan con frecuencia en las estructuras aeronáuticas y aeroespaciales. Comúnmente, el material debe cumplir dentro de la construcción funciones adicionales a las puramente estructurales. La estructura no suele ser un mero esqueleto resistente recubierto y protegido por otros componentes que tienen la función de formar una envoltura externa y de subdividir los espacios. Frecuentemente la estructura misma debe cumplir parcialmente estas funciones, por lo que el material que la compone debe tener, además de características estructurales adecuadas, propiedades de impermeabilidad y durabilidad ante la intemperie, de aislamiento térmico y acústico, y de resistencia al fuego por ejemplo. Además de la estructura, integrada al resto de los componentes constructivos debe poder proporcionar cualidades estéticas a la construcción.

Obviamente, no existe un material estructural óptimo; tienen de curvas esfuerzo-deformación, como la de la figura función estructural como de las propiedades no estructurales que son deseables para una situación específica.

Las propiedades estructurales de un material se definen en forma rigurosa por medio de sus leyes constitutivas, o sea del conjunto de ecuaciones que describen el estado de deformaciones que se presenta en el material ante cada posible estado de esfuerzos, así como los estados que corresponden a condiciones de falla. De una manera más sencilla las principales propiedades de un material pueden representarse mediante curvas esfuerzo-deformación obtenidas de ensayes estándar ante condiciones uniaxiales de esfuerzos (de compresión o de tensión). Se ignoran en estos ensayes, efectos como los de la velocidad y permanencia de la carga, los de repeticiones y alternaciones de esfuerzos y los de estados multiaxiales de esfuerzos. A pesar de estas limitaciones, las curvas esfuerzo-deformación en tensión y en compresión, recabadas de ensayes en condiciones estándar, proporcionan una información relevante acerca del comportamiento de un material.

Las principales propiedades estructurales que se obtienen de curvas esfuerzo-deformación, como las de la figura 4.3, se refieren a características de resistencia, de rigidez y de comportamiento inelástico.



f_p, límite de proporcionalidad
f_M, esfuerzo máximo resistente
ε_e deformación "elástica" para el esfuerzo máximo resistente
ε_u deformación última
$\mu = \frac{\varepsilon_u}{\varepsilon_e}$, factor de ductilidad
E, módulo de elasticidad

Figura 4.3. Curva típica esfuerzo-deformación de un material estructural.

La resistencia se define usualmente como el esfuerzo máximo que se alcanza en el material durante el ensaye. En algunos casos ésta se limita a un esfuerzo menor que el máximo, como en el acero donde se adopta como resistencia para fines de diseño el esfuerzo de fluencia, por considerar que el esfuerzo máximo no es aprovechable, ya que se alcanza para deformaciones excesivamente grandes para las cuales las estructuras tendrían entre otros, problemas de inestabilidad. La diferencia entre el esfuerzo máximo y el de fluencia queda como un factor de seguridad adicional no reconocido dentro del diseño. En algunos materiales, como el acero, las resistencias a compresión y a tensión son prácticamente iguales, mientras que otros (los pétreos) son mucho menos resistentes a tensión que a compresión y algunos (la madera) tienen una resistencia francamente mayor a tensión. Las diferencias dependen de la constitución interna del material.

La curva esfuerzo-deformación de prácticamente todos los materiales estructurales presenta un tramo inicial lineal, o casi, lo que permite definir un módulo de elasticidad, E, como la pendiente de dicho tramo. En el acero, la madera y en la mayoría de las mamposterías, la curva se mantiene lineal hasta cerca de la carga máxima o de la fluencia; en el concreto la curva deja claramente de ser lineal desde esfuerzos del orden de la mitad de la resistencia. El módulo de elasticidad es una propiedad muy importante en el comportamiento estructural, ya que de éste depende directamente la rigidez que se puede lograr en la estructura y el cumplimiento de los estados límite de servicio (subcapítulo 1.11). Hay que notar que el módulo de elasticidad depende de las fuerzas de atracción entre los átomos de un elemento y por tanto prácticamente no puede ser alterado en un material

dado, a menos que se cambie sustancialmente su composición. Así, la resistencia del acero puede aumentarse de 2,000 a 20.000 kg/cm² con pequeñas variaciones en el contenido de carbono y con estirado en frío, por ejemplo. Estos cambios no alteran, sin embargo, el módulo de elasticidad que permanece muy consistentemente en 2×10^6 kg/cm².

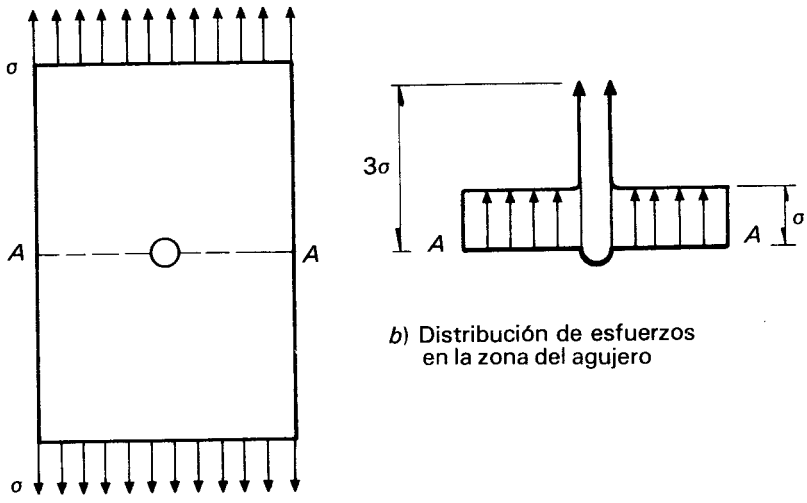
Aunque en algunos materiales la relación esfuerzo-deformación deja de ser lineal desde niveles relativamente bajos de esfuerzos, el comportamiento inelástico se refiere generalmente a la forma de la curva esfuerzo-deformación después de que se llega al esfuerzo adoptado como resistencia (esfuerzo máximo o esfuerzo de fluencia o valor tomado convencionalmente como resistencia). El parámetro con que se mide es generalmente el factor de ductilidad, o sea la relación entre la deformación última o de falla, para la cual se comienza a tener una reducción neta de capacidad, y la deformación de fluencia (real o convencional), o sea la deformación que corresponde al esfuerzo resistente, si el comportamiento es lineal. A la ductilidad de las estructuras se le ha dado gran importancia desde que se ha enfocado el diseño a lograr seguridad ante la falla y se ha puesto menos énfasis en lograr que, en condiciones de servicio, los esfuerzos calculados suponiendo comportamiento lineal permanezcan a niveles bajos. En el capítulo 2 se ha tratado la importancia de la ductilidad de una estructura en cuanto a las consecuencias de la posible falla. En el capítulo 5 se tratará la influencia de la ductilidad en el análisis y, especialmente, en la redistribución de fuerzas internas que se presenta por el comportamiento inelástico. Aquí se mencionarán algunos aspectos de la influencia de la ductilidad en la redistribución de esfuerzos a nivel local entre las fibras de una sección.

Conviene recordar la distinción ya hecha anteriormente entre falla frágil y falla dúctil. Se llaman comúnmente materiales *frágiles* a aquellos en que el factor de ductilidad es próximo a uno y *dúctiles* aquellos en que éste es del orden de cuatro o más.

Considérese una placa ancha (figura 4.4) sujeta a un esfuerzo uniforme de tensión, σ. Si se abre un pequeño agujero circular en el centro de la placa, el esfuerzo según la teoría elástica aumenta a 3σ en las inmediaciones de la abertura. Si la placa está constituida por un material frágil, alcanzará la falla cuando

$$3\,\sigma = f'_t$$

o sea cuando el esfuerzo cerca del agujero alcanza la resistencia en tensión del material, f'_t y se produce un agrietamiento que se propaga rápidamente por la redistribución de los esfuerzos de tensión que deja de resistir la porción agrietada. Se presenta entonces una ruptura brusca,



a) Condición de carga

b) Distribución de esfuerzos en la zona del agujero

Figura 4.4. Distribución elástica de esfuerzos en una placa con un pequeño agujero y sujeta a un esfuerzo uniforme.

mientras la mayor parte de la sección se encuentra a un esfuerzo de apenas una tercera parte del resistente. Si la placa es de material dúctil, al llegar al esfuerzo resistente en las inmediaciones del agujero, se producirá una fluencia local y se tendrá capacidad para que en el resto de la sección se incrementen los esfuerzos hasta alcanzar la capacidad de la placa cuando

$$\sigma = f'_t$$

o sea para una carga igual a tres veces la del caso anterior.

La ductilidad del acero permite que sean eficientes las conexiones atornilladas o remachadas en este material, ya que las concentraciones de esfuerzos en las placas debidas a la presencia de los agujeros no afectan significativamente la capacidad de la junta, porque la alta ductilidad que se tiene generalmente en los aceros estructurales permite la redistribución de los esfuerzos. Existen un sinnúmero de otras situaciones en que se presentan concentraciones importantes de esfuerzos, como, por ejemplo, en los cambios bruscos de sección. Es frecuente que estas condiciones locales se ignoren en el diseño, y que en la revisión de esfuerzos se consideran sólo valores promedio. Esta forma de proceder es admisible sólo cuando se pueda asegurar que el comportamiento del material será dúctil y que las concentraciones se disiparán para niveles altos de esfuerzos y no darán lugar a problemas de falla local. Deben tomarse precauciones para evitar altas concentraciones de esfuerzos en situaciones en que el comportamiento puede ser frágil, como en el acero sujeto a baja temperaturas o a un gran número de repeticiones de carga.

En otro aspecto, examinemos el caso de una sección rectangular sujeta a flexión. Para un material de comportamiento

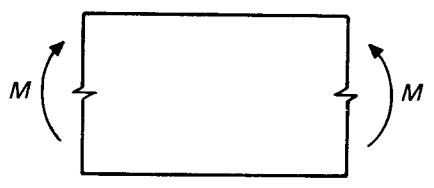
lineal se tiene la distribución de esfuerzos, también lineal, mostrada en la figura 4.5, para la cual el esfuerzo máximo de compresión, σ_c, es igual al de tensión, σ_t, y ambos valen

$$\sigma_t = \sigma_c = \frac{6M}{bh^2}$$

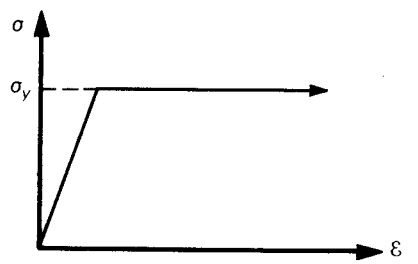
en que M es el momento flexionante que actúa en la sección y b y h son el ancho y peralte de ésta, respectivamente. Si el material es frágil, el momento resistente M_y de la sección se alcanza cuando los esfuerzos máximos de tensión y de compresión son iguales a los respectivos esfuerzos resistentes, que también se supondrán iguales a un mismo valor, σ_y.

$$M_y = \frac{bh^2}{6}\sigma_y$$

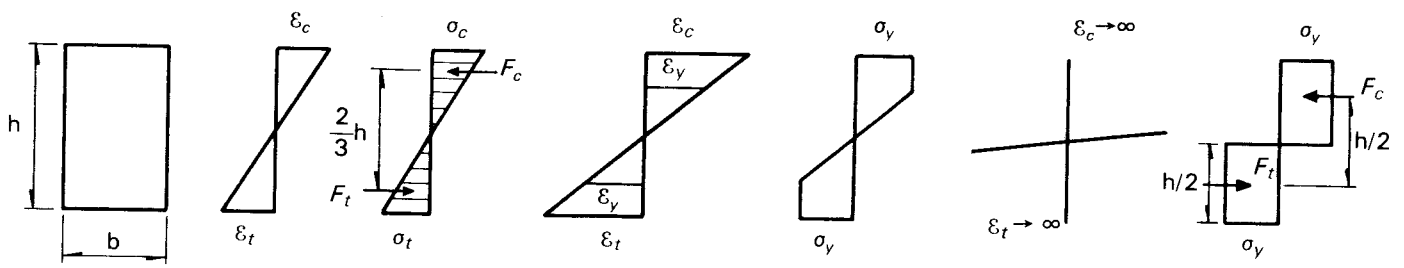
Si el material es dúcitl en tensión y en compresión y tiene una curva esfuerzo-deformación de tipo elastoplástico, como en la figura 4.5, la condición anterior no corresponde al



Elemento a flexión



Relación esfuerzo-deformación de un material elastoplástico



sección rectangular

Intervalo lineal
$\varepsilon \leqslant \varepsilon_y$

Intervalo no lineal
$\varepsilon > \varepsilon_y$

Plastificación total

$$F_c = F_t = \frac{1}{2}\sigma_c \frac{bh}{2} = \frac{bh}{4}\sigma_c$$

$$M = F_c \frac{2}{3}h = \frac{bh^2}{6}\sigma_c$$

$$F_c = \frac{bh}{2}\sigma_y$$

$$M = F_c \frac{h}{2} = \frac{bh^2}{4}\sigma_y$$

Figura 4.5. Comportamiento no lineal de una sección rectangular sujeta a flexión, para un material elastoplástico.

momento máximo resistente de la sección, ya que ésta es capaz de aceptar curvaturas mayores, incrementando el esfuerzo en las fibras interiores que todavía no han alcanzado el esfuerzo de fluencia. Esta situación continúa hasta que toda la sección se encuentra en fluencia, una mitad en tensión y la otra en compresión. Las fuerzas internas F_c y F_t que se desarrollan en estas condiciones valen

$$F_c = f_y \frac{h}{2} b = F_t$$

El brazo de palanca entre las dos fuerzas vale $\frac{h}{2}$ (figura 4.5) y, por tanto, el momento resistente, llamado en este caso momento plástico, M_p, resulta

$$M_p = \sigma_y \frac{bh^2}{4}$$

que es 50 por ciento mayor que el que corresponde a la iniciación de la fluencia y es, por consiguiente 1.5 veces superior al que ocasiona la falla para un material frágil.

Para que se llegue a desarrollar el momento plástico es necesario teóricamente que la ductilidad del material sea infinita, ya que, como se aprecia en la figura 4.5, se requiere una curvatura infinita de la sección para que lleguen a fluir las fibras más cercanas al eje neutro. Los ensayes de vigas reales muestran que materiales como el acero, con factores de ductilidad mayores de diez, llegan a la falla a momentos resistentes prácticamente iguales al momento plástico, siempre que no ocurran problemas de fallas prematuras por pandeo local de alguna parte de la sección.

Las normas para estructuras de acero admiten que se utilice el momento plástico como resistencia de las secciones, siempre que la geometría de éstas asegure que no se presente pandeo local (secciones compactas, referencia 4.8). En materiales que pueden ser moldeados en la forma más conveniente se usan para elementos en flexión secciones en que la mayor parte del material se concentra lejos del eje neutro donde puede ser sujeto a los esfuerzos mayores y contribuir al máximo a la resistencia de la seccion. En estos casos la relación entre momento plástico y de fluencia es poco superior a la unidad. Así, en acero estructural se usan para vigas secciones I o similares, para las cuales la relación entre el momento plástico y el de fluencia es de cerca de 1.1, solamente.

En la madera donde se emplean normalmente sólo secciones rectangulares, la diferencia entre el momento plástico y el de fluencia es muy notable y puede aprovecharse en el diseño.

No debe olvidarse que las propiedades estructurales de todo material están sujetas a cierto grado de variabilidad, que depende del procedimiento de producción del material y de cada propiedad específica. Como se comentó en el capítulo 2, de la variabilidad o incertidumbre, en las propiedades de los materiales dependen en buena medida los factores de seguridad que se toman en el diseño. En los materiales naturales (como la piedra y la madera) o en los de producción artesanal (como algunos ladrillos o el concreto en ciertos métodos de fabricación) la dispersión de las propiedades es relativamente alta (coeficientes de variación entre 30 y 40 por ciento). En los materiales que se obtienen en forma industrializada con buen control de calidad (como el acero) las propiedades son muy constantes y son típicos coeficientes de variación de 10 por ciento en la resistencia. La variabilidad suele ser mayor en los materiales frágiles que en los dúctiles, ya que en los primeros puede bastar un defecto local para dar lugar a una falla, mientras que en los segundos existe redistribución de esfuerzos y los efectos de un defecto local se disuelven. La variabilidad que se tiene en la resistencia suele ser mayor que la correspondiente al módulo de elasticidad, especialmente en los materiales con una composición química definida para la cual el módulo de elasticidad es prácticamente constante.

Como se ha dicho, las propiedades estructurales básicas se refieren a pruebas en condiciones estándar que pueden ser significativamente distintas de las que se presentan en una estructura. La velocidad con que se aplica una carga y el tiempo en que ésta permanece actuando, influyen en mayor o menor medida en todos los materiales. En el concreto y en la madera, cuando la carga se aplica dinámicamente, a alta velocidad, aumentan sustancialmente la resistencia y la rigidez, a la vez que se acentúa el carácter frágil de la falla. En ambos materiales, si una carga se mantiene durante mucho tiempo, se presentan fenómenos de flujo plástico que hacen que las deformaciones aumenten continuamente con el tiempo, llegando a ser del orden de tres veces las que se presentaron inmediatamente después de la aplicación de la carga. Materiales como el acero y el ladrillo de barro son mucho menos sensibles a la velocidad y permanencia de la carga. Ante estados de esfuerzos complejos, biaxiales o triaxiales, y ante repeticiones de cargas, algunas propiedades y especialmente el comportamiento inelástico se alteran sustancialmente, Por ejemplo, prácticamente cualquier material se vuelve frágil ante estados de tensión triaxial y prácticamente cualquier material presenta un comportamiento dúctil ante estados de compresión triaxial.

Hay algunas características no propiamente estructurales que tienen una influencia relevante en el comportamiento y en el aprovechamiento que puede darse a un material

dado dentro de una estructura. Una de ellas es el peso; en materiales de gran peso volumétrico y de resistencia no muy alta, buena parte de la resistencia debe destinarse a soportar su propio peso, como en el caso de un puente de concreto por ejemplo. Se ha llegado a manejar como medida de la eficiencia estructural de un material a la relación entre su resistencia y su peso volumétrico. Es, sin embargo, muy limitado el valor que puede darse a las comparaciones de eficiencia que se hacen en estos términos, ya que la conveniencia de uno u otro material depende de muy diversas funciones, estructurales y no, que debe cumplir la estructura.

Otro aspecto que influye en la posibilidad de usar eficientemente un material es la posibilidad de darle la forma más adecuada para la función estructural a la que está destinado, tanto en lo relativo a la forma de la sección como a la de los elementos y sistemas estructurales básicos. Propiedades también relevantes son la durabilidad, o sea la capacidad de mantener inalteradas sus características con el tiempo y ante el efecto de condiciones ambientales severas, y la de requerir poco mantenimiento para alcanzar dicha durabilidad.

4.2.2 Principales materiales estructurales

La gama de materiales que pueden llegar a emplearse con fines estructurales es muy amplia. Aquí sólo se destacarán algunas peculiaridades del comportamiento estructural de los materiales más comúnmente usados, tomando como base los aspectos señalados en el inciso anterior.

Los materiales *pétreos* de procedencia natural o artificial fueron, junto con la madera, los primeros utilizados por el hombre en sus construcciones. Se caracterizan por tener resistencia y módulo de elasticidad en compresión relativamente altos y por una baja resistencia en tensión. La falla es de carácter frágil, tanto en compresión como en tensión. Por la diversidad de las condiciones geológicas que puede haber dado lugar a la formación de las rocas correspondientes, las propiedades mecánicas de la piedra natural tienen variaciones muy elevadas. Un ejemplo extremo de ello son los resultados del ensaye de dos piedras extraídas de una misma columna de la Catedral de la ciudad de México (figura 4.6).

El material formado por un conjunto de piedras naturales o artificiales unidas o sobrepuestas se denomina *mampostería*. Las zonas de contacto entre las piezas o piedras individuales constituyen planos de debilidad para la transmisión de esfuerzos de tensión y de cortante. La unión entre las piedras individuales se realiza en general por medio de juntas de morteros de diferentes composiciones. La mampostería de piedras artificiales está constituida por piezas de tamaño pequeño con relación a las dimensiones del elemento constructivo que con ellas se integra. Las piezas pueden tener gran variedad de formas y de

materiales constitutivos; entre las más comunes están el ladrillo macizo o hueco de barro fabricado de manera artesanal o industrializado, el bloque hueco de concreto y el ladrillo macizo del mismo material, así como el ladrillo sílico-calcáreo. La gama de valores de las propiedades mecánicas es muy amplia debido a la gran diferencia de características de los materiales componentes (figura 4.7). En la construcción rural se emplean también el adobe (ladrillo de barro sin cocer) y el suelo cemento (barro estabilizado con cemento, cal o materiales asfálticos). El concreto simple suele clasificarse dentro de la categoría de las mamposterías, debido a que sus características estructurales y el tipo de fabricación y empleo son semejantes. Aunque no presenta los planos débiles debidos a las uniones, su resistencia en tensión es muy baja y suele despreciarse en el diseño.

Las propiedades estructurales de la mampostería están sujetas en general a dispersiones elevadas debido al poco control que puede ejercerse sobre las características de los materiales constitutivos y sobre el proceso de construcción que es en general esencialmente artesanal. Valores típicos del coeficiente de variación de la resistencia en compresión de elementos de mampostería se encuentran entre 30 y 40 por ciento, aunque en los elementos de piezas fabricadas industrialmente y construidos con mano de obra cuidadosa pueden lograrse valores sustancialmente menores. Por la elevada variabilidad de las propiedades, los factores de seguridad fijados por las normas para el diseño de estructuras de mampostería son mayores que los que corresponden a los otros materiales estructurales.

El aprovechamiento mejor de la mampostería para fines estructurales se tiene en elementos masivos que están sometidos esencialmente a esfuerzos de compresión, como los muros y los arcos. Se emplea también cuando se quiere aprovechar el peso propio del elemento estructural para equilibrar esfuerzos de tensión inducidos por las cargas externas; tal es el caso de los muros de contención y los muertos de anclaje. La mampostería tiende a entrar en desuso en los países industrializados debido a que requiere el uso intensivo de mano de obra, lo que la hace poco competitiva con otros materiales. Sin embargo, sigue teniendo amplio campo de aplicación en muchos países, cada vez más en relación con las piezas de tipo industrializado y de mejores propiedades estructurales.

El refuerzo de los materiales pétreos permite eliminar la principal limitación estructural de la mampostería, o sea su baja resistencia a esfuerzos de tensión. En general, el refuerzo consiste en barras de acero integradas a la mampostería en las zonas y en la dirección en las que pueden aparecer tensiones.

El *concreto reforzado* es el más popular y desarrollado de estos materiales, ya que aprovecha en forma muy eficiente las características de buena resistencia en compresión, durabilidad, resistencia al fuego y moldeabilidad del concreto,

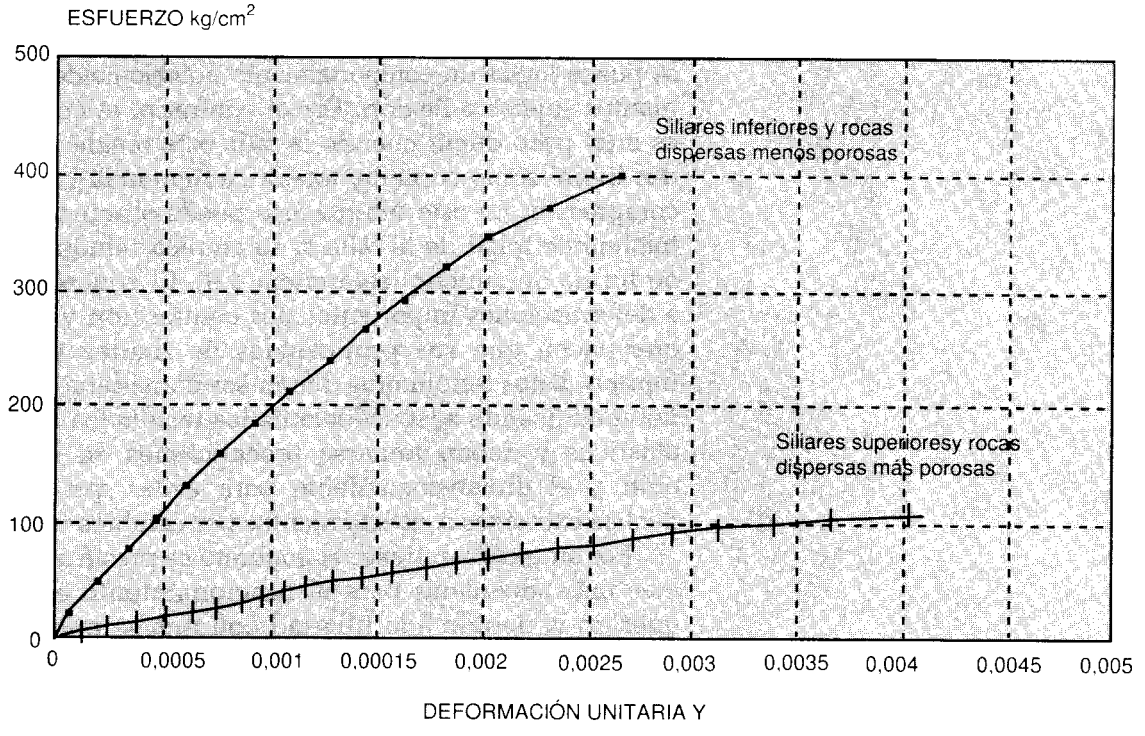


Figura 4.6. Curvas típicas esfuerzo-deformación.

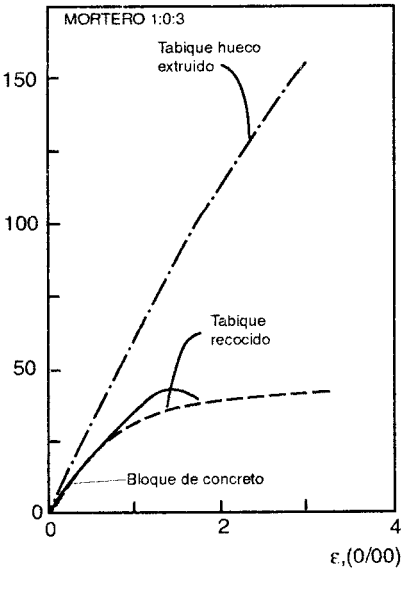


Figura 4.7. Curvas típicas esfuerzo-deformación para mampostería.

junto con las de alta resistencia en tensión y ductilidad del acero, para formar un material compuesto que reúne muchas

de las ventajas de ambos materiales componentes. Manejando de manera adecuada la posición y cuantía del refuerzo, se puede lograr un comportamiento notablemente dúctil en elementos sujetos a flexión. Por el contrario, el comportamiento es muy poco dúctil cuando la falla está regida por otros estados límite como cortante, torsión, adherencia y carga axial de compresión. En este último caso puede eliminarse el carácter totalmente frágil de la falla si se emplea refuerzo transversal en forma de zuncho (referencia 4.9). El concreto está sujeto a deformaciones importantes por contracción y flujo plástico que hacen que sus propiedades de rigidez varíen con el tiempo. Estos fenómenos deben ser considerados en el diseño, modificando adecuadamente los resultados de los análisis elásticos y deben tomarse precauciones en la estructuración y el dimensionamiento para evitar que se presenten flechas excesivas o agrietamientos por cambios volumétricos.

Por su moldeabilidad, el concreto se presta a tomar las formas más adecuadas para el funcionamiento estructural requerido y, debido a la libertad con que se puede colocar el refuerzo en diferentes cantidades y posiciones, es posible lograr que cada porción de la estructura tenga la resistencia necesaria para las fuerzas internas que se presentan. El monolitismo es una característica casi obligada del concreto colado en sitio; al prolongar y anclar el refuerzo en las juntas pueden transmitirse los esfuerzos de uno a otro elemento y se logra continuidad en la estructura.

Las dimensiones generalmente robustas de las secciones y el peso volumétrico relativamente alto del concreto hacen que el peso propio sea una acción preponderante en el diseño de las estructuras de este material y en el de las cimentaciones que las soportan. Los concretos elaborados con agregados ligeros se emplean con frecuencia en muchos países para reducir la magnitud del peso propio. Se incrementan, sin embargo, en estos casos las deformaciones por contracción y flujo plástico y se reduce el módulo de elasticidad para una resistencia dada.

Mediante una dosificación adecuada de los ingredientes, puede proporcionarse la resistencia a compresión más conveniente para la función estructural que debe cumplirse. Aunque para las estructuras comunes resulta más económico emplear resistencias cercanas a 250 kg/cm^2, éstas pueden variarse con relativa facilidad entre 150 y 500 kg/cm^2. La curva esfuerzo-deformación se vuelve más frágil a medida que aumenta la resistencia (figura 4.8).

En años recientes han comenzado a usarse concretos de muy alta resistencia (1000 kg/cm^2). Su elaboración requiere de agregados de extraordinaria calidad, del uso de aditivos especiales y de un extremo cuidado en el proceso de fabricación, su empleo es para estructuras especiales como los edificios de gran altura y algunos elementos prefabricados.

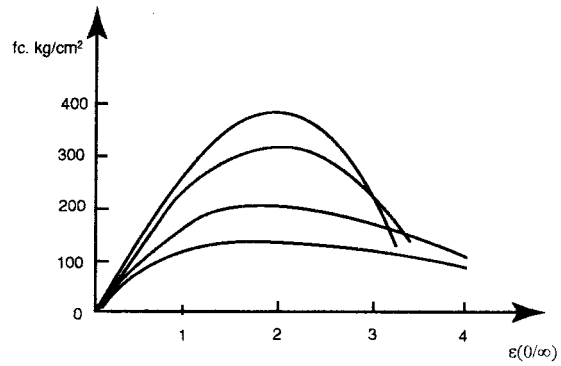


Figura 4.8. Relación esfuerzo-deformación de concretos de diferente resistencia.

La variabilidad de las propiedades mecánicas del concreto es reducida si se observan precauciones rigurosas en la fabricación, en cuyo caso son típicos coeficientes de variación de la resistencia en compresión poco superiores a 10 por ciento. Se tienen dispersiones radicalmente mayores cuando los ingredientes se dosifican por volumen y sin tomar en cuenta la influencia de la humedad y absorción de los agregados en las cantidades de agua necesarias en la mezcla. Coeficientes de variación entre 20 y 30 por ciento son frecuentes en estos casos para la resistencia en compresión.

Una modalidad más refinada del concreto reforzado permite eliminar, o al menos reducir, el inconveniente del agrietamiento del concreto que es consecuencia natural de los esfuerzos elevados de tensión a los que se hace trabajar el acero de refuerzo. Este problema se vuelve más importante a medida que los elementos estructurales son de proporciones mayores y aumentan las fuerzas que se quieren desarrollar en el acero, como es el caso de vigas de grandes claros para techos y para puentes. Esta modalidad es el *concreto presforzado,* que consiste en inducir esfuerzos de compresión en las zonas de concreto que van a trabajar en tensión y así lograr que bajo condiciones normales de operación, se eliminen o se reduzcan los esfuerzos de tensión en el concreto y, por tanto, no se produzca agrietamiento. Las compresiones se inducen estirando el acero con que se refuerza la sección de concreto y haciéndolo reaccionar contra la masa de concreto. Para evitar que el presfuerzo inicial se pierda en su mayor parte debido a los cambios volumétricos del concreto, se emplea refuerzo de muy alta resistencia (superior a 15 000 kg/cm^2).

Otras modalidades de refuerzo del concreto han tenido hasta el momento aplicación limitada, como el refuerzo con fibras cortas de acero plástico o vidrio, dispersas en la masa de concreto para proporcionar resistencia a tensión en cualquier dirección, así como alta resistencia al impacto; o como el re-

fuerzo con placas de acero pegadas en el exterior del elemento con resinas epóxicas de alta adherencia.

También en la mampostería se ha usado refuerzo con barras de acero con la misma finalidad que para el concreto. La *mampostería reforzada* ha tenido un adelanto mucho menor que el concreto reforzado, porque su empleo casi obligado es en muros, donde bajo las cargas verticales las solicitaciones son casi siempre sólo de compresión. Es poco práctico construir vigas y losas de mampostería, en las que se requiere refuerzo de tensión.

En zonas sísmicas y en construcciones que pueden estar sujetas a hundimientos diferenciales de sus apoyos, debe preverse la aparición de tensiones por flexión o por tensión diagonal en los muros de mampostería y es necesario proporcionar algún tipo de refuerzo. El refuerzo puede ser en el interior de piezas huecas, como los bloques de concreto, o concentrado en pequeños elementos aislados, como en mampostería de piedra natural o artificial de piezas macizas (véase sección 6.7.4).

La *madera* tiene características muy convenientes para su uso como material estructural y como tal se ha empleado desde los inicios de la civilización. Al contrario de la mayoría de los materiales estructurales, tiene resistencia a tensión superior a la de compresión (figura 4.9), aunque esta última es también aceptablemente elevada (referencia 4.10). Su buena resistencia, su ligereza y su carácter de material natural renovable constituyen las principales cualidades de la madera para su empleo estructural. Su comportamiento es relativamente frágil en tensión y aceptablemente dúctil en compresión, en que la falla se debe al pandeo progresivo de las fibras que proporcionan la resistencia. El material es fuertemente anisotrópico, ya que su resistencia es notablemente mayor en la dirección de las fibras que en las ortogonales a ésta. Sus inconvenientes principales son la poca durabilidad en ambientes agresivos, que puede ser subsanada con un tratamiento apropiado, y la susceptibilidad al fuego, que puede reducirse sólo parcialmente con tratamientos retardantes y más efectivamente protegiéndola con recubrimientos incombustibles. Las dimensiones y formas geométricas disponibles son limitadas por el tamaño de los troncos; esto se supera en la madera laminada pegada en que piezas de madera de pequeño espesor se unen con pegamentos de alta adhesión para obtener formas estructuralmente eficientes y lograr estructuras en ocasiones muy atrevidas y de gran belleza.

El problema de la anisotropía se reduce en la madera contrachapada en que se forman placas de distinto espesor pegando hojas delgadas con las fibras orientadas en direcciones alternadas en cada capa.

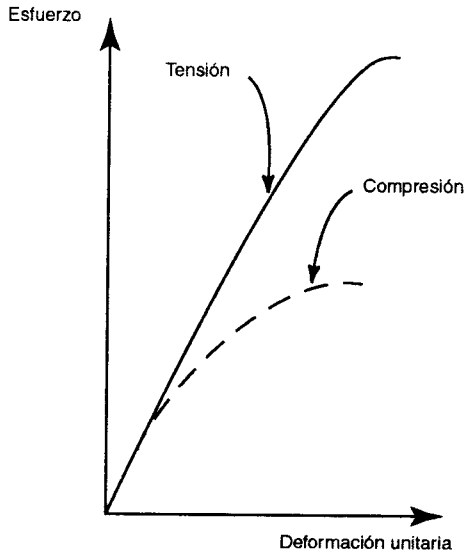


Figura 4.9. Relaciones típicas esfuerzo-deformación para la madera.

La unión entre los elementos de madera es un aspecto que requiere especial atención y para el cual existen diferentes procedimientos. Las propiedades estructurales de la madera son muy variables según la especie y según los defectos que puede presentar una pieza dada; para su uso estructural se requiere una clasificación que permita identificar piezas con las propiedades mecánicas deseadas. En algunos países el uso estructural de la madera es muy difundido y se cuenta con una clasificación estructural confiable; en otros su empleo con estos fines es prácticamente inexistente y es difícil encontrar madera clasificada para fines estructurales.

De los materiales comúnmente usados para fines estructurales, el *acero* es el que tiene mejores propiedades de resistencia, rigidez y ductilidad. Su eficiencia estructural es además alta debido a que puede fabricarse en secciones con la forma más adecuada para resistir flexión, compresión u otro tipo de solicitación. Las resistencias en compresión y tensión son prácticamente idénticas y pueden hacerse variar dentro de un intervalo bastante amplio modificando la composición química o mediante trabajo en frío. Hay que tomar en cuenta que a medida que se incrementa la resistencia del acero se reduce su ductilidad y que al aumentar la resistencia no varía el módulo de elasticidad, por lo que se vuelven más críticos los problemas de pandeo local de las secciones y global de los elementos. Por ello, en las estructuras normales la resistencia de los aceros no excede de 2500 kg/cm^2 mientras que para refuerzo de concreto, donde no existen problemas de pandeo, se emplean con frecuencia aceros de 6000 kg/cm^2 y para presfuerzo

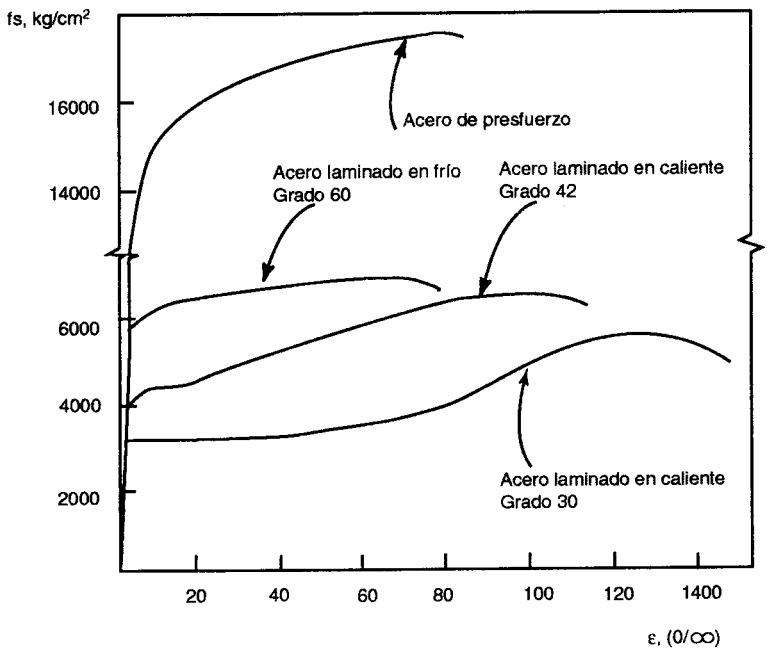


Figura 4.10. Curvas esfuerzo-deformación del acero de refuerzo.

hasta de 20000 kg/cm^2 (figura 4.10). La continuidad entre los distintos componentes de la estructura no es tan fácil de lograr como en el concreto reforzado, y el diseño de las juntas, soldadas o atornilladas en la actualidad, requiere de especial cuidado para que sean capaces de transmitir las solicitaciones que implica su funcionamiento estructural.

Por ser un material de producción industrializada y controlada, las propiedades estructurales del acero tienen generalmente poca variabilidad. Coeficientes de variación del orden de 10 por ciento son típicos para la resistencia y las otras propiedades. Otra ventaja del acero es que su comportamiento es perfectamente lineal y elástico hasta la fluencia, lo que hace más fácilmente predecible la respuesta de las estructuras de este material. La alta ductilidad del material permite redistribuir concentraciones de esfuerzos. Las extraordinarias cualidades estructurales del acero, y especialmente su alta resistencia en tensión, han sido aprovechadas estructuralmente en una gran variedad de elementos y materiales compuestos, primero entre ellos el concreto reforzado y el presforzado; además en combinación con madera, plásticos, mampostería y otros.

La posibilidad de ser atacado por la corrosión hace que el acero requiera protección y cierto mantenimiento en condiciones ambientales severas. El costo y los problemas que se originan por este aspecto son suficientemente importantes para que inclinen la balanza hacia el uso de concreto reforzado en algunas estructuras que deben quedar expuestas a la intemperie, como los puentes y ciertas obras marítimas, aunque en acero podría lograrse una estructura más ligera y de menor costo inicial.

Existe una gran variedad de otros materiales que llegan a emplearse para fines estructurales, pero cuya aplicación a la fecha ha sido muy limitada. El aluminio tiene excelente resistencia, pero su módulo de elasticidad relativamente bajo y su costo impiden su utilización en la mayoría de las estructuras civiles, aunque no en estructuras especiales en que su bajo peso representa una ventaja decisiva, como en los aviones y en los muebles. Se llegó a pensar que los plásticos, en un gran número de modalidades, llegarían a constituir un material estructural preponderante; sin embargo, su alto costo y su susceptibilidad al fuego han limitado grandemente su desarrollo en este sentido. La resina reforzada con fibra de vidrio ha tenido algunas aplicaciones estructurales importantes en las que se ha aprovechado su moldeabilidad, ligereza, alta resistencia a tensión y costo razonable. Es de esperarse que en el futuro se desarrollen y popularicen materiales diferentes; sin embargo, la tendencia desde hace varias décadas ha sido hacia el mejoramiento de las propiedades de los materiales existentes, más que hacia el desarrollo de materiales radicalmente diferentes. Uno de los tipos más promisorios de materiales de altas presta-

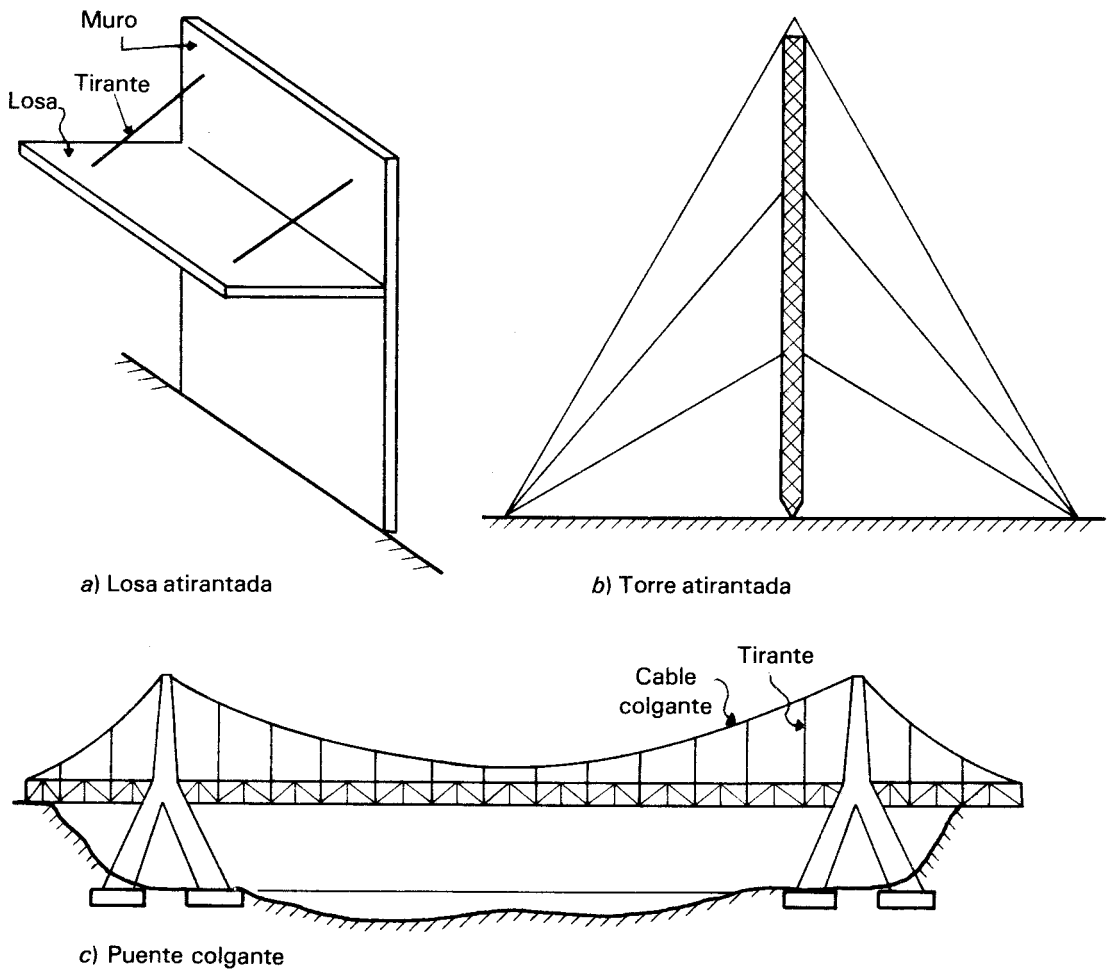
ciones son las fibras de carbono de origen plástico con las que se pueden alcanzar resistencias extraordinarias.

4.3 LOS ELEMENTOS ESTRUCTURALES BÁSICOS

4.3.1 Elementos lineales

Los elementos más sencillos que pueden identificarse en una estructura son aquellos que se modelan como líneas, o sea que tienen una de sus dimensiones mucho mayor que las otras dos. Estos elementos se tratarán aquí en función del tipo de solicitación que en ellos predomina.

La figura 4.11 muestra algunos ejemplos de elementos sujetos a tensión en la dirección de su eje longitudinal. Los tirantes de la losa de la figura 4.11*a)* dejan libre el paso inferior



a) Losa atirantada

b) Torre atirantada

c) Puente colgante

Figura 4.11. Algunos tipos de tirantes y cables.

y permiten un ahorro considerable en las dimensiones de la losa con respecto al caso en que estuviese un voladizo. Los contravientos de la torre atirantada de la figura 4.11*b)* tienen

como función resistir los empujes horizontales debidos principalmente a viento e impedir el volteo de la torre. Para poder resistir empujes en cualquier dirección, los tirantes deben estar alineados en planta en tres direcciones distintas, con ángulos cercanos a 120°. En el cable que sostiene al puente colgante esquematizado en la figura 4.11*c)*, las fuerzas se aplican en dirección perpendicular a la línea que une los apoyos y, debido a que su rigidez transversal es nula, el cable toma la forma que le permite convertir las fuerzas verticales en fuerzas axiales. De los ejemplos mostrados, pueden distinguirse dos casos: *el tirante* como elemento de eje recto sujeto a una carga actuante en dirección de su eje, y *el cable colgante* que sirve para resistir cargas transversales y que toma la configuración adecuada a cada sistema de carga que está sujeto.

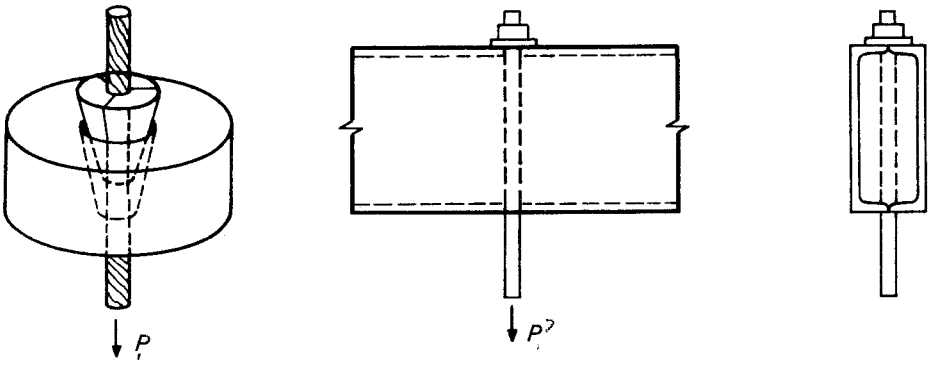
Un aspecto especialmente importante en el diseño de un elemento en tensión es la necesidad de un anclaje. Este elemento transmite la fuerza en él aplicada a un punto de apoyo que puede ser otra parte de la estructura o el terreno. Cuando la reacción se transmite a la estructura, puede introducir en ella solicitaciones importantes; cuando se transmite al terreno debe ser contrarrestada ya sea por gravedad, mediante un muerto de anclaje cuyo peso equilibre la reacción, ya sea por fricción entre un elemento de anclaje y el terreno. El dispositivo de anclaje puede resultar complejo y costoso, ya que suelen introducirse en él concentraciones de esfuerzos muy elevadas. Algunos ejemplos se muestran en la figura 4.12. En elementos cortos el costo del anclaje llega a superar el del elemento principal, mientras que la influencia de este aspecto disminuye al crecer la longitud del tirante. En todo caso, la decisión de usar elementos de tensión para la transmisión de un conjunto de cargas depende en gran medida de la posibilidad de disponer de una forma de anclaje eficiente y económica.

Otra característica de los elementos de tensión es su escasa o nula rigidez para fuerzas que actúan fuera de su eje. Con frecuencia los tirantes se diseñan con cierta rigidez transversal para que absorban flexiones accidentales, como en diagonales de armaduras, por ejemplo. En el caso de cables, la rigidez transversal es nula, de manera que éstos toman en cada caso la forma que les permite equilibrar el sistema de carga aplicado. La figura 4.13 muestra la configuración que adquiere un cable ante algunos sistemas de carga típicos. Dicha configuración se denomina *polígono funicular de cargas*. El problema de resistir las cargas de esta manera es que, si cambia el sistema de cargas aplicado, cambia la forma del cable y esto rara vez es admisible en estructuras de ingeniería civil. La solución usual es proporcionar sistemas de cables que se autoequilibren de ma-

nera que, si cambia el tipo de carga, entren en funcionamiento otros cables que impidan que la estructura se deforme. Un ejemplo típico es la torre atirantada de la figura 4.11*b)*.

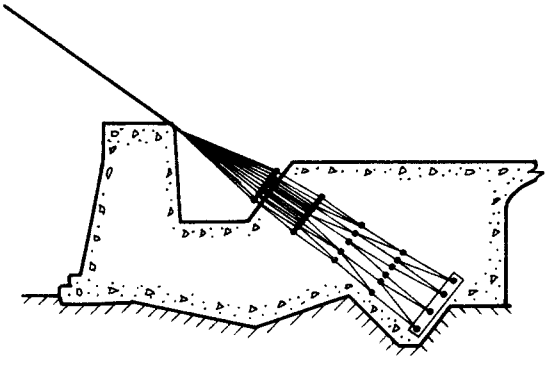
El material obvio para trabajar en tensión es el acero, por su alta resistencia y por la relativa facilidad de ser anclado. En elementos largos y en estructuras importantes es común utilizar aceros de muy alta resistencia para aprovechar al máximo la potencialidad de este material, aunque con ello se presentan mayores dificultades en el anclaje. Cuando no se pretende que el elemento tenga rigidez transversal, la sección ideal es la circular, barra maciza o cable. El concreto reforzado se emplea en ocasiones en tirantes, aunque aquí la función del concreto es puramente de protección del refuerzo que es el que proporciona la resistencia a tensión. La ventaja de un tirante de concreto es que puede funcionar como puntal si las cargas llegan a cambiar de sentido y requieren que el elemento trabaje a compresión. El anclaje de tirantes de concreto se realiza normalmente por adherencia de las barras de concreto dentro de la parte de la estructura contra la que se aplica la reacción. El empleo del refuerzo en tirantes de concreto reduce el problema del agrietamiento ante esfuerzos de tensión. La buena resistencia a tensión de la madera permitiría su uso como tirante, sin embargo las dificultades de anclaje hacen poco conveniente el empleo de este material para dicho fin, excepto para elementos cortos, como diagonales de armadura. La mampostería obviamente es inadecuada por su pobre resistencia a tensión.

El *poste* es el elemento barra sujeto a compresión axial. Su denominación más común de *columna* es más apropiada cuando está sujeto a condiciones de carga más complejas que incluyen flexión. Cuando el poste es inclinado adquiere el nombre de *puntal*. El estado de compresión perfectamente axial es meramente ideal en las estructuras ya que, por las condiciones de continuidad o imperfección de la construcción, siempre se presentan excentricidades accidentales de la carga aplicada, las cuales dan lugar a que ésta se encuentre acompañada de cierta flexión. Por el contrario, el estado de tensión pura analizado en los párrafos anteriores sí corresponde a una situación real en los cables que cambian de forma para eliminar las posibles excentricidades accidentales. En el poste el problema de apoyo es de importancia marginal, ya que su reacción puede transmitirse por apoyo directo sobre otro elemento estructural. El estado de compresión lleva como característica fundamental la posibilidad de pandeo. En postes de dimensiones normales no se llega a alcanzar prácticamente en ningún caso la resistencia total en compresión del material, porque la resistencia se



a) Dispositivo en tronco de cono para cables

b) Anclaje de una barra de acero en una sección del mismo material.



c) Anclaje de un cable en un muerto de concreto

Figura 4.12. Algunos dispositivos de anclaje.

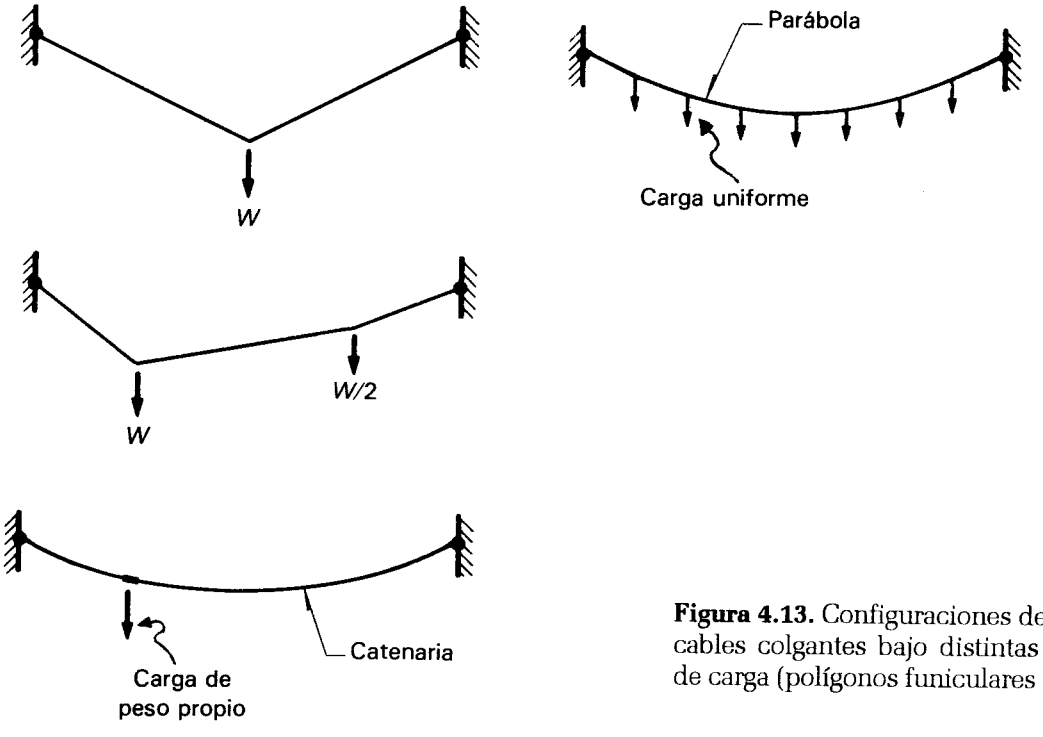


Figura 4.13. Configuraciones deformadas de cables colgantes bajo distintas condiciones de carga (polígonos funiculares de carga).

se reduce por problemas de inestabilidad lateral. Por ello, en el poste la resistencia no depende sólo del área transversal y del esfuerzo resistente del material, sino del módulo de elasticidad, y de la longitud del elemento, de las condiciones de apoyo y de la forma de la sección. Conviene que esta última sea tal que haga máximo el momento de inercia y evite a la vez el pandeo local. La sección tubular es muy eficiente en este sentido y aún más las secciones en celosía de alma abierta. Todos los materiales estructurales aquí mencionados son apropiados para funcionar como postes, porque tienen una resistencia en compresión considerable. El concreto y las mamposterías requieren de secciones robustas que hacen menos importantes los problemas de pandeo que son, por el contrario, críticos en postes de acero.

El equivalente del cable colgante para esfuerzos de compresión es el *arco*. Sin embargo, mientras que el cable cambia de forma para transmitir las cargas a los apoyos por medio de tensión puramente axial, el arco es una estructura rígida que transmite las cargas a los apoyos por compresión pura sólo si su forma corresponde exactamente al funicular de las cargas aplicadas (figura 4.14). Cualquier desviación de esta trayectoria implica la aparición de flexiones para que la carga pueda ser transmitida a los apoyos. La magnitud de las flexiones es proporcional a la desviación (excentricidad) entre el eje del arco y el funicular de cargas. La reacción en el apoyo tiene un componente horizontal, llamada *coceo*, que introduce problemas en el resto de la estructura, especialmente cuando el arco es elevado. Variando la geometría del arco se modifica la magnitud de las flexiones que se introducen y la del coceo.

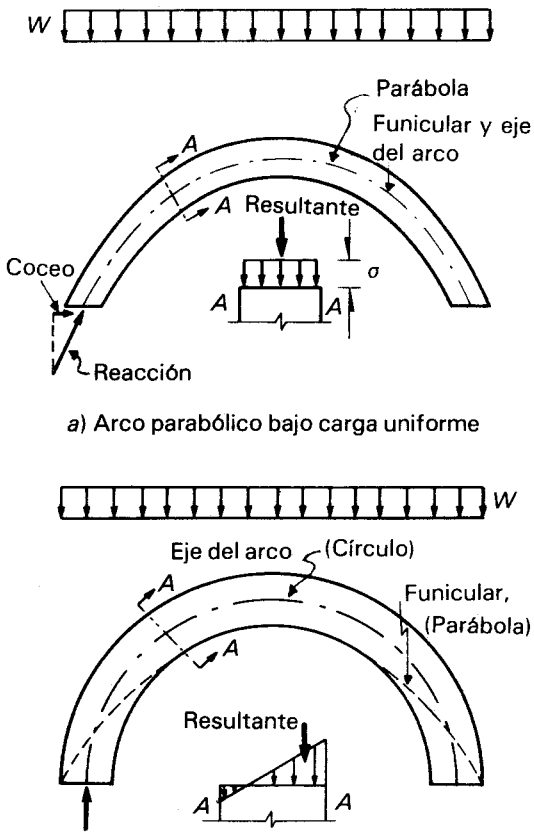


Figura 4.14. Esfuerzos en arcos de diferentes formas.

Por estar sujeto a compresiones elevadas, el arco puede fallar por pandeo transversal si no cuenta con apoyo transversal, o por pandeo en el plano cuando su sección es muy esbelta (figura 4.15). Un arco continuo es una estructura hiperestática. Se requieren tres articulaciones para que sea isostático y de cuatro para que se vuelva un mecanismo. Por su hiperestaticidad, los arcos continuos están sujetos a efectos de temperatura y de hundimientos diferenciales de sus apoyos. Ambas situaciones pueden ser críticas en el diseño.

Las mamposterías y el concreto han sido los materiales más comunes para la construcción de arcos, aprovechando su alta resistencia en compresión y su bajo costo. El arco es la forma natural de transmitir cargas transversales con estos materiales que no tienen capacidad apreciable en tensión y por tanto no son aptos para transmitirla por flexión como en las vigas, sino sólo por compresión como en los arcos. El acero es también adecuado para esta forma estructural, aunque los problemas de pandeo suelen regir su diseño, por lo cual las secciones abiertas de gran momento de inercia son las más adecuadas en este caso.

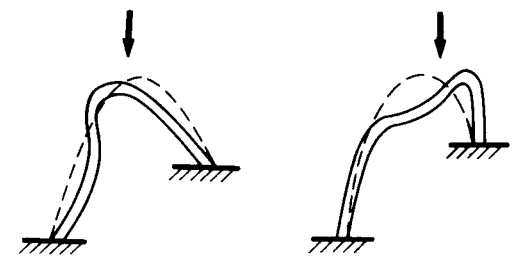


Figura 4.15. Configuraciones de pandeo de un arco.

Una barra sujeta a cargas normales a su eje es una viga, aunque este nombre se le asigna comúnmente sólo cuando la barra es horizontal. Una viga resiste y transmite a sus apoyos la carga por medio de flexión y cortante. La variación de esfuerzos normales a lo largo de la sección define una resultante de compresión y una de tensión que deben ser iguales, ya que la carga axial externa es nula. La magnitud del momento máximo que puede resistir la sección está definida por la magnitud de las resultantes de esfuerzos internos de tensión y compresión que pueden desarrollarse y del brazo de palanca de dichas fuerzas. En una sección rectangular (figura 4.5), cuando se alcanza el esfuerzo máximo en la fibra extrema, más de la mitad de la sección está sujeta a menos de la mitad de dicho esfuerzo máximo, por tanto la sección es poco eficiente, al contrario de lo que ocurre para carga axial de tensión o de compresión en que toda la sección está sujeta a un esfuerzo máximo constante. Para aumentar la eficiencia de una sección conviene concentrar más área cerca de los extremos. En acero las secciones *I* son las ideales para esta función; en concreto reforzado la sección *T* proporciona una mayor área de concreto en la parte superior para equilibrar en compresión la fuerza de tensión que puede desarrollar el acero en la parte inferior de la sección.

Además de la flexión principal, otros estados límite rigen el dimensionamiento de una viga: la falla por cortante, el pandeo lateral del patín de compresión y el pandeo local de la zona en compresión suelen resultar críticos para definir las dimensiones del alma de la viga, de su momento de inercia alrededor del eje débil y de los espesores de las diferentes partes de la sección, respectivamente. Ocasionalmente, las vigas deben resistir, además, momentos flexionantes en dirección normal al plano de las cargas principales, así como momentos torsionantes. Todo ello hace que la sección que puede resultar óptima para fines de resistir la flexión principal no es necesariamente la más adecuada al considerar los otros estados límite.

Un aspecto importante en las vigas es la revisión del estado límite de deflexiones. En elementos sujetos a compresión o a tensión axial las deformaciones son muy pequeñas y no suelen regir el dimensionamiento. En vigas con mucha frecuencia el momento de inercia necesario está regido por el cumplimiento de los requisitos de flechas máximas admisibles y no por el de resistencia.

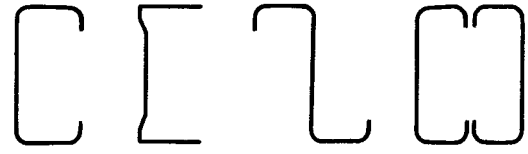
Otra diferencia de la viga con respecto al tirante y al poste es que, mientras que en estos últimos los esfuerzos son prácticamente constantes en todo el elemento, en vigas los diagramas de momentos y de cortantes varían de una a otra sección según la forma de apoyo y el tipo de carga. En materiales como la madera y el acero, las formas disponibles obligan casi siempre a proporcionar en todas las secciones

de un elemento, propiedades uniformes e iguales a las que se requieren únicamente en las secciones críticas, por lo que en la mayoría de las secciones la resistencia será superior a la necesaria. En el concreto reforzado se tiene mucho más facilidad para variar la resistencia de una sección a otra, cambiando la cantidad y posición del refuerzo de manera de tener la resistencia distribuida en forma similar a la requerida por el diagrama de momentos debido a las cargas actuantes.

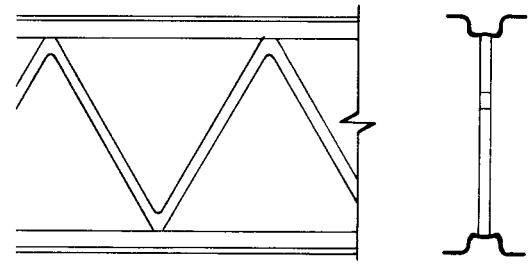
Para un funcionamiento eficiente como viga es esencial contar con materiales con apreciable resistencia en tensión; de allí que el acero, solo o como refuerzo del concreto, y la madera sean los materiales más empleados para formar estos elementos estructurales. El uso de la madera, como se ha dicho, está restringido a claros relativamente pequeños por las limitaciones de dimensiones disponibles de los elementos, aunque este inconveniente puede ser superado en la madera laminada pegada. En el acero se cuenta con una amplia gama de perfiles laminados y además con la posibilidad de obtener secciones de las formas más adecuadas al uso específico, armándolas a partir de placas y perfiles soldados. Los problemas de pandeo lateral, de pandeo local y de deflexiones rigen frecuentemente el diseño de vigas de este material. Para vigas de tamaño pequeño, las secciones más eficientes son las que se forman doblando en frío láminas delgadas de acero de alta resistencia (esfuerzo de fluencia del orden de 4500 kg/cm^2); esto da lugar a secciones muy eficientes, no sólo en flexión principal, sino también para pandeo lateral y local y para flexión sobre el eje débil (figura 4.16). Secciones muy eficientes son también las de alma abierta en las que la fuerza cortante no se resiste a través de un medio continuo, sino de elementos diagonales, dando lugar a un funcionamiento como armadura.

Es en la viga donde el concreto reforzado, y especialmente el presforzado, encuentra su aplicación más eficiente al integrar un material compuesto que aprovecha las ventajas de sus dos materiales componentes. En el concreto reforzado elaborado en sitio la búsqueda de secciones más eficientes que la rectangular, o la *T*, no se justifica en general por el mayor costo y complicación en la cimbra. Por el contrario, en los elementos prefabricados, generalmente presforzados, es usual emplear secciones de formas más elaboradas en las que se obtiene un mayor aprovechamiento del material con menor área, lo que redunda en un ahorro no sólo por menor costo de material, sino principalmente por menor peso propio de la viga.

Existe un gran número de secciones compuestas en que se trata esencialmente de combinar una parte prefabricada con alta resistencia en tensión (acero, madera o concreto presforzado) con otra de buena resistencia en compresión,



a) Secciones de lámina delgada doblada

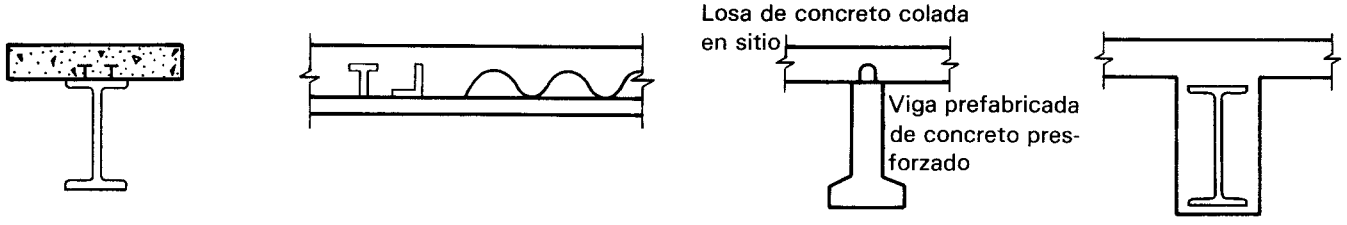


b) Secciones de alma abierta

Figura 4.16. Algunas secciones eficientes para vigas de acero con cargas ligeras.

de menor costo y, generalmente, que pueda formar sistema de piso. Diversas soluciones de este tipo aparecen en la figura 4.17. Para que se garantice el trabajo conjunto de la sección compuesta es necesario que se cuente con capacidad para transmitir esfuerzos tangenciales en la superficie de contacto (figura 4.18), lo que puede lograrse por fricción, adhesión o por anclaje mecánico.

La figura 4.18 ilustra la situación para una viga simplemente apoyada e integrada por dos elementos sobrepuestos. Si no hay unión entre los dos elementos, cuando se flexiona la viga hay un deslizamiento relativo entre los dos elementos (figura 4.18*b*), de manera que éstos trabajan como dos vigas sobrepuestas, en cada una de las cuales se presentan tensiones en la cara inferior y compresiones en la superior. La falla de la viga se presenta cuando se alcanza la resistencia del más débil de los dos elementos. En el mejor de los casos, si los materiales son dúctiles, la resistencia es igual a la suma de las resistencias de los dos elementos individuales.



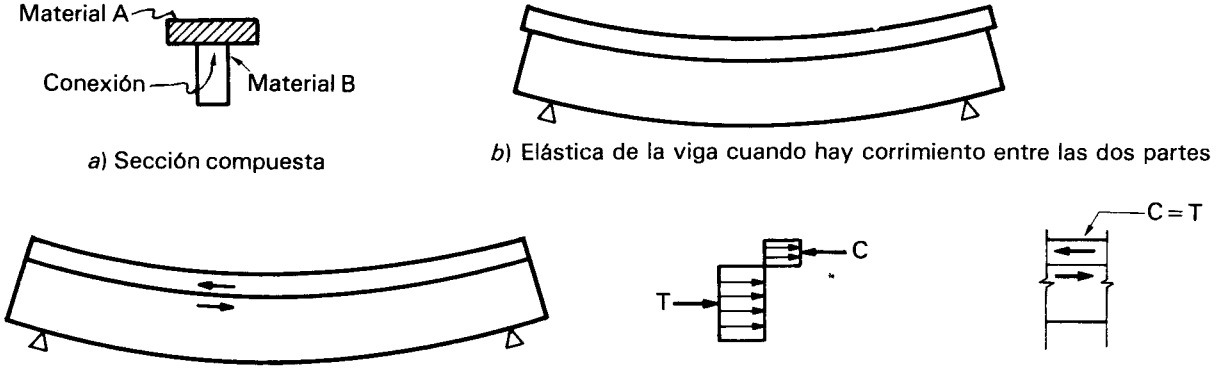
a) Viga de acero y losa de concreto

b) Tipos más comunes de conectores entre vigas de acero y losa de concreto

c) Viga y losa de concreto

d) Viga de acero ahogada en una sección de concreto

Figura 4.17. Distintos tipos de secciones compuestas



a) Sección compuesta

b) Elástica de la viga cuando hay corrimiento entre las dos partes

c) Elastica de la viga, cuando hay acción compuesta por la capacidad de transmitir esfuerzos tangenciales

d) Distribución de esfuerzos normales en la condición de falla

e) Esfuerzos tangenciales en la superficie de contacto para la condición de falla

Figura 4.18. Funcionamiento de una viga de sección compuesta.

Si los dos elementos están ligados por conectores que resisten los esfuerzos cortantes tangenciales en la cara de contacto, se forma una sola sección compuesta cuya rigidez es proporcional al momento de inercia de la sección total y en la cual se presenta compresión en la parte superior y tensión en la inferior. Esta sección puede llegar a tomar una resistencia varias veces superior a la de la suma de las resistencias individuales de sus componentes.

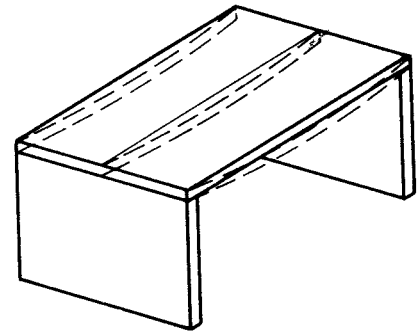
4.3.2 Elementos planos

Un grupo importante de elementos estructurales básicos se caracteriza por tener una dimensión muy pequeña con respecto a las otras dos y una superficie media plana. Estos elementos se identifican con el nombre genérico de *placas*, aunque adquieren nombres más específicos según la función estructural principal que desempeñan.

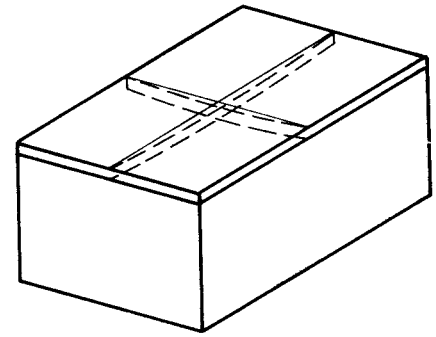
Las placas sujetas a cargas normales a su plano y apoyadas en sus bordes o en algunos puntos son tipicas de los sistemas de piso y techo, aunque cumplen un gran número de otras funciones en diferentes estructuras. Cuando son de concreto, o de piedra o de construcción compuesta con estos materiales, se denominan *losas*.

Una placa apoyada solamente en dos de sus bordes en una misma dirección, funciona esencialmente como una viga ancha, ya que transmite la carga a los apoyos por medio de flexión en una dirección. Cuando la carga es uniforme es válido considerar una franja de losa de ancho unitario y diseñarla como viga. En realidad el comportamiento es ligeramente distinto debido a las restricciones que existen a las deformaciones que se originan en dirección transversal por efecto de Poisson (figura 4.19*a*).

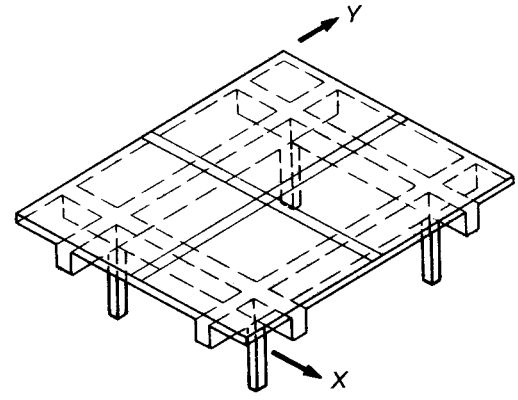
La placa sobre apoyos rígidos en todo su perímetro (figura 4.19*b*) se flexiona con doble curvatura y su comportamiento puede visualizarse considerando que una fracción de la carga se transmite por flexión en una dirección y el resto por flexión en la otra. De esta forma la eficiencia es muy superior a la de la placa que trabaja en una sola dirección. La porción de la carga que se transmite en cada dirección depende de la re-



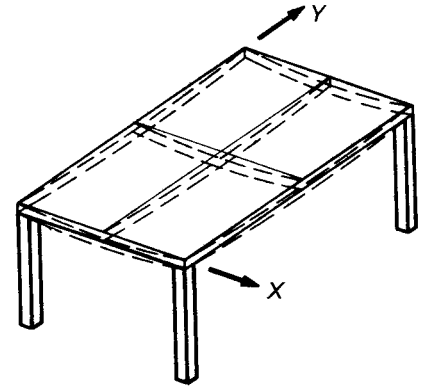
a) Placa en una dirección



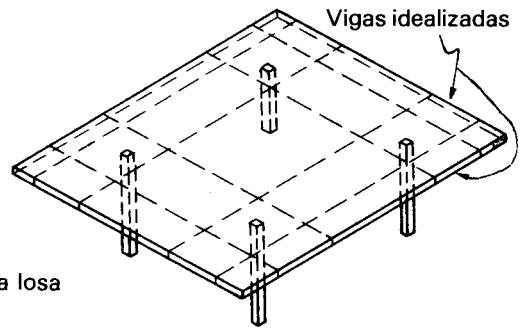
b) Placa apoyada en dos direcciones



c) Placa sobre apoyos flexibles



d) Placa sobre apoyos puntuales



e) Vigas idealizadas en una losa sobre apoyos puntuales

Figura 4.19. Funcionamiento de diferentes tipos de placas.

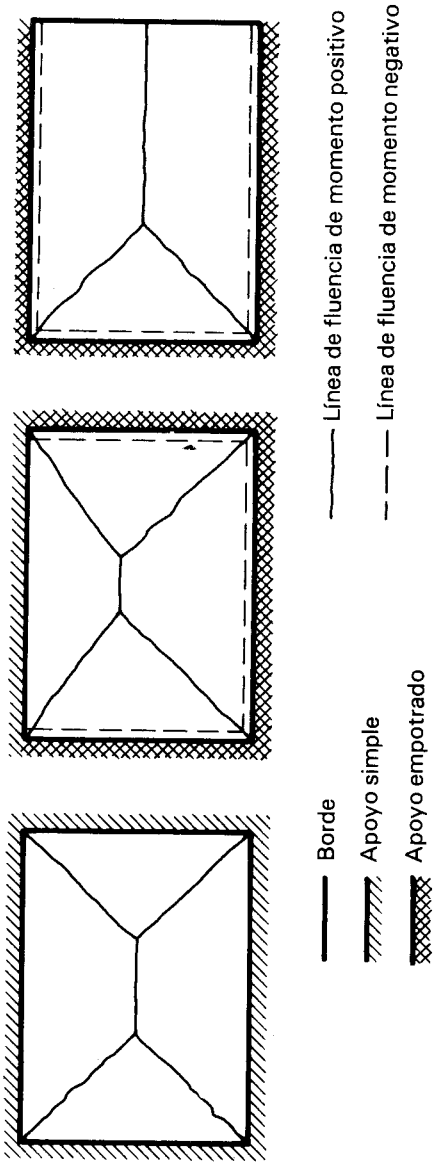


Figura 4.20. Mecanismos de colapso de placas rectangulares bajo carga uniforme y diferentes tipos de apoyo.

lación de claros. En placas muy alargadas domina la flexión en la dirección corta, así que éstas se analizan como apoyadas en esa sola dirección.

La placa sobre apoyos flexibles de la figura 4.19*c)* se flexiona también en dos direcciones, pero la parte de la carga que es transmitida por flexión de la losa en dirección '*x*' debe ser después transmitida por flexión en dirección '*y*' por 3 vigas de apoyo. De la misma forma, la fracción de la carga, que es resistida por la losa por flexión en dirección '*y*' es recibida por las vigas de apoyo y debe ser por éstas transmitida a las columnas por flexión en dirección *x*. Por consiguiente el total de la carga debe ser resistido por flexión tanto en dirección '*x*' como en '*y*', sea por la losa misma o por los elementos de apoyo, por lo cual conviene considerar la losa y sus elementos de apoyo como un solo sistema que debe ser capaz de resistir la flexión generada en ambas direcciones por la totalidad de la carga.

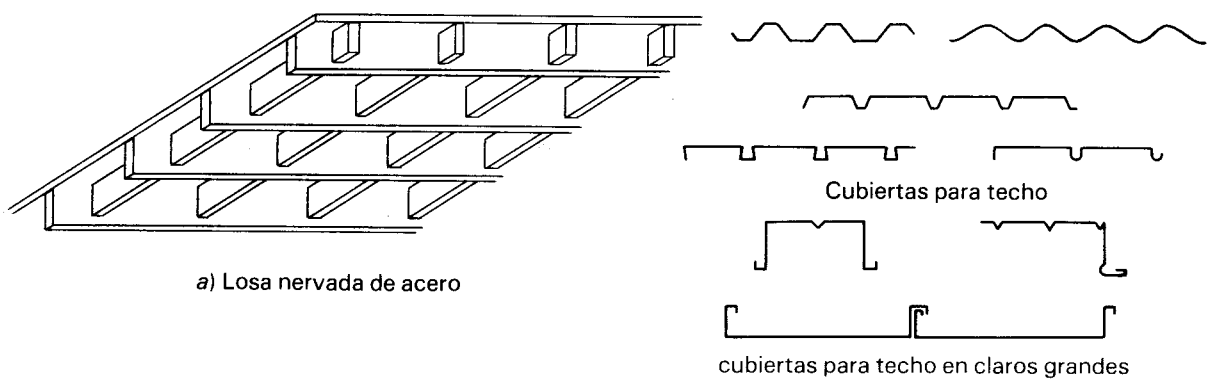
En la placa apoyada sobre columnas (figura 4.19*d)*, el total de la carga produce flexión en dirección '*x*' y en dirección '*y*'. En este caso (figura 4.19*e)* las franjas de la losa que se encuentran sobre las columnas pueden visualizarse como vigas que toman la mayor parte de la flexión, de lo que se aprecia que el funcionamiento es similar al del caso anterior.

La flexión es la fuerza interna dominante en las placas con cargas normales a su plano. La fuerza cortante rara vez llega a regir el diseño. Para conocer la distribución de los momentos flexionantes y de las reacciones en los apoyos existen soluciones analíticas cerradas, para un gran número de condiciones de carga y de apoyo, así como de formas de la losa, bajo la hipótesis de comportamiento elástico-lineal. Para condiciones irregulares de forma, de carga o de apoyo, no es posible resolver la ecuación diferencial de la placa y es necesario recurrir a métodos numéricos, de elementos finitos, por ejemplo, o a procedimientos aproximados.

Una placa es un elemento altamente hiperestático. Para los materiales usuales que forman estos elementos, acero o concreto reforzado con bajas cuantías de refuerzo, se tiene un comportamiento muy dúctil que permite grandes redistribuciones de momentos (ver capítulo 5). La distribución de momentos obtenida de la teoría elástica se altera sustancialmente en cuanto se produce agrietamiento en el concreto y más aún cuando se alcanza el momento de fluencia en las secciones críticas. La capacidad de carga de la losa se alcanza cuando se forma una configuración de líneas de fluencia suficiente para dar lugar a un mecanismo, como alguno de los mostrados en la figura 4.20. La distribución de momentos tiende a uniformarse en las diferentes secciones, lo cual justifica el empleo de métodos aproximados que suponen momentos constantes en franjas que abarcan la mitad central y los cuartos extremos (por ejemplo el método de los coeficientes para diseño de losas de concreto especificado por el RCDF).

Por ser elementos de pequeño espesor y que trabajan a flexión, las losas sufren deformaciones importantes bajo carga, de manera, que la limitación de flecha y vibración en condiciones de servicio es el aspecto que rige normalmente el espesor de la placa.

El concreto reforzado es el material más empleado en losas por su costo relativamente bajo y por otras propiedades favorables de tipo no estructural. La madera contrachapada se emplea sólo para claros pequeños. El acero tiene la ventaja de su alta resistencia en tensión, pero, excepto en claros muy pequeños, el espesor que se requiere por rigidez es muy superior al necesario por resistencia, de manera que su empleo en placas macizas se limita a pequeños claros. Para obviar esta desventaja conviene que la placa de acero tenga formas que proporcionen alta rigidez con poco espesor, tales como la placa nervada o la rejilla (ver figura 4.21).



a) Losa nervada de acero

b) Láminas corrugadas

Figura 4.21. Placas de acero con formas eficientes para flexión.

Para placa en una dirección, la lámina corrugada proporciona un elevado momento de inercia con un peso mínimo de material, lo que la hace muy adecuada para transmitir flexión, de modo que su uso es muy difundido especialmente para cargas ligeras (figura 4.21*b*). Una forma muy eficiente de aumentar rigidez y resistencia consiste en utilizar un material de alta resistencia y generalmente de costo elevado, en forma de láminas delgadas en las fibras extremas de la sección y otro material de poco costo y peso como alma, para proporcionar peralte a la sección y resistir esfuerzos cortantes. Esto da lugar a las llamadas placas sandwich que se pueden formar en un gran número de materiales, como en los ejemplos que aparecen en la figura 4.22.

Algunas variantes de placas asociadas con la construcción de sistemas de piso de concreto se mencionarán en la sección 4.5.

La aseveración de que la fuerza cortante no es significativa para el diseño de placas, es válida generalmente para aquellas que están apoyadas en todo su perímetro, pero no lo es para las que descansan sobre apoyos puntuales (co-

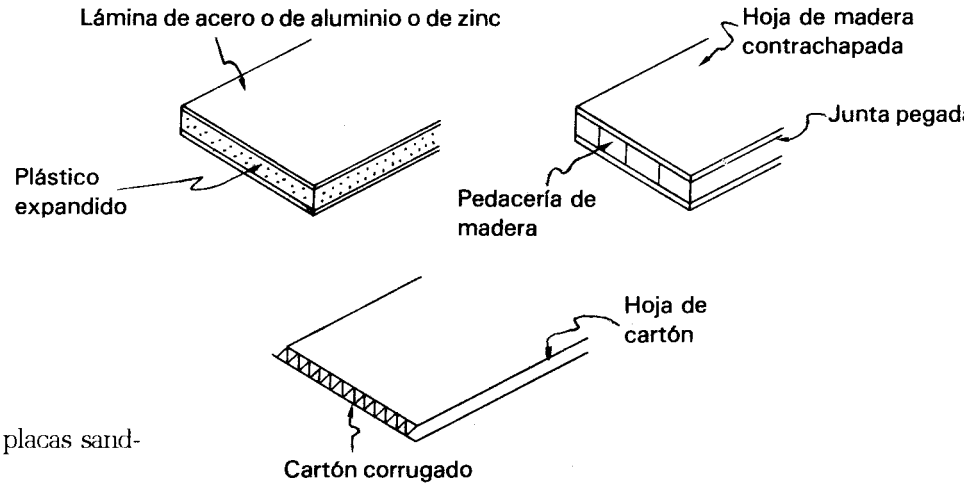
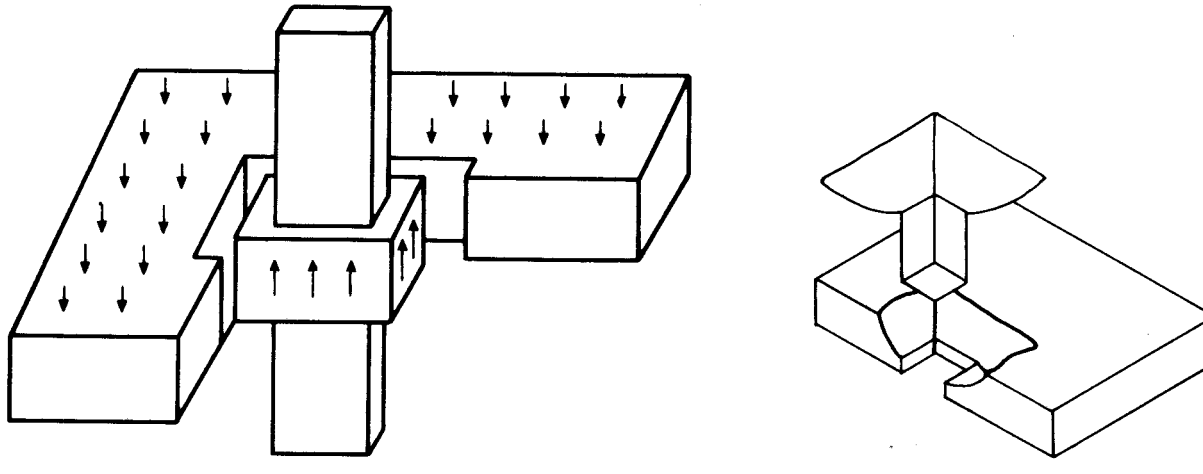


Figura 4.22. Diferentes tipos de placas sandwich.

lumnas). En este caso la reacción de la columna se equilibra por esfuerzos cortantes elevados en la superficie vertical de contacto con la placa; si éstos son excesivos se produce una falla por punzonamiento o penetración de la columna a través de la losa (figura 4.23). Este aspecto rige generalmente el espesor de la placa o hace necesario un engrosamiento o un refuerzo local para evitar este modo de falla.

El *muro*, o pared, es una placa vertical en que predominan generalmente las cargas verticales que están distribuidas de manera uniforme en toda la longitud del muro por medio de un sistema de piso. Por ello es usualmente aceptable aislar una longitud unitaria de muro y diseñarla como una columna. Por su poco espesor, bastan pequeños momentos flexionantes o ligeras excentricidades en la carga vertical para reducir notablemente la resistencia. Por la misma razón, los



a) Esfuerzos por carga vertical

b) Modo de falla

Figura 4.23. Falla por punzonamiento de placas sobre apoyos puntuales.

efectos de esbeltez (pandeo) suelen ser importantes, de manera que la carga axial resistente de los muros corresponde a esfuerzos de compresión inferiores a los que se aceptan en columnas. Los métodos de diseño suelen ser empíricos. El concreto y la mampostería son los materiales clásicos para muros. La madera se emplea en forma de tablero con armazón y cubierta de madera contrachapada o de otros materiales (figura 4.24).

El muro o panel sujeto a cargas laterales en su plano es un elemento común en edificios y en estructuras tipo cajón en donde se aprovecha la gran rigidez lateral que estos elementos tienen por su considerable peralte, para limitar las deflexiones horizontales de la estructura. Pueden distinguirse diversas modalidades.

El *muro-diafragma* es un elemento de rigidización ante cargas en el plano de la estructura (figura 4.25), debido a las cuales va a estar sujeto a un estado de cortante en el plano. Su función es equivalente a la de diagonales de arriostra-

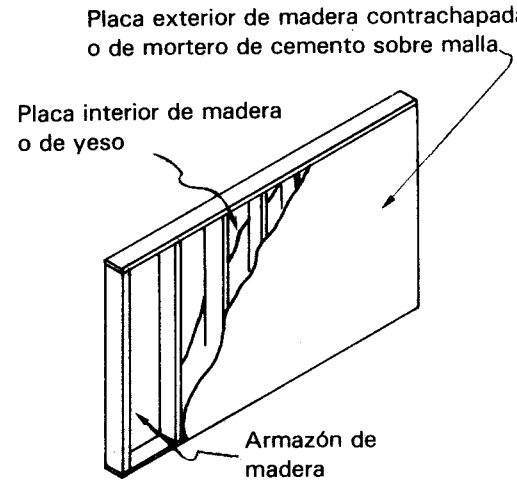


Figura 4.24. Muro de tablero de madera.

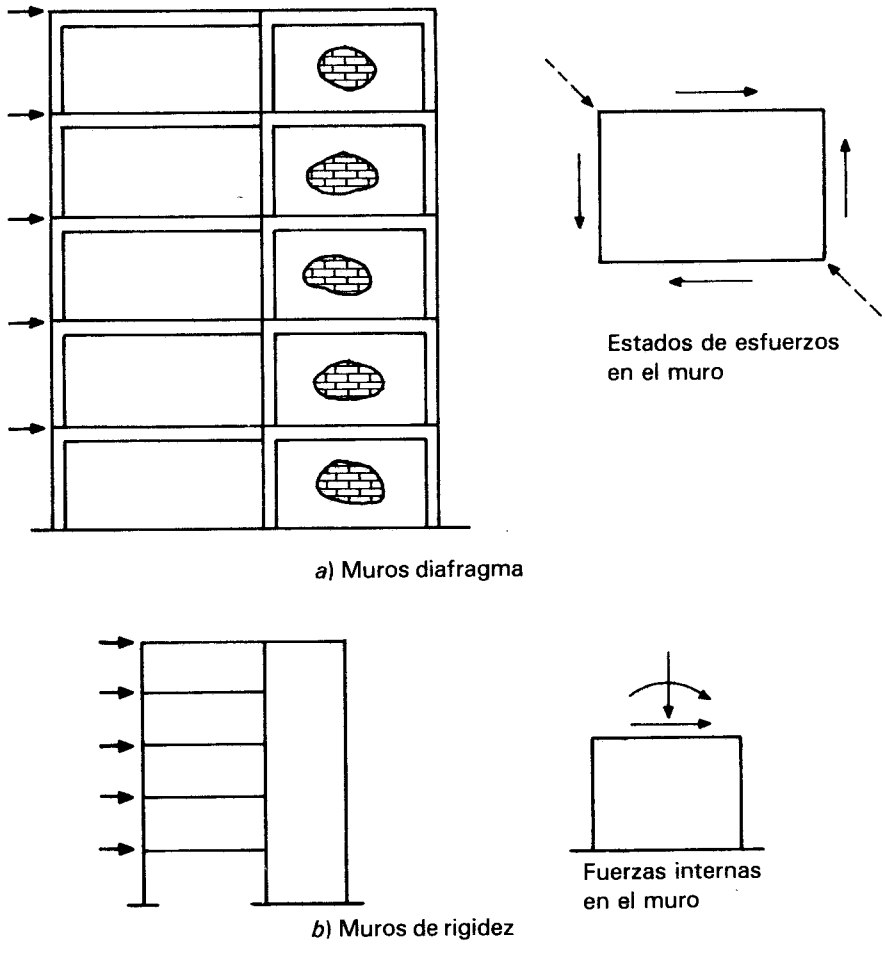


Figura 4.25. Muros-diafragma y muros de rigidez.

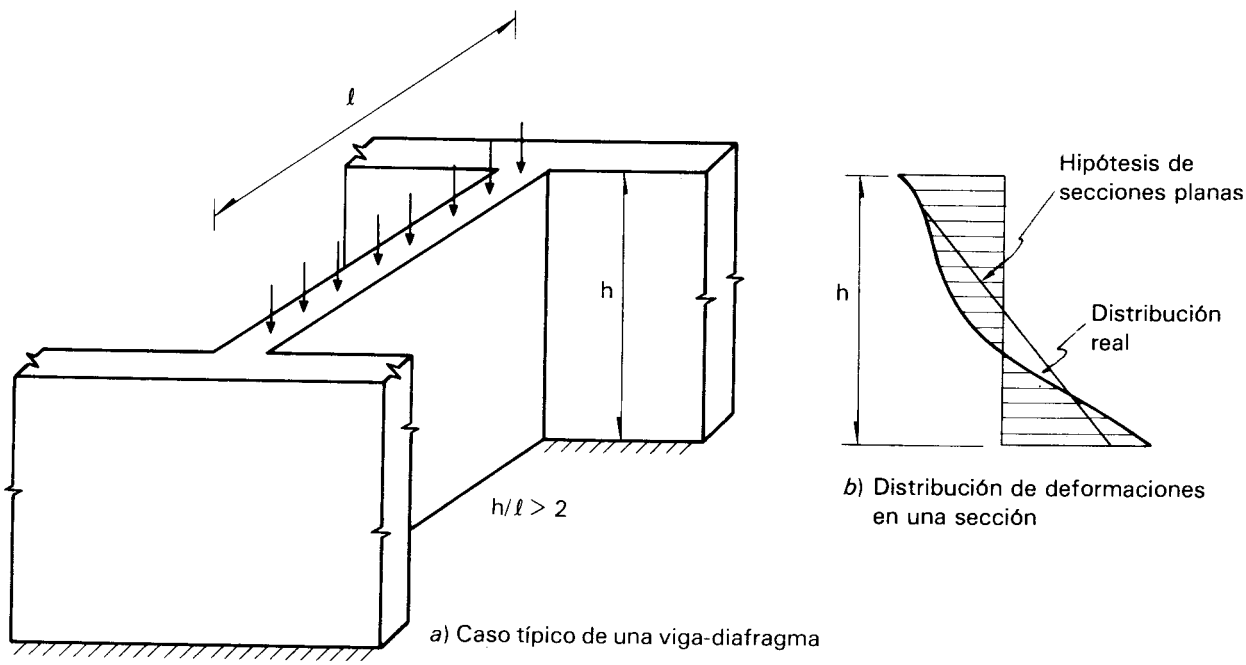
miento y en muchos métodos simplificados de análisis se idealiza como tal.

El *muro de rigidez* no se encuentra, como el diafragma, enmarcado en un sistema estructural que absorbe las cargas axiales y la flexión; por tanto, aunque su función esencial es la de rigidizar y resistir cargas laterales en su plano, deberá resistir además de esfuerzos cortantes, esfuerzos normales debidos a carga axial y a flexión. Cuando la relación altura a longitud de estos muros no es muy baja, predominan los efectos de flexión en lo que respecta a las deflexiones y modo de falla. En el capítulo siguiente se describen algunos métodos de análisis de estos elementos.

Los materiales empleados son los mismos mencionados para muros sujetos a carga vertical. En los muros-diafragma de mampostería y concreto, el refuerzo es útil pero no es indispensable debido a que, aunque se presentan tensiones diagonales por el efecto del cortante, existe un efecto de puntal de compresión que sigue siendo efectivo aun después del agrietamiento diagonal. En los muros de rigidez el refuerzo es esencial para proporcionar la resistencia a momentos flexionantes.

El muro sujeto a cargas normales a su plano funciona como una losa y valen los comentarios anteriores. Casos típicos son las paredes de tanques y depósitos y los muros de contención en que la flexión y el volteo debidos al empuje de tierra son los aspectos críticos.

Una placa que actúa como viga con flexión en su plano se denomina *viga-diafragma* (figura 4.26). La diferencia con



a) Caso típico de una viga-diafragma

b) Distribución de deformaciones en una sección

Figura 4.26. Vigas-diafragma.

respecto a una viga normal es que, por la baja relación claro a peralte (menor de cuatro) las deformaciones de cortante predominan sobre las de flexión y la hipótesis de secciones planas no es aceptable. Se trata de elementos de alta rigidez que se emplean especialmente cuando es necesario transferir grandes cargas concentradas de una a otra posición. Además de los problemas de flexión y cortante, los de pandeo pueden regir su diseño.

4.3.3 Elementos de superficie curva

En incisos anteriores se vio cómo puede aprovecharse la forma de un elemento lineal para transmitir cargas transversales a los apoyos de la manera más eficiente. Este toma la forma de un cable colgante para equilibrar las cargas exteriores mediante tensión axial, o de un arco para hacerlo por medio de compresión. De manera semejante un elemento placa puede tomar la curvatura más adecuada para transmitir cargas transversales por medio de esfuerzos axiales.

La *membrana* es un elemento superficial de pequeño espesor que, colgándose de sus apoyos, toma la forma que le permite eliminar la flexión y transformar en tensión las cargas transversales aplicadas. Es el equivalente en el espacio del cable colgante y la superficie que adquiere bajo una condición de carga dada se denomina, en forma semejante a lo que se hacía para el cable, superficie funicular. La figura 4.27 muestra el equilibrio entre las fuerzas externas aplica-

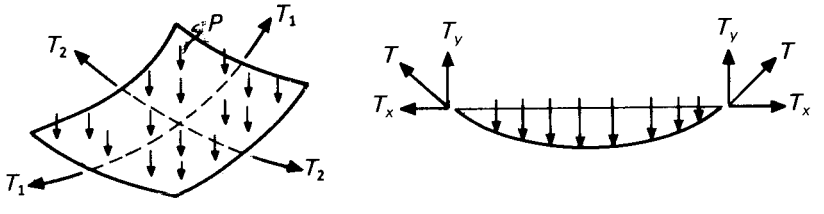


Figura 4.27. Fuerzas en un elemento de membrana.

das y los esfuerzos en los bordes de un elemento de membrana. Sus características de funcionamiento estructural son también similares a las del cable; gran eficiencia estructural con mínimo peso propio de la estructura; rigidez transversal despreciable que lleva a la necesidad de cambiar de forma para soportar cada estado de fuerzas diferente; transmisión de elevadas fuerzas de anclaje concentradas en algunos puntos y con dirección inclinada que exigen una estructura de soporte que puede resultar particularmente costosa.

La rigidez de una membrana se incrementa notablemente si se aplican tensiones en sus extremos para que quede presforzada antes de la carga. De esta manera la membrana sufre sólo pequeños cambios de forma al pasar de un es-

tado de carga a otro. Una forma muy conveniente de lograr buena rigidez en una membrana es asociando una doble curvatura con un presfuerzo. La estructura de la figura 4.28 ilustra cómo los cables en una dirección, anclados al terreno, tensan y rigidizan los cables colgantes de los postes y dan

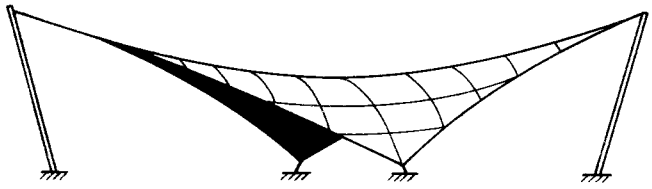


Figura 4.28. Membrana pretensada de doble curvatura.

estabilidad al conjunto. El material ideal para la membrana es el acero, por su alta resistencia en tensión; éste se utiliza ya sea en superficies continuas, como en el caso de paredes de recipientes sujetos a tensión, o en redes de cables, como en las cubiertas colgantes. Las lonas de fibras naturales o artificiales han sido también empleadas en cubiertas colgantes y resultan muy eficientes.

La acción de membrana se desarrolla también como un mecanismo secundario para resistir fuerzas en elementos planos de espesor no despreciable que transmiten las cargas por flexión. Si éstos llegan a tener flechas muy elevadas en relación a su espesor, comienzan a resistir las cargas por efecto de membrana al colgarse de sus apoyos. En la placa circular de la figura 4.29, con su periferia fija a los apoyos, la porción de la carga que es resistida por efecto de membrana, W_1, con respecto a la que es resistida por efecto de placa, W_2, se encuentra en la relación

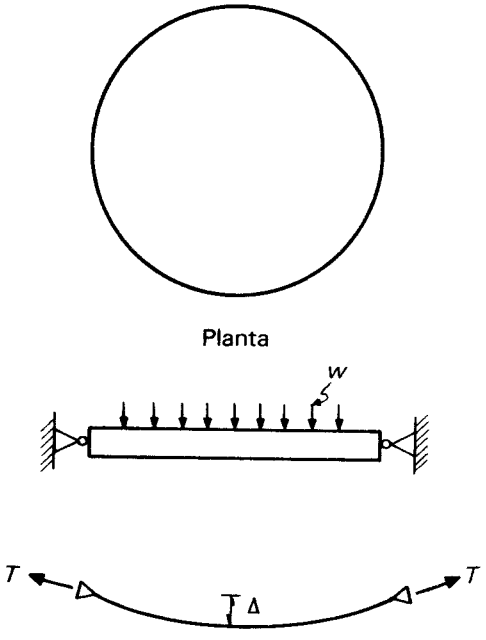


Figura 4.29. Fuerzas de membrana en una losa circular.

$$W_1/W_2 = 2.5\left(\frac{\Delta}{t}\right)^2$$

en que Δ es la flecha en el centro del claro y t el espesor de la placa. Cuando la flecha es del mismo orden que el espesor, comienza a dominar el efecto de membrana.

Este fenómeno da lugar a que la carga de colapso de una losa de concreto reforzado o de acero que se encuentre fija a sus apoyos sea hasta diez veces mayor que la que se predice con la teoría plástica de flexión, debido a que está regida por la falla en tensión como membrana. Esta capacidad adicional no se aprovecha, sin embargo, en el diseño debido a que para que se alcance se requieren deflexiones mayores que el espesor de la placa.

El *cascarón* es un elemento de superficie curva que resiste cargas esencialmente por esfuerzos de compresión. El cascarón es a la membrana como el arco es al cable: para que esté sujeto a compresión pura su forma debe ser el inverso del funicular de cargas. Esto es prácticamente impo-

sible de cumplir para las diversas combinaciones de carga que deben considerarse en el diseño, por lo cual la transmisión de cargas implica casi siempre la aparición de tensiones, de cortantes y ocasionalmente de flexiones cuya magnitud debe tratarse de mantener mínima por medio de la adopción de la forma más eficiente y, especialmente, con el aprovechamiento de la doble curvatura. Por otra parte, debido a los pequeños espesores que se logran en los cascarones por la gran eficiencia estructural de su forma, la resistencia puede estar regida por pandeo local de la superficie.

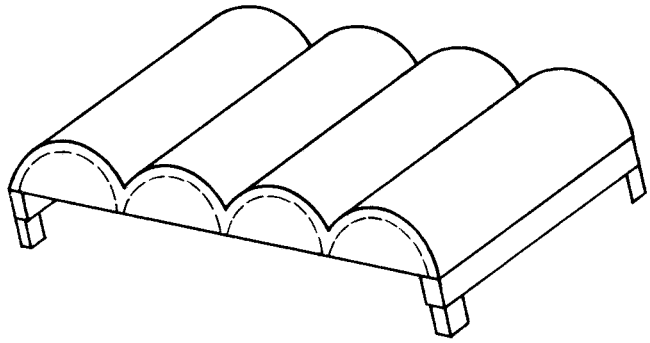


Figura 4.30. Cascarones cilíndricos.

También, por la misma razón, la resistencia del cascarón ante flexiones locales es reducida, por lo que su capacidad para soportar cargas concentradas es pequeña, excepto en zonas donde las curvaturas sean muy grandes. Otro aspecto que debe tomarse en cuenta son las concentraciones de esfuerzos que suelen presentarse en los apoyos y en los bordes, los que requieren frecuentemente de engrosamientos locales o de elementos de rigidización.

Los cascarones pueden tomar formas muy variadas y se prestan a crear estructuras de gran belleza. Las de geometría más sencilla son los cascarones cilíndricos, o *superficies de traslación*, que son las que se generan por la traslación de una línea curva o recta sobre otra línea curva plana. La traslación de un arco de círculo sobre una línea recta da lugar a la bóveda cilíndrica (figura 4.30), en la cual la acción de cascarón se genera en una sola dirección, mientras que en la otra, las cargas se transmiten por flexión, pero con mucha eficiencia debido al gran momento de inercia de la sección. Un funcionamiento semejante tienen las láminas corrugadas como las anteriormente mencionadas (figura 4.21) y las placas plegadas como las de la figura 4.31.

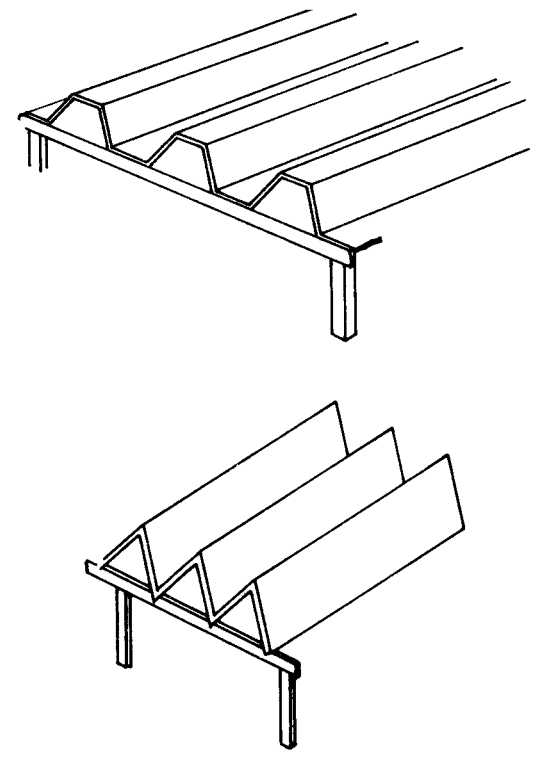
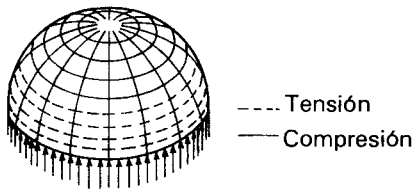
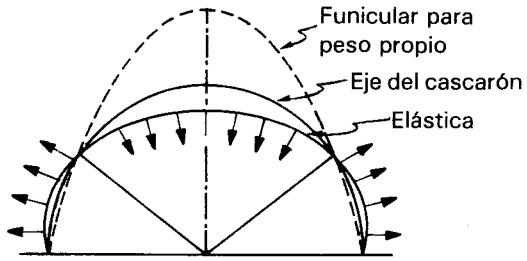


Figura 4.31. Placas plegadas.

Las *superficies de rotación* se forman por la rotación de una curva plana sobre un eje vertical, como la cúpula esférica de la figura 4.32 o la parabólica. Una superficie de este tipo se puede visualizar como formada por meridianos que transmiten por compresión las cargas hacia los apoyos y

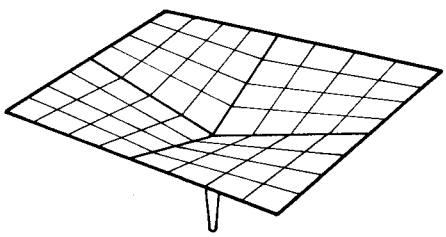


a) Esfuerzos en meridianos y paralelos

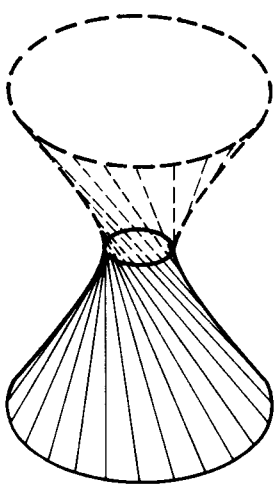


b) Configuración deformada

Figura 4.32. Cascarón esférico bajo su propio peso.



a) Techo tipo "paraguas invertido" formado por cuatro paraboloides hiperbólicos



b) Hiperboloide

Figura 4.33. Cascarones con superficies regladas.

por paralelos que restringen la deformación transversal de los meridianos, trabajando a tensión en algunas zonas y a compresión en otras.

Las *superficies regladas* son las que se forman por la traslación de los dos extremos de una recta sobre dos curvas planas (o rectas) distintas. Los más comunes de estos cascarones son el paraboloide hiperbólico como el que se forma al deslizar los extremos de dos rectas sobre los de otras dos (figura 4.33*a*), y el hiperboloide que se obtiene al hacerlo sobre dos círculos (figura 4.33*b*). El primero se emplea con frecuencia en techos y el segundo en torres de enfriamiento. La principal ventaja de las superficies regladas es su facilidad de construcción, ya que pueden formarse a partir de piezas rectas. Esto hace, por ejemplo, que la cimbra de los cascarones de concreto de este tipo sea mucho más sencilla que en los otros casos.

Los cascarones son estructuras altamente hiperestáticas en las que ocurren grandes redistribuciones de esfuerzos antes que pueda llegarse al colapso. Pueden presentarse, sin embargo, modos de falla frágiles debido a inestabilidad global cuando el cascarón se encuentra sobre un número reducido de apoyos puntuales, o debido a pandeo general del cascarón.

Además de los tipos clásicos anteriores, se han construido cascarones de las formas más complejas e irregulares, los que resultan generalmente difíciles de describir geométricamente. De hecho este último aspecto representa la mayor dificultad en el análisis. Las ecuaciones de la teoría los cascarones para comportamiento elástico-lineal permiten, mediante métodos de elementos finitos resueltos con programas de cómputo, analizar prácticamente cualquier forma geométrica; sin embargo, la determinación de las coordenadas de los diferentes puntos del cascarón llega a ser sumamente laboriosa, tanto que se llega a construir una maqueta del cascarón para poder medir las coordenadas directamente en el modelo.

El concreto reforzado es el material más empleado para estas estructuras por la facilidad de moldearlo en las formas más variadas. Por la gran eficiencia estructural de las

cáscaras, el espesor necesario para resistir los esfuerzos resulta comúnmente muy pequeño, de modo que su valor está regido por razones constructivas, como son el proporcionar un recubrimiento mínimo al refuerzo para evitar su corrosión y asegurar cierta impermeabilidad. Espesores entre 5 y 8 cm son usuales en los cascarones de concreto para cubiertas. Un material que presenta muchas ventajas en cascarones de dimensiones moderadas es el ferrocemento, en que se prepara primero un entramado de barras delgadas y mallas de alambre con la forma deseada; éste se recubre después con un mortero rico en cemento, obteniendo con facilidad superficies tan caprichosas como se desee y con espesores muy pequeños. Otros materiales convenientes son los plásticos que se pueden moldear en las formas más diversas.

La aplicación más espectacular de los cascarones es en las cubiertas de grandes claros donde se han logrado estructuras de gran belleza y atrevimiento. Quizá más importantes desde el punto de vista estructural son un gran número de elementos de este tipo que se presentan en estructuras industriales, especialmente en recipientes a presión. Para estas aplicaciones el acero es el material más común.

4.4 PRINCIPALES SISTEMAS ESTRUCTURALES

4.4.1 Algunos conceptos introductorios

Una estructura está formada generalmente por un arreglo de elementos básicos como los descritos en el subcapítulo anterior. El arreglo debe aprovechar las características peculiares de cada elemento y lograr la forma más eficiente del sistema estructural global, cumpliendo con las restricciones impuestas por el funcionamiento de la construcción y por los otros aspectos mencionados en el capítulo inicial.

Se describirán en este subcapítulo algunos de los sistemas estructurales de empleo más general en muy diversos tipos de estructuras.

Conviene hacer algunas consideraciones iniciales acerca de ciertas características deseables de los sistemas estructurales. De manera semejante a lo que se estableció para los materiales y elementos, las características estructurales más importantes de un sistema son su resistencia, rigidez y ductilidad. El sistema debe poder resistir de manera eficiente las diversas condiciones de carga a las que puede estar sometida la estructura y poseer rigidez para las diferentes direcciones en que las cargas pueden actuar, tanto verticales como horizontales. Conviene que posea ductilidad, en el sentido de que no baste que se alcance un estado

límite de resistencia en una sola sección para ocasionar el colapso brusco de la estructura, sino que ésta posea capacidad para deformarse sosteniendo su carga máxima y, de preferencia, posea una reserva de capacidad antes del colapso. A este respecto hay que recalcar las ventajas de la hiperestaticidad del sistema. Mientras mayor es el grado de hiperestaticidad, mayor es el número de secciones individuales que tienen que llegar a su máxima capacidad antes de que se forme un mecanismo; esto siempre que los modos de falla que se presenten sean dúctiles y que las secciones tengan suficiente capacidad de rotación. Conviene hacer algunas consideraciones probabilistas que permiten extraer ciertas conclusiones acerca de la importancia de la hiperestaticidad y de la ductilidad de una estructura. Para ello hay que definir algunos modelos idealizados de sistemas estructurales.

Un *sistema en serie* es el que está formado por elementos conectados de manera que las cargas se transmiten sucesivamente de uno a otro y basta la falla de un solo elemento para producir el colapso del sistema. Una cadena, como la representada en la figura 4.34, es un ejemplo típico de este sistema. Sea S_i la fuerza que se induce en un elemento cualquiera y R_i su resistencia. La probabilidad de falla de un elemento individual, i, se plantea como

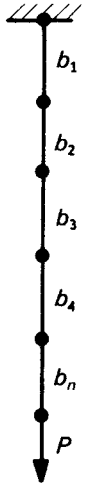


Figura 4.34. Esquema de un sistema en serie

$$P_{Fi} = P[R_i < S_i] \qquad 4.1$$

La probabilidad de que falle el sistema es la de que falle cualquiera de sus elementos. Resulta más sencillo calcular la probabilidad de que no falle el sistema, o probabilidad de sobrevivencia, P_s. Para que el sistema sobreviva, ninguno de sus elementos tiene que fallar. Este evento es la intersección de los eventos individuales que corresponden a la sobrevivencia de cada elemento

$$P_s = P[(R_1 > S_1) \bullet (R_2 > S_2) \ldots (R_n > S_n)] \qquad 4.2$$

en que el punto representa intersección entre los eventos. Además, hay que considerar que

$$P[R_i > S_i] = 1 - P[R_i < S_i] = 1 - P_{Fi}$$

Si cada evento puede considerarse independiente, la probabilidad de sobrevivencia es el producto de las probabilidades individuales

$$P_s = \prod_{i=1}^{n} (1 - P_{Fi}) \qquad 4.3$$

Si, como en el ejemplo de la cadena, la fuerza interna actuante y la resistencia nominal son iguales en todas las

barras, sus probabilidades individuales de falla son las mismas, así que

$$P_S = (1 - P_{Fi})^n$$

La probabilidad de falla del sistema vale

$$P_F = 1 - P_S = 1 - (1 - P_{Fi})^n \qquad 4.4$$

Si P_{Fi} es muy pequeña, como debe serlo para que la estructura tenga una seguridad adecuada, se cumple la aproximación

$$(1 - P_{Fi})^n = 1 - nP_{Fi}$$

por tanto, sustituyendo en 4.4

$$P_F = 1 - 1 + n\,P_{Fi} = n\,P_{fi} \qquad 4.5$$

Se llega a la conclusión que la probabilidad de falla de un sistema en serie crece proporcionalmente con el número de elementos que lo componen. Esto implica que un sistema compuesto de un gran número de elementos en serie, tiene una probabilidad significativa de fallar, aunque la probabilidad individual de falla de sus elementos componentes sea muy pequeña. El modelo es poco realista en cuanto a la hipótesis de independencia entre las fallas de los diferentes elementos. Si existe cierta correlación entre las resistencias de los elementos, la probabilidad de falla del sistema crece más lentamente con el número de elementos de lo que predice la ecuación 4.5. Sin embargo, la tendencia predicha por esa ecuación es la correcta.

Por otra parte, considérese un sistema en paralelo, o sea que está formado por elementos conectados de manera que la capacidad del sistema es la suma de las resistencias individuales, como el modelo de la figura 4.35. Si el modo de falla de cada elemento es frágil, cuando se alcanza la resistencia del elemento más débil éste pierde totalmente su capacidad de carga y, a menos que los elementos restantes sean capaces de soportar entre todos la carga que antes tomaba el elemento que falló, el sistema llega al colapso. Cuando el número de elementos no es muy grande, la carga adicional que se distribuye a cada elemento debido a la falla de uno de ellos, es elevada y la probabilidad de que falle inmediatamente otro elemento es cercana a uno, de manera que la probabilidad de falla del sistema es muy similar a la de que falle cualquiera de sus elementos y se llega al mismo valor que en el caso del sistema en serie.

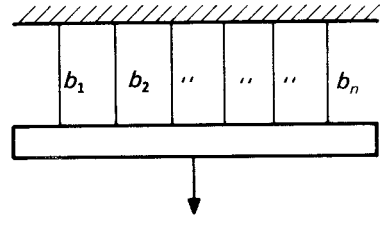


Figura 4.35. Esquema de un sistema en paralelo.

Si la falla de los elementos es dúctil, cuando en uno de ellos la carga aplicada alcanza su resistencia, no falla bruscamente sino que mantiene la misma capacidad de carga y de allí en adelante el resto de los elementos debe repartirse cual-

quier carga adicional. De esta manera, la capacidad de carga del sistema es la suma de la resistencia de los elementos individuales y la falla se presenta cuando todos los elementos han llegado a su máxima capacidad de carga. Supóngase que el sistema está formado por n elementos nominales iguales, de manera que cada uno está sujeto a la misma fracción de la carga total, W. La probabilidad de falla de un elemento individual es

$$P_{Fi} = P[R_i < \frac{W}{n}]$$

Si la resistencia R_i tiene distribución normal, con media m_r y desviación estándar σ_r, la probabilidad de falla depende del valor de la variable normal estandarizada

$$u_\alpha = \frac{W / n - m_r}{\sigma_r} = \frac{W - nm_r}{n\sigma_r} \qquad 4.6$$

La resistencia total del sistema, que es la suma de las resistencias individuales, ΣR, tendrá también distribución normal con media nm_r y desviación estándar $\sqrt{n\sigma_r}$, de manera que su coeficiente de variación vale

$$C_{\Sigma R} = \frac{\sqrt{n}\sigma_r}{nm_r} = \frac{C_r}{\sqrt{n}} \qquad 4.7$$

El coeficiente de variación de la suma de n variables nominalmente iguales $C\Sigma_R$, se reduce en $\sqrt{n}$ con respecto al de la variable individual C_r, lo que significa que la incertidumbre en el valor que puede tomar la suma de las variables es notablemente inferior a la que se tiene en el valor de una variable individual.

La probabilidad de falla del sistema se plantea como

$$P_F = P[\Sigma R_i < W]$$

y puede calcularse en función de la variable normal estandarizada

$$u_A = \frac{W - nm_r}{\sqrt{n}\,\sigma_r}$$

La relación entre la variable estandarizada para la falla del sistema, u_A, y para la falla de un elemento individual, u_α, se obtiene como

$$\frac{u_A}{u_\alpha} = \frac{W - nm_r}{\sqrt{n}\,\sigma_r}\,\frac{n\sigma_r}{W - nm_r} = \frac{n}{\sqrt{n}} = \sqrt{n} \qquad 4.8$$

Por ejemplo si un elemento individual tiene una probabilidad de falla de 10^{-3} para una carga dada, el valor de u_α que le corresponde, según la tabla 2.3 es

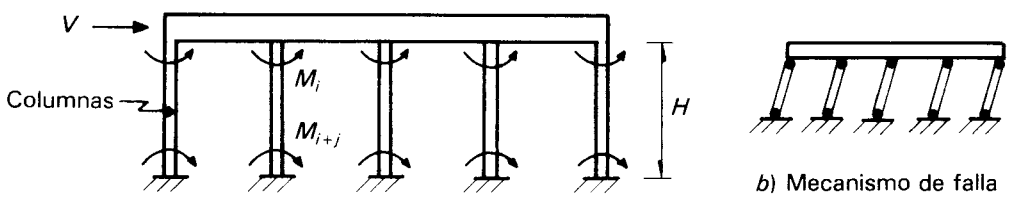
$$u_r = -3.09$$

Si se construye un sistema en serie con cuatro elementos nominalmente iguales, la probabilidad de falla del sistema está definida por

$$u_A = \sqrt{n}\, u_\alpha = 2(-3.09) = -6.18$$

al que corresponde, según la tabla 2.3, una probabilidad de falla menor de 10^{-9}. Se aprecia que la reducción es drástica. Nuevamente la hipótesis de independencia entre las resistencias de los elementos componentes del sistema es poco realista; al haber correlación entre las resistencias, la diferencia entre la probabilidad de falla del sistema y la del elemento individual se reduce notablemente. La conclusión general siguiente tiene sin embargo validez general: en un sistema en serie la probabilidad de falla del sistema es igual a la mayor de las probabilidades de falla de los elementos componentes. En un sistema en paralelo con falla dúctil la probabilidad de falla del conjunto es menor que las probabilidades de falla de los elementos componentes.

Los sistemas estudiados representan situaciones extremas e idealizadas con respecto a la de los sistemas estructurales reales. Se encuentran, sin embargo, casos que se acercan a ambas idealizaciones. Una armadura isostática (véase la sección siguiente) dimensionada de manera que todos sus elementos lleguen teóricamente a su máxima capacidad para una cierta carga aplicada W, tiene características semejantes a las de un sistema en serie, ya que basta que falle uno solo de sus elementos para que el sistema entero sufra colapso; por consiguiente, la probabilidad de falla del sistema aumenta a medida que crece el número de elementos. Por otra parte, considérese el marco de un piso de la figura 4.36, de altura H y sujeto a una carga lateral V. Si



a) Fuerzas internas

b) Mecanismo de falla supuesto

Figura 4.36. Marco ante carga lateral como ejemplo de un sistema en paralelo.

el mecanismo que rige la falla implica la formación de articulaciones plásticas en los extremos de todas las columnas, la capacidad puede determinarse de la siguiente manera. Por equilibrio, debe cumplirse la relación

$$VH = \Sigma M_i$$

en que ΣM_i es la suma de los momentos en los extremos de todas las columnas.

En la condición de colapso la fuerza lateral resulta

$$V_u = \frac{\Sigma M_i}{H}$$

Si las columnas tienen un modo de falla dúctil, se alcanzará antes del colapso el momento resistente de cada una de ellas, o sea que la resistencia del conjunto es proporcional a la suma de los momentos resistentes en los extremos de cada columna. Por ello la estructura es similar al sistema dúctil en paralelo estudiado en los párrafos anteriores en el que la probabilidad de falla del sistema es menor que la probabilidad de falla de los elementos individuales y disminuye a medida que crece el número de componentes.

4.4.2 Sistemas formados por barras

Con arreglos de barras pueden formarse esquemas estructurales muy diversos, de los cuales puede hacerse una primera subdivisión entre arreglos triangulares, tipo armadura, y arreglos tipo marco. En los primeros las cargas externas se resisten esencialmente por fuerzas axiales en los miembros. En los arreglos no triangulares, o tipo marco, la transmisión de las cargas implica la aparición de flexión y cortante. También puede hacerse una distinción entre los sistemas bidimensionales, o aquellos que pueden considerarse compuestos por subsistemas bidimensionales factibles de analizarse en forma independiente, y los sistemas que sólo pueden analizarse como tridimensionales. Otro aspecto importante en diferenciar el comportamiento estructural de los sistemas, es el tipo de unión entre las barras, que puede ser apoyo simple, articulación o nudo rígido capaz de transmitir momentos. A continuación se destacarán las características más relevantes de los principales sistemas de este tipo.

La *armadura plana* es un sistema formado por barras rectas articuladas en sus extremos y arregladas de manera que formen triángulos cuya alta rigidez para fuerzas en su plano hace que las cargas exteriores se resistan exclusivamente por fuerzas axiales en los elementos. El sistema sirve, igual que la viga, para transmitir a los apoyos cargas transversales y puede visualizarse de hecho como una viga de alma abierta en que el momento flexionante en cada sección se equilibra, no a través de una variación continua de esfuerzos normales, sino por medio de fuerzas de compresión y de tensión concentradas en las cuerdas superior e inferior (figura 4.37). La fuerza cortante se equilibra por fuerzas axiales en los elementos diagonales y verticales. El material

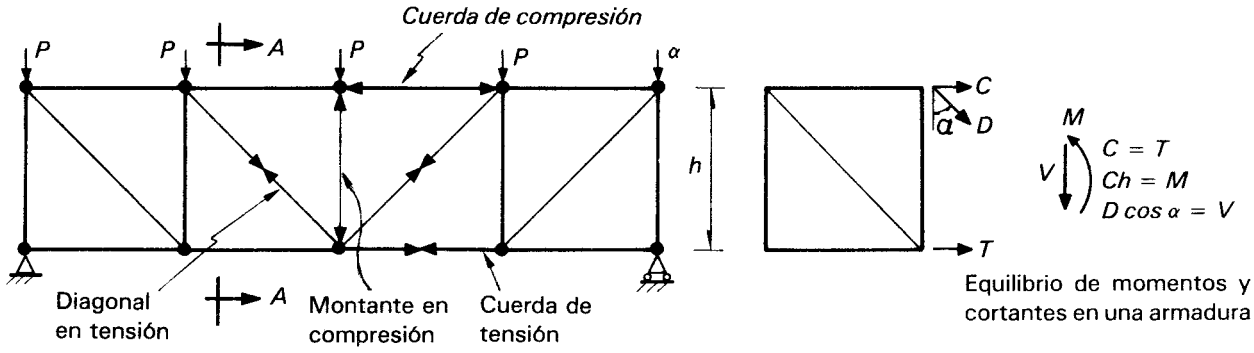


Figura 4.37. Analogía entre una armadura y una viga de alma abierta (Armadura tipo Pratt).

se aprovecha de manera sumamente eficiente en las armaduras, debido a que todos los elementos están sujetos a cargas axiales que son, además, uniformes en toda su longitud. Esto, aunado a su ligereza, hace muy conveniente el empleo de armaduras para cubrir claros grandes.

En la práctica, el tipo de conexión que se emplea para la mayoría de los materiales y procedimientos constructivos es más cercano a un nudo rígido que a una articulación, de manera que estos sistemas deberían modelarse más rigurosamente como arreglos triangulares de barras conectadas rígidamente. Sin embargo, por el arreglo triangular de las barras y por estar la mayor parte de las cargas aplicadas en los nudos, los momentos flexionantes que se introducen son en general pequeños y las diferencias con respecto a los resultados de un análisis considerando los nudos articulados son despreciables. Por tanto, es válida la idealización como armadura, con lo que el análisis resulta mucho más sencillo y el comportamiento mucho más claro de visualizar.

La triangulación es el aspecto clave de una armadura; del arreglo apropiado de los elementos depende la eficiencia de la transmisión de cargas. Conviene evitar que los lados de los triángulos formen ángulos muy agudos para lograr alta rigidez (ángulos entre 30 ° y 60 ° son apropiados). La longitud de los elementos de compresión debe limitarse de manera que la resistencia no se vea reducida sustancialmente por efectos de pandeo. Como ejemplo, en la armadura de la figura 4.38 las diagonales están sujetas a compresión y los montantes verticales a tensión, mientras que con la

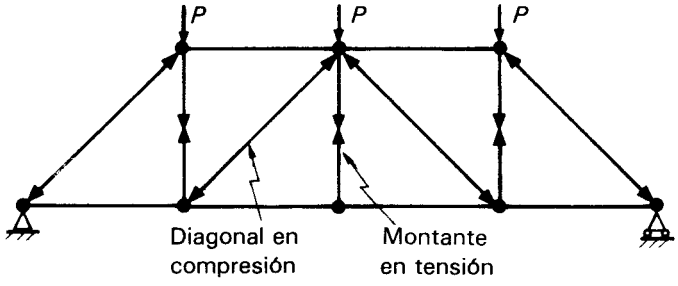


Figura 4.38. Armadura tipo Howe.

triangulación de la figura 4.37 las diagonales trabajan a tensión y los montantes a compresión. El segundo arreglo (tipo Pratt) es más eficiente que el primero (tipo Howe), ya que los elementos en compresión son más cortos y podrán tener un área menor, porque los efectos de pandeo son más reducidos, mientras que en los elementos en tensión la longitud no influye en la magnitud de los esfuerzos.

Las armaduras son generalmente sistemas isostáticos, aunque ocasionalmente se emplean armaduras hiperestáticas, sea debido a las condiciones de apoyo sea a la redundancia interna, por existir un mayor número de elementos en el alma de los estrictamente necesarios para el equilibrio.

La madera fue el material que primero se empleó en armaduras. Sus formas de unión relativamente complejas y las limitaciones en las dimensiones disponibles han ocasionado que para estructuras importantes haya sido sustituida por el acero. La madera se emplea con mucha frecuencia y con gran economía en techos de claros moderados, asociada a formas de conexión muy eficientes y sencillas que se han desarrollado en años recientes. El concreto es un material poco apropiado para estos sistemas por su peso y por la dificultad de conexión entre elementos prefabricados.

Existen formas muy variadas de armaduras adaptadas a funciones específicas en techos: de un agua, de dos aguas, en arco, de diente de sierra, con tragaluz, etc. Aunque su empleo común es como viga de gran claro en techos y en puentes, la armadura plana se puede usar también como elemento vertical para resistir cargas laterales en torres y edificios, como en el ejemplo de la figura 4.39. En puentes y cubiertas de claros excepcionalmente grandes resulta conveniente proporcionar un peralte total a la armadura que varíe de acuerdo con la magnitud de los momentos flexionantes en la sección (figura 4.40). Las armaduras espaciales como la de la figura 4.41 resultan muy eficientes para cubiertas con claros grandes en dos direcciones ya que funcionan como placas de gran momento de inercia.

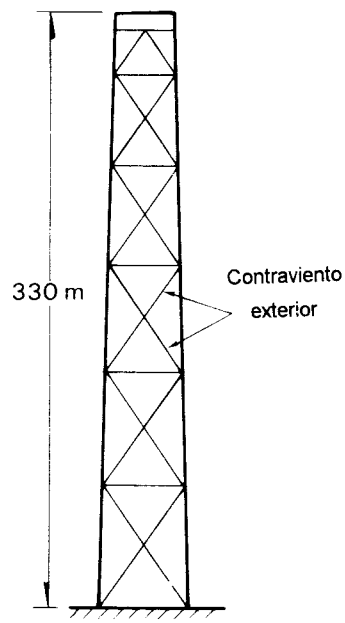


Figura 4.39. Armadura vertical para rigidizar un edificio muy esbelto ante cargas laterales (Esquema del edificio John Hanckock de Chicago).

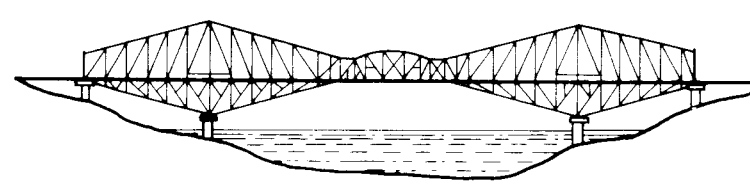


Figura 4.40. Puente con armadura de peralte variable según el diagrama de momentos flexionantes.

Entre los arreglos de barras que no son triangulares, el más elemental que puede imaginarse para transmitir cargas de un techo o piso a la cimentación es el que se obtiene por la simple superposición de vigas sobre postes, de mane-

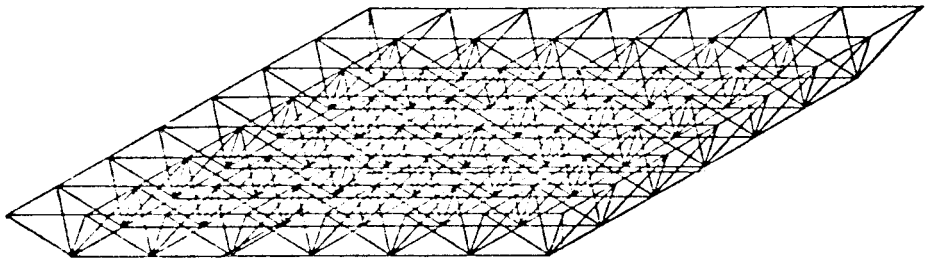


Figura 4.41. Armadura espacial para techos de grandes claros.

ra que cada uno cumple su función sin una interacción compleja entre ellos: las vigas trasladan las cargas hacia sus apoyos y los postes las bajan a la cimentación. Este arreglo, denominado comúnmente *poste y dintel,* es la forma más elemental de marco y es uno de los sistemas estructurales primitivos empleados por el hombre para sus construcciones. En este sistema no existe transmisión de momentos entre vigas y columnas, lo que hace muy clara y fácil de calcular la distribución de fuerzas internas en los elementos, pero da lugar a que la transmisión de cargas sea poco eficiente, especialmente para fuerzas laterales. La resistencia a cargas laterales se funda en el trabajo en voladizo de los postes que deben estar empotrados en la cimentación, de lo contrario sólo contarían con las fuerzas de gravedad para contrarrestar el momento de volteo. En la actualidad el sistema se emplea en construcciones de un nivel en que las cargas laterales que deben resistirse son muy bajas y excepcionalmente en construcciones de varios niveles, pero en combinación con otros sistemas estructurales que proporcionen la rigidez y resistencia a carga lateral. El empleo más común es en estructuras de elementos prefabricados de concreto y en naves industriales, como la de la figura 4.42.

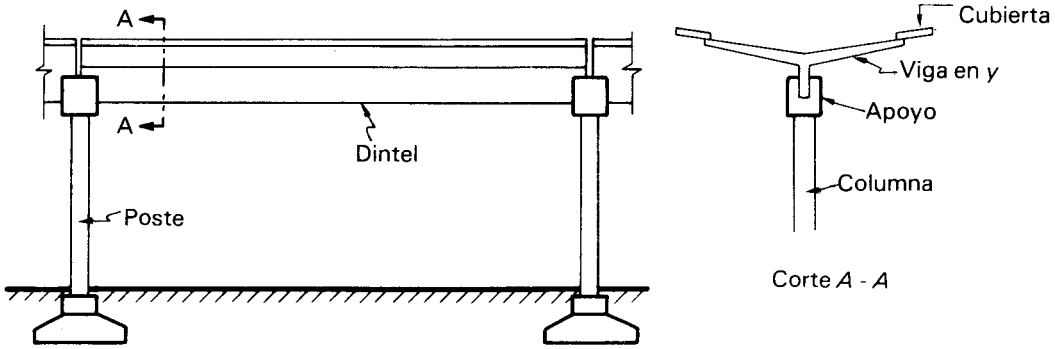


Figura 4.42. Estructuras de concreto preforzado para naves industriales.

En un marco propiamente dicho la transmisión de esfuerzos de una a otra barra no se realiza por simple sobreposición sino que existe una conexión entre ellas que proporciona capacidad para transmitir no sólo compresiones, sino también tensiones y cortantes. La conexión puede ser una arti-

culación aunque en la mayoría de las estructuras modernas se resuelve mediante un nudo rígido con capacidad de transmitir, además de las fuerzas internas ya mencionadas, momentos flexionantes. Se obtiene así el llamado *marco rígido*, cuyas principales ventajas con respecto al de poste y dintel son una mayor protección contra acciones accidentales que pueden introducir tensiones en las conexiones y, especialmente, un aumento sustancial de la resistencia y rigidez ante cargas laterales. El marco rígido es, además, una estructura hiperestática en la cual, cuando el material es dúctil, si se sobrepasa el intervalo lineal de comportamiento, se presentan redistribuciones importantes de momentos y se puede tener una notable reserva de capacidad (ver capítulo siguiente). El comportamiento y eficiencia de un marco rígido dependen, por ser una estructura hiperestática, de la rigidez relativa de vigas y columnas. Para que exista una restricción efectiva a los giros en los extremos de las columnas y vigas, de manera que ante cargas laterales y verticales un tablero adopte configuraciones deformadas como las de la figura 4.43, las rigideces relativas deben encontrarse dentro de ciertos límites, sobre las cuales se comentará en el capítulo siguiente.

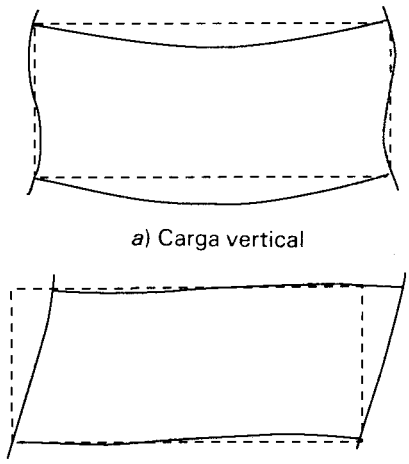


Figura 4.43. Deformaciones de un tablero de marco rígido.

Ante cargas verticales, la restricción al giro de los extremos de las vigas, impuestas por su continuidad con las columnas, hace relativamente rígido el sistema. En las columnas las cargas se transmiten esencialmente por fuerzas axiales, excepto cuando haya asimetrías importantes en la geometría de la estructura o en la distribución de las cargas verticales. Por el contrario, las cargas horizontales se resisten esencialmente por flexión tanto en las vigas como en las columnas, lo que hace que el control de las deformaciones sea un aspecto importante en el diseño de estructuras a base de marcos que deban resistir cargas laterales de cierta consideración, especialmente cuando se trate de marcos de varios niveles.

Para que el sistema funcione efectivamente como marco rígido es fundamental el diseño y detallado de las conexiones para proporcionarles rigidez y capacidad de transmitir momentos. La continuidad del nudo es sencilla de lograr en estructuras de concreto fabricadas en sitio y en las de acero, mientras que se dificulta notablemente en las estructuras de concreto prefabricadas. En la madera la estructuración a base de marcos es poco común; para proporcionar continuidad en los nudos son necesarios procedimientos de conexión más complejos que los usuales.

El marco es el sistema estructural más común en las estructuras modernas, en las que constituye generalmente el esqueleto vertical resistente, en particular en los edificios. Sus ventajas residen no sólo en su buena eficiencia estructural, sino sobre todo en que ocasiona una mínima in-

terferencia con el funcionamiento de la construcción, al permitir gran libertad en el uso del espacio interior.

Ocasionalmente, el marco se emplea como viga para transmitir cargas transversales hacia los apoyos. Se denomina en este caso *viga Vierendeel* y tiene la desventaja grave con respecto a la armadura de que, al no existir triangulación de las barras, la fuerza cortante en cada tablero no se resiste por fuerzas axiales sino por flexión y cortante en las cuerdas. A pesar de esta desventaja, el hecho de que la falta de diagonales permite el paso a través de cada tablero, hace atractivo este sistema en algunas construcciones, especialmente cuando se interrumpen ejes de columnas que vienen de pisos superiores porque se requiere un claro mucho más considerable en un nivel inferior (figura 4.44).

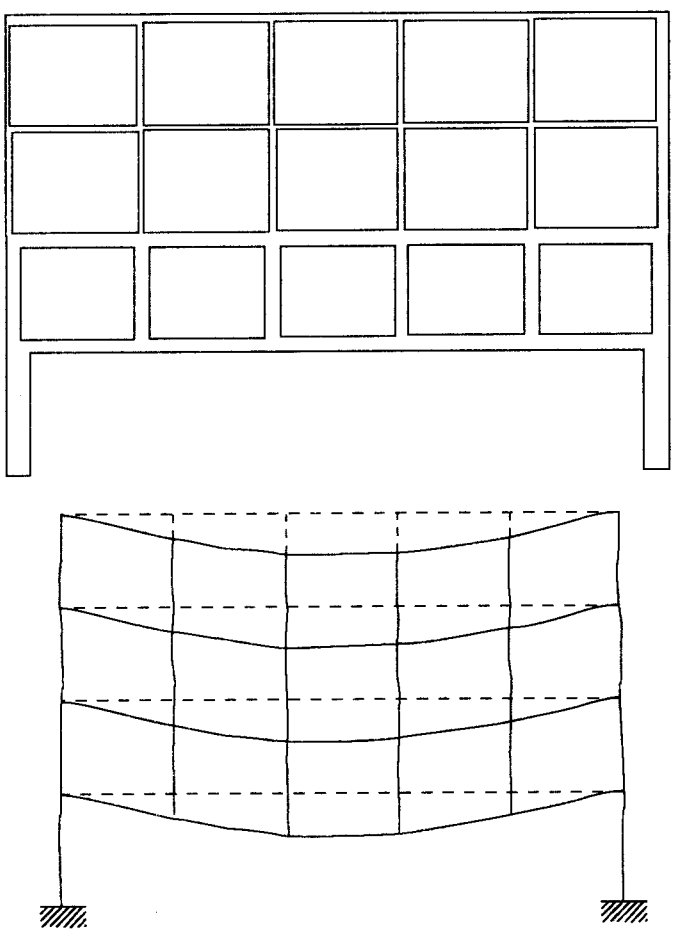


Figura 4.44. Ejemplo de una estructuración con viga Vierendeel.

Una de las mayores limitaciones de los marcos rígidos, que es su excesiva flexibilidad ante cargas laterales, se supera si se recurre a la triangulación de alguna crujía por medio de diagonales de contraventeo que por su alta rigidez absorben la mayor parte de las cargas laterales. Más adelante, al comentar acerca de los sistemas estructurales para edificios de varios niveles, se entrará en mayor detalle sobre estos sistemas compuestos.

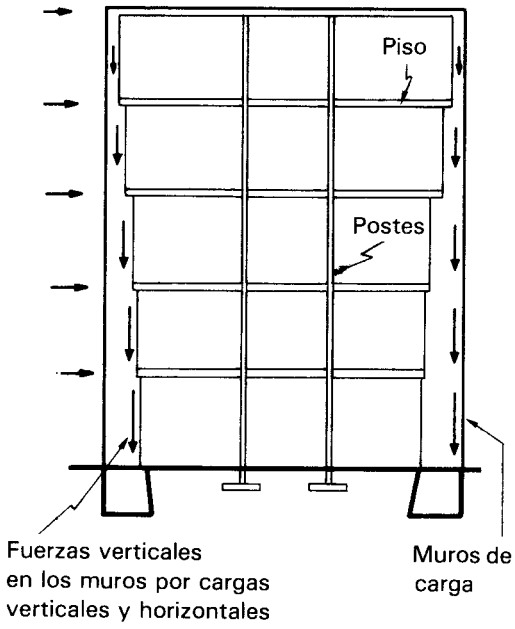


Figura 4.45. Estructuración típica de un edificio de varios pisos hasta principios de siglo (tipo poste y dintel con muros de carga).

4.4.3 Sistemas a base de placas

Mediante arreglos de placas verticales (muros) y horizontales (losas) se pueden formar sistemas de diversas características, los que en general se pueden denominar *tipo cajón*. La sobreposición de placas simplemente apoyadas en una sola dirección y muros, integra un sistema equivalente al de poste y dintel y que tiene limitaciones semejantes. La falta de continuidad en los apoyos lo hace muy vulnerable ante acciones accidentales que pueden introducir tensiones verticales o esfuerzos cortantes en la conexión. La principal limitación es la escasa resistencia a cargas laterales las que deben ser resistidas por flexión normal al plano de los muros, los que presentan baja resistencia a estas solicitaciones, ya que cuentan con poco peralte (espesor). El sistema fue muy empleado en edificios de varios pisos a base de muros de carga de mampostería en zonas no sísmicas, pero se tenía que recurrir a espesores cada vez más exagerados a medida que crecía el número de pisos (figura 4.45).

Si se obtiene la continuidad en las conexiones muro-losa, se logra una acción de marco con la cual se reducen los momentos y las deflexiones de la losa, pero se introducen flexiones en los muros ante cargas verticales (figura 4.46). Esta solución es posible en materiales que presentan resistencia a tensión, como el concreto reforzado o el acero. Ante cargas laterales, la acción de marco proporciona cierta rigidez y resistencia; sin embargo, el sistema resulta en general poco eficiente debido a que los momentos de inercia de los elementos placa son pequeños por su espesor reducido.

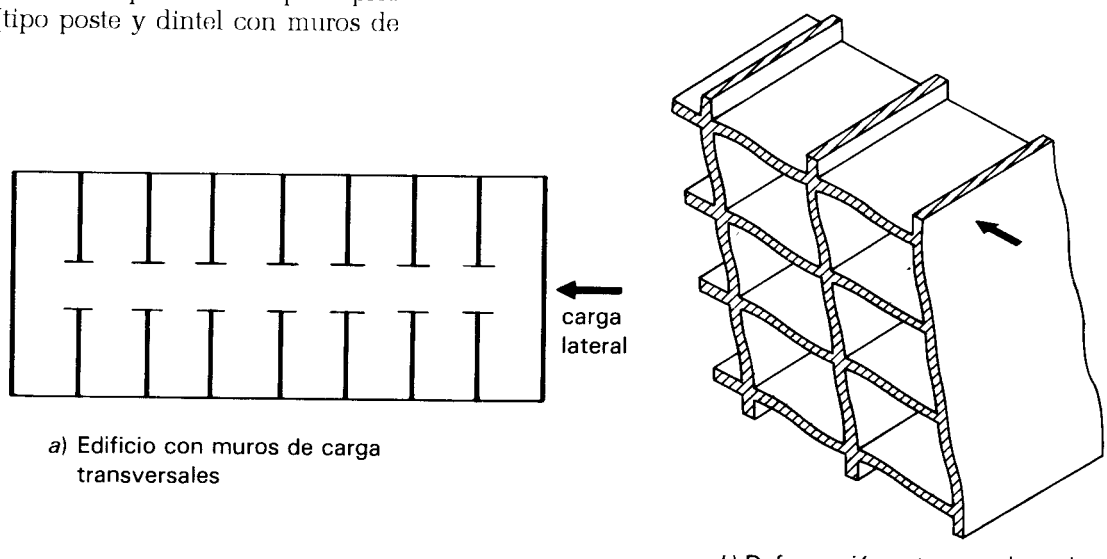
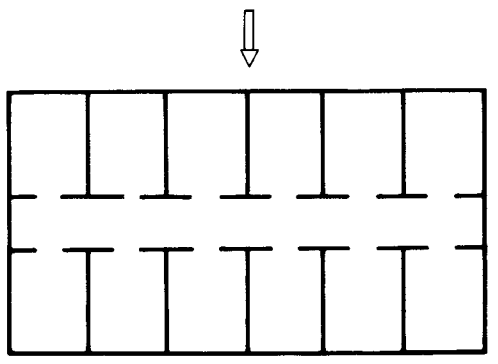


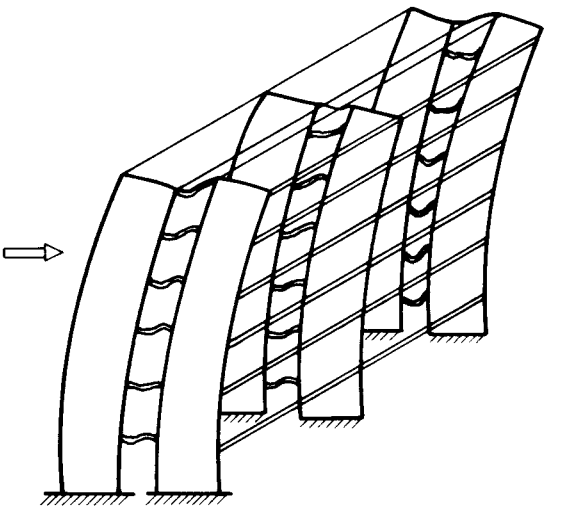
Figura 4.46. Sistema de muro y losa que forman marco en una dirección.

El arreglo ideal para elementos placa es un sistema tipo cajón tridimensional. La losa se apoya en las dos direcciones con lo que su rigidez y resistencia ante cargas verticales aumentan notablemente. La ventaja más importante es que, existiendo elementos verticales en dos direcciones ortogonales (figura 4.47), las fuerzas laterales en una dirección cualquiera son resistidas por los muros mediante fuerzas en su plano, para lo cual poseen gran rigidez y resistencia. Para el funcionamiento en cajón se requiere que la losa forme un diagrama horizontal que tenga alta rigidez para cargas en su plano, de manera que las cargas laterales se puedan transmitir a los muros más rígidos en cada dirección. Las conexiones losa-muro deben ser capaces de resistir fuerzas cortantes y en estructuras de altura notable, también tensiones, por los momentos de volteo producidos por las cargas laterales.

En sistemas tipo cajón las cargas verticales se transmiten a la cimentación esencialmente por fuerzas axiales en los muros, los momentos flexionantes transmitidos por las losas son en general pequeños, por ser éstos de claro reducidos y con apoyo en dos direcciones. Las cargas laterales se resisten, como se ha dicho, por flexión de los muros en su plano. Si la relación altura a longitud de los muros es muy pequeña predominan las deformaciones de cortante en el comportamiento de los muros, de lo contrario las deformaciones son debidas principalmente a flexión de los muros, que funcionan como voladizos verticales (figura 4.47*b*). El comportamiento y el análisis de estos sistemas se tratará con cierto detalle en el capítulo siguiente. El sistema tipo cajón es claramente tridimen-



a) Planta



b) Deformación ante cargas laterales

Figura 4.47. Sistemas con muros en dos direcciones.

sional y con frecuencia no se presta a ser dividido en subsistemas bidimensionales, especialmente cuando los muros no son placas rectangulares separadas, sino que tienen geometrías irregulares formando a veces secciones de tipo tubular (figura 4.48).

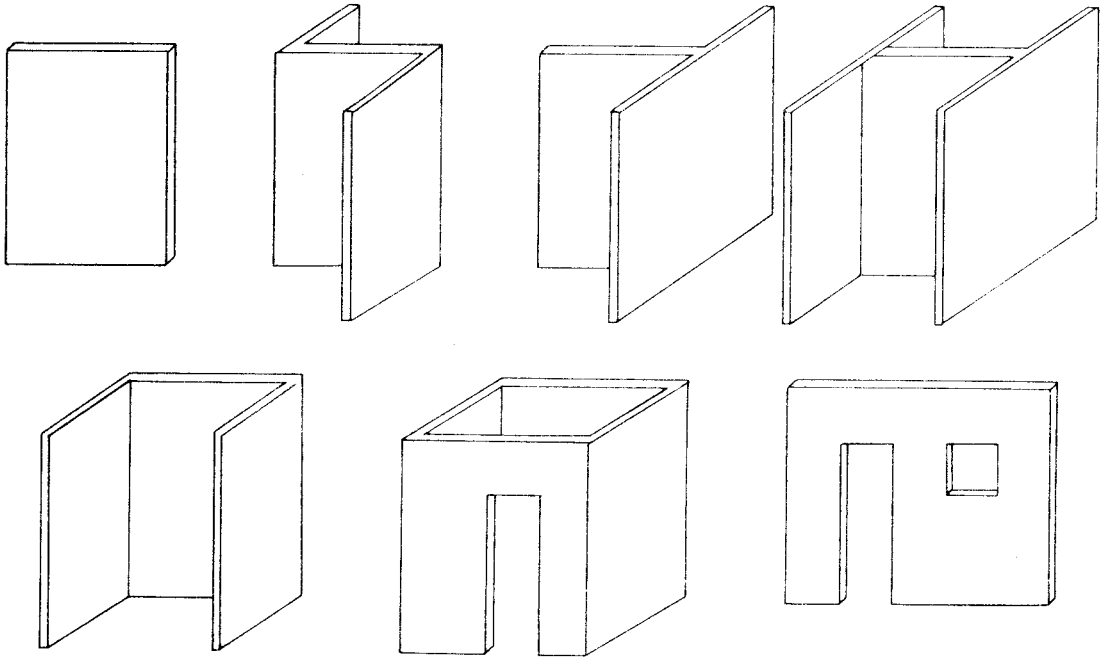


Figura 4.48. Distintas formas de muros.

Este tipo de estructuración es común en los edificios a base de muros de carga alineados en dos direcciones ortogonales. Se emplean muros de mampostería y losa de concreto o muros y losas de concreto, esto último principalmente con elementos prefabricados, para los cuales es particularmente crítico el diseño de las conexiones. En edificaciones de pocos pisos el sistema tipo cajón se integra también con tableros de madera del tipo de los mencionados en 4.3.2.

4.4.4 Otros sistemas estructurales

Existen innumerables sistemas que pueden formarse con combinaciones de los elementos lineales, planos o curvos descritos en los incisos anteriores.

Para los principales tipos de estructuras civiles existen estructuraciones comunes cuyas ventajas han sido comprobadas con el tiempo. En los subcapítulos siguientes se describirán con cierto detalle los sistemas más comunes para edificios, ya que éstas son las estructuras con las que con mayor frecuencia se enfrenta el proyectista.

No debe perderse de vista que prácticamente todos los sistemas estructurales son tridimensionales y que su descomposi-

ción en subsistemas planos tiende a ignorar la interacción entre ellos y el comportamiento de conjunto. En particular, pueden ser importantes los momentos torsionantes que se generan entre un sistema plano y los ortogonales a éste y las solicitaciones que pueden presentarse por la asimetría en planta de la estructura.

4.5 SISTEMAS DE PISO

En la mayoría de las construcciones, y principalmente en los edificios, pueden identificarse dos subsistemas estructurales acerca de los cuales pueden tomarse algunas decisiones independientes, relativas a la solución más conveniente, antes de proceder al análisis de la estructura completa. Estos subsistemas son el horizontal, o de los sistemas de piso, y el vertical, o de los elementos de soporte. A pesar de esta subdivisión, es importante tener en mente que el sistema estructural de la construcción es una sola unidad y que la interacción entre los diversos subsistemas no es en general despreciable.

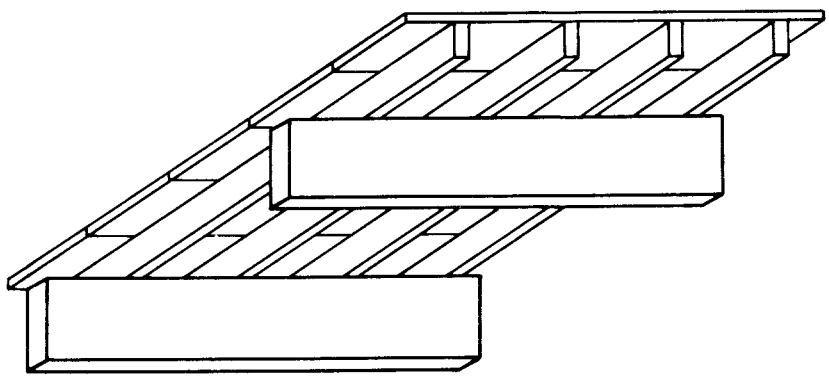
Casi toda construcción requiere pisos con superficie superior horizontal y con superficie inferior que no debe diferir mucho de la horizontal. La función estructural de un sistema de piso es transmitir las cargas verticales hacia los apoyos que a su vez las bajan hasta la cimentación. Es casi siempre necesario que cumpla además la función de conectar los elementos verticales y distribuir entre ellos las cargas horizontales, para lo cual debe formar un diafragma con alta rigidez en su plano. Por ser los de piso sistemas planos, las cargas verticales introducen momentos flexionantes importantes, lo que hace críticos los problemas de flechas y vibraciones. Por lo anterior, el espesor y las características que definen la rigidez del sistema de piso están regidas generalmente por el cumplimiento de estados límite de servicio.

La variedad de soluciones estructurales que pueden darse a un sistema de piso es tan grande que haría interminable un intento de enumerarlas o aun de clasificarlas en detalle. Es en estos sistemas donde mayor es el número de innovaciones que se presentan continuamente, ligadas sobre todo a tecnologías de construcción que tratan de hacer más rápida y más sencilla la fabricación.

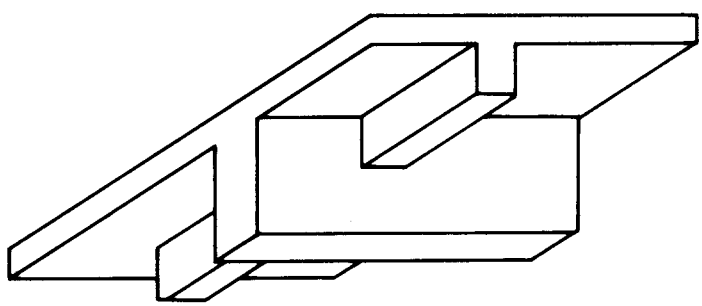
En el pasado, la mayoría de los sistemas de piso se constituían por la sobreposición de elementos que trabajan en forma prácticamente independiente. Una placa de cubierta se apoya sobre retículas ortogonales sucesivas de vigas simplemente apoyadas unas sobre otras y distribuidas de manera de llevar en la forma más directa la carga hacia los apoyos verticales. Las vigas de las retículas sucesivas aumentan su peralte a medida que se procede de arriba hacia abajo, ya que tienen que

soportar una carga cada vez mayor y su claro también crece. El espesor total del sistema de piso resulta de la suma de los peraltes necesarios para los elementos individuales. El sistema se originó en las primeras construcciones de tablones y vigas de madera (figura 4.49*a*), pero se ha empleado en otros diversos materiales y se sigue usando especialmente con vigas de acero que soportan cubiertas de diferentes materiales. Se trata de una forma muy poco eficiente de resistir las cargas, ya que se desperdicia la oportunidad de lograr el trabajo de conjunto de los diferentes elementos y hacer que se resista la flexión aprovechando el peralte total del sistema de piso.

En la construcción moderna para todos los materiales se han desarrollado procedimientos que logran el trabajo integral de los diferentes elementos. Esto se obtiene de manera natural en estructuras de concreto fabricadas en sitio (figura 4.49*b*), mientras que en otras estructuras se requieren elementos de conexión con capacidad de transmitir esfuerzos cortantes horizontales, como se mencionó al tratar los diferentes tipos de placas (sección 4.3.2). El ahorro sustancial en las dimensiones de las vigas justifica, en general, ampliamente el costo de los dispositivos de conexión.



a) Elementos sobrepuestos



b) Elementos compuestos

Figura 4.49. Sistemas de pisos de placa sobre retículas de vigas.

En estos sistemas el espesor de la placa de piso conviene que sea el mínimo necesario por requisitos constructivos, de aislamiento o de resistencia al impacto. La retícula de vigas inmediatamente inferior debe tener la separación máxima con la que la placa de piso funciona adecuadamente desde el punto de vista estructural; si esto permite hacer coincidir las vigas con la posición prevista para los apoyos, no son necesarias retículas adicionales. El arreglo de vigas debe hacer mínimo el espesor necesario de losa y además debe procurar una estandarización de elementos para fines de economía y sencillez de construcción. Cuando la distribución de apoyos es regular, los arreglos de vigas son claros y sencillos; para distribuciones de los apoyos o formas de la planta irregulares, el arreglo de vigas puede resultar más complejo. Algunos ejemplos se muestran en la figura 4.50.

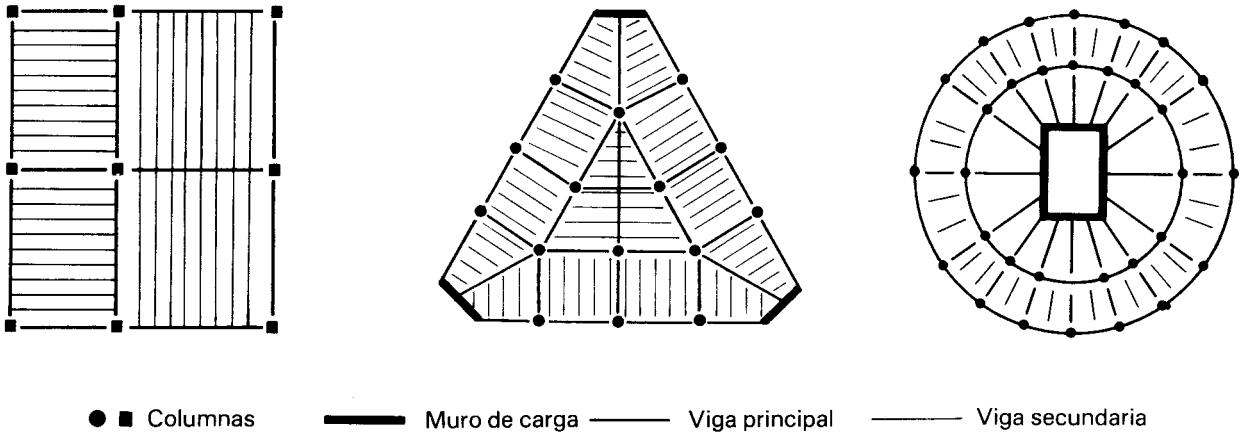


Figura 4.50. Arreglos de vigas secundarias y principales en sistemas de piso de planta regular e irregular.

En algunos sistemas de construcción se forman retículas de vigas con separaciones muy pequeñas, de manera que el funcionamiento del sistema de piso es equivalente al de una placa cuyo espesor se determina de manera que tenga el momento de inercia de un ancho unitario de la retícula de vigas y losa. Esta idealización es aceptable cuando la separación de vigas (llamadas en este caso nervaduras) no excede de una octava parte del claro. Los sistemas de piso que se funcionamiento estructural que se mencionaron al tratar dichos elementos: losas en una dirección, losas en dos direcciones apoyadas en su perímetro y losas en dos direcciones sobre apoyos puntuales.

Algunos de los sistemas de piso más comunes se describirán agrupándolos según el principal material que los constituye.

En madera, el sistema más antiguo a base de tablones sobre retículas de vigas (figura 4.49a) ha ido evolucionando, primero con el machihembrado de las tablas para que fun-

cionen como una placa en la que sea factible la repartición de alguna carga concentrada elevada entre diversos elementos, y después con la sustitución de la tabla con placas de madera contrachapada. En claros grandes, las vigas de sección rectangular se sustituyen por pequeñas armaduras del mismo material. Es cada vez más frecuente el empleo de métodos de conexión entre las vigas y la placa que permitan la transmisión de cortantes y aseguren un funcionamiento de sección compuesta. Estos pisos, junto con muros de carga de estructuración similar, forman estructuras tipo cajón, que se pueden prefabricar por secciones y ensamblar en la obra con mucha facilidad y es muy popular en algunos países para construcciones pequeñas.

El concreto reforzado es el material más empleado para sistemas de piso por su durabilidad, moldeabilidad y economía. La losa maciza en dos direcciones apoyada sobre muros de carga es el sistema típico para claros pequeños, como los usuales en vivienda económica. Existen diversas variantes que no alteran el funcionamiento estructural como losa maciza, pero que presentan algunas ventajas constructivas. La mayoría de ellas están asociadas con la intención de reducir la cimbra que es responsable de una fracción significativa del costo total y del tiempo de ejecución. Los sistemas de viguetas y bovedillas o de semiviguetas y bovedillas (figura 4.51) permiten la integración de unas vigas prefabricadas de concreto presforzado, o tipo armadura, con una capa de

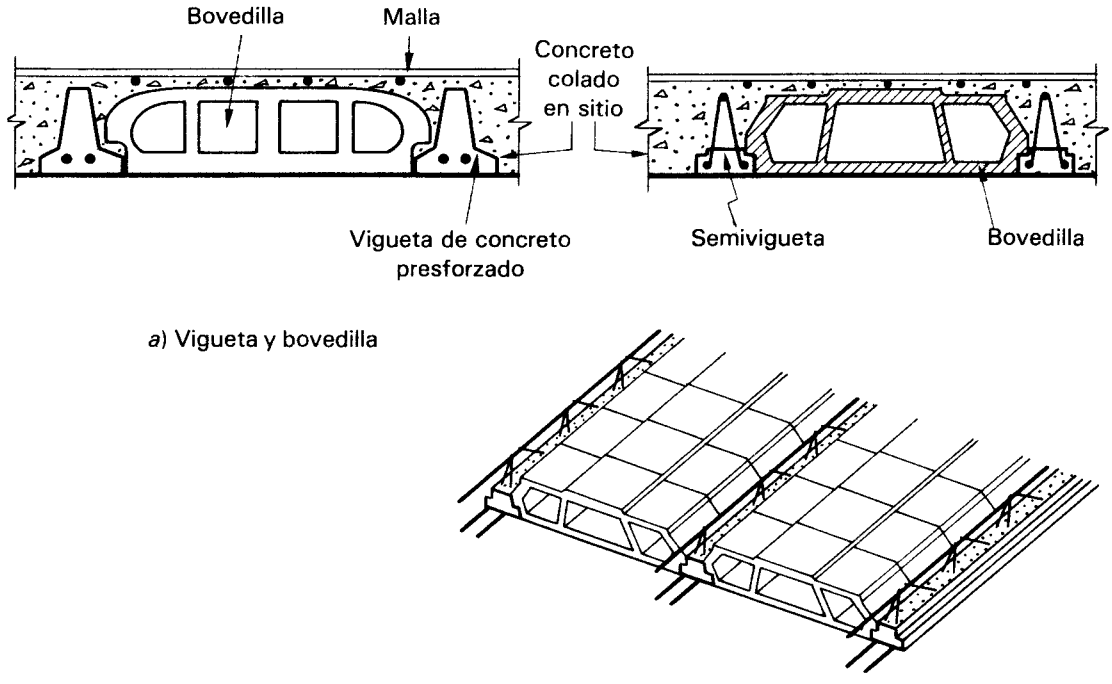


Figura 4.51. Sistemas de piso de vigueta y bovedilla.

compresión colada en sitio. La losa se hace trabajar generalmente en una sola dirección, lo que reduce en parte la eficiencia, pero por otra parte se aprovecha acero de refuerzo de mayor resistencia y se tienen peraltes mayores con menos cantidad de concreto y acero con respecto a una losa maciza. Las bovedillas son elementos de cimbra y aligeramiento de la losa. La capa de compresión vaciada en sitio proporciona la continuidad entre los distintos elementos y es necesaria para la acción de diafragma ante fuerzas en el plano de la losa. El mejor aislamiento térmico y acústico que se obtiene por los mayores espesores y por los elementos huecos de aligeramiento es una ventaja importante de estos sistemas.

Conviene llamar la atención sobre un aspecto particular del diseño de estos sistemas y en general de todos los de construcción compuesta, en los que se pretende que algún elemento prefabricado soporte inicialmente todo el piso, el cual adquiere su resistencia final y trabaja en forma integral sólo después del fraguado del concreto vaciado en sitio. El elemento prefabricado debe diseñarse para soportar el peso propio de todo el piso más las cargas de construcción. Debido a que en un sistema de piso el peso propio representa una parte importante de la carga total, esta condición de diseño resulta muy crítica y hace que el elemento en cuestión resulte muy robusto o que se requiera un apuntalamiento provisional. El éxito de los sistemas de este tipo se funda en el grado en que se logre resolver este aspecto sin afectar el costo ni la rapidez de construcción.

En el campo de la prefabricación es grande el número de variantes de losas precoladas, generalmente aligeradas y presforzadas, que se tienen diseñadas para trabajar en una o dos direcciones.

El sistema de losas y vigas de concreto fabricadas en sitio es la solución más usual para estructuras a base de marcos. Tradicionalmente, se han diseñado estos pisos considerando de manera independiente el trabajo de la losa apoyada perimetralmente sobre las vigas y el de estas últimas soportando las cargas que se encuentran en su área tributaria de losa, pero incluyendo una porción de losa como parte integrante de la viga con una sección en *T*. El diseño de las losas se ha simplificado mediante coeficientes que permiten determinar los momentos promedio en franjas de cierta longitud y que se derivan del análisis elástico de placas, pero corregidas para tomar en cuenta las redistribuciones de momentos que se presentan en estos elementos altamente hiperestáticos, así como cierta interacción con las vigas de apoyo. Procedimientos de este tipo se encuentran, por ejemplo, en las Normas Técnicas Complementarias para estructuras de concreto del *RCDF*. Cuando el peralte de las vigas no es netamente superior al de las losas (al menos dos

o tres veces mayor), ya no es aceptable suponer que éstas constituyen apoyos infinitamente rígidos para las losas y es necesario considerar que el conjunto viga-losa es el que tiene que transmitir las cargas por flexión en dos direcciones: El método del marco equivalente del código *ACI* representa una forma unificada de analizar sistemas de piso en dos direcciones, independientemente de la existencia o no de vigas y del tipo de apoyo. Este método constituye una forma racional de análisis para situaciones como la mencionada.

Para claros considerables resulta económico recurrir a vigas preforzadas conectadas a losas también prefabricadas o coladas en sitio; tratándose de secciones compuestas, debe diseñarse un procedimiento de conexión que asegure la continuidad entre los distintos elementos constitutivos.

La losa apoyada directamente sobre columnas es una solución que se ha vuelto muy popular para pisos de concreto reforzado, ya que mediante una cimbra sencilla se logra una superficie inferior plana, con un peralte total muy reducido del sistema de piso y con gran rapidez de construcción. Para claros pequeños la solución de, *placa plana* maciza (figura 4.52*a*) es la más conveniente, mientras que para claros mayores el peralte necesario hace esta solución muy pesada y obligada al empleo de ábacos y capiteles (figura 4.52*b*), en el sistema denominado propiamente *losa plana*, con el fin de mantener pequeño el espesor de la mayor parte de la losa. Para edificios comunes esta última solución es poco conveniente por la obstrucción que ocasionan los ábacos y capiteles en el espacio habitable. Más atractivo resulta para estos casos el aligeramiento formando huecos por medio de ele-

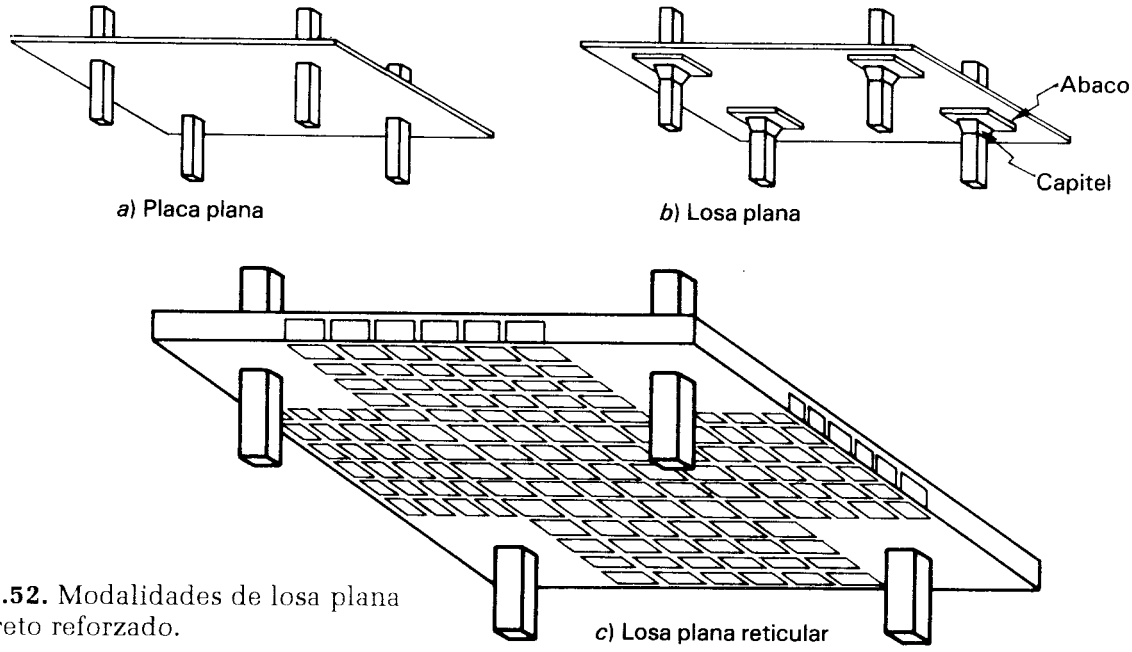


Figura 4.52. Modalidades de losa plana de concreto reforzado.

mentos removibles o que quedan formando parte de la losa, llamada en este caso *losa reticular* (figura 4.52*c*). Se genera en esta forma una retícula de nervaduras poco espaciadas en las que se concentra el refuerzo de flexión. El análisis de estos sistemas se realiza con métodos aproximados que permiten calcular qué fracción de los momentos flexionantes totales en cada dirección debe ser resistida por diferentes franjas de losa. Problemas específicos de estas losas son el diseño por cortante de la zona alrededor de la columna para evitar la falla por punzonamiento (figura 4.23) y algunos aspectos del diseño sísmico que se mencionarán en el capítulo 6.

El acero se emplea para constituir el sistema de piso completo sólo en algunas estructuras industriales. Su función más común es en vigas de sistemas mixtos con losas de concreto. Nuevamente, resulta muy atractivo económicamente aprovechar la acción compuesta de la viga con la losa mediante el empleo de conectores. Las vigas de acero de alma abierta o de secciones de lámina doblada proporcionan en general soluciones más ligeras y económicas que los perfiles laminados y que otras vigas de alma llena, aunque dan lugar a un comportamiento menos dúctil que el de los primeros. Nuevamente, existen diversas variantes que pretenden simplificar la cimbra y la construcción de la losa. Una de ellas usa una lámina de acero corrugada apoyada sobre las vigas, como cimbra de la losa de concreto; las láminas tienen corrugaciones en las cuales penetra el concreto produciendo un anclaje mecánico (figura 4.153). De esta manera la lámina, de acero de alta resistencia, trabaja en tensión eliminando o reduciendo la necesidad de refuerzo en el lecho inferior. El sistema es particularmente indicado para pisos que deben soportar cargas elevadas.

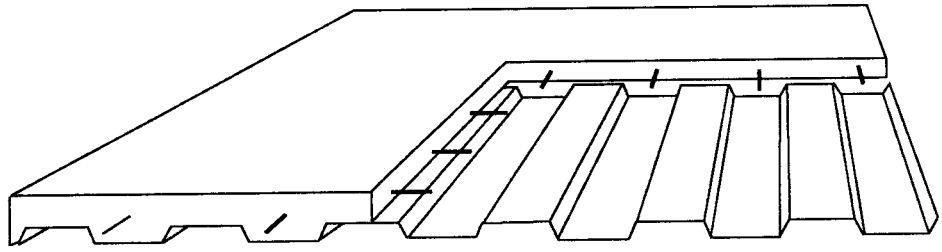
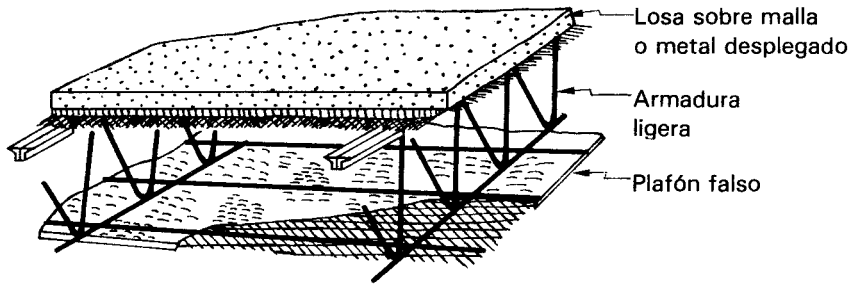
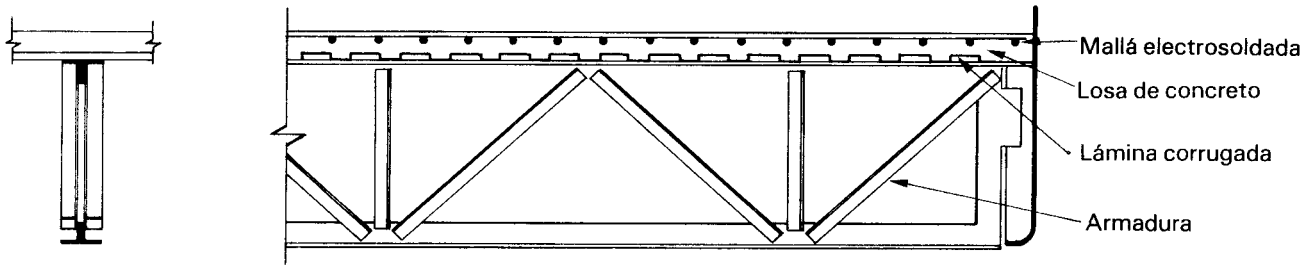


Figura 4.53. Losa de concreto con refuerzo de lámina corrugada.

La construcción compuesta resulta muy económica cuando se emplean elementos ligeros de acero como perfiles de lámina delgada o pequeñas armaduras conectadas a la losa de concreto, como en la figura 4.54*a*. En el sistema de la figura 4.54*b* la armadura y la lámina corrugada de acero se conectan en taller para que esta última funcione como cuerda de compresión de la armadura en el periodo de construcción. Recibido el concreto sin necesidad de cimbra, los tres



a) Armadura ligera conectada a una losa delgada de concreto para pisos con cargas pequeñas



b) Armadura de acero conectada a una losa de concreto reforzada con lámina corrugada

Figura 4.54. Ejemplos de sistemas de piso a base de elementos ligeros de acero.

elementos trabajan como una sola unidad que puede soportar cargas considerables.

4.6 SISTEMAS PARA EDIFICIOS DE VARIOS PISOS

Se tratará aquí esencialmente el sistema vertical resistente de los edificios, en particular en lo referente a su eficiencia para resistir las cargas laterales de viento o sismo, cuya importancia crece a medida que aumenta la altura del edificio. Lo ideal sería que el sistema estructural que se requiere y que representa la solución óptima para resistir las cargas verticales de diseño, resultase suficiente para resistir sin modificación alguna también las cargas laterales, contando para ello con la reducción en los factores de seguridad que admiten las normas de diseño para esta última condición de carga, por ser de tipo accidental. Sin embargo, esto llega a ser cierto sólo en edificios de pocos pisos y en zonas donde las acciones de diseño por sismo o viento son moderadas. A medida que crece la altura, las modificaciones necesarias para resistir cargas laterales son mayores. El problema puede plantearse como el de un sobreprecio que hay que pagar para la resistencia a carga laterales, el cual aumenta con el número de pisos hasta que, para edificios muy altos, este es el aspecto que domina la elección del sistema estructural más apropiado.

El sistema estructural debe permitir proporcionar resistencia a las fuerzas laterales y rigidez para mantener las deformaciones ante esas cargas dentro de límites tolerables. El segundo aspecto suele ser más decisivo que el primero para definir el esquema estructural apropiado. Como ya se apuntó anteriormente, no puede separarse de manera tajante el estudio del sistema de soporte vertical del relativo a los sistemas de piso de un edificio, ya que el trabajo conjunto es el que define el comportamiento y la eficiencia, especialmente en lo que se refiere a las cargas laterales. Por ello, aunque el énfasis se ponga en el sistema vertical, se hará mención de la interacción de éste con el sistema de piso.

Los primeros sistemas estructurales empleados para construcciones de más de un piso fueron probablemente de madera: sin embargo, pocas veces las construcciones de este tipo han rebasado los dos niveles y no por limitaciones de tipo estructural, ya que en este aspecto podría fácilmente superarse la decena de pisos. El uso de la madera para edificios de varios pisos ha sido limitado por la seguridad contra incendio.

Los muros de carga de mampostería han constituido el primer sistema estructural que se empleó para edificios de varios niveles, asociados a sistemas de piso de madera o de bóveda de mampostería. La limitación de este sistema se debe a que su escasa resistencia en compresión y en tensión obliga a una alta densidad de muros con espesores considerables. Por ello la estructuración es aceptable sólo cuando el uso de la construcción implica la subdivisión del espacio en áreas pequeñas, como en edificios de vivienda y hospitales (figura 4.47). En la actualidad la construcción a base de muros de carga de mampostería se emplea usualmente para edificios hasta cerca de cinco pisos, aunque existen ejemplos de construcciones de 15 o más pisos con muros de mampostería de piezas de alta resistencia y con altas cantidades de refuerzo.

El material más apropiado para la estructuración con muros de carga en edificios altos es el concreto, sea en la modalidad de concreto colado en el lugar o en la de paneles prefabricados, esta última muy popular en diversos países. La mayor limitación de esta solución a base de muros de carga es la falta de flexibilidad en el uso del espacio interior de la construcción. La distribución de áreas no puede modificarse en el tiempo, debido a que los muros tienen función estructural y la distribución de éstos no puede alterarse de uno a otro piso. Desde el punto de vista estructural las ventajas básicas son, como se mencionó en incisos anteriores, la transmisión de cargas verticales por fuerzas esencialmente axiales y la gran rigidez ante cargas laterales que se logra por la alta densidad de muros en ambas direcciones.

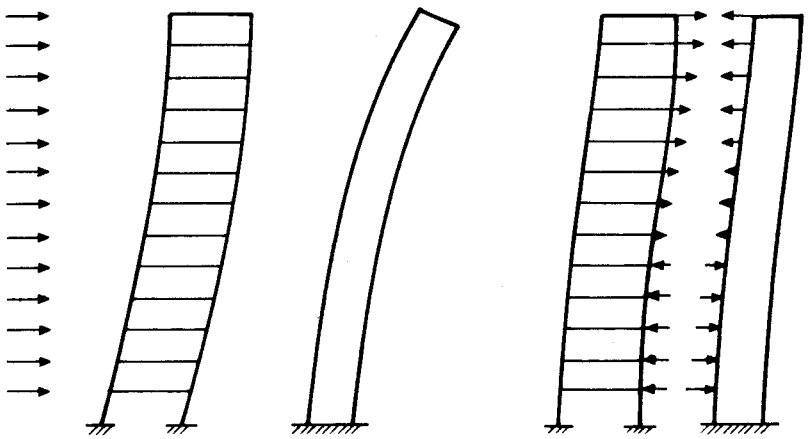
Sólo cuando se comenzó a utilizar el acero con fines estructurales en los edificios, se llegaron a obtener espacios libres interiores de dimensiones apreciables y con posibilidad de adaptarlos a diferentes usos, lo que propició el inicio de la construcción de los edificios realmente altos. En un principio las vigas y columnas de acero no formaban propiamente un marco rígido, ya que no se construían con conexiones capaces de transmitir momentos. Estos edificios, hasta de un par de decenas de pisos, contaban con la contribución de algunas paredes divisorias y de fachada (supuestamente no estructurales) para lograr cierta rigidez y resistencia ante cargas laterales. Sin embargo, sólo la adopción del marco rígido en la primera década de este siglo permitió superar esas alturas y llegar a edificaciones del orden de los 50 pisos. El marco rígido de acero fue el preferido para los rascacielos, por la rapidez de construcción y por la poca área de columnas que se tiene en las plantas. Algunas décadas más tarde se comenzaron a usar los marcos de concreto para edificios hasta de 20 a 30 pisos, aprovechando el menor costo que en muchos países se tenía con este sistema estructural. Sin embargo, la pérdida progresiva de área útil que se tenía por las dimensiones de columnas cada vez mayores a medida que aumentaba el número de pisos, limitó el empleo de este sistema y dio lugar al desarrollo de otros que no tuvieran esta deficiencia.

En los edificios muy altos, destinados principalmente a oficinas, la necesidad de grandes espacios libres se vuelve crítica en todos o al menos en algunos de los pisos. Por otra parte, el marco es una estructura que resiste cargas laterales esencialmente por flexión de sus miembros, lo que lo hace poco rígido, especialmente cuando los claros son considerables. Lo anterior ocasiona que la estructuración a base de marcos no sea muy eficiente para edificios altos. A medida que crece el número de pisos, es mayor la cantidad en que hay que incrementar las dimensiones de las vigas y columnas, sobre las necesarias para resistir las cargas verticales, con el fin de lograr que la estructura posea la resistencia y rigidez necesarias ante cargas laterales. El sobreprecio que hay que pagar para resistir las cargas horizontales es considerable. No es posible fijar un límite general para el número de pisos que es económicamente conveniente estructurar con marcos. En zonas poco expuestas a sismos o huracanes este límite se encuentra en poco más de 20 pisos. En zonas de alto riesgo sísmico es probablemente menor de 10 pisos.

La forma más sencilla de rigidizar un marco ante cargas laterales sin perder todas sus ventajas, es colocar en algunas de sus crujías un contraventeo diagonal o ligarlos a algún muro de rigidez de mampostería (para edificios no muy altos) o de concreto. Esta última ha sido la forma más popular de rigidización tanto para marcos de concreto como de

acero. Como se expuso anteriormente, ambos casos pueden visualizarse como una viga vertical de gran peralte y en voladizo. Éste tiene gran rigidez cuando la relación altura a longitud del muro o de la crujía contraventeada es relativamente pequeña. En estos casos el muro absorbe prácticamente la totalidad de las cargas laterales, mientras que el diseño del marco queda regido por la resistencia a cargas verticales únicamente.

Cuando la relación altura a longitud del muro crece, se reduce muy rápidamente su rigidez y se presenta una interacción bastante compleja entre marco y muro. Existe una diferencia importante en la manera en que los dos tipos de sistemas se deforman lateralmente. En un marco la deformación de un piso relativa al inferior (desplazamiento relativo de entrepiso) es proporcional a la fuerza lateral total aplicada arriba de dicho entrepiso (cortante de entrepiso), de manera que el desplazamiento relativo de entrepiso tiende a ser mayor en los pisos inferiores que en los superiores (a menos que las dimensiones de las secciones se reduzcan radicalmente con la altura). En un muro esbelto, por el contrario, los desplazamientos relativos crecen en los pisos superiores, ya que las deformaciones de cortante dejan de ser significativas y la deformada del muro es como la de una viga en voladizo. Las configuraciones deformadas típicas son como las de la figura 4.55, en la que se presentan además las fuerzas de interacción entre marco y muro. En los pisos inferiores la rigidez del muro es muy alta y restringe casi totalmente la deformación de los marcos. En los pisos superiores el muro tiende a presentar grandes deflexiones, mayores de las que sufriría el marco si tuviera que soportar toda la carga lateral por sí solo. Por ello, en lugar de colaborar con los marcos a resistir

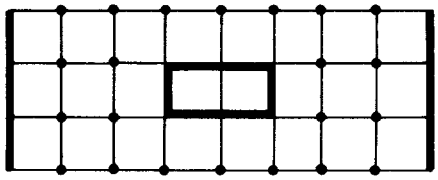


a) Deformación de cortante del marco

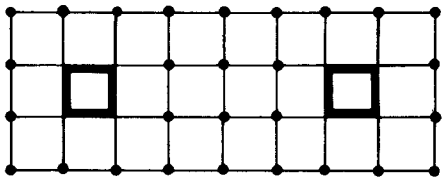
b) Deformación de flexión del muro

c) Fuerzas de interacción entre marco y muro

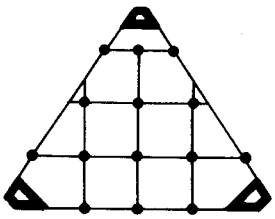
Figura 4.55. Interacción de marcos y muros ante cargas laterales.



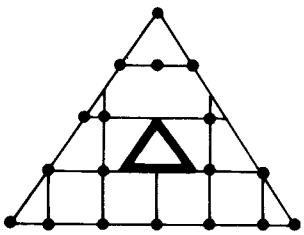
a) Núcleo central con muros cabeceros



b) Núcleos separados



c) Núcleos de esquina



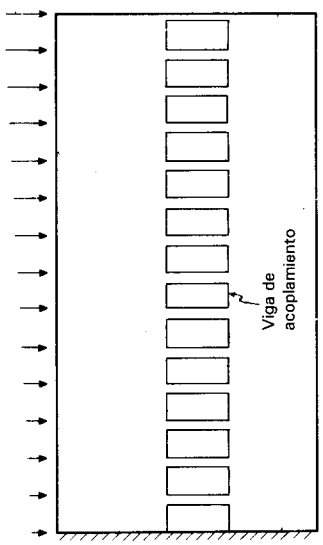
d) Núcleo central

Figura 4.56. Diferentes distribuciones de núcleos y muros de rigidez para edificios altos.

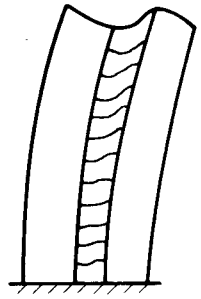
las cargas laterales, el muro origina un incremento en las fuerzas que éstos deben resistir. Para que un muro rigidice una estructura de manera efectiva, su sección debe tener un momento de inercia tal que evite que se presente el fenómeno descrito anteriormente. En edificios de pocas decenas de pisos es relativamente sencillo disponer de uno o más muros que cumplan esta condición, sea en el interior de la planta o en la fachada o, en forma más eficiente, aprovechando un núcleo que encierra ductos de servicios (escaleras, elevadores, instalaciones) que por su sección cerrada proporcione gran rigidez (figura 4.56). Por ello la estructuración de marcos con muros de rigidez es la solución más común en edificios de esta índole, en zonas donde se deben resistir fuerzas laterales significativas. Un aspecto importante es que la ubicación de los muros en planta sea simétrica para que no se presenten torsiones en la respuesta ante cargas laterales (ver capítulo 6).

Existen diversos procedimientos para aumentar la rigidez de los muros cuando la altura del edificio es considerable. Uno consiste en acoplar dos o más muros a través de vigas de buen peralte en cada piso, las que restringen los giros de los muros en cada nivel y tienden a hacer trabajar los muros que acoplan como una unidad. La situación se representa en la figura 4.57. La eficiencia de los *muros acoplados* depende de la rigidez de la viga que los conecta, la cual está sujeta a fuerzas cortantes considerables y requiere un cuidado especial en su diseño y detallado (ver capítulo 6).

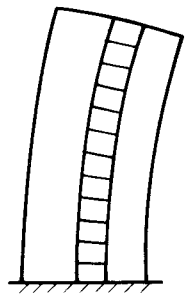
En lugar de acoplar los muros en todos los pisos, puede optarse por hacerlo sólo en algunos de ellos mediante una



a) Muro con huecos que se modela como dos muros acoplados



b) Vigas muy flexibles. Acoplamiento nulo



c) Vigas muy rígidas. Acoplamiento total

Figura 4.57. Muros acoplados .

viga cuyo peralte sea el de todo un entrepiso a través del cual se cancela total o parcialmente el paso. Se obtiene lo que se denomina un *macro-marco*, ya que los muros en lugar de comcortarse como voladizos se deforman como marcos de uno o más niveles según el número de vigas de acoplamiento que se coloquen (figura 4.58).

En otra modalidad, las vigas de gran peralte del caso anterior, en lugar de conectar entre sí dos o más muros, conectan un solo muro, o más generalmente un gran núcleo central, con las columnas de los marcos en las cuales, al tratar de flexionarse el muro, se introducen cargas axiales que tienden a equilibrar el momento flexionante en cada piso, incrementando notablemente la rigidez del conjunto. La eficiencia es mayor si se colocan estas vigas de gran peralte en varios pisos (figura 4.59).

En edificios de muchas decenas de pisos ya no es suficiente la rigidez que pueden proporcionar algunos muros o un núcleo central, y la necesidad de contar con el mayor espacio libre posible en el interior lleva naturalmente a tratar de aprovechar la fachada para dar rigidez ante cargas laterales. La solución más eficiente es contraventear todo el perímetro exterior de la construcción de manera que actúe como un gran tubo, aprovechando la máxima sección disponible. Esto conduce a soluciones como la ya mostrada en la figura 4.38, las que poco se prestan a lograr un aspecto

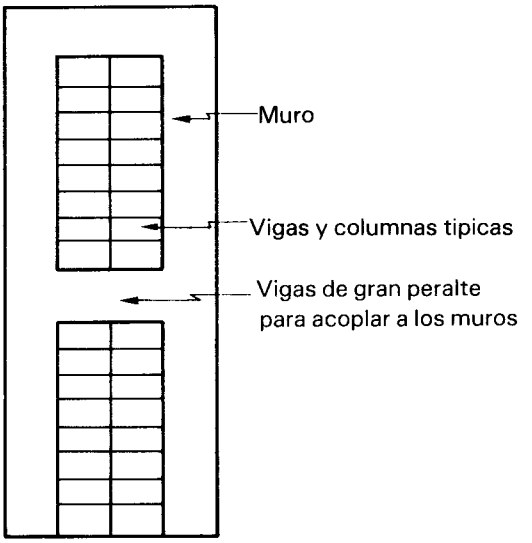
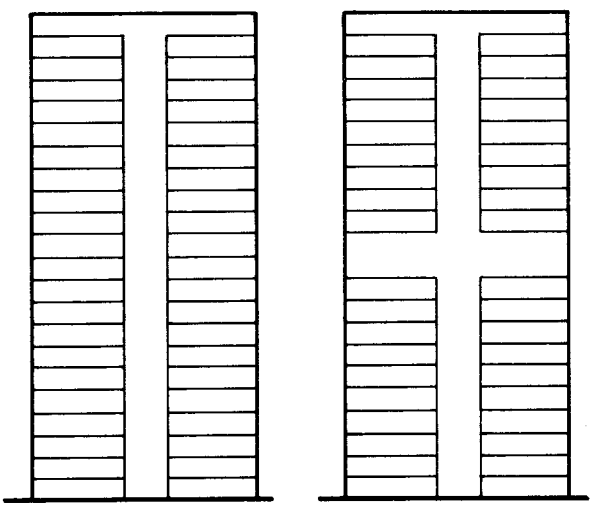
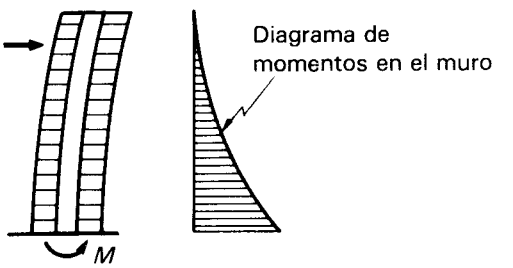


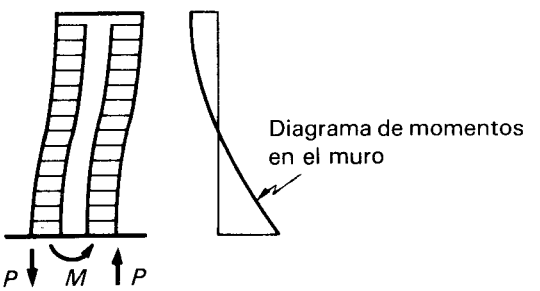
Figura 4.58. Macro-marco.



a) Diferentes distribuciones de vigas rigidizantes

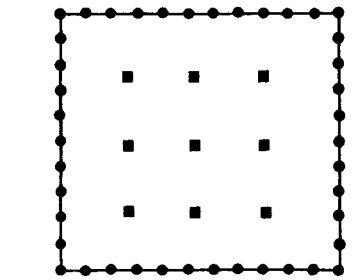


b) Configuración deformada y diagrama de momentos en un muro sin viga rigidizante

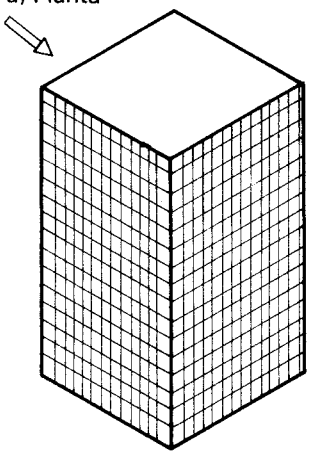


c) Configuración deformada y diagrama de momentos en el muro con viga rigidizante

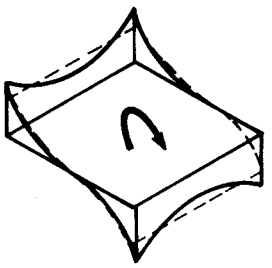
Figura 4.59. Muros con viga rigidizante.



a) Planta



b) Isómetrico



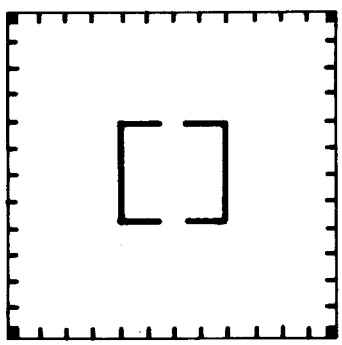
c) Distribución de fuerzas axiales en las columnas

Figura 4.60. Estructuración tipo tubo.

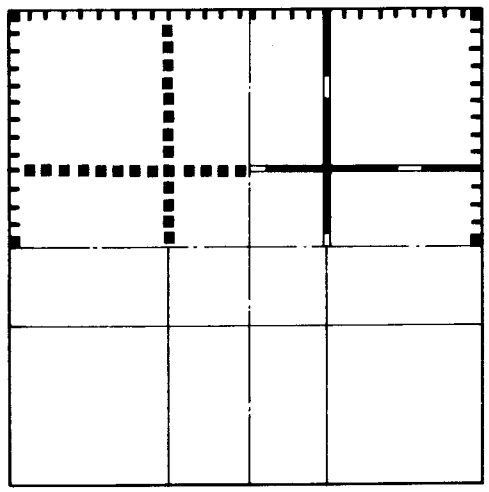
agradable al edificio. Un funcionamiento similar se obtiene si en lugar de tener un arreglo triangular de los elemntos de fachada, se tiene una retícula formada por columnas muy poco espaciadas y por vigas de piso de alta rigidez, de manera que las deformaciones de flexión de las columnas sean pequeñas y el trabajo de éstas sea fundamentalmente a carga axial (figura 4.60). En este sistema, llamado comúnmente *de tubo*, se aprovechan las columnas de fachada integrándolas a la ventanería y reduciendo mucho el costo de ésta. Este ha sido el sistema estructural más popular en los últimos 30 años para los mayores rascacielos construidos en los Estados Unidos, hasta superar los 100 pisos. Existen diversas variantes que tienden a obtener una rigidez todavía mayor, como la de acoplar el tubo a un núcleo central de muros de concreto (*tubo en tubo*) o de subdividir la planta en una serie de tubos interiores (*tubo subdividido en celdas*). Estas se aprecian en la figura 4.61.

Otra forma de rigidizar la fachada es formando marcos de elementos muy robustos, de manera que las deformaciones de flexión sean muy reducidas (figura 4.62). En este caso el gran tamaño de las vigas y columnas no interfiere con el uso del espacio interior, aunque presenta cierta dificultad para lograr una solución estéticamente aceptable.

Un problema común a todos estos sistemas que se basan en rigidizar la fachada, es la interferencia con el funcionamiento de la planta baja, en la cual hay casi siempre la exigencia de grandes claros en la fachada para los accesos. Este problema se suele resolver empleando uno de los pisos inferiores como viga Vierendeel para aumentar sustancialmen-

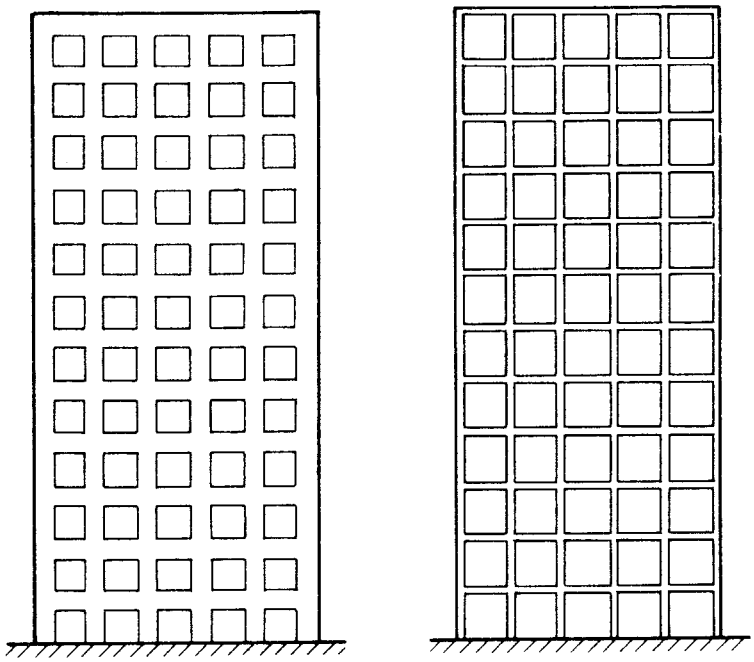


a) Tubo en tubo



b) Tubo subdividido en celdas

Figura 4.61. Variantes del sistema de tubo.



a) Marco de fachada *b*) Marco interior

Figura 4.62. Fachada rigidizada con un marco muy robusto.

te el espaciamiento entre columnas abajo de ellas (figura 4.44). Esta solución es debatible desde el punto de vista del comportamiento sísmico. como se verá en el capítulo 6.

Para los edificios muy altos y esbeltos existe una gran variedad de otras soluciones estructurales. Para ellos. y para el estudio de diversos aspectos específicos que presenta su proyecto. puede consultarse la referencia 4.11.

REFERENCIAS

4.1 E. del Valle Ruiz, "Optimización del Diseño y de la Configuración Geométrica en Torres de Transmisión", Tesis de Maestría, *División de Estudios de Postgrado*, Facultad de Ingeniería, UNAM, México D.F., 1982.

4.2 "Manual para Diseño y Construcción de Estructuras de Concreto", *Comisión Coordinadora de la Industria Siderúrgica*, México D.F., 1976.

4.3 E. Torroja, "Razón y Ser de los Tipos Estructurales", *Instituto Eduardo Torroja de la Construcción*, Madrid, 1957.

4.4 A.J. Francis, "Introducimg Structures", *Pergamon Press*, Londres, 1980.

4.5 M. Salvadori y R. Heller, "Structures in Archi-tecture", 2da Ed., *Prentice Hall*, Englewood Cliffs, N.J.,1981.

4.6 M. Salvadori y M. Levy, "Structural Design in Architecture", 2da ed, Prentice Hall, Englewood Cliffs, N.J.,1981.

4.7 W. Schueller "High-Rise Building Structures", J. Wiley, Nueva York., 1977.

4.8 O. de Buen L. de H., "Estructuras de Acero", *Limusa*, México, 1980.

4.9 O.M. Gonzáles C. y F. Robles F.V., "Aspectos Fundamentales del Concreto Reforzado", *Limusa*, México, 1975.

4.10 F. Robles F.V. y R. Echenique M., "Estructuras de Madera" *Limusa*, México, 1983.

5.

Algunos aspectos del análisis estructural

5.1 ALCANCE Y CONCEPTOS BÁSICOS

En el capítulo inicial se hizo una breve descripición del papel que desempeña el análisis estructural dentro del proceso de diseño. En la etapa de análisis se realiza la determinación de la respuesta estructural, o sea de los efectos que las acciones de diseño producen en la estructura. Estos efectos se describen en términos de fuerzas internas, esfuerzos, flechas y deformaciones. En el contexto de los métodos de diseño por estados límite, el análisis se refiere a la determinación de las fuerzas internas actuantes en las diferentes secciones de la estructura para su posterior comparación con las fuerzas internas resistentes, a fin de verificar si se cuenta con la seguridad adecuada. Ocasionalmente, se hace necesario obtener como producto del análisis las deformaciones verticales y horizontales de algunos elementos estructurales para su comparación con los valores que definen estados límite de servicio.

El análisis constituye la etapa más "científica" del proceso de diseño, aquella en que se emplean métodos de la mecánica estructural que implican el uso de herramientas matemáticas frecuentemente muy refinadas. El análisis estructural ha tenido una evolución extraordinaria en las últimas décadas con el desarrollo de los métodos numéricos que resuelven los problemas matemáticos mediante procedimientos iterativos con los que se puede llegar al nivel de precisión que se desee mediante la ejecución del número necesario de ciclos de iteración. Con estos procedimientos se puede analizar prácticamente cualquier tipo de estructura, por más compleja que ésta sea, recurriendo al empleo de programas de cómputo con los que pueden realizarse en poco tiempo y a un costo razonable los millones de operaciones numéricas que una solución de este tipo implica.

No debe perderse de vista que lo que se está manejando en esta etapa son *modelos analíticos* de la estructura. Como se ha dicho, la etapa de análisis puede considerarse dividida en la identificación del modelo analítico que representa a la estructura y a las acciones que sobre ésta se ejercen, y en una segunda parte que consiste en la solución del problema analítico así planteado. Por muy precisa que sea la solución analítica, sus resultados sólo serán indicativos de la respuesta de la estructura real en la medida en que el modelo analizado represente fielmente sus propiedades esenciales.

El conocimiento de las teorías del análisis estructural y de los métodos de análisis para las principales formas estructurales es básico e indispensable para el proyectista de estructuras; su tratamiento es tema de textos especializados y a ellos se remite al lector para su estudio. No suele encontrarse, sin embargo, en estos textos una evaluación crítica de la validez de la aplicación de dichos métodos a diferentes tipos de estructuras reales ni recomendaciones sobre cómo idealizar éstas: o sea de cómo derivar de una construcción completa un esquema conceptual que sea representativo de su respuesta ante distintas acciones. Por estas razones se dedicará la primera parte de este capítulo a un examen crítico de los problemas de modelación de la estructura.

Los textos de análisis limitan generalmente su ámbito a los métodos que proporcionan soluciones muy precisas para los modelos postulados y que implican una labor numérica considerable. Existen diversas situaciones en que el proyectista necesita tener una estimación expedita y razonablemente aproximada de la respuesta de la estructura. Por ejemplo:

a) En el prediseño, cuando debe hacer una determinación inicial burda de las dimensiones de los diferentes elementos estructurales, sea para comparar diferentes soluciones preliminares, sea como punto de partida para el análisis más formal. Debe recordarse que es necesario conocer desde las primeras etapas del proceso de diseño las características esenciales de la estructura. Se requieren las dimensiones de la estructura para calcular su peso propio y determinar las acciones debidas a carga muerta. En estructuras hiperestáticas, como son la gran mayoría, es necesario conocer las propiedades mecánicas y geométricas de los elementos estructurales para determinar las rigideces que intervienen en la definición del modelo analítico. Aun el ingeniero experimentado necesita con frecuencia recurrir a un análisis aproximado para proponer dimensiones preliminares que sean suficientemente cercanas a las que resultarán finalmente del proceso de dise-

ño, de manera que no se haga necesario realizar nuevamente todo el proceso con valores corregidos.

b) En la comprobación de los resultados de métodos refinados. La posibilidad de errores en los métodos de análisis refinado no es nada remota y su detección puede ser difícil. Cuando el análisis se hace mediante un programa de cómputo, se requiere la preparación de una gran cantidad de datos de entrada relativos a las propiedades del modelo, y la interpretación de un gran volumen de resultados. Se cometen errores frecuentes en ambas etapas y es muy conveniente contar con una solución paralela que, aun si poco precisa, permita poner en evidencia rápidamente discrepancias significativas. El manejo de los métodos aproximados de análisis es particularmente útil para los supervisores y responsables del proyecto que en las grandes oficinas de diseño deben verificar los resultados de los análisis realizados generalmente por ingenieros menos experimentados.

Por las razones anteriores, se presentarán en la segunda parte de este capítulo algunos métodos aproximados para el análisis de los sistemas estructurales más comunes. No se pretende negar la necesidad de realizar análisis con métodos refinados para la mayoría de las estructuras con las que se enfrenta el proyectista, sino recalcar la importancia de que éste sepa manejar con soltura procedimientos expedidos de verificación y prediseño.

Lo que está entrando en desuso son un grupo de métodos de nivel de refinamiento intermedio, ideados para minimizar la labor numérica involucrada en las iteracciones necesarias para resolver las ecuaciones que resultan del planteamiento matemático del problema. Estos métodos, que implican muchas horas de trabajo numérico con calculadora de escritorio, han sido desplazados por los más refinados ideales para el uso de computadoras.

Existe un gran número de excelentes textos de análisis estructural. El libro de White y otros (referencia 5.1) contiene un tratamiento muy claro y accesible de métodos de distinto nivel de refinamiento. Una exposición más formal y más amplia de los métodos de análisis de los principales sistemas estructurales puede encontrarse, por ejemplo, en el texto de Ghali y Neville (referencia 5.2); mientras que puede recurrirse al libro de Rubinstein (referencia 5.3) para lo refe-

rente a los métodos de elementos finitos y para los problemas dinámicos y de inestabilidad que, por cierto, no se tratarán en este capítulo.

Pocos son los libros en que se puede encontrar un tratamiento amplio de los métodos aproximados de análisis. El libro clásico de Benjamin (referencia 5.4) resulta todavía válido y algunos métodos de este tipo pueden encontrarse también en la ya citada referencia 5.1. Un libro reciente que, además de explicar en forma clara y gráfica los principales conceptos de análisis estructural, contiene la descripción de diversas técnicas de análisis aproximado, es el de Fraser (referencia 5.5). Diversos textos elementales de diseño estructural, pensados principalmente para no especialistas, contienen métodos sencillos y muy útiles de análisis aproximado. Tal es el caso del Schodek (referencia 5.6) y del Salvadori y Levy (referencia 5.7).

5.2 DETERMINACIÓN DEL MODELO ANALÍTICO DE LA ESTRUCTURA

5.2.1 Integración del modelo analítico

El modelo estructural con el cual se realiza el análisis está integrado por las siguientes partes:

a) *Modelo geométrico.* Este es un esquema que representa las principales características geométricas de la estructura. Su determinación implica identificar la parte de la construcción que desarrolla funciones estructurales y eliminar la parte que no influye significativamente en la respuesta de la estructura. Requiere representar la estructura por medio de un arreglo de componentes estructurales básicos, cuyo comportamiento estructural puede conocerse (barras, placas, resortes, arcos, cascarones, etc.) y definir las propiedades geométricas "equivalentes" de estos componentes básicos.

b) *Modelo de las condiciones de continuidad en las fronteras.* Debe establecerse cómo cada elemento está conectado a sus adyacentes (si a través de un nudo rígido o permitiendo algún tipo de deformación relativa por ejemplo) y cuáles son las condiciones de apoyo de la estructura (empotramiento, apoyo libre, etc).

c) *Modelo de comportamiento de los materiales.* Debe suponerse una relación acción-respuesta (o esfuerzo-deformación) del material que compone la estructura. Generalmente se hace la hipótesis de comportamiento elástico lineal, aunque ésta tiene limitaciones en muchos, casos, como veremos.

d) *Modelo de las acciones impuestas.* Las acciones que afectan la estructura para una condición dada de funcionamiento, se representan por conjuntos de cargas o de deformaciones impuestas.

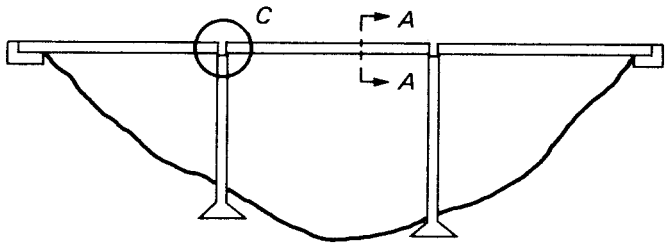
Los problemas relacionados con la modelación de las cargas se han mencionado en el capítulo 3. Los tres aspectos restantes se analizarán a continuación.

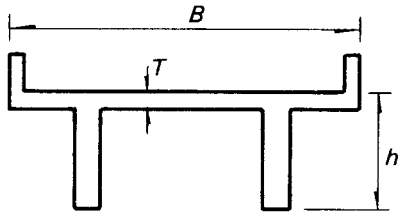
5.2.2 Modelo geométrico

Las construcciones suelen ser sistemas complejos en los que interactúan diversos componentes, por lo cual en general no es tarea fácil y directa extraer de la construcción completa un esquema sencillo que reproduzca fielmente la forma en que la construcción responde ante diferentes tipos de acciones.

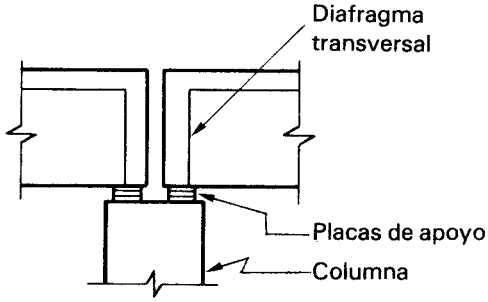
En el capítulo 1 se plantearon los modelos geométricos correspondientes a distintas soluciones para un puente de eje recto sobre varios apoyos. En ese caso, la identificación de un modelo aceptablemente fiel es relativamente sencilla, porque prácticamente toda la construcción está constituida por la estructura misma y es evidente cuáles componentes pueden ignorarse en el modelo estructural, ya que tienen una constribución despreciable a la respuesta estructural (carpeta de rodamiento, barandales, aceras, escaleras, etc.). Además, la estructura se presta a ser idealizada como un sistema plano formado por elementos lineales y que puede subdividirse en una serie de subsistemas muy sencillos susceptibles de analizarse en forma independiente (losa, vigas longitudinales, columnas y zapatas). Aun así, el esquema adoptado resulta demasiado simplista en muchos casos. Considérese el puente típico de la (figura 5.1*a*). La idealización usual que considera dos modelos independientes para la flexión longitudinal y transversal, es aceptable sólo si las vigas son muy rígidas y si su torsión está restringida por diafragmas transversales poco espaciados. De lo contrario debe usarse un modelo más refinado y tridimensional de la estructura, que reconozca que las vigas no son apoyos rígidos para la losa de piso sino que sufren deformaciones verticales y de torsión que afectan la distribución de fuerzas internas tanto en la losa como en las vigas mismas (figura 5.1c).

La mayoría de las construcciones requieren para su análisis el planteamiento de modelos más refinados que el del caso anterior. El modelo se vuelve particularmente complejo cuando debe reproducir el comportamiento dinámico de la estructura. Este caso implica condiciones radicalmente diferentes de las aquí expuestas y su tratamiento está fuera del alcance de este libro, aunque algunos aspec-



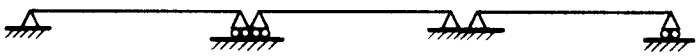


Sección *A-A*

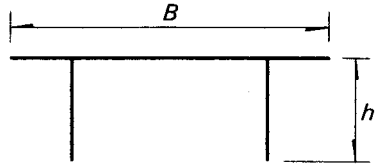


Detalle *C*

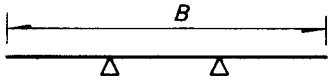
a) Esquema de un puente de varios claros



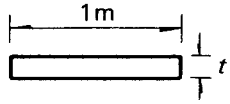
Estructuración idealizada para análisis de la flexión longitudinal



Sección transversal idealizada

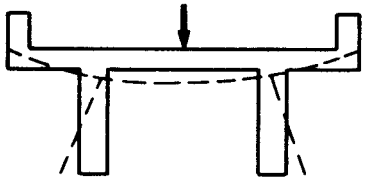


Estructuración idealizada para análisis de la flexión transversal

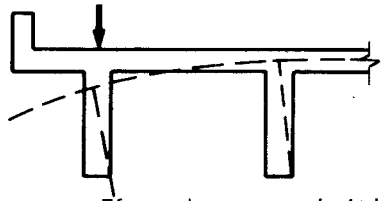


Sección transversal de la losa con ancho unitario

b) Modelos independientes para análisis de la flexión longitudinal y transversal



Efecto de la deformación por torsión de las vigas



Efecto de cargas asimétricas

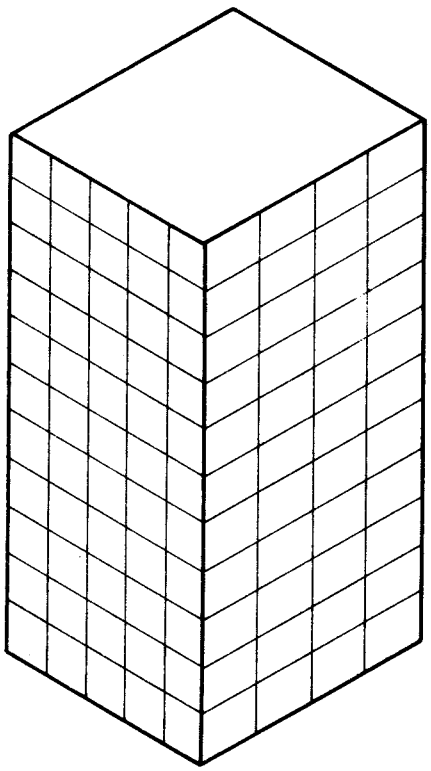
c) Efectos no considerados en el modelo idealizado

Figura 5.1. Modelos para el análisis de un puente.

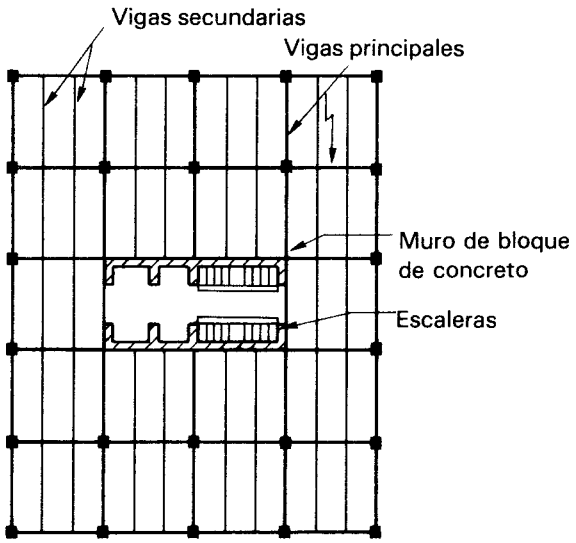
tos se cubrirán en el capítulo 6, relativo al diseño sismorresistente de las estructuras.

Un ejemplo que involucra un mayor número de simplificaciones para llegar al modelo estructural es el de un edificio, como el de la figura 5.2. Se trata de un edificio común de varios pisos con una estructura de concreto que resulta muy sencilla y uniforme, ya que el proyecto presenta muchas plantas iguales y una distribución de espacios muy simétrica y regular. Resulta directo extraer de esa construcción el modelo estructural de la figura 5.3, o sea un marco tridimensional. Sin embargo, esta idealización implica aproximaciones cuya importancia conviene tener en cuenta.

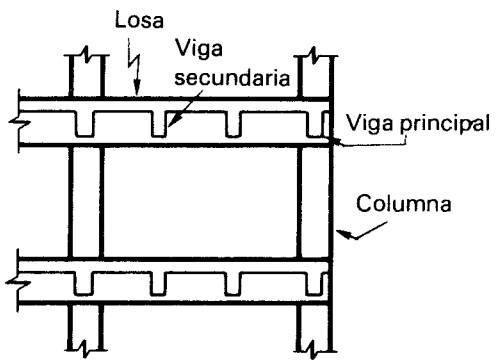
Se ignoran en esa idealización diversos elementos que influyen en la respuesta estructural. En principio, todo ele-



a) Esquema general



b) Planta tipo



c) Sistema de piso

Figura 5.2. Estructuración de un edificio típico de varios pisos.

mento que interfiere con la deformación de la estructura bajo carga y toma esfuerzos a raíz de dicha interferencia, influye en la respuesta y debería considerarse como estructural. Sin embargo esta influencia es despreciable si la rigidez del elemento en cuestión es muy inferior a la de los elementos principales de la estructura. Esta consideración permite ignorar en el modelo estructural elementos tales como ventanería, ductos de instalaciones, plafones y canceles cuya rigidez es muy baja. Sin embargo, otros componentes como los pretiles de concreto de la fachada y el firme de mortero sobre los pisos, no parecen tener una contribución despreciable a la respuesta ante cargas verticales, a la vez que el efecto de los muros de bloques de concreto del núcleo central y de las losas inclinadas de escalera parece significativo en la respuesta ante cargas laterales. Estos elementos suelen ignorarse, justificadamente, en el modelo analítico, porque su contribución estructural es poco confiable debido a que se construyen sin control de su calidad estructural y porque es conservador no tomarlos en cuenta. Deben tenerse, sin embargo, las precauciones siguientes, al adoptar ese criterio:

a) Hay casos en que no es conservador ignorar la contribución de algunos componentes a la respuesta estructural, como cuando un elemento supuestamente no estructural toma una carga no prevista y la transmite a una parte de la estructura que no está calculada para resistirla. Esto ocurre, por ejemplo, cuando los muros divisorios, o las losas de escalera, están ligados a la estructura principal y son elementos de gran rigidez para fuerzas en su plano (muros de mampostería y escaleras de concreto). Absorben, por tanto, una porción importante de las cargas laterales que llegan a actuar sobre la estructura y la transmiten a los elementos a los que se encuentran ligados. El resultado puede ser grave cuando la posición de estos elementos es tal que introduce torsiones importantes en planta y concentraciones de fuerza en ciertos elementos estructurales. El problema se tratará con más detalle en el capítulo 6.

b) Al deformarse un elemento no estructural junto con la estructura principal, pueden introducirse en él esfuerzos que no sea capaz de resistir y le ocasionen daños inaceptables.

Por ejemplo, al tratar el pretil de fachada del edificio en consideración de trabajar junto con el sistema de piso, se verá sujeto a momentos flexionantes y torsionantes que, probablemente, no será capaz de resistir con el refuerzo

mínimo que se suele colocar en dichos elementos. Sufrirá entonces un agrietamiento considerable antes de que la viga inferior tome las cargas para las cuales está diseñada. De igual manera, un muro divisorio en contacto con la estructura en todo su perímetro, al deformarse lateralmente la estructura por efectos de sismo o viento, se verá sujeto a distorsiones que le producirán probablemente cierto agrietamiento diagonal, ya que la resistencia a tensión de la mampostería es muy baja.

Por lo anterior, es importante asegurarse que los elementos designados como no estructurales no afecten desfavorablemente el comportamiento de la estructura y tampoco se vean afectados por las deformaciones de ésta. Cuando existe la posibilidad de una interacción desfavorable, conviene proveer holguras y formas de conexión entre el elemento no estructural y la estructura que permitan que esta última pueda deformarse libremente sin introducir esfuerzos en dichos elementos.

El marco tridimensional de la figura 5.3, además de ignorar los elementos de materiales no estructurales, elimina también otros que son claramente parte de la estructura, como las losas y las vigas secundarias. El modelo en cuestión pretende representar la respuesta global de la estructura ante sistemas de cargas que le afecten en su conjunto. Por ello, esquematiza la estructura por medio de un conjunto de elementos estructurales "principales", en cuanto afectan la respuesta de conjunto, elimina algunos elementos estructurales "secundarios", en cuanto a que sólo tienen una influencia local en la respuesta, o asimila su influencia empleando propiedades equivalentes de los elementos principales que toman en cuenta el efecto de dichos elementos secundarios en la respuesta global. Con las técnicas actuales de análisis es posible analizar un modelo más completo que el de la figura 5.3*a* y que incluya las losas, y vigas secundarias, que tome en cuenta aberturas en las losas y otras irregularidades locales. Sin embargo, rara vez en estructuras comunes se justifica la laboriosa tarea de preparación e interpretación de datos que el análisis de un modelo de ese tipo requiere, así como el costo que implica este análisis, aun cuando se realiza con computadora.

El procedimiento más conveniente resulta, en general, el análisis de un modelo global esquemático para la respuesta de conjunto de la estructura, y el de una serie de modelos locales más refinados para el estudio de los efectos detallados de las acciones en determinadas porciones de la estructura. Así, en el ejemplo en estudio, las vigas del marco tridimensional tienen propiedades equivalentes para tomar en cuenta la contribución de la losa a la rigidez a flexión del sistema de piso, mientras que el efecto de las vigas secundarias se desprecia. Los criterios para modelos de viga equivalente

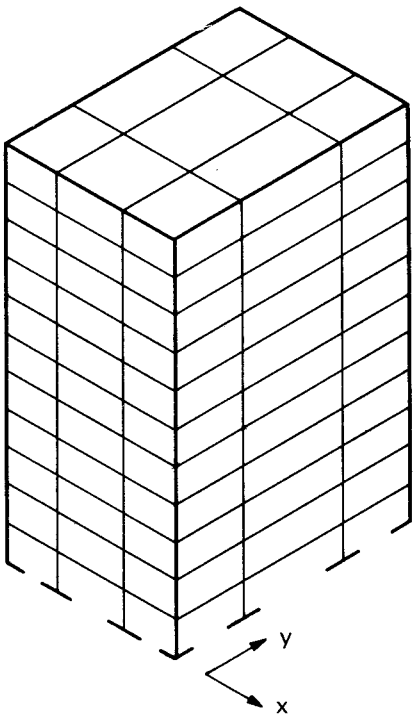
del sistema de piso pueden ser notablemente distintos de uno a otro reglamento de diseño. Por ejemplo, el RDF recomienda tomar una porción de la losa como patín de una viga *T* equivalente, mientras que el código ACI sugiere un marco equivalente más elaborado que toma en cuenta todo el sistema de piso de centro a centro del claro para la determinación de la rigidez de la viga equivalente. Se remite al lector a un texto especializado de estructuras de concreto para más detalles sobre este segundo procedimiento (véase, por ejemplo, la referencia 5.8). Además del modelo global mencionado, es necesario establecer modelos locales para el análisis de las vigas secundarias y de sus efectos sobre las vigas principales y para el análisis de la losa apoyada perimetralmente sobre las vigas. Finalmente, pueden ser necesarios análisis más específicos de las condiciones en algunas zonas de irregularidades o discontinuidades como aberturas y cambios de nivel o de sección.

El marco tridimensional propuesto para el análisis global resulta excesivamente complejo para su solución, si no se cuenta con un programa de cómputo. Si el arreglo de los elementos principales de la estructura y la distribución de cargas no son muy irregulares, resulta aceptable analizar en forma independiente los marcos bidimensionales que la componen, cada uno sujeto a las cargas que le corresponden según su área tributaria o su rigidez lateral (figura 5.3*b*). Al realizar esta descomposición se pierden los efectos de la interacción entre los diferentes marcos debidos, por ejemplo, a la rigidez torsional de los elementos que los conectan, la cual puede ser significativa si las características de rigidez de los diversos marcos son muy distintas.

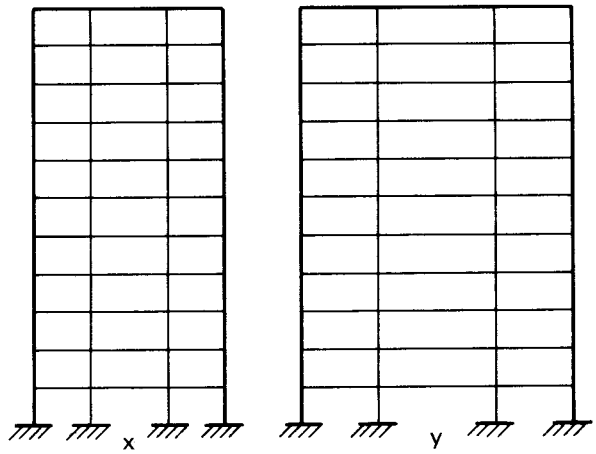
La simplificación de la estructura mediante su descomposición en subsistemas independientes cada vez más elementales puede llevarse más adelante. Por ejemplo, para el análisis del sistema de piso ante cargas verticales, las normas aceptan, cuando la estructura es regular, considerar cada piso en forma independiente con modelos como el de la (figura 5.3c). Los errores que se cometen son naturalmente mayores a medida que se reduce el problema a un esquema cada vez más elemental y que ignora la interacción de cada porción con el resto de la estructura.

Sobre el otro aspecto de la modelación geométrica que es el relativo a la definición de las propiedades geométricas "equivalentes" de las secciones transversales, se tratará más adelante después de haber comentado los efectos de la no linealidad y de la redistribución de fuerzas internas en los resultados del análisis.

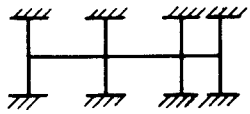
En resumen, el proceso de idealización requiere plantear un modelo que represente la respuesta global de la estructura y en el que se han discriminado los elementos que no tienen una función principal en la respuesta de con-



a) Marco tridimensional



b) Marcos planos en dos direcciones



c) Marco elemental para análisis del sistema de piso

Figura 5.3. Diferentes modelos para el análisis de un edificio a base de marcos.

junto. Además, deben analizarse una serie de modelos locales para el estudio de las fuerzas internas que se inducen en porciones específicas de la estructura.

5.2.3 Modelo de las condiciones de continuidad

El modelo analítico de la estructura debe especificar las condiciones de continuidad entre un elemento y otro y las de frontera entre la estructura y sus apoyos.

Las condiciones de continuidad entre los elementos de una estructura dependen esencialmente del detalle constructivo con que se resuelve la conexión. Se puede lograr un nudo rígido, o sea uno en que no existan deformaciones concentradas que permitan movimientos relativos entre los dos elementos que se conectan, o se puede detallar la conexión de manera que se libere alguna restricción sea de desplazamiento o de giro, logrando, por ejemplo, una articulación. La suposición que se haga en el modelo analítico debe ser congruente con el tipo de conexión que se especifique en los planos para los elementos en cuestión.

En los edificios de hace algunas décadas era común que los procedimientos de construcción dieran lugar a una simple sobreposición de elementos que no producía continuidad al giro en los apoyos. En el ejemplo de la figura 5.4,

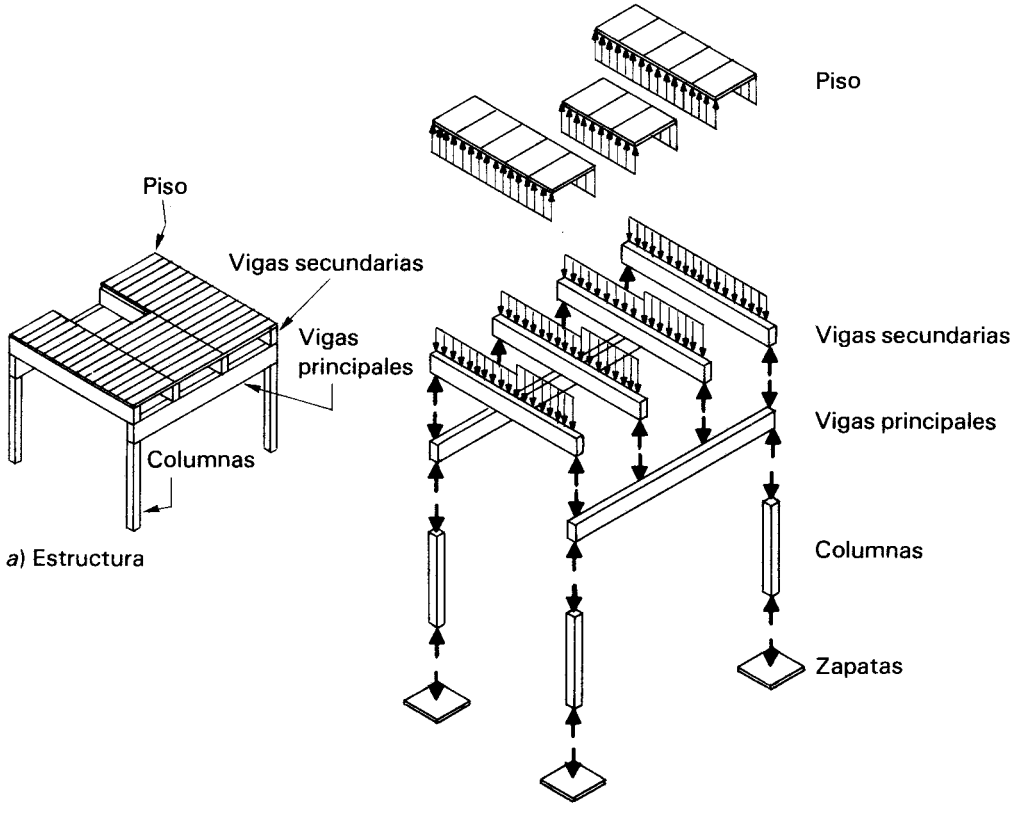


Figura 5.4. Estructura formada por elementos que pueden considerarse simplemente apoyados unos sobre otros (de Schodek, referencia 5.6).

las tablas del sistema de piso están apoyadas sobre las vigas secundarias y éstas a su vez sobre unas principales que descargan sobre las columnas. En esta forma es muy directa la transmisión de carga de uno a otro elemento y el análisis puede realizarse en forma muy sencilla, dividiendo la estructura en componentes elementales que se pueden analizar por separado, tomando como carga de unos la descarga de otros.

En las construcciones de concreto reforzado colado en el lugar, el monolitismo obliga al diseño de uniones continuas y es necesario detallar el refuerzo de manera que se puedan resistir las fuerzas causadas por esta continuidad y se eviten fallas locales en la conexión. En estructuras de acero se puede lograr continuidad entre los elementos y capacidad de transmitir momentos, según la forma en que se diseñen las conexiones. La figura 5.5 muestra algunos ejemplos de conexiones entre viga secundaria y viga principal y entre viga principal y columnas en las que se transmite momento y otras en que esto no sucede.

La continuidad entre los elementos de una estructura produce hiperestaticidad y, por tanto, vuelve más laborioso el análisis. Otra desventaja de la continuidad es que hace a la estructura sensible a los cambios volumétricos por tempe-

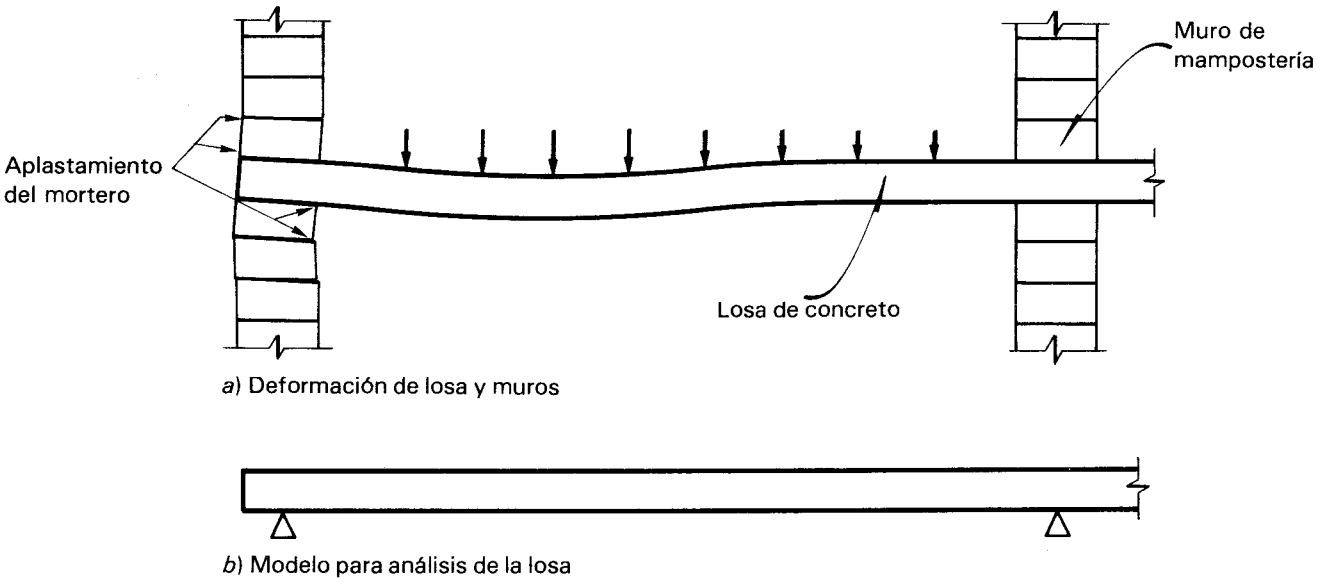
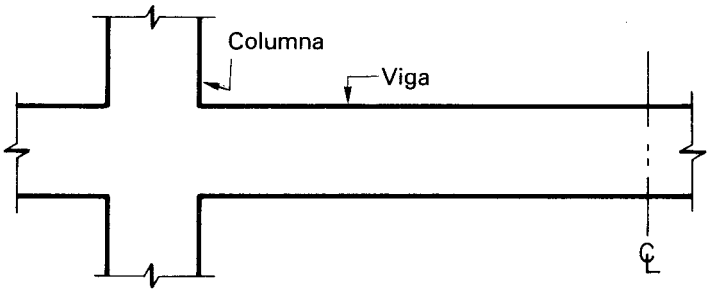


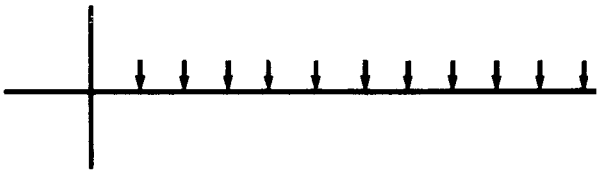
Figura 5.6. Losa de concreto apoyada en muros de mampostería. Idealización del comportamiento.

suficientes para producir rotaciones locales que liberan a los muros de las flexiones y hacen que la losa funcione como simplemente apoyada. Esto sucede a menos que el muro esté sujeto a cargas axiales muy altas que hagan que el mortero se encuentre muy compactado y, por tanto, no permita los giros locales mencionados.

El modelo geométrico de una estructura a base de barras suele ignorar el espesor de los nudos; se considera una barra de momento de inercia constante de eje a eje de columnas y de vigas. En realidad, a las barras que representan a las vigas debería considerársele un momento de inercia muy superior en el tramo que va desde la cara de las columnas al eje de éstas; de manera similar debería procederse para las barras que representan a las columnas. Si la conexión es maciza, como en una estructura de concreto, el momento de inercia en esas zonas es prácticamente infinito. En nudos más flexibles como los de elementos de alma abierta, la situación es intermedia. Aunque muchos programas de computadora para el análisis estructural permiten tomar en cuenta el cambio de rigidez en la zona de conexión, la práctica usual es considerar momento de inercia constante de eje a eje. En vigas de marcos la diferencia en el momento negativo en el eje y en el paño de la columna suele ser significativa (figura 5.7), y es conveniente diseñar la viga para el momento que se presenta en el paño. Estrictamente, el incremento de rigidez de la viga en la zona de columnas producirá un aumento en el momento negativo y una disminución en el positivo por el mayor empotramiento que se tiene; sin embargo, estas modificaciones son pequeñas y pueden ignorarse, ya que serán absorbidas por ligeras redistribuciones, según los conceptos que se expresan en el subcapítulo siguiente.

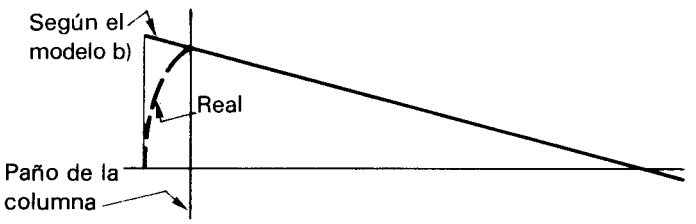


a) Porción de un marco de concreto

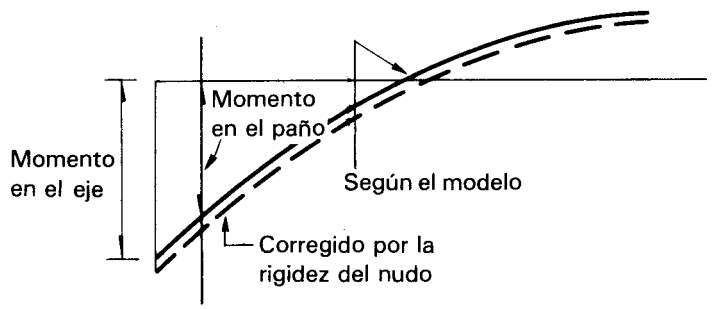


b) Modelo que ignora la rigidez de la unión viga-columna

c) Modelo que considera la rigidez del nudo



d) Diagrama de fuerzas cortantes



e) Diagrama de momentos flexionantes

Figura 5.7. Efecto de la rigidez del nudo en las fuerzas internas en el extremo de la viga de un marco.

Las condiciones de apoyo de la estructura sobre el terreno dependen del tipo de cimentación que se proporcione y de las propiedades del subsuelo. Se acostumbra modelar el apoyo con una de las condiciones extremas; empotramiento o articulación, aunque generalmente las condiciones serán

intermedias, y deberían ser representadas por medio de resortes que reprodujeran la rigidez de la cimentación. Algunas indicaciones al respecto se proporcionan en el capítulo 7. Las incertidumbres en las propiedades del suelo y su variación con el tiempo hacen poco predecibles las características de estos resortes y justifican considerar las condiciones extremas más representativas. Por ejemplo, en las columnas sobre zapatas de la figura 5.8 conviene considerar apoyos articulados a menos que se trate de un suelo extraordinariamente rígido, o a menos que se tengan contratrabes de liga que restrinjan el giro (como ocurre en la dirección y del caso ilustrado en dicha figura).

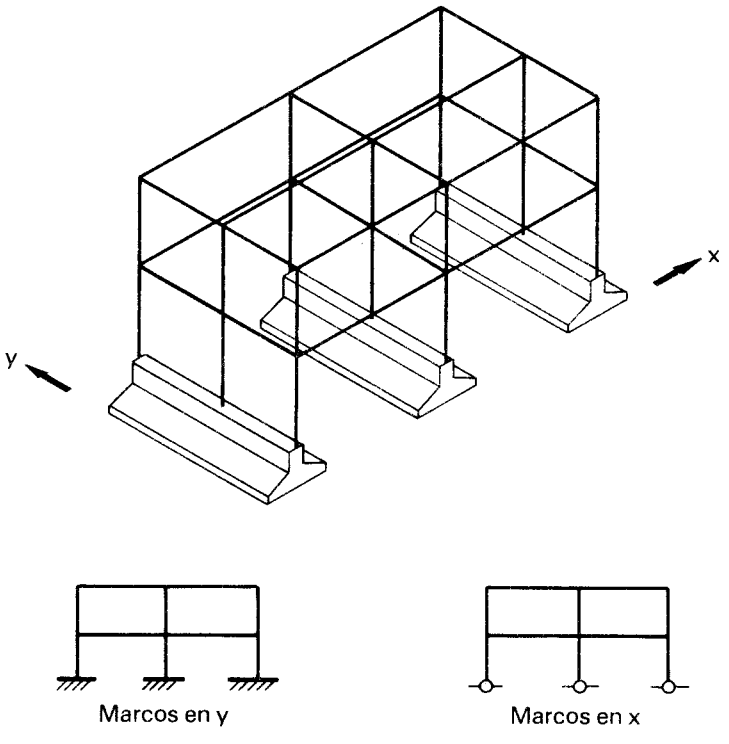


Figura 5.8. Idealización de apoyos a base de zapatas.

En puentes y estructuras de techo resulta con frecuencia conveniente lograr apoyos que sean articulaciones simples o deslizantes, o sea con libertad de movimiento longitudinal, para evitar que se introduzcan solicitaciones por efectos de temperatura. En estos casos debe detallarse el apoyo para que funcione en la forma que se desea y que se ha supuesto en el análisis.

5.2.4 Modelo del comportamiento del material

Normalmente el análisis se realiza con procedimientos que implican la hipótesis de que el comportamiento de la estructura es lineal y se adoptan en el modelo propiedades

elásticas representativas del comportamiento de la estructura. Esta hipótesis es aceptable y conveniente en prácticamente todos los casos, sin embargo conviene entender claramente en qué grado difiere el comportamiento real del elástico lineal, en qué criterio se debe basar la determinación de las propiedades elásticas equivalentes y cuál es la magnitud de los errores que se pueden cometer con esas hipótesis.

Aunque la mayoría de los materiales y elementos estructurales tiene un comportamiento que no se despega mucho del lineal en un intervalo de esfuerzos bastante amplio, existen diversas fuentes de no linealidad. En estructuras muy particulares se tiene no linealidad debido a cambios significativos de geometría bajo el efecto de las cargas, tal es el caso de algunas estructuras colgantes. Sin embargo, la fuente más importante de no linealidad es la que proviene del propio material y depende de las características peculiares de cada material. Los aspectos principales de este problema se han comentado en el capítulo anterior.

En una estructura isostática el comportamiento no lineal modifica solamente las deformaciones con respecto a las calculadas en un análisis elástico, ya que la distribución de fuerzas internas está regida por condiciones de equilibrio únicamente. En estructuras hiperestáticas la distribución de fuerzas internas depende de las rigideces relativas de los elementos estructurales; por tanto, si algún elemento, o parte de este, pierde rigidez por entrar en una etapa de comportamiento inelástico, su rigidez relativa con respecto a los elementos a los que está conectado disminuirá, dando lugar a una modificación de la distribución de fuerzas internas y, en general, a una reducción en el nivel de esfuerzos en el elemento que ha perdido rigidez. A esta modificación de fuerzas internas se le llama *redistribución* por comportamiento inelástico.

Redistribuciones mucho mayores ocurren cuando alguna sección de un elemento llega a su momento de fluencia. Si los elementos de una estructura tienen comportamiento dúctil, cuando se alcanza el momento flexionante de fluencia en una sección la capacidad de carga no crece ya prácticamente, pero la sección es capaz de mantener este momento para deformaciones muy superiores a las de fluencia y por tanto constituye lo que se conoce como una "articulación plástica". Si se forma una articulación plástica en una estructura isostática, ésta se vuelve un mecanismo y es inestable, por lo que se presenta el colapso. En cambio, en una estructura hiperestática al formarse una articulación plástica se tiene una sección que mantiene una capacidad de momento constante, pero que para cargas mayores se porta como una articulación; de manera que la estructura es capaz de soportar cargas que exceden a la que correspondió a la formación de la articulación plástica, pero con una distribución de fuerzas internas diferente. El colapso de esta estructura ocurrirá sólo cuando se haya formado el

suficiente número de articulaciones plásticas para que la estructura se vuelva un mecanismo o cuando en alguna articulación plástica se alcance una rotación tan grande que la sección sea incapaz de mantener su momento resistente y ocurra una falla local. Hay que notar que a cada articulación plástica que se forme, la estructura pierde rigidez.

5.3 COMPORTAMIENTO NO LINEAL DE ESTRUCTURAS HIPERESTÁTICAS

5.3.1 Análisis plástico y redistribución de momentos

Las implicaciones del comportamiento no lineal en la respuesta se ilustrarán con una estructura hiperestática muy sencilla. En la figura 5.9 se muestra una viga continua de dos claros iguales, L, con cargas puntuales en el centro de cada claro, P. Se supondrá momento de inercia constante y que las secciones tienen un comportamiento elastoplástico con mismo momento de fluencia, M_y, tanto para momento positivo como para negativo.

El análisis elástico da lugar al diagrama de momentos de la figura 5.9*b*. Nótese que el diagrama de momentos se ha dibujado tomando como origen la línea de momentos correctivos por hiperestaticidad. Esta representación es la más conveniente para ilustrar los efectos no lineales. El diagrama elástico se mantendrá proporcional hasta que en las secciones de máximo momento se alcance el momento de fluencia. Esto ocurrirá, para el momento negativo, en el apoyo intermedio C. La carga para la cual esto ocurre se llamará P_y, y se determina a partir de los valores del diagrama de momentos de la figura 5.9*b*, como

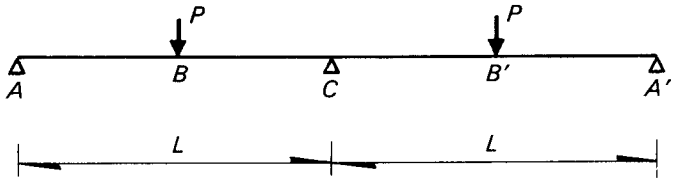
$$0.188\ P_y L = M_y$$

$$P_y = \frac{5.32 M_y}{L} \qquad 5.1$$

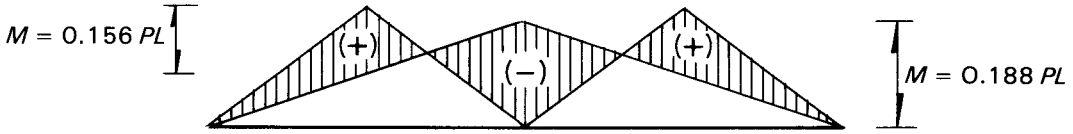
Para esta carga el momento en el centro del claro vale $0.156\ P_y\ L$. Para cargas en exceso de P_y, la estructura se comporta como dos vigas simplemente apoyadas adyacentes, a las que corresponde un diagrama de momentos como el de la figura 5.9*d*. Se identificará como P' la carga adicional a la de fluencia, P_y.

Si la sección C, del apoyo central, tiene suficiente capacidad de rotación, la carga puede aumentarse hasta que otra sección llegue al momento de fluencia. Esto ocurrirá simultáneamente en los centros de los dos claros, B y B', cuando el momento total debido a la suma de P_y y P' sea igual al de fluencia, M_y.

$$M_B = 0.156\ P_y L + 025\ P' L = M_y$$

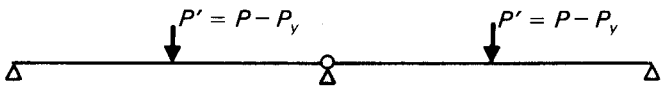


a) Viga continua de dos claros. Sección constante

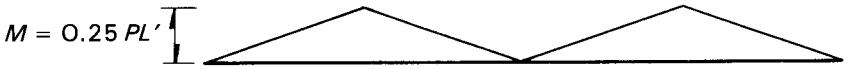


Carga de fluencia, $P_y = 5.32 \frac{M_y}{L}$

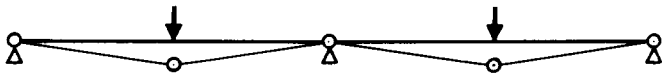
b) Diagrama de momentos elásticos.



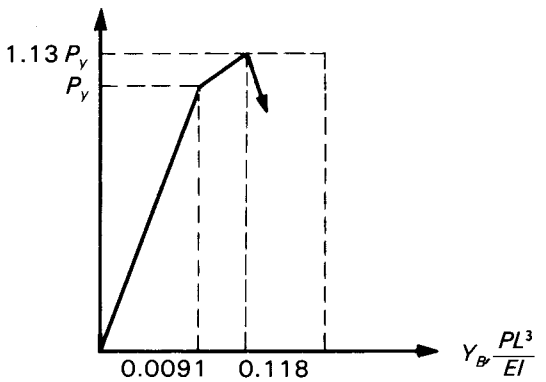
c) Viga equivalente para cargas que exceden de P_y



d) Diagrama de momentos para cargas que exceden de P_y



e) Mecanismo de falla



f) Curva carga-deformación en el punto *B*

Figura 5.9. Respuesta no lineal de una viga continua con comportamiento elastoplástico.

Sustituyendo por P_y el valor de la ecuación 5.1

$$M_y = 0.156\left(\frac{5.32\,M_y}{L}\right)L + 0.25\,P'$$

$$M_y = 0.83\,M_y + 0.25\,P'L$$

$$P' = 0.68\,\frac{M_y}{L}$$

Por tanto, la carga total que produce estas articulaciones plásticas vale

$$P_u = P_y + P' = (5.32 + 0.68)\frac{M_y}{L} = \frac{6\,M_y}{L} \qquad 5.2$$

La formación de articulación plásticas en B y B' convierte la estructura en un mecanismo y P_u corresponde a su máxima capacidad de carga o carga de colapso.

Se deduce de los resultados anteriores que la carga que provoca el colapso de la estructura es superior a aquella para la cual se alcanza la capacidad de la sección crítica en la relación

$$\frac{P_u}{P_y} = \frac{6}{5.32}\,\frac{M_y/L}{M_y/L} = 1.13$$

O sea, existe una reserva de capacidad de 13 por ciento que no se suele aprovechar en el diseño, ya que en los criterios comúnmente adoptados se considera como resistencia de la estructura la carga que provoca la aparición de un estado límite de falla, lo que en este caso corresponde a la formación de la primera articulación plástica o sea a la carga P_y. La reserva de carga puede ser considerablemente superior en estructuras de mucho mayor hiperestaticidad en las cuales la formación del mecanismo de falla implica la aparición previa de un gran número de articulaciones plásticas.

Debe considerarse también que la rigidez de la viga continua disminuyó notablemente después de formada la articulación plástica. Para la viga continua de dos claros la flecha en B resulta,

$$y_B = \frac{7}{768}\,\frac{PL^3}{EI}$$

Para cargas adicionales a la de fluencia, la flecha es la de una viga simplemente apoyada, o sea

$$y'_B = \frac{1}{48}\,\frac{P'L^3}{EI}$$

La relación entre las flechas ocasionadas por una misma carga, después y antes de la formación de la primera articulación plástica, resulta

$$\frac{y'_B}{y_B} = \frac{1}{48}\frac{768}{7} = 2.29$$

La relación completa carga-desplazamiento se muestra en la figura 5.9*c*: la rigidez después de la fluencia en C disminuyó en 2.29 veces.

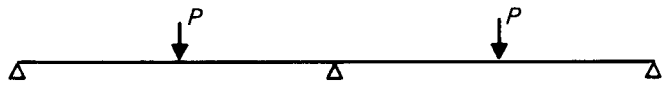
En el caso en que las secciones de la viga tienen un comportamiento como el de la figura 5.10 que es representativo de un elemento de concreto reforzado que se agrieta en flexión y pierde rigidez cuando se supera el momento de agrietamiento, el diagrama de momentos calculado suponiendo momento de inercia constante se mantiene sólo hasta que ocurre agrietamiento en la sección donde el momento actuante es máximo; después la viga equivaldrá a una de momento de inercia variable.

En el ejemplo de la viga continua, el agrietamiento ocurrirá inicialmente en la zona adyacente al apoyo intermedio, donde se reducirá el momento de inercia, lo que equivale a que la viga tenga un momento de inercia variable como en el diagrama de la figura 5.10*d*. El análisis elástico de esta viga da lugar a una ligera reducción del momento negativo con respecto al diagrama para una viga con momento de inercia constante (figura 5.10*c*), o sea que ocurre una redistribución de momentos que tiende a aliviar la zona más esforzada. Para cargas algo mayores ocurrirá un agrietamiento en la zona de momento positivo adyacente al centro del claro. Al perder rigidez esta zona, el diagrama de momentos tenderá a parecerse de nuevo al inicial elástico. Cuando se alcance el momento de fluencia de la sección del apoyo central, se formará una articulación plástica y, después, las siguientes articulaciones en el centro del claro darán lugar al mecanismo de falla igual y para la misma carga que en el caso del material de comportamiento lineal hasta la fluencia ($P_u = 6\,M_y/L$).

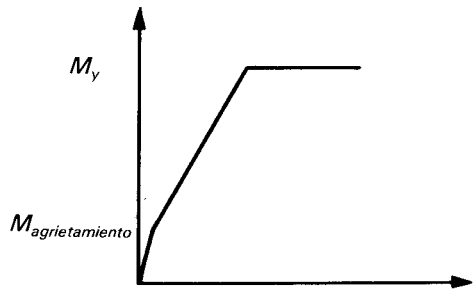
Se concluye que algunas desviaciones de la linealidad para cargas menores que las de fluencia dan lugar a pérdidas de rigidez y redistribuciones de momentos que no afectan esencialmente los mecanismos de colapso ni la carga última que es capaz de soportar la estructura, aunque pueden incrementar sensiblemente sus deformaciones.

Continuando con el mismo ejemplo, supongamos ahora que las secciones de la viga no tienen todas la misma resistencia a momento positivo y negativo, sino que se dimensionan de manera que la resistencia sea proporcional a los momentos que se determinan del análisis elástico. Por consiguiente, si el momento resistente negativo en C vale M_y, el positivo en B, valdrá

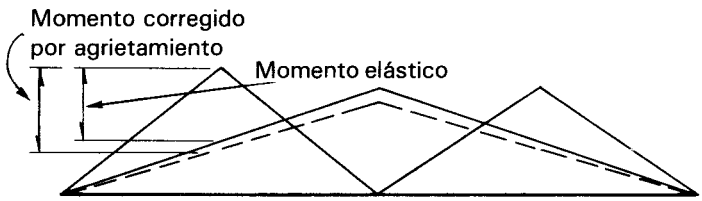
$$M_B = \frac{0.156}{0.188} M_y = 0.83\,M_y$$



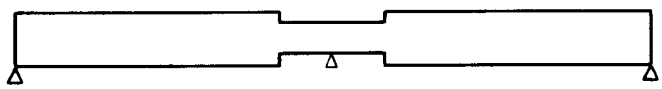
a) Viga continua de dos claros



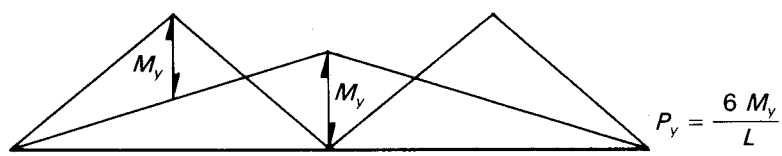
b) Relación momento-curvatura de las secciones de la viga



c) Diagrama de momentos elástico (trazo lleno) y corregido por agrietamiento



d) Viga equivalente de momento de inercia variable, para representar el agrietamiento por momento negativo



e) Diagrama de momentos a la formación del mecanismo de colapso

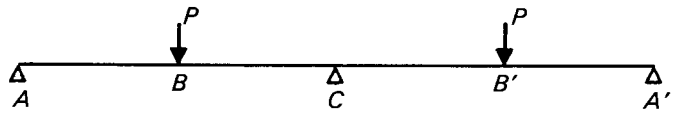
Figura 5.10. Comportamiento no lineal de una viga continua con pérdida de rigidez al agrietamiento.

El diagrama de momentos crecerá proporcionalmente al elástico hasta una carga $P_y = P_u$, para lo cual simultáneamente se alcanzará el momento de fluencia en B y en C y se formará un mecanismo (figura 5.11) para una carga tal que

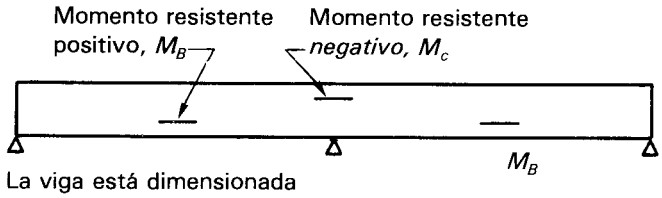
$$0.188\,PL = M_y$$

o sea

$$P_y = P_u = 5.32\frac{M_y}{L}$$



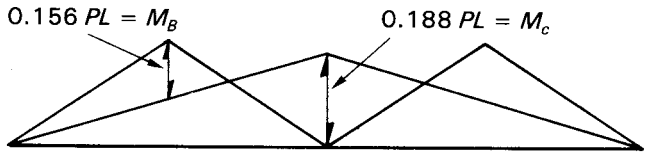
a) Viga continua de momento resistente variable



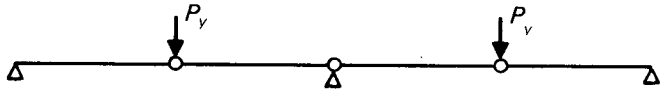
La viga está dimensionada de manera que

$$M_B = \frac{0.156}{0.188} = 0.83M_c = 0.83M_y$$

b) Distribución de momentos resistentes



c) Diagrama elástico de momentos



Se alcanza simultáneamente la fluencia en *B* y en *C*, para una carga

$$P_y = 5.32\frac{M_y}{L}$$

d) Mecanismo de falla

Figura 5.11. Comportamiento no lineal de una viga con resistencia variable.

Esto implica que el primer estado límite de falla a nivel de secciones se presentará para la misma carga que en el caso inicial, de momento resistente constante. La aparición de este estado límite implica también el colapso de la estructura por formación de un mecanismo, sin que se tenga una reserva de capacidad de carga de 13 por ciento como en aquel caso. Sin embargo, ahora se tendrá un aprovechamiento mejor del material, ya que la capacidad de carga que es posible utilizar según los criterios de diseño actuales, es la misma, pero se tiene en este caso un ahorro de material debido a la menor resistencia que se puede proporcionar en el centro del claro.

Para materiales y formas estructurales en las que es práctico variar la resistencia de una a otra sección y de momento positivo a negativo, como el concreto reforzado, se pueden dimensionar las secciones principales para que su

resistencia sea proporcional al diagrama de momentos que se deriva de un análisis elástico. Salvo pequeñas desviaciones debidas a comportamiento no lineal para niveles bajos de carga, los momentos se mantendrán proporcionales a los elásticos hasta la fluencia, que ocurrirá simultáneamente en las diversas secciones críticas, dando lugar a un mecanismo de falla. De esta forma, el análisis elástico proporciona una distribución de momentos que es válida en condiciones de servicio, pero que se aproxima también a la que puede esperarse en condiciones últimas, cerca del colapso de la estructura ante una condición de carga dada.

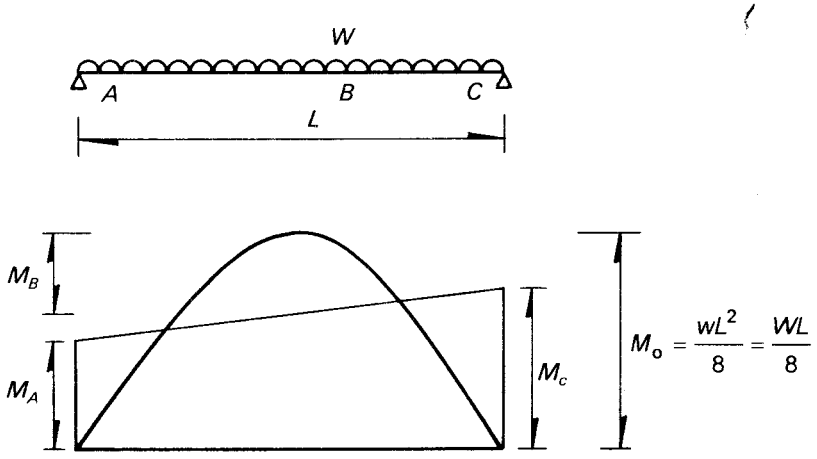
Por otra parte, en materiales y formas estructurales en que no es conveniente, desde el punto de vista práctico variar la resistencia de una a otra sección y de momento positivo a negativo, como normalmente sucede en el acero estructural, el diagrama de momentos determinado para comportamiento elástico-lineal sólo tendrá validez hasta que se presente la primera articulación plástica; después se tendrán redistribuciones muy severas y una reserva de capacidad de carga que puede ser apreciable, especialmente si el grado de hiperestaticidad es alto. Sin embargo, con los criterios de diseño usuales en que se consideran estados límite a nivel de secciones aisladas, no se aprovecha esta reserva de capacidad. Sólo es posible aprovecharla con los métodos de diseño plástico que definen los estados límite a nivel del colapso global de la estructura. Estos métodos son admitidos por algunos reglamentos para estructuras de acero, pero su empleo ha sido muy limitado.

La no linealidad del comportamiento modifica la rigidez efectiva de un elemento estructural y, por tanto, la rigidez relativa entre éste y los elementos adyacentes, dando lugar, por las condiciones de compatibilidad de deformaciones, a modificaciones en la distribución de momentos. No pueden alterarse por este concepto las condiciones que son puramente de equilibrio y que, por tanto, no dependen de las rigideces de los elementos. Por ejemplo, en cualquier tramo de una viga continua debe cumplirse por estática (figura 5.12), la relación

$$M_B + \frac{M_A + M_c}{2} = M_0 \qquad 5.3$$

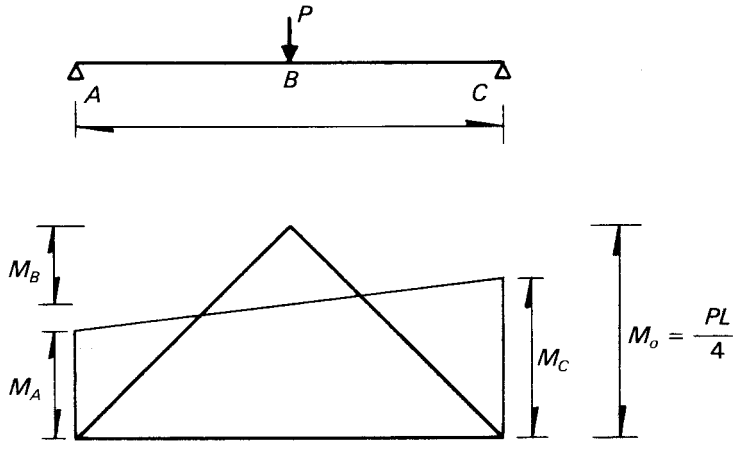
en que M_A, M_B,M_C son los momentos en las secciones respectivas y M_0 es el momento isostático, o sea el momento flexionante en el centro del claro de la viga cuando sus apoyos son articulaciones. Para una viga con carga en el centro del claro

$$M_0 = PL/4$$



a) Carga uniforme

$$M_o = M_B + \frac{M_A + M_c}{2}$$



b) Carga en el centro del claro

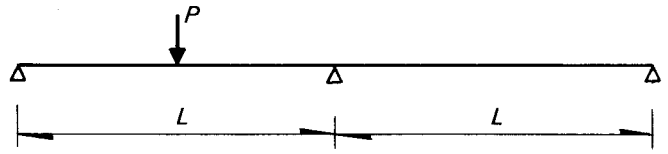
Figura 5.12. Momento isostático en vigas continuas.

para carga uniformemente distribuida

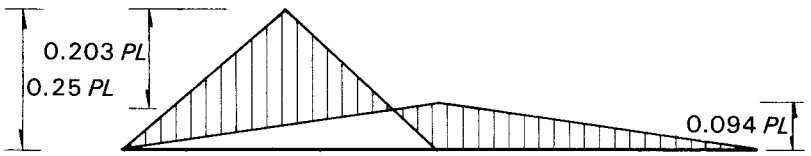
$$M_0 = WL/8$$

Estas relaciones permiten dibujar el diagrama de momentos en la forma que se presentó en las figuras de este ejemplo; o sea, dibujando primero el diagrama para una viga isostática, simplemente apoyada y aplicando después una corrección lineal a partir de los momentos negativos calculados en los extremos y tomando esta corrección como nuevo origen de momentos. Las condiciones de continuidad sólo pueden modificar la posición de esta corrección, mas no el diagrama isostático.

La condición anterior permite calcular de manera sencilla la carga de colapso de vigas continuas, una vez identifi-



a) Viga continua con carga en un solo claro

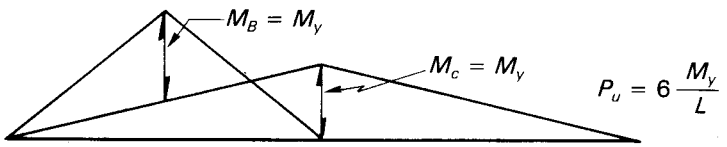


b) Diagrama de momentos elásticos

$$M_B = M_c = M_y$$

$$M_B + \frac{M_c}{2} = \frac{PL}{4}$$

$$M_y + 0.5\,M_y = 0.25\,P_u L$$



c) Condición para el mecanismo de colapso

Figura 5.13. Comportamiento no lineal de una viga con una carga concentrada en un solo claro.

cado el mecanismo que rige la falla. Regresando al ejemplo anterior de la viga continua de dos claros, para el caso inicial de la viga de sección y resistencia constante, el mecanismo de falla ocurre al presentarse articulaciones plásticas en las secciones B y C cuando el momento en ellas es igual al de fluencia, M_y , o sea, aprovechando la ecuación del momento isostático, se tiene (figura 5.12)

$$\frac{M_A + M_c}{2} + M_B = \frac{PL}{4}$$

para $P = P_u$, $M_B = M_c = M_y$; $M_A = 0$

$$\frac{M_y}{2} + M_y = \frac{P_u L}{4}$$

$$P_u = \frac{6M_y}{L}$$

mismo resultado que se había obtenido anteriormente.

Para ilustrar otro aspecto de las consecuencias del comportamiento no lineal, estudiemos el caso en que la carga P

está aplicada sólo en uno de los claros. El diagrama elástico de momentos indica ahora, (figura 5.13)

$$M_C = 0.094\,PL$$
$$M_B = 0.203\,PL$$

o sea, el momento en el centro del claro cargado es mayor que el máximo que se presentaba cuando la carga P estaba colocada en ambos claros (se tenía $M_C = 0.188\,PL$ y $M_B = 0.156\,PL$). Por tanto, según los criterios de diseño de estados límite por secciones, si la viga debe diseñarse para dos condiciones de carga, una con las cargas concentradas en los dos claros y otra con la misma carga en el centro de uno solo cualquiera de los claros, el dimensionamiento de una viga de sección y resistencia constante estaría regido por el momento positivo en el centro del claro para la carga concentrada aplicada sólo en dicho claro. Se debería proporcionar a la sección una resistencia superior a la que corresponde al caso anterior con las dos cargas concentradas, en la relación

$$\frac{0.203}{0.188} = 1.08$$

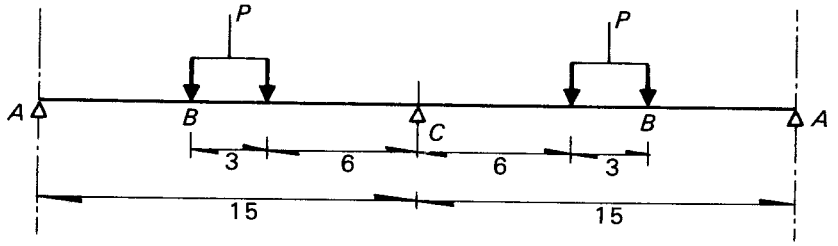
Sin embargo, la viga con carga en un solo claro tiene la misma carga de colapso que la anterior, ya que la carga que produce la falla es en este caso (figura 5.18), también igual a

$$P_u = 6\,M_y/L$$

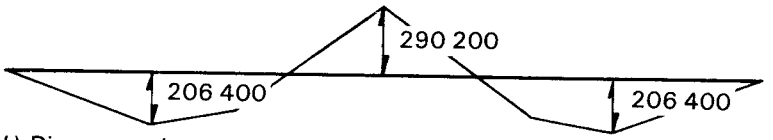
Se concluye que una viga dimensionada para el diagrama de momentos debido a cargas colocadas en todos los claros no ve afectada su capacidad ante el colapso para el caso en que las mismas cargas se aplican sólo en algunos de los claros. Puede presentarse fluencia prematura en alguna sección, o sea, para que se alcance su máxima capacidad se requiere una redistribución de momentos. En el ejemplo empleado la redistribución es sólo de 8 por ciento y es de esperarse que secciones bien dimensionadas de acero o de concreto reforzado puedan admitir redistribuciones de esa magnitud sin que las rotaciones en las articulaciones plásticas produzcan problemas de deflexiones excesivas o de colapso local por insuficiente ductilidad.

Para proporcionar evidencia acerca de la cantidad de redistribución de momentos que puede ocurrir sin alterar desfavorablemente el comportamiento de una estructura, conviene describir algunos ensayes muy ilustrativos realizados hace ya algunas décadas en Inglaterra (referencia 5.9).

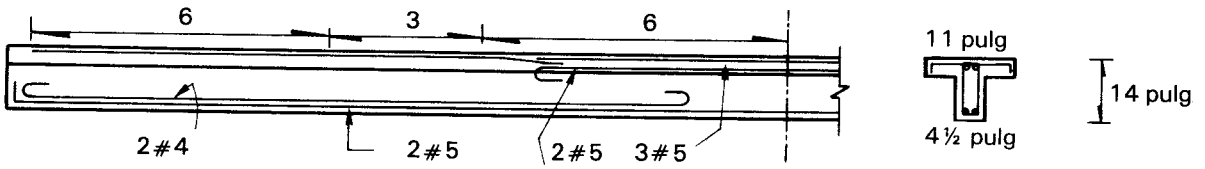
Se ensayaron vigas de concreto reforzado de dos claros iguales, similares a las usadas en los ejemplos anteriores,



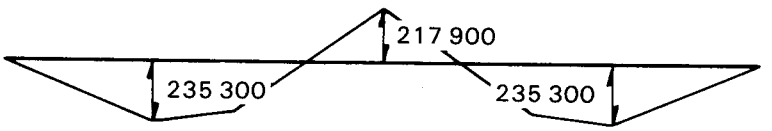
a) Esquema de la viga ensayada (Dimensiones en pies)



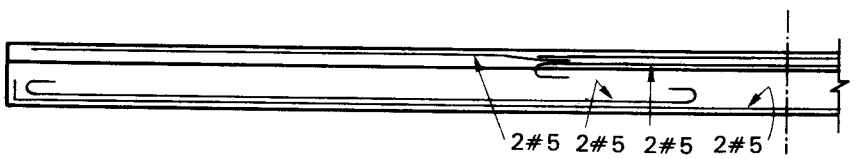
b) Diagramas de momentos elásticos para $P = 4$ ton
(Momentos en libras-pie)



c) Viga *NR*1. Reforzada según el diagrama elástico de momentos



d) Diagrama de momentos con que se reforzaron las secciones críticas de la viga *R*1



e) Refuerzo de la viga *R*1

Figura 5.14. Características de dos vigas ensayadas para estudiar el efecto de la redistribución de momentos (de referencia 5.9).

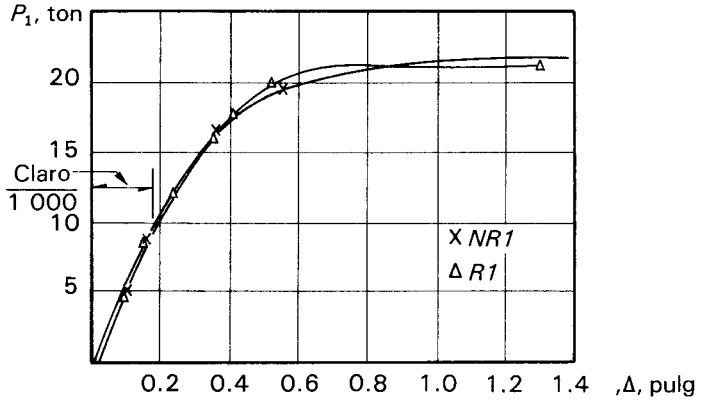
excepto que la carga se dividió en dos cargas concentradas cercanas al centro de cada claro, para producir un diagrama de momentos que no tuviera variaciones tan bruscas y que se asemejara más al de una carga uniformemente distribuida. La viga y el diagrama de momentos según el análisis elástico aparecen en la figura 5.14. Se construyó una viga tal que los momentos resistentes en las secciones *B* y *C* fueran proporcionales a los del diagrama elástico, lo que dio lugar al refuerzo y a la geometría ilustrados en la figura 5.14*b*. Esta viga se denominó *NR1*. Se construyó otra viga, llamada *R1*, reforzada para un momento resistente negativo en C que era 25 por ciento inferior a la primera, pero con un momento resistente positivo

en *B*, 12.5 por ciento superior al de esa viga, de manera que la resistencia correspondía al diagrama de momentos de la figura 5.14*c*, que se deriva del elástico pero con una corrección de 25 por ciento con respecto al negativo. El refuerzo de esta segunda viga se muestra en la figura 5.14*d*. De acuerdo con los conceptos expuestos en los párrafos anteriores, la carga de colapso de las dos vigas es la misma, con la diferencia que en la primera, *NR*1, el diagrama de momentos se mantiene proporcional al elástico hasta el colapso, que ocurre al alcanzarse simultáneamente mecanismos en los puntos *B* y *C*. En la segunda viga, *R1*, el diagrama elástico se mantendrá hasta que se presente la articulación plástica de momento negativo en *C* y después ocurrirá una redistribución de momentos hasta que se presente la articulación plástica en *B*, y el colapso por el mecanismo.

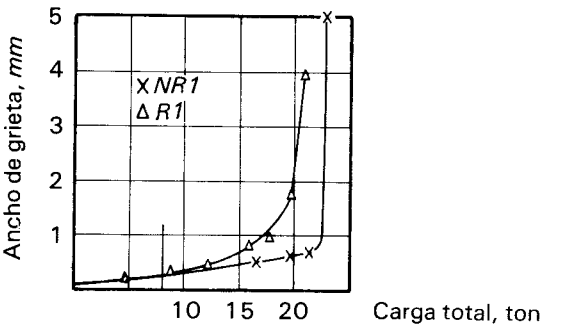
Se ensayaron las vigas así construidas colocando un dinamómetro en el apoyo central *C*, con el que se medía la reacción en dicho punto para cada valor de la carga aplicada. Con la reacción conocida de esta manera, podía calcularse el diagrama de momentos en la viga para cada etapa de ensaye. Se midieron durante el ensaye la flecha en el centro del claro y la abertura de la grieta máxima de flexión; la variación de estos índices de la respuesta con la carga aplicada se muestra en la figura 5.15.

La carga de colapso fue casi idéntica en las dos vigas (22 ton para la viga *NR1* y 21.3 para la *R1*) y las curvas carga-deflexión prácticamente coincidieron, así como las curvas de carga contra ancho de grieta.

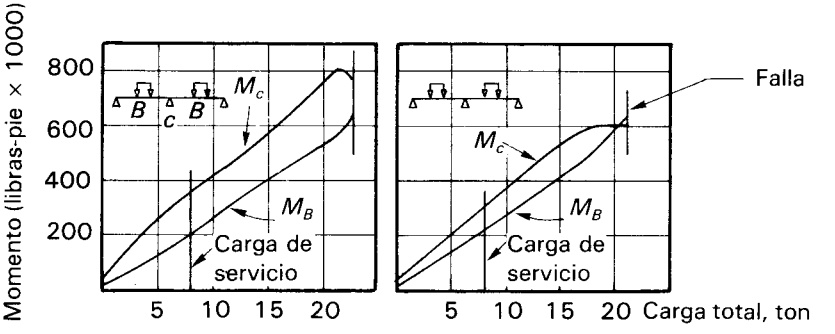
Es interesante examinar la relación entre la carga aplicada y los momentos en *B* y *C*, determinados en ambas vigas a partir de la medición de la reacción en *C*. Esta relación se muestra en la figura 5.15*c* y *d*) para las dos vigas. Se aprecia que la relación es aproximadamente lineal en los dos casos hasta cerca de la carga máxima. Los momentos son casi exactamente los predichos por el análisis elástico; algunos cambios de pendiente locales pueden atribuirse al agrietamiento que altera el momento de inercia de algunas secciones. En la viga *NR1*, reforzada de acuerdo con el diagrama elástico de momentos, ocurrió primero la fluencia en el apoyo *C*, pero casi inmediatamente después se formó la articulación en *B* y se produjo el colapso. En cambio en la viga *R1*, la articulación *C* se formó desde una carga bastante inferior a la máxima ($P_1 + P_2 = 17.5$ Ton); después el momento en *C* se mantuvo constante mientras que el momento positivo en *B* comenzó a aumentar mucho más rápidamente (con una relación correspondiente al momento de una viga simplemente apoyada) hasta que ocurrió la falla al alcanzarse el momento resistente en esta sección. Hay que observar que por la formación prematura de una articulación plástica no provocó problemas de flechas o agrietamientos excesivos ni



a) curvas carga - deformación para las dos vigas



b) Variación del ancho de grieta con el nivel de carga



c) Momentos medidos en la viga *NR*1

d) Momentos medidos en la viga *R*1

Figura 5.15. Resultados de los ensayes de las vigas de la figura 5.14.

para cargas de servicio ni cerca de la falla y menos aún problemas de fallas locales.

Se concluye que, para la viga en cuestión, el haber dimensionado su refuerzo con un diagrama de momentos que implicaba una redistribución máxima de momentos de 25 por ciento no produjo alteraciones desfavorables ni en la resistencia ni en el comportamiento. Es de esperarse que esta situación se mantenga para porcentajes de redistribución del mismo orden, en estructuras de concreto cuyas sec-

ciones sean aceptablemente dúctiles, de manera que no se presenten fallas locales por incapacidad de alcanzar la rotación necesaria en las articulaciones plásticas.

Todos los razonamientos anteriores permiten extraer algunas conclusiones acerca de la validez del empleo de los resultados de un análisis elástico para el dimensionamiento de las estructuras según el criterio de diseño por estados límite. Las distribuciones de fuerzas internas determinadas con un análisis elástico pueden verse alteradas en las estructuras reales por estimaciones incorrectas de las propiedades geométricas y mecánicas de los elementos estructurales y por la variación de estas propiedades con el nivel de carga y con el tiempo. Sin embargo, si en algunas secciones se presentan momentos flexionantes superiores a los previstos en el análisis, en ellas se formarán primero articulaciones plásticas que darán lugar a redistribuciones de momentos que harán que el diagrama de momentos tienda a aquel para el que se ha dimensionado la estructura.

Si en algunas de las secciones críticas se tiene resistencia superior a la que resulta del diagrama de momentos elásticos, se tendrá una reserva de capacidad de carga antes de que se forme el mecanismo de colapso. Debe reflexionarse en que la distribución de fuerzas internas que se presentará al colapso depende esencialmente de las capacidades para las que se han dimensionado las distintas secciones; si éstas se han dimensionado con resistencias proporcionales al diagrama elástico de momentos, éste será el que se presentará a la falla. Es posible desviarse de las resistencias indicadas por el diagrama elástico y tener la misma capacidad de carga al colapso, si las resistencias proporcionadas corresponden a un diagrama de fuerzas internas que cumplen con el equilibrio para las mismas cargas máximas; sin embargo, el dimensionamiento de acuerdo con el diagrama elástico de momentos será el que implicará menor redistribución y menores problemas de deformaciones inelásticas prematuras: por tanto, es el más conveniente.

Se puede tener alguna ventaja al despegarse de la distribución elástica de momentos, cuando por razones prácticas es necesario dar resistencias en exceso de la necesaria en alguna sección y, por tanto, puede disminuirse la resistencia en otras, cumpliendo siempre con el equilibrio, como en el caso de una viga de acero estructural de sección constante, (véase ejemplo 5.1). Otra situación de este tipo se presenta cuando, al dimensionar con el momento que se calcula con el análisis elástico, una sección crítica resulta con dimensiones ligeramente superiores a las que conviene que tenga por alguna otra razón. Es factible entonces dimensionarla para una resistencia menor que la requerida si se aumentan las de otras secciones de manera de cumplir con el equilibrio. Esta situación ocurre cuando para resistir el momen-

to elástico se requiere una sección un poco mayor que la de algun perfil estándar de acero estructural, o cuando la cantidad de refuerzo en una sección de concreto reforzado implica un armado muy congestionado y es preferible aliviar el refuerzo en esa sección e incrementar la resistencia en otras. Finalmente, un caso en que puede lograrse un ahorro sustancial en materiales se tiene cuando debe diseñarse para distintas combinaciones de carga que dan lugar a momentos máximos en secciones distintas. Si para cada combinación de carga se efectúa una redistribución de momentos, reduciendo éstos en las secciones críticas en cada caso y aumentándolos en las que no son críticas para dicha combinación, se tiene un ahorro en material.

5.3.2 Redistribuciones admisibles según las normas de diseño

La cantidad de redistribución de momentos que es admisible realizar está limitada por la capacidad de rotación de las secciones en que pueden presentarse articulaciones plásticas y por la necesidad de evitar flechas o agrietamientos excesivos en condiciones de servicio. Todas las normas modernas de diseño admiten ciertas cantidades de redistribución con respecto a los resultados del análisis elástico, aunque existen grandes diferencias entre el porcentaje máximo de redistribución admitido. En lo referente a estructuras de concreto, el *RDF* admite que se efectúen redistribuciones de momentos en estructuras monolíticas, siempre que ningún momento se reduzca con respecto al que resulta del análisis elástico en más de 20 por ciento para vigas y losas apoyadas en todo su perímetro, y ni 10 por ciento en columnas no zunchadas y losas planas. Algunas normas europeas admiten cantidades semejantes de redistribución. El código *ACI* es bastante más conservador, admite redistribución sólo en vigas continuas y hace variar el máximo porcentaje de redistribución de momento admitido, R_M, en función de la cuantía de refuerzo de tensión, ρ, y de compresión, ρ', que existen en la sección, de acuerdo con la expresión siguiente:

$$R_M = 20\left(1 - \frac{\varrho - \varrho'}{\varrho_B}\right), \text{ en porcentaje} \qquad 5.4$$

donde ϱ_B es la cuantía de refuerzo balanceado.

Para estructuras de acero, los porcentajes de redistribución admitidos son generalmente menores, en parte debido a que sólo se tienen redistribuciones significativas cuando una sección llega a la fluencia, mientras que en estructuras de concreto se puede tener redistribuciones importantes

desde niveles bajos de carga debido a agrietamiento por flexión y a flujo plástico. La razón principal de esta diferencia se debe sin embargo a que la práctica de diseño de estructuras de acero ha estado siempre muy apegada a procedimientos que consideran comportamiento elástico y poco abierta a aceptar consideraciones de comportamiento inelástico. El RCDF permite para estructuras de acero redistribuciones en marcos rígidos y vigas continuas, que no afecten los momentos en vigas de sección compacta en más de 30 por ciento, ni en más de 10 por ciento en columnas y en vigas cuya sección no cumple con los requisitos para que sean consideradas compactas. Las normas de empleo más comunes en los EE.UU., las del AISC, son también en este caso más conservadoras que las del RCDF, ya que sólo admiten una redistribución de 10 por ciento en vigas de sección compacta y nada en otros casos.

Aunque en general no resulta necesario o conveniente aprovechar la redistribución de momentos, es importante saber que puede contarse con ella, ya que proporciona una defensa valiosa contra las imprecisiones del análisis elástico, especialmente en lo que concierne a la estimación de las propiedades geométricas y mecánicas de los elementos estructurales. Si los momentos de inercia y los módulos de elasticidad supuestos en el análisis dan lugar a rigideces de los elementos que difieren en cierta medida de las que se tienen en la estructura real, las fuerzas internas así calculadas no se apegarán a las que se presentan en la estructura para niveles bajos de carga. Sin embargo, si el análisis es correcto, proporcionará una distribución de fuerzas internas en equilibrio con las cargas que se pretende resistir y, si las diferencias no son excesivas, por redistribuciones inelásticas acabará presentándose la distribución de fuerzas internas para la cual se ha dimensionado la estructura.

Particularmente ilustrativo es el caso del análisis de estructuras que se pueden modelar como marcos de concreto. El ejemplo sencillo mostrado en la figura 5.16 representa uno de varios marcos paralelos de una crujía y un nivel. La rigidez relativa de cabezal y columnas determinará la forma de la distribución de momentos. Aunque pueden surgir fuertes dudas acerca del valor más apropiado del módulo de elasticidad del concreto, es válido suponer que éste es igual en viga y columnas, si los niveles de esfuerzos son semejantes y, por tanto, su valor no afecta los resultados. El momento de inercia de las columnas suele valuarse como el de la sección bruta de concreto (en este caso $I = 213\ 300\ cm^4$), ya que, por la carga axial que gravita sobre las columnas, es poco común que llegue a haber en ellas agrietamientos por flexión. Sin embargo, mediciones de desplazamientos en

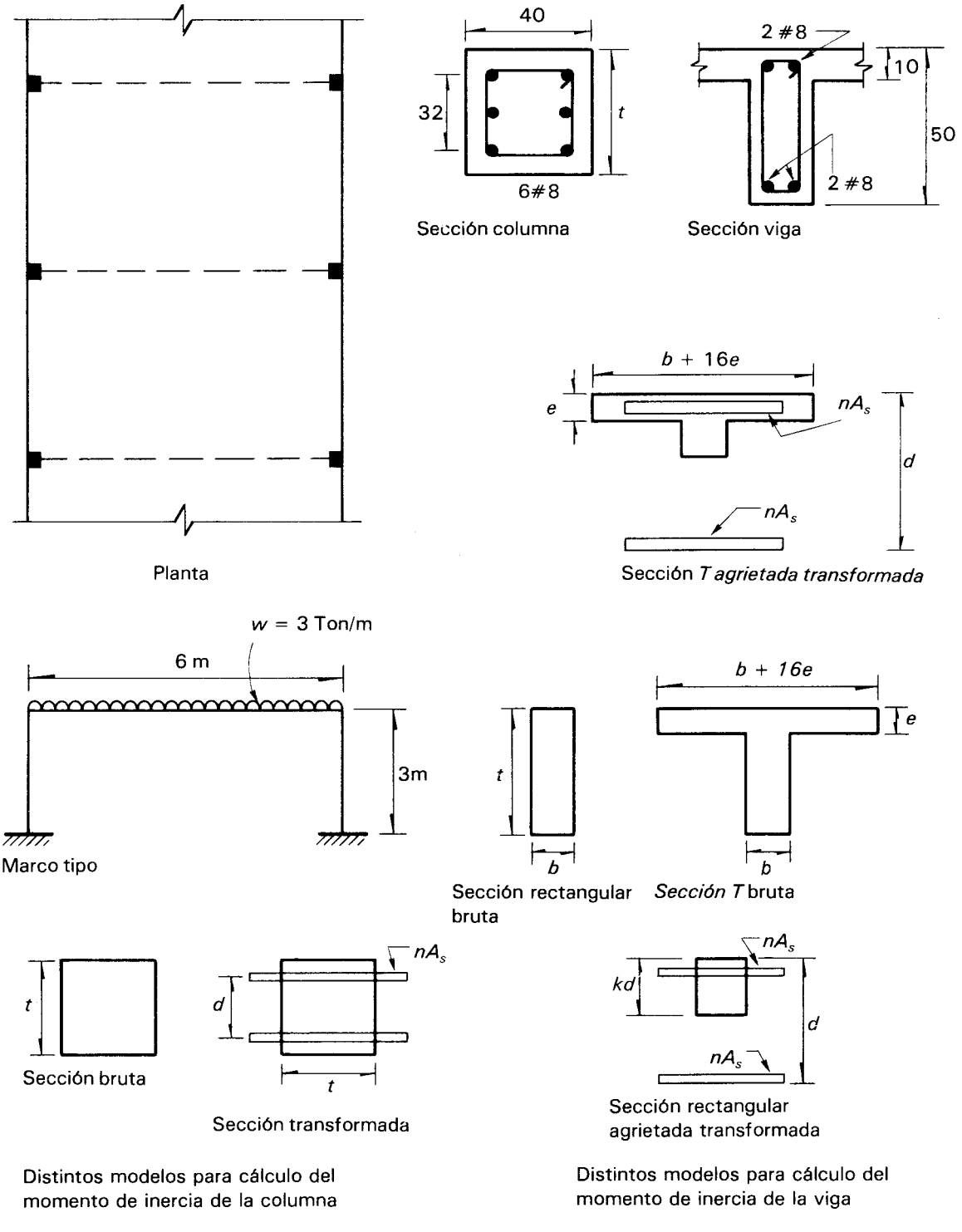


Figura 5.16. Marco de concreto sujeto a carga vertical. Hipótesis de análisis.

estructuras de laboratorio indican que, mientras éstas no se encuentren agrietadas, la rigidez de los elementos es más próxima a la que se determina con la sección bruta pero tomando en cuenta la contribución del refuerzo con un área transformada (multiplicada por la relación de módulos de elasticidad de acero a concreto), como se ilustra en la figura

5.16. Si así se calcula el momento de inercia de la columna del ejemplo, este resulta aproximadamente 50 por ciento mayor que el de la sección bruta ignorando el refuerzo.

Dudas mayores surgen al determinar el momento de inercia de las vigas, en particular de aquellas como el cabezal del ejemplo, en que la losa forma una viga *T* que incrementa notablemente la rigidez. Dependiendo del signo y la magnitud del momento aplicado a cada sección, pueden ser representativos de su respuesta momentos de inercia calculados con una de las hipótesis siguientes (figura 5.16).

a)	Sección bruta de la viga T de concreto	$I = 468\,000\ cm^4$
b)	Sección bruta de la viga *T* con área transformada del refuerzo	$I = 613\,000\ cm^4$
c)	Sección bruta del alma rectangular	$I = 208\,000 cm^4$
d)	Sección agrietada transformada de la viga *T*	$I = 217\,000\ cm^4$
e)	Sección agrietada del alma rectangular	$I = 119\,000\ cm^4$

Hay que tomar en cuenta que, en secciones con momento negativo, el patín representado por la losa se encuentra agrietado y por tanto no contribuye a la rigidez (caso *e*); en las zonas agrietadas por momento positivo el momento de inercia será aproximadamente de la sección agrietada (caso *c*) y en secciones no agrietadas será del orden de la sección *T* bruta o transformada (caso *a* o *b*). Obviamente, en la práctica se suele tomar un valor constante del momento de inercia, para cuya determinación los proyectistas siguen diversos criterios. Si un proyectista usa el momento de inercia de la sección *T* bruta y otro el de la sección rectangular agrietada para la viga y ambos usan el momento de inercia de la sección bruta de concreto para la columna, obtendrán los diagramas de momentos de la figura 5.17, en los que los momentos negativos en la unión de columnas y cabezal difieren en 35 por ciento. Probablemente ambas estructuras, dimensionadas para los dos diagramas de momentos tan diferentes, tendrán un comportamiento y una seguridad adecuados, porque están diseñadas para momentos que cumplen con el equilibrio para la carga de diseño de 3 ton/m y la redistribución se encargará de absorber las diferencias con respecto al diagrama real.

Para evitar la necesidad de redistribuciones excesivas, parece conveniente en estructuras como las mostradas, emplear el momento de inercia de la sección bruta de vigas y columnas que es el más sencillo de determinar y que representa una estimación razonable del promedio para niveles de carga de diseño. En las columnas es aceptable

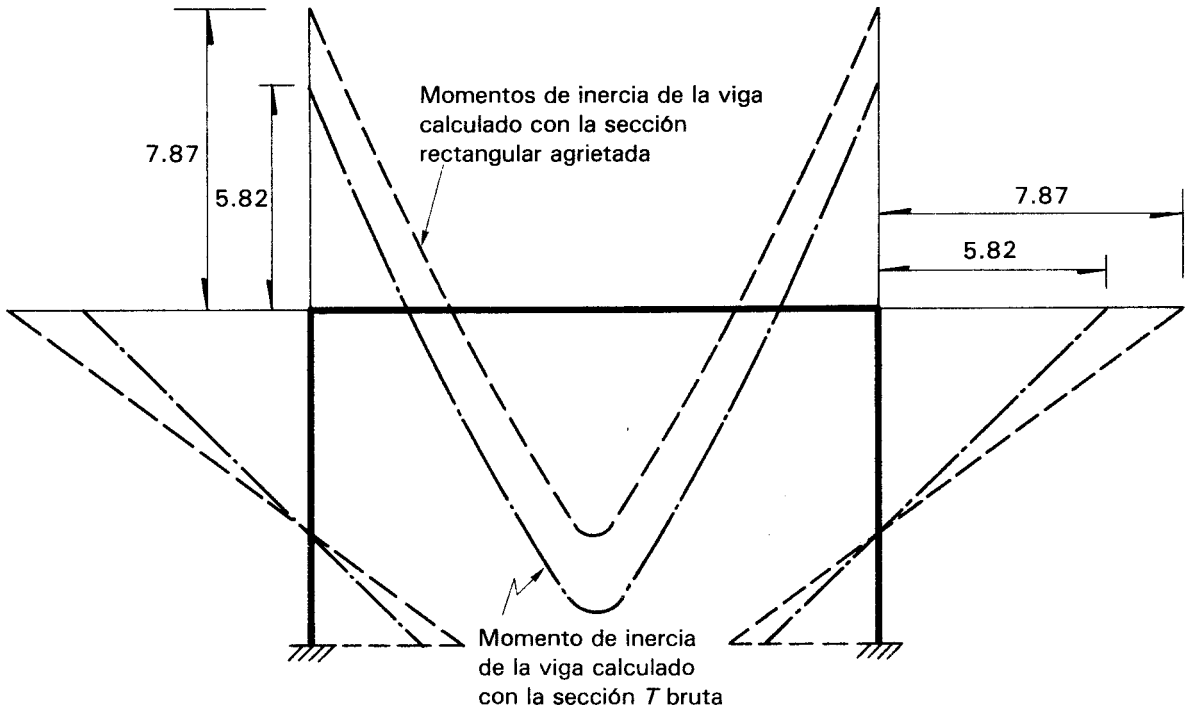
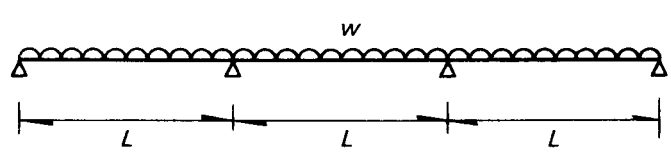


Figura 5.17. Diagramas de momentos flexionantes calculados según distintas hipótesis acerca del momento de inercia de la viga del marco de la figura 5.16.

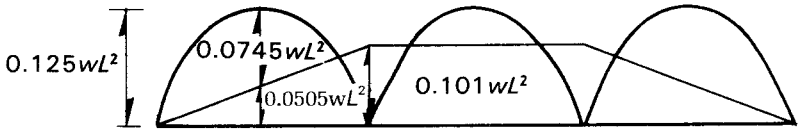
despreciar la contribución del refuerzo al momento de inercia, para compensar por el menor módulo de elasticidad que se espera porque los niveles de esfuerzos de compresión suelen ser mayores que en las vigas. En estas últimas el efecto del patín de compresión (que aumenta del orden del doble el momento de inercia) suele estar compensado por el efecto del agrietamiento que reduce el momento de inercia aproximadamente a la mitad. Para vigas de concreto reforzado que no están coladas monolíticamente con las losas, es más apropiado emplear el momento de inercia de la sección agrietada transformada, el cual, para secciones rectangulares con cuantías normales de refuerzo vale alrededor de 0.6 veces el momento de inercia de la sección bruta.

Ejemplo 5.1 Diseño de una viga continua considerando redistribución.

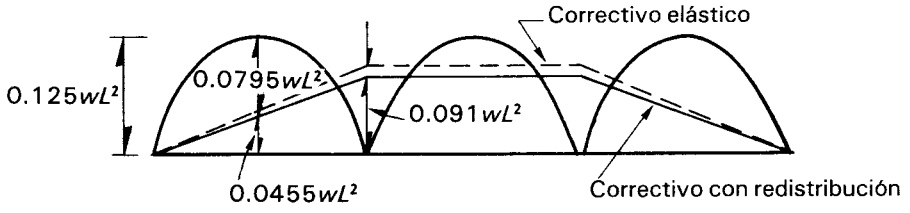
Se trata de diseñar la viga continua de tres claros iguales sujeta a carga uniforme, mostrada en la figura, empleando una sección constante de acero estructural.



a) Viga continua de tres claros



b) Diagrama elástico de momentos



c) Diagrama de momentos para una redistribución de 10%

El diagrama de momentos que resulta del análisis elástico se muestra también en la figura. El momento máximo es el negativo en el apoyo intermedio, que vale

$$M = 0.101\ wL^2$$

Este momento es el que rige el diseño y deberá seleccionarse un perfil que tenga un módulo de sección suficiente para resistirlo. Nótese que el momento positivo en el centro del claro extremo vale 0.0745 wL^2 y no es crítico para el dimensionamiento de la sección.

Si se siguen los criterios de dimensionamiento del AISC y se emplea un perfil que cumple con los requisitos para secciones compactas, es posible realizar el dimensionamiento con un diagrama de momentos que implique una redistribución que no afecte en más de 10 por ciento los momentos en ninguna sección. Es admisible emplear el diagrama de la figura c) en el que el momento negativo en el apoyo intermedio se ha reducido en 10 por ciento mediante una modificación de la línea correctiva. El momento que rige las dimensiones de la sección será ahora

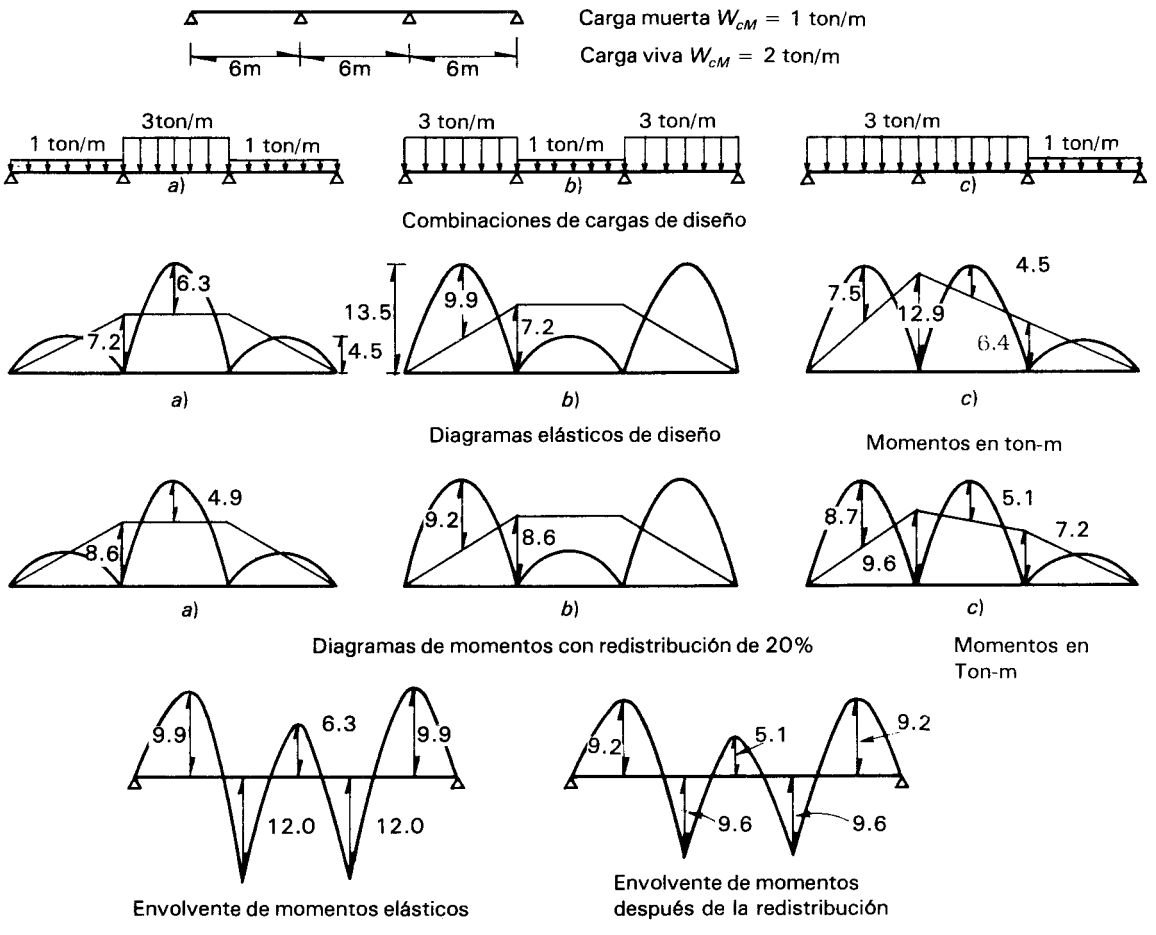
$$M = 0.091\ wL^2$$

Para resistir ese momento se puede emplear un perfil con un módulo de sección 10 por ciento inferior al que se necesita si no se acepta redistribución. El momento positivo en el centro del claro aumentó en este caso de 0.0745 a 0.0795 wL^2 y sigue sin ser crítico para el dimensionamiento de la sección.

Se aprecia que el aprovechamiento de la redistribución redundó, en este caso, en una economía del diseño, suponiendo que el estado límite de flexión sea el que gobierne las dimensiones de la sección y que no sean críticos, por ejemplo, los problemas de deflexiones admisibles.

Ejemplo 5.2 Redistribución de momentos para diferentes combinaciones de cargas

Se trata de ilustrar a través de un ejemplo esquemático las ventajas de aprovechar la redistribución de momentos cuando una estructura debe diseñarse para diferentes combinaciones de cargas que producen, cada una, condiciones críticas en una diferente sección. Tal es el caso cuando una viga continua (o un sistema de piso) está sujeta a carga muerta más una carga viva elevada que debe considerarse colocada en la posición más desfavorable para producir los momentos flexionantes máximos en diferentes secciones. Podría tratarse por ejemplo del sistema de piso de una bodega.



Sea la viga continua de tres claros iguales y de concreto reforzado mostrada en la figura, para la que se ha determinado una carga muerta de 1 ton/m y una carga viva de 2 ton/m uniformemente distribuidas sobre todo el claro. Para obtener los momentos máximos en todas las secciones es necesario considerar tres condiciones de carga. El caso *a*), con sólo la carga muerta en los claros exteriores y la carga muerta más viva en el claro interior, producirá el máximo momento positivo en el claro interior. El caso *b*), con la carga muerta más viva en los claros exteriores y sólo la muerta en el interior,

produce el máximo momento positivo en los claros exteriores. Finalmente, el caso *c*) tiene la carga muerta más viva aplicada en dos claros adyacentes y sólo la carga muerta en el otro claro extremo, con lo que se produce el máximo momento negativo en un apoyo interior. Por simetría, el momento máximo negativo en el otro apoyo interior será igual al obtenido para el primero y no es necesario considerar otra combinación de carga.

Los diagramas de momentos obtenidos de un análisis elástico se muestran abajo de las respectivas combinaciones de cargas y, en un diseño que no tomara en cuenta la redistribución de momentos, debería hacerse el dimensionamiento para la envolvente de los tres diagramas. Supóngase que el reglamento que debemos aplicar permite redistribuciones de momentos que no modifiquen en más de 20 por ciento ninguno de los momentos que resultan del análisis elástico. Conviene entonces efectuar redistribuciones sobre cada diagrama de manera de reducir el momento que es crítico en cada caso y, aunque para ello haya que aumentar el momento de otras secciones, esto no será crítico, ya que el diseño de éstas estará regido por alguna de las otras dos combinaciones de carga.

Así, en el caso *a*) conviene reducir el momento positivo en el claro central, para lo cual se debe modificar la línea correctiva hasta aumentar en 20 por ciento el momento negativo en los apoyos (de 7.2 ton-m a 8.6 ton-m). De esta manera el momento positivo en el claro interior se reduce de 6.3 a 4.9 ton-m.

Para la combinación *b*), con un incremento de 20 por ciento del momento negativo en los apoyos se logra disminuir el positivo en los claros exteriores de 9.9 a 9.2 ton-m.

Para la combinación *c*) conviene reducir en 20 por ciento el momento negativo en el apoyo donde el momento es máximo. Para evitar que crezca excesivamente el momento positivo en el claro central, conviene aumentar en 20 por ciento el momento negativo en el otro apoyo.

La envolvente de momentos debidos a los tres diagramas corregidos se muestra en la figura y, como se aprecia, representa una reducción sustancial en los momentos de diseño en las secciones críticas. Esto es posible debido a que se está diseñando para tres combinaciones de carga que no se presentan simultáneamente y que es admisible considerar que, con ligeros agrietamientos y cambios de rigidez, la estructura diseñada aceptando redistribución se ajustará a resistir cualquiera de las tres combinaciones que se presente. El factor de seguridad contra la falla por la ocurrencia de un mecanismo de colapso no será inferior en la viga así diseñada a aquel que tendría una viga diseñada para resistir una sola combinación de carga cualquiera.

5.4 MÉTODOS APROXIMADOS DE ANÁLISIS. ASPECTOS GENERALES

En lo que resta del capítulo se describirán algunos métodos aproximados de análisis. Como se dijo inicialmente, estos métodos tienen utilidad en diseños preliminares y sirven, además, para comprobaciones rápidas de los resultados de métodos más refinados.

Los métodos de análisis de estructuras se basan en el cumplimiento de dos tipos de requisitos: los de *equilibrio* de

fuerzas y los de *compatibilidad* de deformaciones. Debe existir equilibrio entre las fuerzas externas actuantes sobre la estructura y las reacciones en los apoyos de éstas. Además, debe existir equilibrio local, a nivel de elementos aislados o de secciones, entre las fuerzas externas y las fuerzas internas aplicadas en dichas porciones aisladas de la estructura.

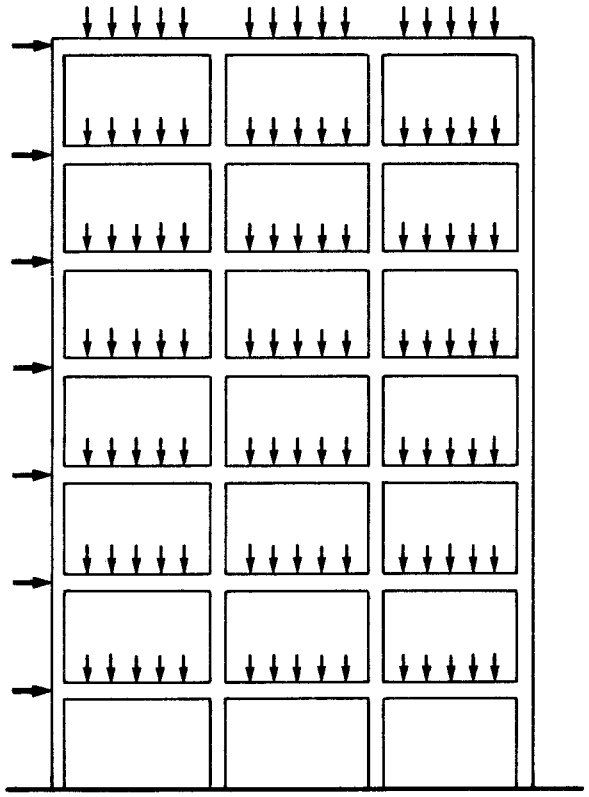
Los requisitos de equilibrio son independientes de las propiedades mecánicas de los materiales, mientras que los de compatibilidad implican la suposición de leyes esfuerzo-deformación de los materiales.

En las estructuras isostáticas, las condiciones de equilibrio son suficientes para definir totalmente las reacciones y las fuerzas internas, y, por tanto, para resolver el análisis. En las estructuras hiperestáticas el número de ecuaciones de equilibrio que pueden establecerse es menor que el número de incógnitas involucradas en dichas ecuaciones; por tanto, la solución del análisis requiere plantear cierto número de ecuaciones adicionales basadas en la compatibilidad de deformaciones para que el problema se vuelva determinado.

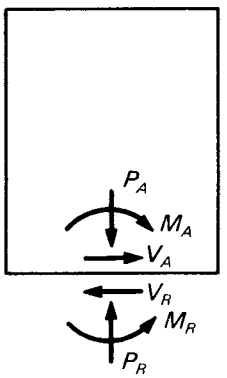
La revisión de que se cumple el equilibrio, a nivel global y local, es una comprobación casi indispensable para los resultados de métodos refinados de análisis, sea que se resuelvan manualmente, sea por computadora. Por ejemplo, en el marco plano sujeto a cargas verticales y horizontales de la figura 5.18 conviene comparar los resultantes de las fuerzas externas, identificadas con el subíndice A, con las de las reacciones, identificadas con el subíndice R. En este caso, el momento de volteo en la base del edificio se equilibra en parte por momentos flexionantes en la base de las columnas y en parte por variación de las reacciones verticales en las mismas. El conocimiento de la forma en que se equilibra el momento de volteo es importante para entender el comportamiento de un edificio ante cargas laterales.

Una de las comprobaciones más útiles del equilibrio a nivel local es la de las vigas aisladas, que lleva al concepto de momento isostático ya empleado anteriormente en este capítulo. Como se muestra en la figura 5.19, un tramo de viga continua, o parte de un marco, puede representarse como una viga aislada simplemente apoyada sujeta a la superposición de los efectos de las cargas externas más los de los momentos aplicados en los extremos. Las fuerzas internas en la viga isostática pueden determinarse en forma sencilla y los momentos en los extremos se toman de los resultados del análisis que se está comprobando. Los momentos flexionantes y las fuerzas cortantes deben cumplir con las relaciones expuestas en la misma figura 5.19 para que se respete el equilibrio.

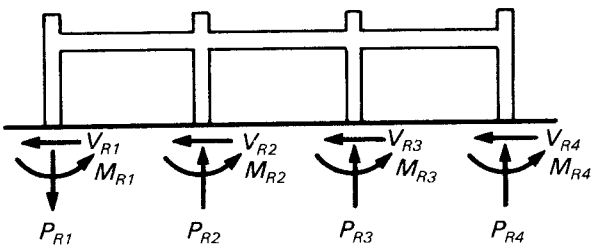
Otra comprobación muy conveniente del equilibrio local es la de la fuerza cortante de entrepiso en marcos sujetos a cargas laterales. En el diagrama de la figura 5.20, se aprecia



a) Cargas externas

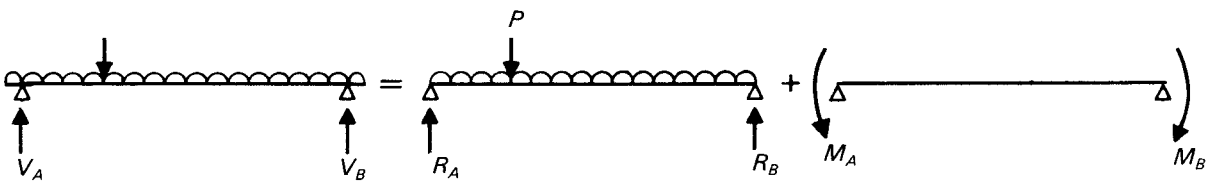


b) Condiciones de equilibrio global

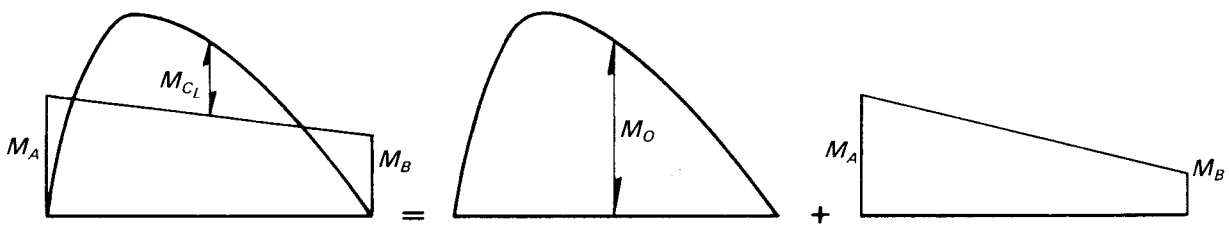


c) Reacciones en las bases de las columnas

Figura 5.18. Equilibrio de cargas exteriores en una marco sujeto a cargas verticales y horizontales.



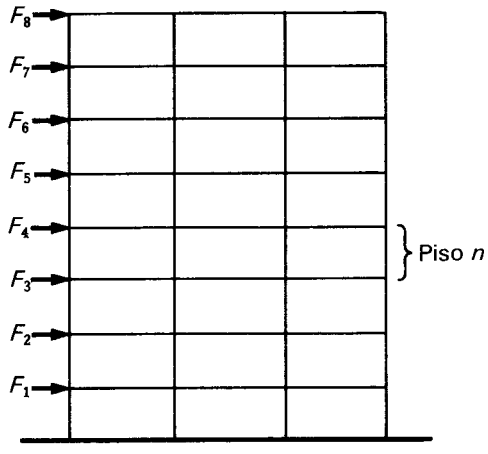
a) Condiciones de carga



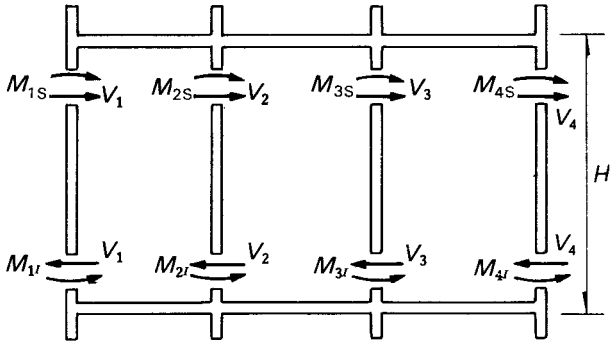
$$M_{C_L} = M_O - \frac{M_A + M_B}{2} \qquad V_A = R_A + \frac{M_A + M_B}{L} \qquad V_B = R_A - \frac{M_A + M_B}{L}$$

b) Diagramas de momentos

Figura 5.19. Equilibrio de un tramo de viga continua.



a) Marco sujeto a cargas laterales



$$V = \Sigma V_i$$

$$VH = \Sigma M_{is} + \Sigma M_{il}$$

b) Equilibrio de momentos y cortantes en el piso n

Figura 5.20. Equilibrio de un entrepiso de un marco sujeto a cargas laterales.

que la suma de momentos en los extremos de las columnas debe ser igual a la fuerza cortante aplicada en el entrepiso multiplicada por la altura de dicho entrepiso. De manera semejante pueden hacerse comprobaciones de equilibrio de nudos y de otras porciones de la estructura.

Debe recordarse que estas relaciones entre las fuerzas internas y las cargas aplicadas que se derivan de las condiciones de equilibrio son válidas tanto en campo elástico como para los análisis plásticos o no lineales. Al igual que el concepto de momento isostático sirvió para determinar la resistencia al colapso de vigas en el subcapítulo anterior, el concepto de cortante de entrepiso se emplea para determinar la capacidad al colapso de marcos ante cargas laterales.

Los métodos aproximados de análisis de estructuras hiperestáticas se basan en cumplir estrictamente con los requisitos de equilibrio y además, en suposiciones acerca de las condiciones de compatibilidad de deformaciones o acer-

ca de la distribución de cargas entre los distintos elementos, de manera que la estructura hiperestática se transforma en una isostática equivalente y puede analizarse fácilmente como tal.

Los métodos del primer tipo, cuando se aplican a marcos o a vigas continuas, implican suponer la posición de los puntos de inflexión de la configuración deformada de la estructura y requieren frecuentemente un trazo aproximado de la misma. Los métodos del segundo tipo implican la postulación de una distribución sencilla de fuerzas internas que equilibra las cargas aplicadas y las transmite a los apoyos sin que se exceda la resistencia en alguna sección; representan soluciones de límite inferior con respecto a la exacta. Los dos subcapítulos siguientes se dedicarán a ilustrar procedimientos de cada uno de los dos tipos.

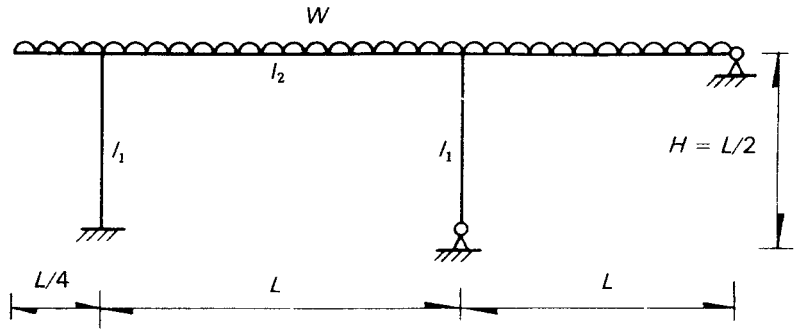
5.5 ANÁLISIS APROXIMADOS DE MARCOS Y VIGAS CONTINUAS MEDIANTE LA SUPOSICIÓN DE LOS PUNTOS DE INFLEXIÓN

5.5.1 Método del trazo aproximado de la elástica

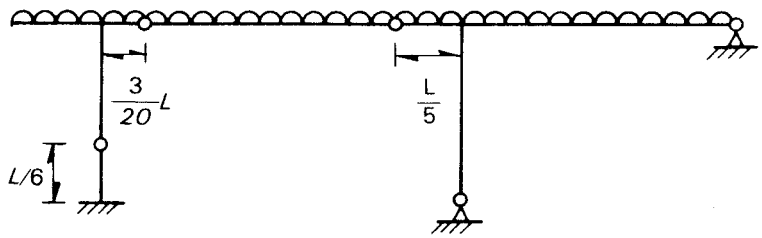
Como se ha dicho, en una estructura hiperestática es necesario establecer ciertas condiciones de compatibilidad de deformaciones para que el problema se vuelva isostático y pueda analizarse con base exclusivamente en los requisitos de equilibrio. Una forma de definir las condiciones adicionales necesarias para resolver el problema, consiste en determinar los puntos de inflexión de la configuración deformada de la estructura. Los puntos de inflexión son aquellos en que la curvatura de la configuración deformada cambia de signo y en ellos el momento flexionante es nulo. Estos puntos pueden representarse, por tanto, como articulaciones en una estructura equivalente que es, en general, isostática. Puede establecerse el equilibrio de cada porción entre puntos de inflexión y determinar la distribución de fuerzas internas. Un ejemplo se muestra en la figura 5.21.

Obviamente, la determinación exacta de la posición de los puntos de inflexión implica el análisis completo de la estructura hiperestática. Sin embargo, frecuentemente puede hacerse una estimación razonable de la posición de estos puntos y así el análisis se reduce al de una estructura isostática. En este principio se basa el grupo de métodos aproximados de análisis que se tratarán a continuación.

El procedimiento más común para la localización de los puntos de inflexión consiste en el *trazo aproximado de la elástica*. A partir de la geometría de la estructura, de las condiciones de carga, de las restricciones a la deformación en sus apoyos y de las rigideces relativas de los elementos,



a) Estructura de tres grados de hiperestaticidad

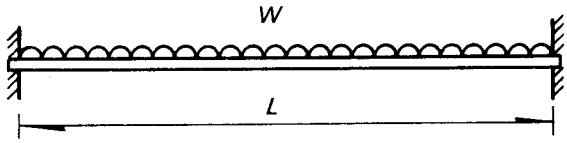


b) Estructura isostática equivalente (tres articulaciones ficticias colocadas en los puntos de inflexión del diagrama de momentos).

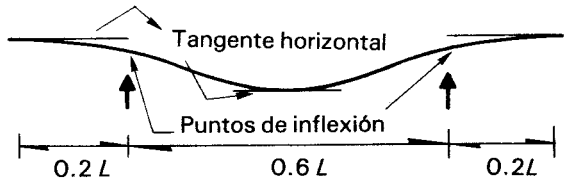
Figura 5.21. Análisis de una estructura hiperestática mediante una isostática equivalente.

se puede dibujar cualitativamente la elástica y sobre este trazo ubicar aproximadamente los puntos de inflexión.

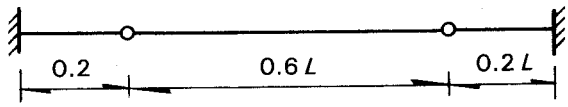
Considérese la viga doblemente empotrada sujeta a una carga uniforme de la figura 5.22. Sabiendo que la tangente de la elástica en los extremos debe ser horizontal por el empotramiento y que también debe ser horizontal en el centro del claro por simetría de carga y geometría, la elástica puede dibujarse con bastante precisión. Sobre el trazo realizado se ubicaron a ojo los puntos de inflexión a una distancia de aproximadamente 20 por ciento del claro (0.2*L*) medida a partir de los apoyos. La viga con las articulaciones colocadas en los puntos de inflexión puede descomponerse en las tres partes indicadas en la figura, cada una de las cuales es isostática. Comenzando con el tramo central, se encuentra que las cortantes en las articulaciones valen 0.3*WL* y el diagrama de momentos es el indicado en la figura. Continuando con los voladizos laterales (idénticos por simetría), se aplica la carga externa más una carga en la punta igual a la reacción encontrada en el tramo central. El diagrama de momentos del conjunto se encuentra superponiendo las tres partes resueltas por separado. Los resultados no son exactos porque la posición de los puntos de inflexión, para sección constante y material elástico, difiere en algo de la que se ha determinado visualmente sobre la elástica (se encuentran a 0.211*L* de los apoyos). Las diferencias en los momentos son en este caso relativamente pequeñas, ya que la



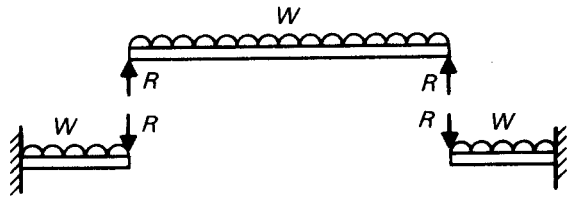
a) Viga doblemente empotrada



b) Trazo aproximado de la elástica y determinación de los puntos de inflexión

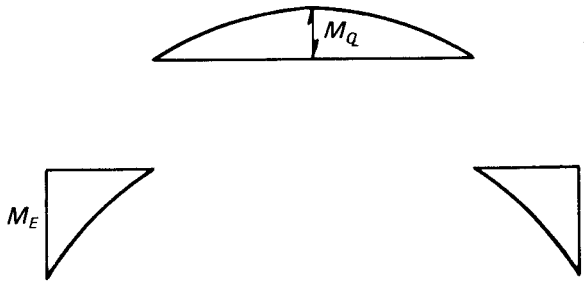


c) Viga isostática equivalente



$$R = 0.6\frac{WL}{2} = 0.3\,WL$$

d) Descomposición en tres estructuras isostáticas



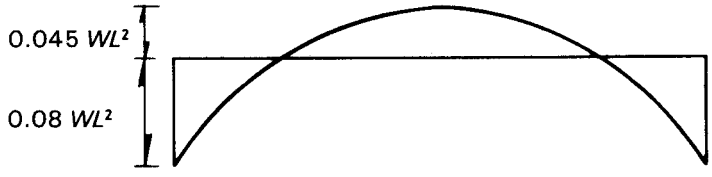
$$M_{C_L} = \frac{W(0.6\,L)^2}{8} = 0.045\,WL^2$$

$$M_E = R.0.2\,L + \frac{W(0.2\,L)^2}{2} =$$

$$= 0.06\,WL^2 + 0.02\,WL^2 =$$

$$= 0.08\,WL^2$$

e) Diagramas de momentos en las tres subestructuras



En la solución exacta

$$M_{C_L} = 0.0417\,WL^2$$

$$M_E = 0.0833\,WL^2$$

f) superposición de los tres diagramas para obtener el diagrama de momento de la viga hiperestática

Figura 5.22. Análisis de una viga doblemente empotrada por medio del trazo aproximado de la elástica.

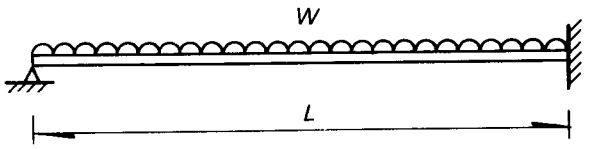
estimación del punto de inflexión fue razonablemente aproximada.

En la figura 5.23 se resuelve por el procedimiento del trazo aproximado de la elástica una viga similar pero con un extremo articulado y el otro empotrado. La forma de la elástica no está tan claramente definida como en el caso anterior, ya que se sabe sólo que la tangente será horizontal en el extremo empotrado y en el punto de flecha máxima cuya posición se desconoce, aunque se sabe que se encontrará desplazado del centro hacia el extremo articulado. Por tanto, también el punto de inflexión se encontrará más alejado del extremo empotrado que en el caso anterior. Del trazo realizado con estas consideraciones se ubica el punto de inflexión a 0.3L del apoyo, con lo cual se resuelve la estructura siguiendo los mismo pasos que para la doblemente empotrada. La viga se descompone en este caso en sólo dos segmentos isostáticos, de los que se obtienen los diagramas de momentos mostrados en la figura 5.23. El error en los momentos es en este caso algo mayor que en el anterior, debido a que la posición del punto de inflexión difiere más significativamente de la correcta (se encuentra a 0.25L del apoyo en lugar que a 0.3L).

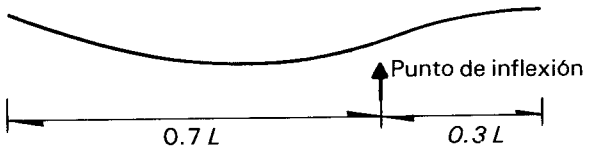
En vigas continuas la localización de los puntos de inflexión puede hacerse con precisión razonable, aun para condiciones irregulares de carga y geometría. Por tanto, el procedimiento esbozado puede emplearse con razonable precisión para obtener distribuciones cuantitativas de fuerzas internas. Una regla importante para el trazo de la elástica es que, tomando como base un tramo de viga en que las distribuciones de cargas y rigideces son simétricas, los puntos de inflexión y los puntos de flecha máxima y tangente nula de la elástica se desplazarán, cuando estas distribuciones son asimétricas, hacia las zonas donde la carga es mayor o donde la rigidez es menor. Así, en las vigas de la figura 5.23, el punto de inflexión se alejó del extremo empotrado con respecto a la viga de la figura 5.22, ya que la articulación del extremo opuesto atrajo el punto de inflexión.

En estructuras más complejas y en las sujetas a condiciones de carga irregulares, el procedimiento resulta poco preciso o requiere de cálculos y determinaciones adicionales excesivamente laboriosos para los fines que se persiguen. El método sigue teniendo, sin embargo, utilidad para comprobaciones cualitativas de órdenes de magnitud y de signo de las fuerzas internas. El trazo de la elástica indica la curvatura de las diferentes secciones y, por tanto, el signo de los momentos a que éstas están sujetas.

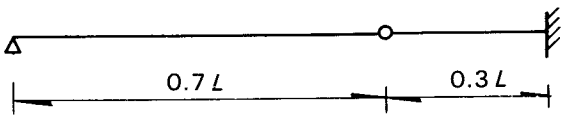
El siguiente procedimiento resulta de utilidad para realizar el trazo aproximado de la elástica, especialmente para vigas continuas con condiciones de carga irregulares. La explicación se ilustrará con el ejemplo de la viga de la figura 5.24.



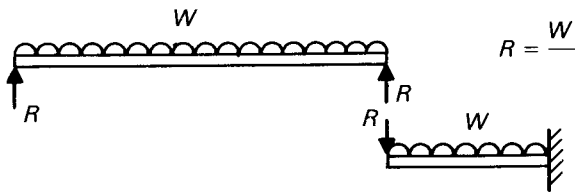
a) Viga empotrada en un extremo



b) Trazo aproximado de la elástica

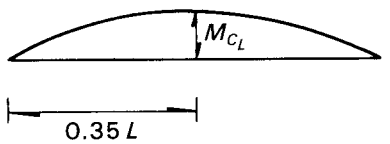


C) Viga isostática equivalente

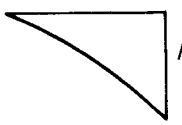


$$R = \frac{W(0.7\,L)}{2} = 0.35\,WL$$

d) Descomposición en dos estructuras isostáticas

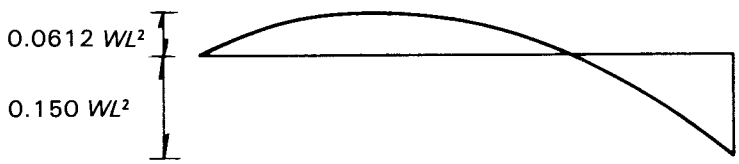


$$M_{C_L} = \frac{W(0.7\,L)^2}{8} = 0.0612\,WL^2$$

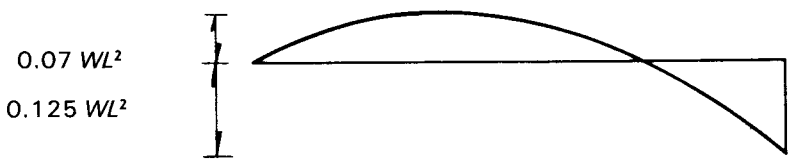


$$M_E = R \times 0.3\,L + \frac{W(0.3\,L)^2}{2} =$$
$$= 0.105\,WL^2 + 0.045\,WL^2$$
$$= 0.150\,WL^2$$

e) Diagramas de momentos en las dos subestructuras

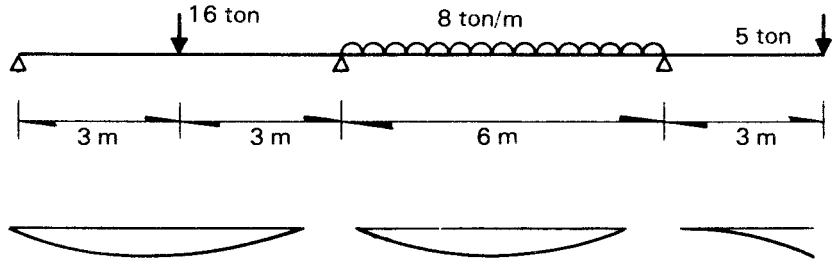


f) Superposición de los dos diagramas

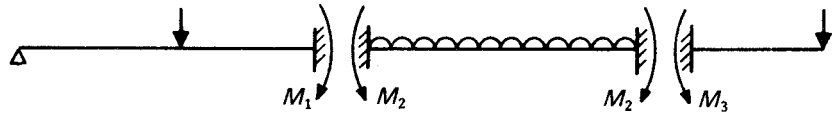


g) Diagrama de momentos según la solución exacta

Figura 5.23. Análisis de una viga empotrada en un extremo por el método del trazo aproximado de la elástica.



Elásticas de los tramos independientes

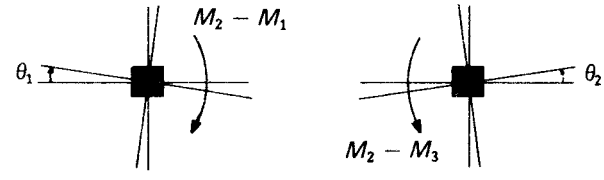


Momentos de empotramiento

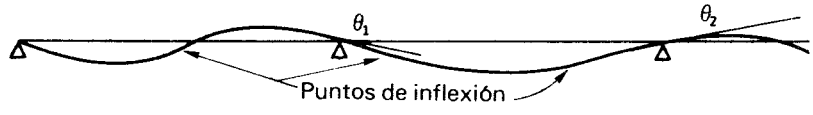
$$M_1 = \frac{3}{16}PL = \frac{3 \times 16 \times 6}{16} = 18 \text{ ton-m}$$

$$M_2 = \frac{wL^2}{12} = \frac{8 \times 36}{12} = 24 \text{ ton-m}$$

$$M_3 = PL = 5 \times 3 = 15 \text{ ton-m}$$



Giros de los nudos



Elástica de la viga continua

Figura 5.24. Trazo de la elástica para una viga continua con condición de carga irregular.

Se traza inicialmente la elástica de cada tramo, para las cargas que está sujeto y considerando sus extremos simplemente apoyados. Las elásticas de los distintos tramos no cumplirán en general las condiciones de compatibilidad en los apoyos comunes, ya que habrá discontinuidad de rotaciones. Para restaurar la continuidad de deformaciones se requieren momentos negativos en los apoyos para producir rotaciones en los extremos de ambos tramos comunes que restauren la continuidad. Generalmente se producirá, además, una rotación del nudo. Para determinar el sentido de dicha rotación conviene calcular los momentos de empotramiento en cada tramo: el nudo girará, excepto cuando haya condiciones radicalmente diferentes en los claros adyacentes a los que se están considerando en el sentido del momento mayor. Hay que notar que cada tramo resulta una estructu-

ra hiperestática, cuya solución es, sin embargo, sencilla y se encuentra consignada en los textos y manuales de análisis. En la figura 5.24 se indican los momentos de empotramiento y el sentido del giro de los dos nudos, lo que permite trazar, finalmente, la elástica. Ubicados los puntos de inflexión, se procede al análisis en la forma ya explicada.

En los marcos la solución sigue los mismos lineamientos que en las vigas continuas, pero el trazo de la elástica se complica notablemente cuando los marcos pueden desplazarse lateralmente, sea por asimetrías en las cargas verticales, sea por la aplicación de cargas laterales. Indicaciones más detalladas para la solución de casos complejos pueden encontrarse en las referencias 5.4 y 5.5.

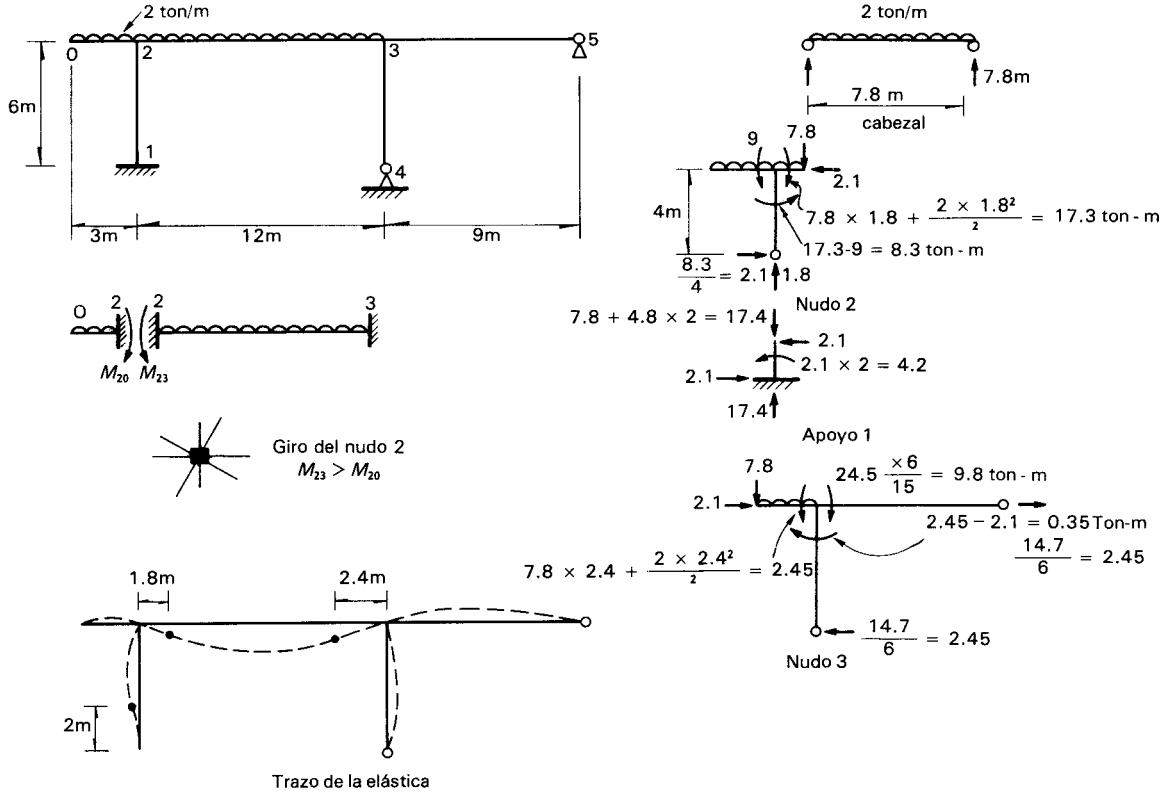
En un marco de geometría regular y sujeto a cargas verticales distribuidas también de manera regular, pueden hacerse estimaciones bastante precisas de la posición de los puntos de inflexión. Se tienen como límites los valores que corresponden a un extremo articulado y a uno empotrado (0 y $0.21L$ respectivamente). La posición para cada caso particular dependerá del grado de empotramiento proporcionado por la rigidez relativa de las columnas y de las vigas que llegan al nudo en cuestión. Una suposición representativa de las condiciones usuales es la mostrada en la figura 5.25, según la cual en los claros intermedios las articulaciones se colocan a $0.2L$ de los nudos y en los claros extremos a $0.10L$ del nudo exterior y a $0.25L$ del nudo interior.

Sobre estas hipótesis podrán hacerse correcciones para algunas porciones de la estructura en que las condiciones de carga o de continuidad difieran de las usuales. La determinación de los diagramas de momentos se realiza, como se aprecia en la figura 5.25, de manera muy directa y similar a la ya explicada para vigas continuas. Los momentos de desequilibrio que resultan en los nudos extremos, y, ocasionalmente, en los intermedios, se distribuirán en partes iguales entre la columna superior e inferior, a menos que una sea más rígida que la otra, en cuyo caso la primera deberá absorber una porción mayor del momento de desequilibrio de las vigas.

Ejemplo 5.3 Análisis de un marco sin desplazamiento lateral por el método del trazo de la elástica

Se quiere hacer un análisis aproximado del marco de la figura. Su elástica dependerá del giro de los nudos 2 y 3. El nudo 3, obviamente, girará en el sentido contrario al de las manecillas del reloj, ya que sólo la viga de la izquierda tiene carga. Para determinar el sentido del giro del nudo 2 hay que calcular los momentos de empotramiento de los tramos 0-2 y 2-3. De los cálculos hechos en la figura, resulta mayor el momento del tramo 2-3, por lo que el giro resulta en el sentido de las manecillas del reloj. La co-

lumna 3-4 se flexionará en curvatura simple ya que está articulada en la base, mientras que la columna 1-2 se flexionará en doble curvatura y tendrá un punto de inflexión. La viga 2-3 tendrá dos puntos de inflexión, por el sentido de los giros que se ha determinado, el punto de inflexión de la derecha estará más alejado del apoyo que el de la izquierda, debido a la mayor restricción al giro proporcionado por la viga 3-5.



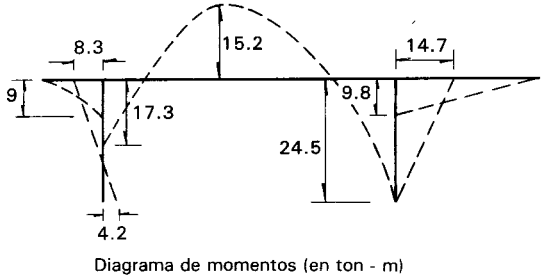


Diagrama de momentos (en ton - m)

El trazo de la elástica mostrado en la figura respeta las consideraciones hechas anteriormente. La solución comienza considerando el cabezal entre puntos de inflexión para el cual se determina la reacción de 7.8 ton y un momento positivo a la mitad de la distancia entre puntos de inflexión, igual a

$$M = \frac{wL^2}{8} = \frac{2 \times 7.8^2}{8} = 15.2 \text{ ton-m}$$

Se considera posteriormente el tramo de estructura alrededor del nudo 2, limitado por los puntos de inflexión adyacentes. El momento en la columna se calcula por

equilibrio del nudo después de haber determinado, por estática, los momentos en los extremos de las vigas. La reacción horizontal en el punto de inflexión se determina dividiendo el momento en el extremo de la columna entre la distancia al punto de inflexión.

Se procede a analizar el tramo entre el apoyo 1 y el punto de inflexión adyacente, determinando el momento de empotramiento y la reacción horizontal y vertical.

Después se considera la parte restante de la estructura alrededor del nudo 5. Se determina por estática el momento en el extremo de la viga 2-3 (24.5 ton-m). Este momento es equilibrado por los momentos en los extremos de la columna 3-4 y de la viga 3-5. La fracción que corresponde a cada uno de ellos no puede determinarse por simple estática, sino requiere de consideraciones de rigidez relativa. Considerando que la rigidez a flexión de las dos barras con un extremo articulado vale $\frac{3EI}{L}$, puede suponerse que la viga tomará una fracción

$$\frac{(3EI/L)\text{viga}}{(3EI/L)\ \text{viga} \quad + \quad (3EI/L)\text{columna}}$$

Si suponemos que todos los elementos tienen mismo módulo de elasticidad (E) y momento de inercia (I), la fracción resulta

$$\frac{1/L_{35}}{1/L_{35} + 1/L_{34}} = \frac{6}{6 + 9} = 0.4$$

L_{35} y L_{34} son las longitudes de los miembros 3-5 y 3-4, respectivamente.

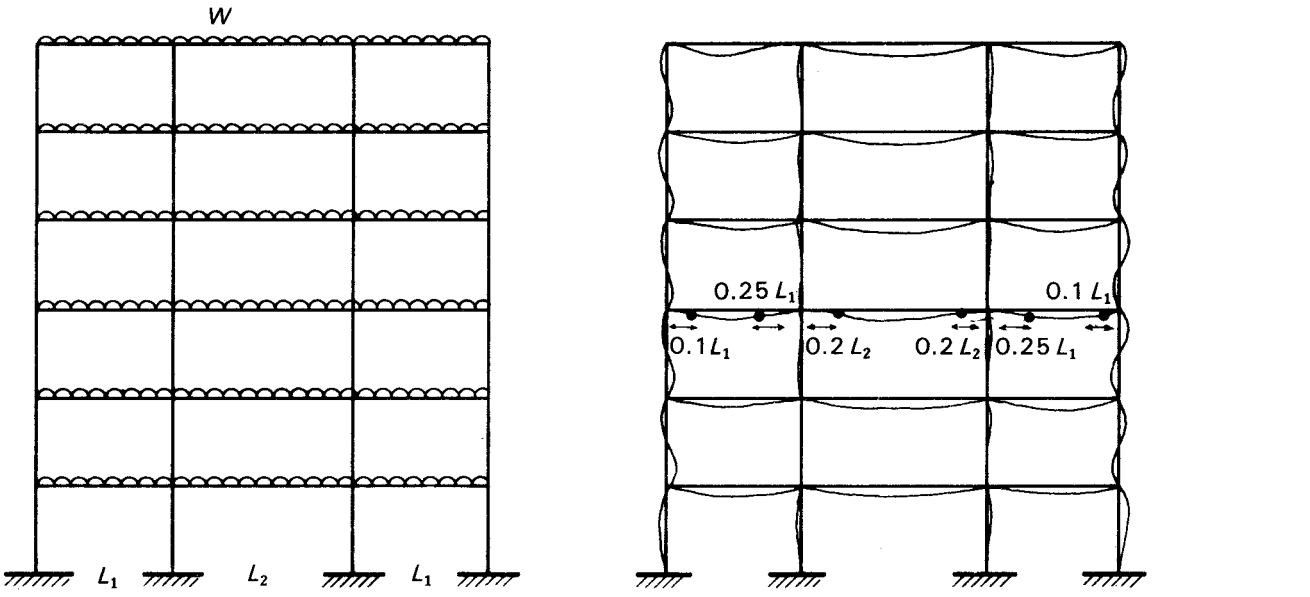
La columna tomará entonces 60 por ciento del momento de desequilibrio. El resto de las fuerzas internas se obtienen por equilibrio.

Los resultados obtenidos en los distintos segmentos permiten dibujar el diagrama de momentos mostrado en la figura. Los momentos obtenidos difieren en un máximo de 25 por ciento con respecto a los de la solución exacta.

5.5.2 Métodos para el análisis de marcos ante cargas laterales

Un grupo de métodos aproximados para el análisis de marcos sujetos a cargas laterales se basa en el mismo principio de suponer la ubicación de los puntos de inflexión en vigas y columnas. En este caso, sin embargo, además de la suposición de los puntos de inflexión se requiere alguna hipótesis adicional acerca de la forma en que la carga se distribuye entre las distintas columnas para que el problema sea determinado. Conviene visualizar primero el comportamiento de un marco completo y de un tablero sujetos a cargas laterales. La figura 5.26a) ilustra la elástica global del marco. La deformación es debida esencialmente a flexión en las columnas y vigas y, excepto para marcos muy esbeltos, las deformaciones axiales de vigas y columnas son despreciables. En un tablero intermedio de un marco si-

métrico, la elástica indica puntos de inflexión en el centro de la longitud de columnas y viga (figura 5.26*b*). La elástica



a) Marco regular sujeto a carga vertical

b) Elástica del marco

c) Descomposición de las vigas del piso *i* en segmentos isostáticos

d) Diagramas de momentos en los segmentos

e) Diagramas de momentos en el piso

Figura 5.25. Análisis aproximado de un marco regular sujeto a carga vertical.

mostrada en la figura 5.26a) se presenta siempre que las vigas posean suficiente rigidez para obligar a la columna a flexionarse en doble curvatura con un punto de inflexión intermedio. Cuando las columnas son muy robustas y las vigas sumamente flexibles, cada columna se flexiona como un voladizo de toda la altura sin punto de inflexión en cada entrepiso (figura 5.26c). Para comprobar si se tienen puntos de inflexión en cada entrepiso se sugiere en la referencia 5.10 determinar la rigidez relativa entre vigas y columnas con el parámetro

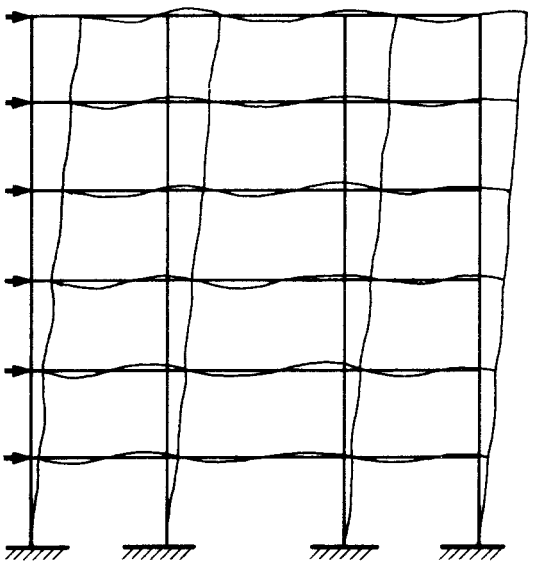
$$\varrho = \frac{\Sigma(I/L)v}{\Sigma(I/L)c} \qquad 5.5$$

en que I es el momento de inercia de cada pieza y L su longitud; los subíndices v o c indican viga y columnas, respectivamente; las sumas se refieren a todas las vigas y columnas de un entrepiso. Se determina el valor de ϱ para un entrepiso tipo y si excede de 0.1 puede confiarse en que se presentarán puntos de inflexión.

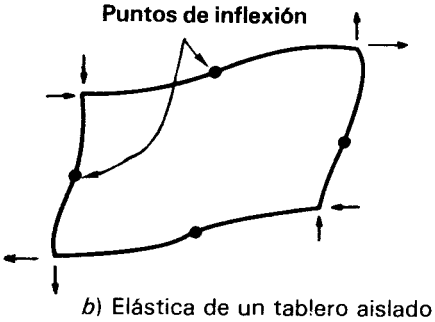
Después de ubicar los puntos de inflexión en el centro de claros, si se cumple la relación definida en el párrafo anterior, es necesario hacer una hipótesis acerca de la forma en que se distribuye la fuerza cortante que actúa en cada entrepiso entre las diferentes columnas. *El método del portal* adopta la hipótesis de que cada tablero toma la misma fuerza cortante que a su vez se reparte entre las dos columnas del tablero, de manera que todas las colunmas interiores toman una misma fuerza cortante y las exteriores la mitad de dicho valor.

El problema isostático que resulta con esas hipótesis se puede resolver con los pasos siguientes, que se ilustran en la figura 5.27.

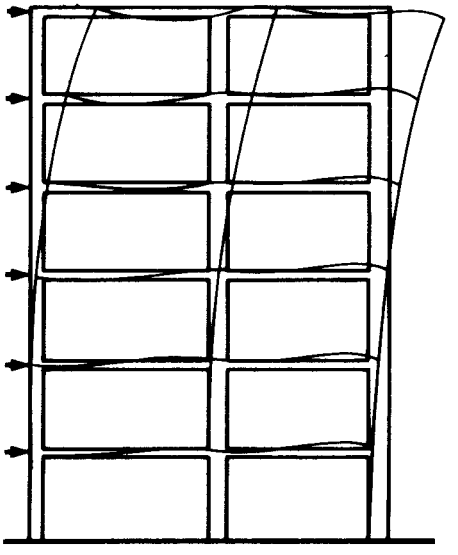
a) Se determina la fuerza cortante en cada entrepiso.
b) Se obtiene la fuerza cortante en cada columna de acuerdo con la hipótesis anterior (igual cortante en columnas interiores y la mitad en las extremas).
c) Se calculan los momentos flexionantes en los extremos de todas las columnas al multiplicar la fuerza cortante determinada en b) por la distancia del punto de inflexión al extremo.
d) Se obtienen los momentos en las vigas por equilibrio de los nudos. Para ello se comienza por los nudos que tienen una sola viga y se prosigue con los demás, recordando que los momentos en los dos extremos de una misma viga son iguales entre sí, ya que el punto de inflexión se ha supuesto en el centro.
e) Se calculan las cortantes en las vigas a partir de los momentos en sus extremos y las fuerzas normales en las columnas a partir de las cortantes en las vigas.



a) Elástica de un marco sujeto a cargas laterales

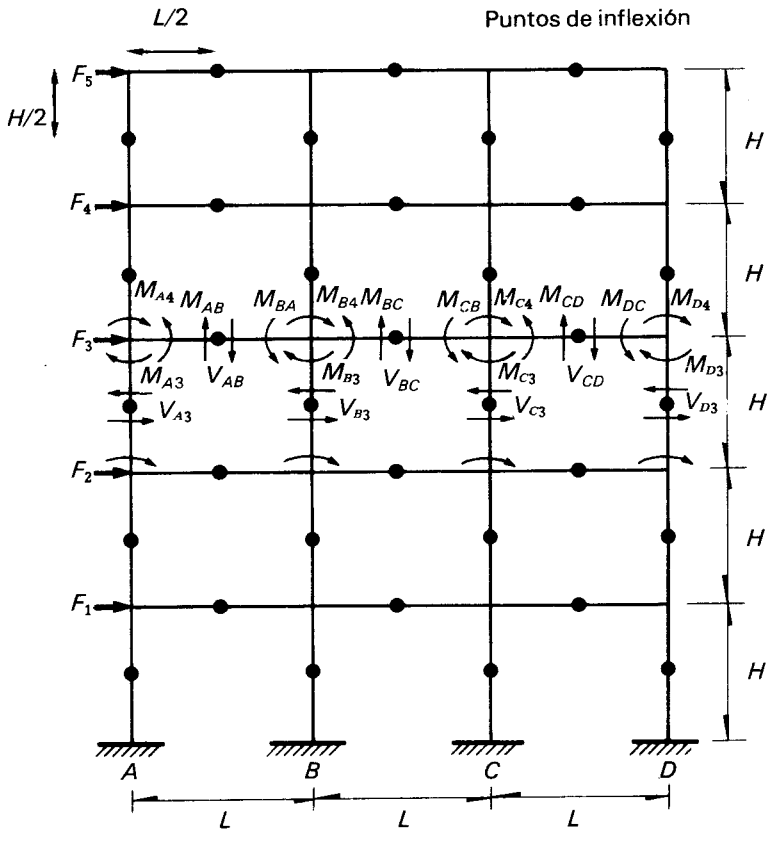


b) Elástica de un tablero aislado del marco



c) Elástica sin puntos de inflexión en las columnas (columnas muy robustas, vigas muy flexibles)

Figura 5.26. Deformación de marcos ante cargas laterales.



Determinación de las fuerzas internas en el piso 3

$$V_3 = F_5 + F_4 + F_3$$

$$V_{B3} = V_{C3} = \frac{V_3}{3}$$

$$V_{A3} = V_{D3} = \frac{V_3}{6}$$

$$M_{A3} = M_{D3} = \frac{V_3}{6}\frac{H}{2} = \frac{V_3 H}{12}$$

$$M_{B3} = M_{C3} = \frac{V_3}{3}\frac{H}{2} = \frac{V_3 H}{6}$$

$$M_{AB} = M_{BA} = M_{A4} + M_{A3}$$

$$M_{DC} = M_{CD} = M_{D4} + M_{D3}$$

$$M_{BC} = M_{CB} = M_{B4} + M_{B3} + M_{BA}$$

$$V_{AB} = \frac{M_{AB} + M_{BA}}{L} = \frac{2\,M_{AB}}{L}$$

Figura 5.27. Análisis de marcos ante cargas laterales por el método del portal.

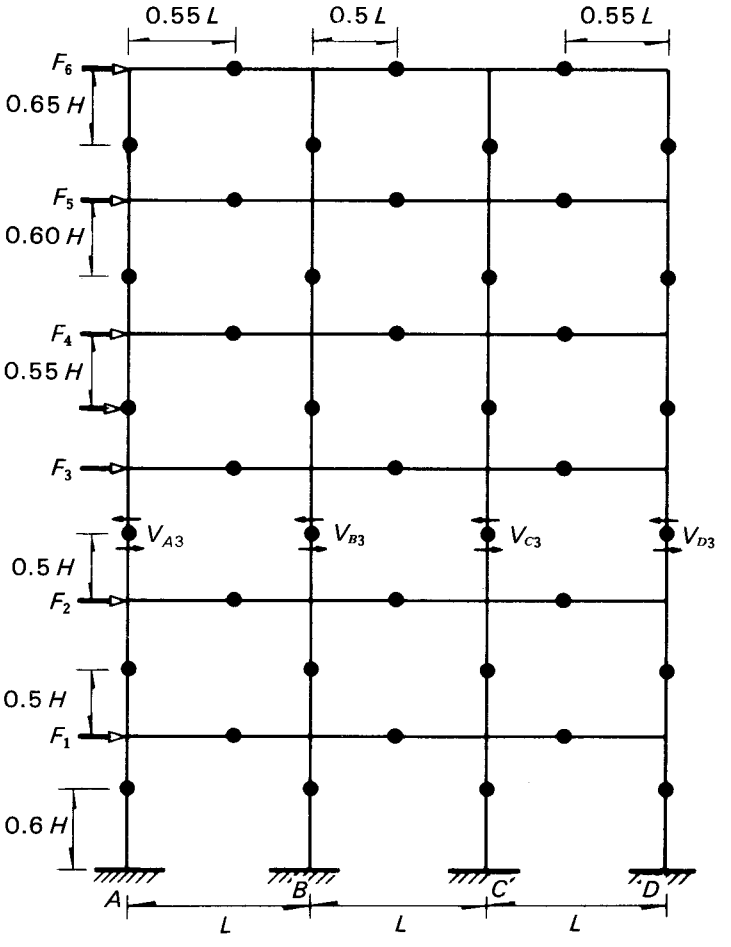
Una variante un poco más refinada del método del portal es el *método de Bowman* en que la localización de los puntos de inflexión se realiza en forma más detallada y racional que en el método del portal y está basada en los resultados de análisis de un gran número de marcos típicos. La distribución de puntos de inflexión propuesta para este método se muestra en la figura 5.28. Se hace también una hipótesis más refinada acerca de la distribución de la fuerza cortante entre las diferentes columnas, de acuerdo con el criterio siguiente:

a) En el primer entrepiso, una fuerza cortante igual a

$$V_c = \frac{N - 0.5}{N + 1} V$$

se distribuye directamente entre las columnas en forma proporcional a su rigidez (I/L, momento de inercia entre altura de columna). La fuerza cortante restante ($V_t = V - V_c$) se distribuye entre las crujías proporcionalmente a la rigidez (I/L, momento de inercia entre longitud) de la viga superior. La cortante en cada crujía se divide en partes iguales entre las columnas que la limitan.

b) En pisos superiores una fuerza cortante igual a



Tercer entrepiso

$$V_3 = F_6 + F_5 + F_4 + F_3$$

$$V_c = \frac{N-2}{N+1} V_3 = \frac{6-2}{6+1} V_3$$

$$= \frac{4}{7} V_3 = 0.57\, V_3$$

$$V_T = V_3 - V_C = 0.43\, V_3$$

Si todas las vigas y las columnas tienen la misma sección

$$V_{A3} = \frac{V_c}{4} + \frac{V_T}{6} = 0.21\, V_3$$

$$V_{B3} = \frac{V_c}{4} + \frac{V_T}{3} = 0.29\, V_3$$

$$V_{D3} = V_{A3}$$

$$V_{C3} = V_{B3}$$

El resto del procedimiento es idéntico al del método del portal

Figura 5.28. Análisis de marcos ante cargas laterales por el método de Bowman.

$$V_c = \frac{N-2}{N+1} V$$

se distribuye entre las columnas proporcionalmente a su rigidez, I/L; el resto se distribuye en las crujías con la misma regla que en planta baja.

En las expresiones anteriores:

V = Fuerza cortante total en el entrepiso.
N = Número de crujías del marco en el entrepiso considerado.

Para el análisis de la estructura isostática resultante se procede como en el método del portal. El mayor trabajo numérico requerido por el método de Bowman suele redituar en una aproximación mucho mejor en los resultados con respecto al método del portal.

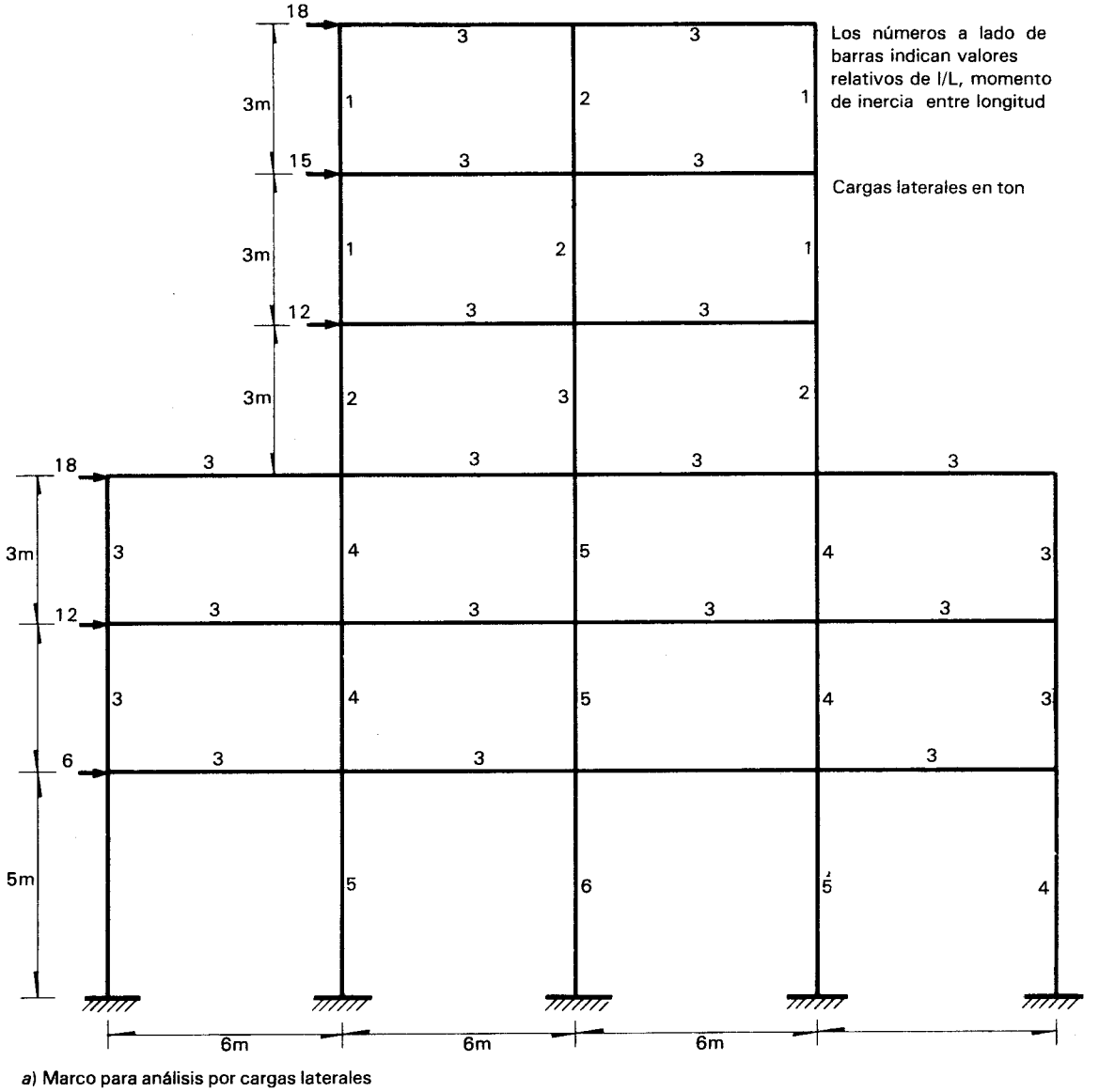
Ambos métodos son aplicables solamente a estructuras en las que no existan asimetrías importantes ni variaciones bruscas en las cargas y en la geometría. Con base en los criterios expuestos para el trazo aproximado de la elástica, conviene hacer modificaciones a la posición de los puntos de

inflexión para tomar en cuenta variaciones de rigidez o irregularidades locales.

El manual de diseño sísmico según el RDF (referencia 5.10) presenta otros métodos aproximados, algunos más refinados que los aquí presentados, para el análisis de marcos ante cargas laterales. Se encuentran también en ese manual diversos ejemplos que permiten comparar el grado de aproximación de los distintos métodos.

Ejemplo 5.4 Análisis aproximado de un marco ante cargas laterales

El marco de seis niveles de la figura parece aceptablemente regular y simétrico como para poder ser analizado con buena precisión con alguno de los métodos aproximados propuestos en el texto.



a) Marco para análisis por cargas laterales

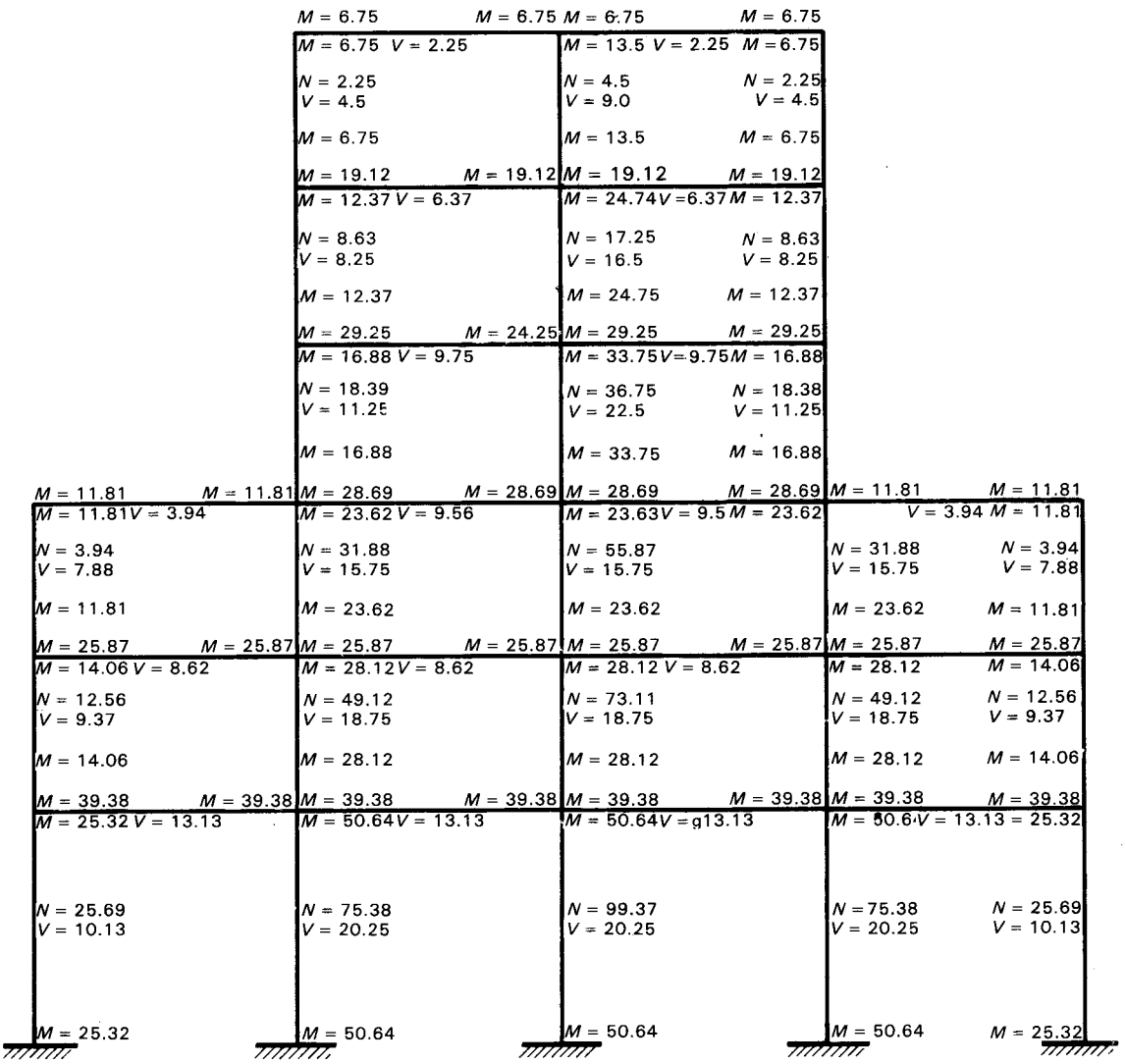
a) Solución con el método del portal

El primer paso consiste en la distribución de la fuerza cortante correspondiente a cada entrepiso entre las diferentes columnas. Por ejemplo, en el entrepiso 2-3 la fuerza cortante vale

$$V_{23} = 18 + 15 + 12 + 18 = 63 \text{ ton}$$

Esta fuerza se distribuirá entre las cinco columnas del entrepiso de manera que las exteriores tomen la mitad que las interiores. Se obtiene para las columnas interiores una fuerza cortante

$$V_i = \frac{63}{4} = 15.75 \text{ ton}$$



b) Solución por el método del portal

Cortantes en ton Momentos en ton-m

y para las exteriores

$$V_e = 7.88 \text{ ton}$$

Se procede a calcular los momentos en los extremos de las columnas, al multiplicar la fuerza cortante por la mitad de la altura de entrepiso (ya que los puntos de inflexión se suponen a la mitad de la altura). Para el entrepiso 2-3, se tiene para las columnas interiores

$$M_{ci} = 15.75 \times 1.5 = 23.62 \text{ ton-m}$$

y para las exteriores

$$M_{ce} = 7.88 \times 1.5 = 11.81 \text{ ton-m}$$

En seguida se determinan los momentos en los extremos de las vigas por equilibrio de los nudos. En los extremos exteriores del nivel 3 los momentos en las vigas serán iguales a los de las columnas (en valor absoluto, $M = 11.81$ ton-m). Nuevamente, al considerar que los puntos de inflexión de las vigas se encuentran en el centro de su claro, los momentos en sus dos extremos serán iguales. En el primer nudo interior del nivel 3, el momento en la viga resulta

$$M_v = 23.62 + 16.88 - 11.81 = 28.69 \text{ ton-m}$$

Se calculan las cortantes en las vigas como la suma de los momentos en sus extremos dividida entre su claro. Para las vigas exteriores del nivel 3

$$V_v = \frac{2 \times 11.81}{6} = 3.94 \text{ ton}$$

Las fuerzas axiales en las columnas se determinan por equilibrio de fuerzas verticales en los nudos. Así, para la columna central del entrepiso 2-3, la carga axial se obtiene de la suma de la carga transmitida por el piso superior (36.75 ton) más las cortantes transmitidas por las vigas que llegan al nudo (9.56 ton en ambos casos), lo que da lugar a

$$N_c = 36.75 + 2 \times 9.56 = 55.87 \text{ ton}$$

En forma similar se procede para todo el marco y se obtienen los resultados indicados en la figura

b) Método de Bowman

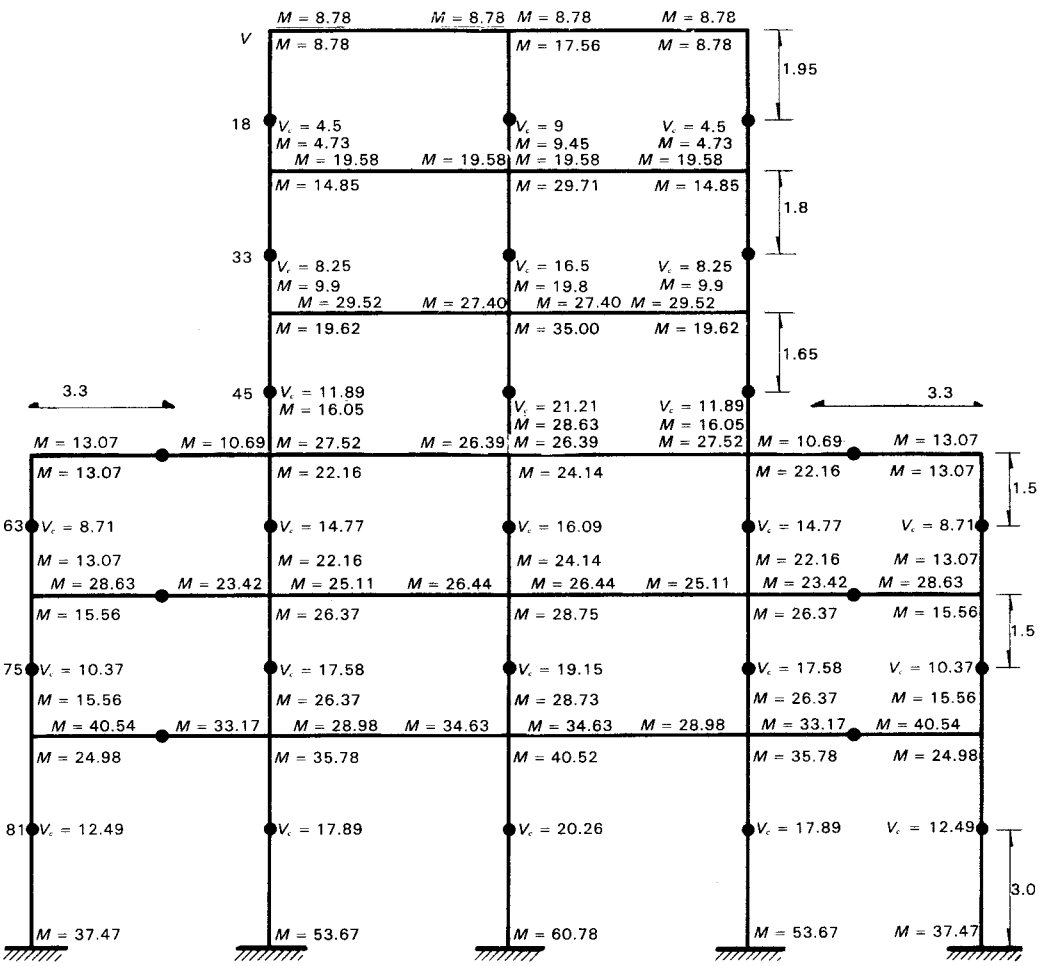
La solución sigue los mismos pasos que en el método del portal pero difiere de éste en la localización de los puntos de inflexión y en la distribución de las cortantes en las columnas. Para esto último se requiere tener una estimación previa de las rigideces de vigas y columnas, lo que no era necesario en el método del portal. Se han asignado, en la figura que incluye los datos generales del problema, valores tentativos de la relación entre momento de inercia y longitud (I/L) de vigas y columnas. Los valores asignados son relativos a los que corresponden a las columnas del nivel superior. Una estimación de este parámetro es el conveniente, además, para investigar si las hipótesis de que existen puntos de inflexión cercanos a la mitad de las alturas de columnas son razonables. Debe determinarse el índice

$$\varrho = \frac{\Sigma(I/L) \text{ vigas}}{\Sigma(I/L) \text{ columnas}}$$

Para el entrepiso 2-3, el parámetro en cuestión resulta

$$\varrho = \frac{4 \times 3}{2 \times 3 + 2 \times 4 + 5} = \frac{12}{19} >> 0.1$$

Por tanto, son de esperarse puntos de inflexión cerca de media altura de entrepiso y los métodos aproximados que se están empleando deberían proporcionar resultados razonables.



Cortantes en ton, Momentos en ton-m

c) Solución por el método de Bowman

En el método de Bowman se distribuye una parte de la cortante de entrepiso proporcionalmente a la rigidez de columnas y el resto en razón de la rigidez de las vigas. Para el entrepiso 2-3, la parte que depende de las columnas vale

$$V_c = \frac{N - 2}{N + 1} V = \frac{4 - 2}{4 + 1} (63) = 0.4 \times 63 = 25.20 \text{ ton}$$

La suma de rigideces de columnas en el entrepiso ya se ha calculado como 19. Por tanto la cortante que por este concepto corresponde a las columnas exteriores, vale

$$V_{cE} = \frac{3}{19} 25.20 = 3.98 \text{ ton}$$

El 60 por ciento restante de la fuerza cortante se distribuye proporcionalmente a la rigidez de las vigas superiores que limitan cada crujía. Como en este caso las cuatro vigas tienen misma rigidez, esta parte del cortante se distribuye con la misma regla que en el método del portal. A las columnas exteriores toca, por tanto,

$$V_{te} = \frac{1}{8} 0.6 \times 63 = 4.73 \text{ ton}$$

A las columnas interiores corresponde el doble de esta cantidad.

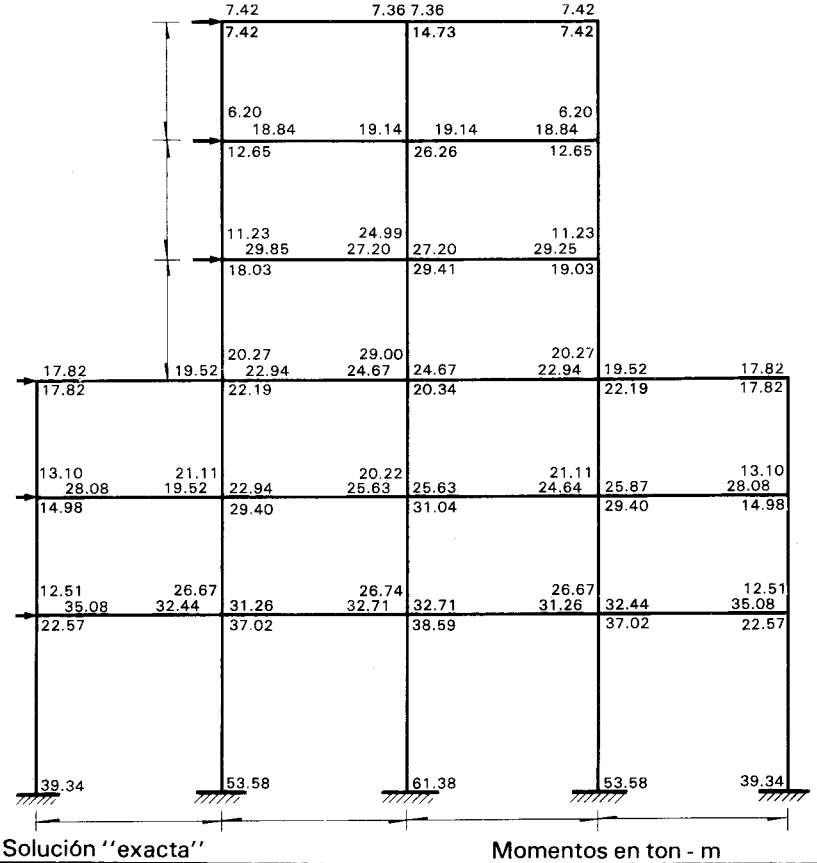
La fuerza cortante en las columnas exteriores del entrepiso 2-3 es la suma de los dos valores parciales

$$3.9 + 4.73 = 8.71 \text{ ton.}$$

El resto del procedimiento es idéntico al de portal con la precaución de considerar la posición correcta del punto de inflexión al determinar el equilibrio de vigas y columnas. Los resultados se muestran en la figura correspondiente.

c) Comparación de resultados.

La solución con un método matricial "exacto" se muestra en la figura siguiente y se aprecia una aceptable concordancia con los resultados del método de Bowman, y una mucho menos satisfactoria con los del método del portal. En todo caso conviene recordar que estos métodos son recomendables para prediseño o para comprobaciones de órdenes de magnitud y que para análisis definitivos es necesario recurrir a procedimientos más refinados.

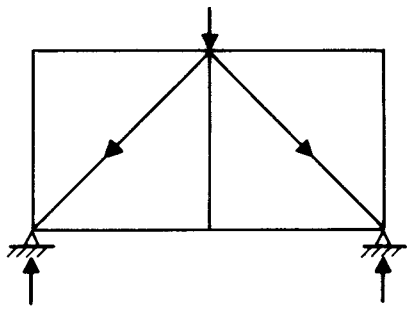


d) Solución "exacta" Momentos en ton - m

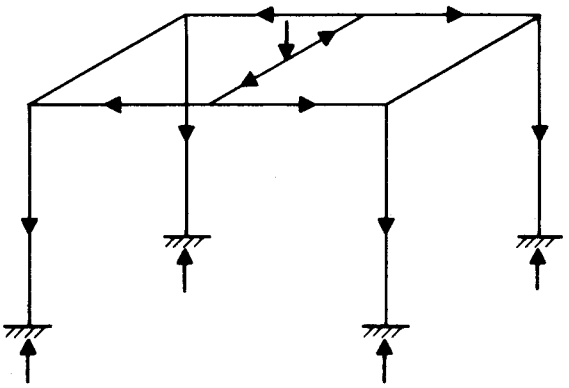
5.6 ANÁLISIS APROXIMADOS BASADOS EN EL TEOREMA DEL LÍMITE INTERIOR

Puede concebirse que las cargas externas siguen cierto camino para ser transmitidas a través de la estructura hacia los apoyos. El concepto es más claro cuando las cargas se transmiten por fuerzas axiales en los elementos estructurales (figura 5.29*a*), pero es aplicable también cuando la transmisión se hace por flexión (figura 5.29*b*).

La visualización de la forma en que las cargas *fluyen* a través de la estructura es básica para el entendimiento del comportamiento de la misma. Esto es especialmente importante en la etapa de estructuración, donde un requisito básico es que el sistema estructural elegido permita a las



a) Transmisión por fuerzas axiales en una armadura



b) Transmisión por flexión en un marco

Figura 5.29. Trayectorias de cargas.

cargas una trayectoria clara y eficiente y dé lugar a un campo de fuerzas que esté en equilibrio y que sea tal que no se exceda la resistencia de ninguna porción de la estructura.

Antes del desarrollo de la teoría de las estructuras y de la posibilidad de cuantificación de los efectos de las cargas en las mismas, la comprensión de la trayectoria que debían recorrer las cargas constituía la base del *diseño* de las estructuras. Un ejemplo destacado de lo anterior lo constituye la introducción de los contrafuertes con arbotantes para contrarrestar el coceo debido al empuje de las bóvedas en las catedrales góticas (figura 5.30).

En una estructura isostática sólo existe una trayectoria posible de cargas, o sea, hay un solo campo de fuerzas que cumple con el equilibrio. En las estructuras hiperestáticas existen múltiples trayectorias de carga que cumplen con el equilibrio. Algunas de estas trayectorias corresponden a

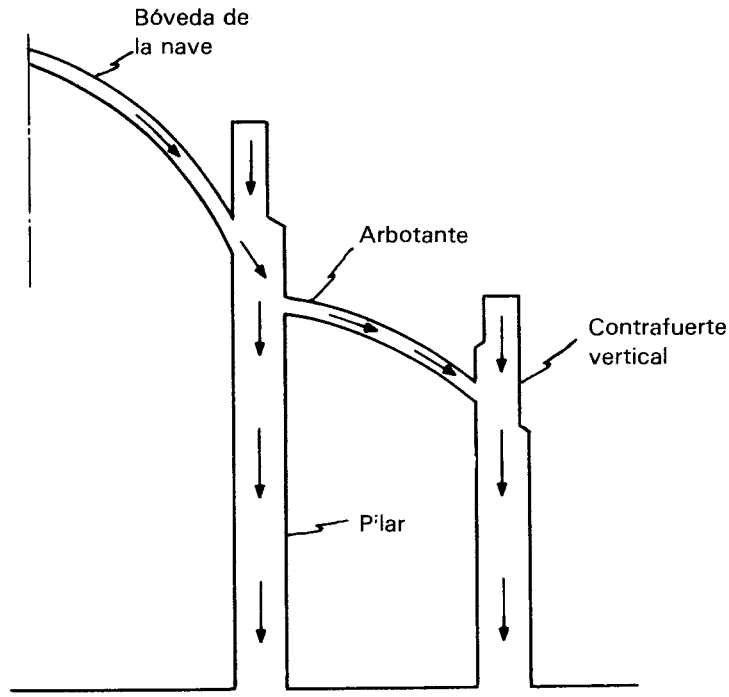
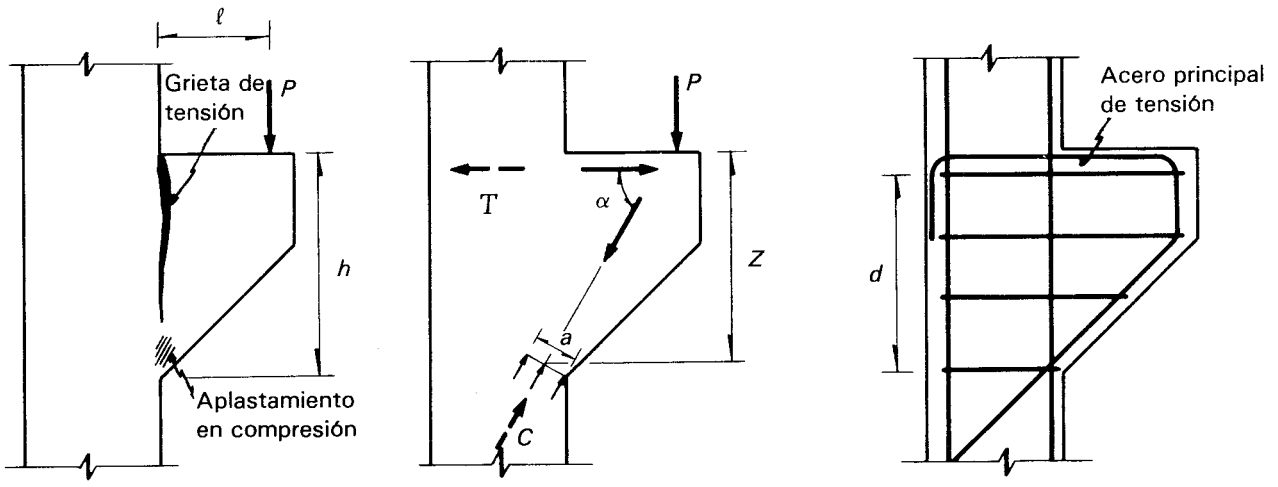


Figura 5.30. Trayectoria de cargas en una estructura típica de las catedrales góticas.

estructuras isostáticas que se obtienen ignorando algunos elementos de la hiperestática o eliminando algunas condiciones de continuidad entre los miembros. Estas trayectorias se denominan simples. La figura 5.31 muestra las posibles trayectorias simples en una armadura hiperestática.

Una sola de estas trayectorias es la verdadera y es la que cumple con las condiciones de compatibilidad de deformaciones entre los miembros, o sea depende esencialmente de las rigideces relativas de éstos. La determinación de esta trayectoria, en estructuras hiperestáticas, implica la realización del análisis riguroso. Sin embargo, si se dimensionan los elementos de la estructura para las fuerzas internas que corresponden a una trayectoria simple cualquiera que cumple con el equilibrio, se tendrá una estructura segura aunque, probablemente, conservadora. Esto se basa en el *teorema del límite inferior* que establece que cualquier solución que da lugar a un campo de fuerzas que cumple con el equilibrio en todos los puntos y que no viola condiciones de resistencia, representa un límite inferior a la solución exacta, o sea la estructura tendrá una capacidad igual o mayor que el sistema de carga aplicado.

Este principio es de utilidad para diseñar estructuras complejas, especialmente aquellas en que hay problemas de comportamiento no lineal desde niveles bajos de carga, lo cual hace no sólo difícil el análisis, sino también poco con-



a) Modo de falla típico

b) Trayectoria de cargas que proporciona un campo de fuerzas en equilibrio

c) Arreglo de refuerzo para resistir las fuerzas según el mecanismo propuesto

Figura 5.31. Diseño de una ménsula de concreto reforzado.

fiables sus resultados. Esto es particularmente cierto en las estructuras de concreto reforzado, donde los principios aquí mencionados constituyen la base de diversos métodos de diseño.

Considérese la ménsula de la figura 5.31, típica para el soporte de una viga carril para grúas en construcciones industriales. Debido a que la relación claro a peralte (l/h) es pequeña, no son aplicables a su diseño los criterios usuales de flexión. La distribución de esfuerzos elástica indica altas concentraciones de tensiones en la esquina entrante superior, las que provocan agrietamientos que alteran radicalmente los resultados. El mecanismo usual de falla es el de la figura 5.31*a*) en el que ocurre aplastamiento del concreto en la parte inferior, después de que el agrietamiento por tensión se ha prolongado a casi todo lo largo de la sección crítica en el paño de la columna. Resulta claro que si se proporciona a la carga P, del apoyo de la viga carril, una trayectoria que le permita ser transmitida a la columna a través de un puntal inclinado de compresión proporcionado por el concreto y de un tirante horizontal de tensión proporcionado por el refuerzo, se tendrá un sistema estable que evitará que la ménsula pueda pivotear sobre su base y voltearse hacia afuera.

Por equilibrio de las fuerzas indicadas en la figura 5.3*b*), se tiene

$$T = \frac{P}{\tan\alpha} \qquad C = \frac{P}{\operatorname{sen}\alpha} \qquad \tan\alpha = \frac{z}{l}$$

de donde:

$$T = C \cos \alpha$$

En la condición de falla se tendrá

$$T = A_s f_y \qquad C = 0.85 f_c'' ab$$

en donde A_s es el área de refuerzo horizontal en el lecho superior y f_y su esfuerzo del fluencia; b es el ancho de la ménsula y f_c' es la resistencia en compresión del concreto que se afecta del factor 0.85 para obtener el esfuerzo en el rectángulo equivalente. Igualando las fuerzas horizontales, se tiene

$$A_s f_y = 0.85 f_c' \, ab \cos \alpha$$

de donde

$$a = \frac{A_{sfy}}{0.85 \cos \alpha \, f_c' \, b}$$

Además, de la figura 5.32*b* se aprecia que

$$z = d - \frac{a}{2\cos\alpha}$$

Estas ecuaciones se pueden resolver por aproximaciones sucesivas. Es suficientemente aproximado en general suponer

$$z = 0.85d$$

lo que da lugar a que

$$T = A_s f_y = \frac{P}{\tan\alpha} = \frac{Pl}{z}$$

o sea, el área de acero necesaria en el lecho superior resulta

$$A_s = \frac{P\ell}{0.85 d f_y}$$

En la figura 5.31*c*) se muestra el refuerzo recomendado en la ménsula. Nótese que el refuerzo principal de tensión

se está proporcionando por medio de estribos horizontales que abrazan dos barras curvas que siguen el perfil exterior de la ménsula. Se están colocando además estribos adicionales en la parte central de la ménsula para evitar problemas de agrietamiento.

Un procedimiento enteramente semejante es aplicable al diseño de zapatas de gran peralte (figura 5.32) y de vigas diafragma.

El mismo tipo de enfoque se sigue en un procedimiento de diseño de losas de concreto irregulares, en las cuales la transmisión de las cargas se realiza por flexión en lugar de que por fuerzas axiales. Si se proporciona una distribución de refuerzo que sea capaz de resistir un campo de momentos que cumplen con el equilibrio bajo el sistema de cargas impuesto, la resistencia será igual o mayor que la necesaria, de acuerdo con el teorema del límite inferior. Si del número infinito de campos de momentos que cumplen con el equilibrio se eliminan los que incluyen momentos torsionantes, se llega a la conclusión que la carga aplicada en cada área unitaria de losa es transmitida a los apoyos por dos franjas de ancho unitario que llevan una fracción α de la carga en una dirección y el resto $(1-\alpha)$ en la otra (figura 5.33). Para fines prácticos la fracción α se considera constante en ciertas zonas específicas, lo que define franjas que equivalen a vigas que transmiten la carga cada una en una dirección. Para que el diseño resulte económico deben elegirse las franjas y la porción de cargas aplicadas a ellas de manera que los momentos flexionantes que se generan por la transmisión de carga a los apoyos sean mínimos.

El ejemplo de la figura 5.33a) muestra una losa con un extremo libre y con carga uniforme, para la cual no se cuenta con una solución del tipo de los métodos de los coeficientes comúnmente usados para el diseño de losas de concreto. Con base en el criterio propuesto, puede considerarse una franja relativamente estrecha paralela al borde libre, la cual actúa como una viga que sirve de apoyo al resto de la losa que resulta ahora apoyada en todo su perímetro. En forma simplista puede considerarse que la fracción de la carga que se transmite en cada dirección es constante en la parte interior de la losa, la que se diseña a base de franjas de ancho unitario sujetas a las condiciones de carga mostradas en los cortes 1-1 y 2-2. En la franja de ancho c, toda la carga se transmite en la dirección 'x' y, como se aprecia en el corte 3-3, deberá considerarse además de la carga exterior w, la reacción de las franjas 1-1, la cual puede suponerse uniformemente distribuida en el ancho c.

La elección de las franjas y de las fracciones de carga que se transmiten en cada dirección debe basarse en las rigideces relativas de los distintos tramos, de lo contrario se llega a soluciones excesivamente conservadoras y costosas.

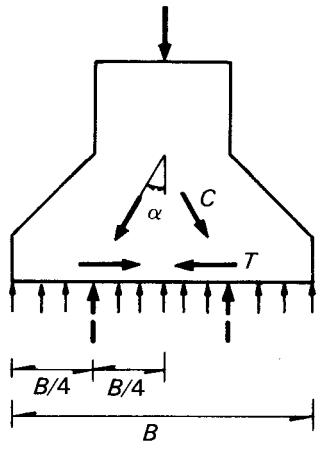
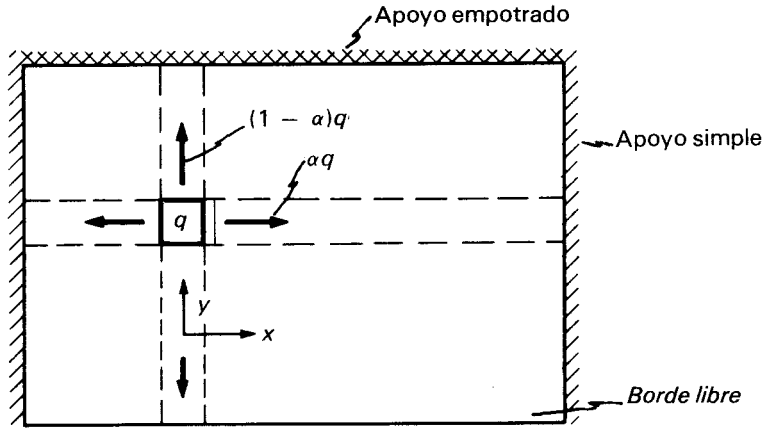
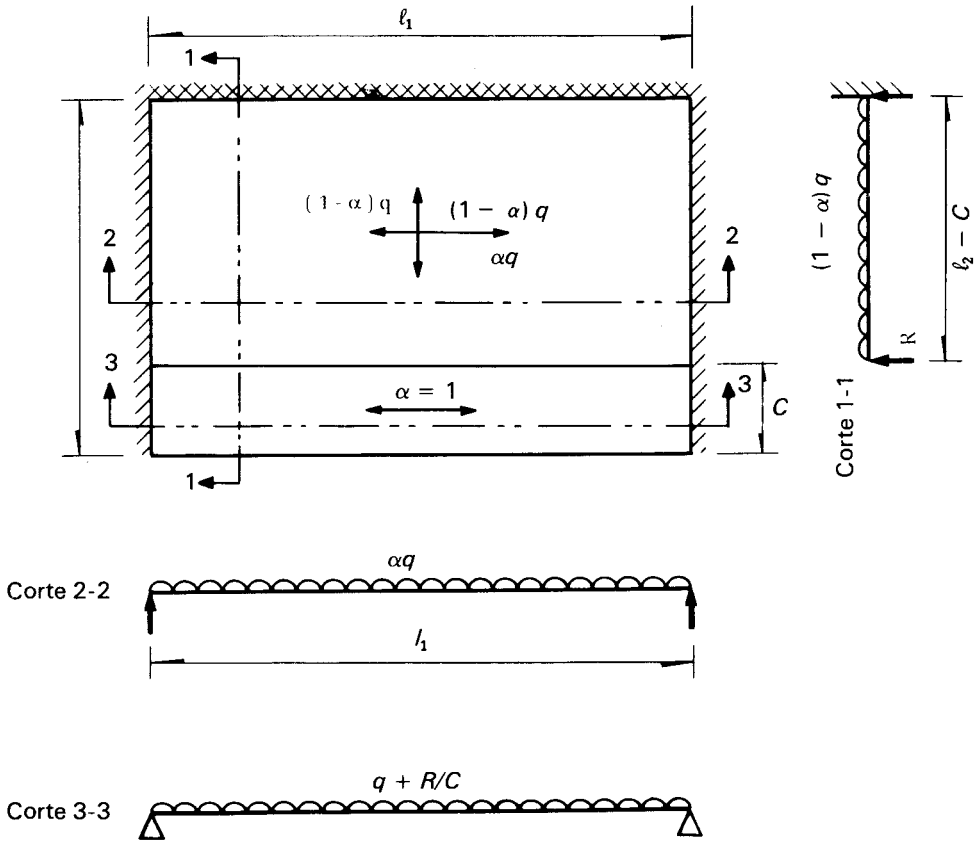


Figura 5.32. Trayectorias de carga para diseño de una zapata rígida.



a) Transmisión de la carga q por franjas en dirección x y en dirección y (como vigas simplemente apoyadas)



b) Definición de franjas y condiciones de carga de cada una

Figura 5.33. Diseño de una losa por el método de las franjas.

En el ejemplo estudiado, la fracción α debe ser menor que 0.5, ya que la rigidez en la dirección 'y' es mayor por ser el claro más corto y uno de los extremos un empotramiento.

Este procedimiento, llamado *método de las franjas o de Hillerborg*, resulta de gran utilidad para el diseño de losas irregulares o con cargas no uniformes. Mayores detalles y ejemplos sobre el método pueden encontrarse en la referencia 5.11.

Como último ejemplo, se estudiará el caso de una conexión viga-columna entre perfiles de acero. El criterio comúnmente aceptado para diseño de conexiones establece que éstas deben ser capaces de resistir las fuerzas internas que se presentan cuando los elementos que conectan alcanzan su máxima capacidad, independientemente de la magnitud de las fuerzas externas aplicadas. En este caso la conexión debe ser capaz de transmitir a la columna el momento que causa la plastificación de la sección de la viga, M_p. Esto implica la aparición de un campo de esfuerzos de compresión diagonal en el alma de la conexión, según las trayectorias de carga mostradas en la figura 5.34.

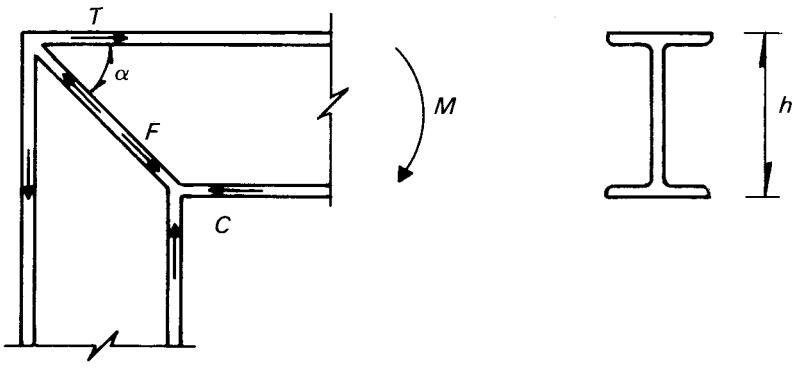


Figura 5.34. Flujo de cargas en una unión viga-columna de acero.

Si se desprecia la contribución del alma a la resistencia a flexión de la viga, se tiene que las fuerzas de tensión y de compresión en los patines valen

$$T = C = \frac{M_p}{h}$$

en que h es el peralte de la viga, medido como la distancia centro a centro de patines

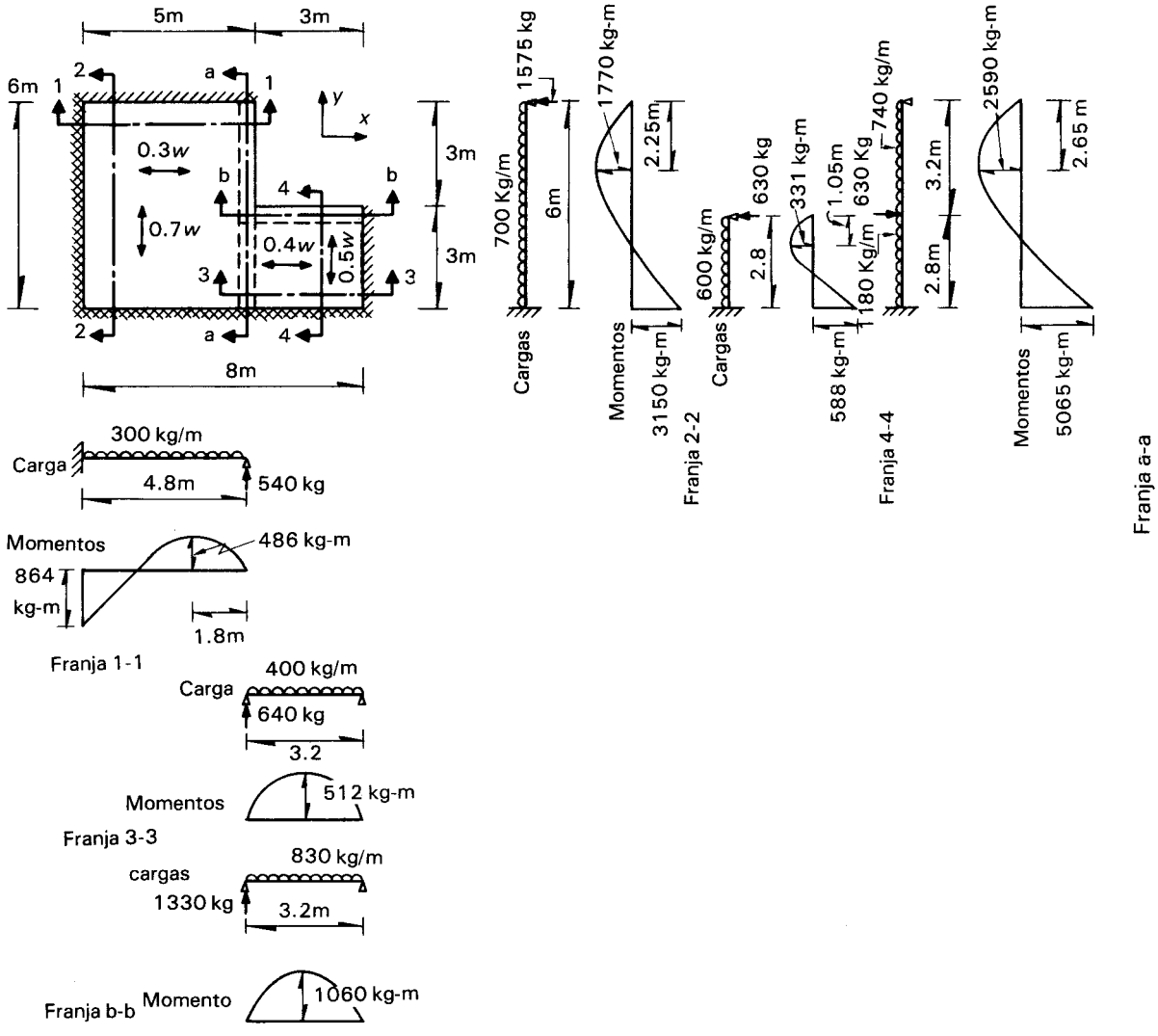
La fuerza F que debe ser transmitida por la diagonal de la conexión resulta, por equilibrio

$$F = \frac{T}{\cos\alpha} = \frac{M_p}{h\cos\alpha}$$

Esta fuerza debe ser resistida de preferencia por un atiesador colocado en la diagonal de la conexión.

Ejemplo 5.5 Diseño de una losa de concreto con el método de las franjas

La figura muestra un tablero de losa que es parte de un sistema de piso. Se trata de una losa de esquina que es continua en dos de sus lados adyacentes y está simplemente apoyada en los muros extremos en una parte de los otros dos lados, en los cuales tiene una esquina entrante que no tiene apoyo. Debe diseñarse para una carga uniformemente repartida de 1 ton/m² (debida a carga muerta más carga viva e incluyendo ya los factores de carga correspondientes). Se deberán determinar los momentos flexionantes para el cálculo del refuerzo en las distintas porciones de la losa.



De acuerdo con el método propuesto para la solución, conviene identificar las dos franjas *a-a* y *b-b* mostradas en la figura, las cuales funcionan como dos vigas ahogadas en el espesor de la losa y sirven de apoyo a ésta en los lados libres. Se tomará un ancho de 40 cm para cada una de las dos franjas de viga. La losa queda así dividida en dos

tableros apoyados en sus cuatro lados. En el tablero de la izquierda, para no sobrecargar la viga *a-a* , conviene diseñar para que la mayor parte de la carga se resista en la dirección y; se supondrá por tanto que $0.7w$ se resiste por flexión en 'y' y $0.3w$ en dirección x (w es la carga uniforme de diseño igual a 1000 kg/m²). Se analizan franjas de ancho unitario en cada dirección sujetas a las cargas y condiciones de apoyo mostradas en los cortes 1-1 y 2-2 de la figura. En ambos casos las franjas tienen apoyo empotrado en un extremo y simple en el otro. El diagrama de momentos se muestra también en la figura. Recuérdese que para una viga en estas condiciones, el análisis elástico indica los resultados siguientes:

- Reacción en el extremo simplemente apoyado,

$$R_A = \frac{3wL}{8}$$

- Momento negativo máximo en el extremo empotrado,

$$M^- = \frac{wL^2}{8}$$

- Distancia entre el punto de momento máximo positivo y el extremo simplemente apoyado

$$x = \frac{3}{8} L$$

- Momento positivo máximo

$$M^+ = \frac{9w}{128} L^2$$

L es el claro de la viga constituida por la franja en estudio. Para las franjas apoyadas en las vigas ficticias ahogadas se ha considerado el apoyo en el centro del ancho de la viga. Los momentos flexionantes consignados son por unidad de ancho y, por tanto, deben ser resistidos por cada metro de ancho de losa.

En el tablero más pequeño de la derecha se asignará una carga mayor ($0.6w$) a la dirección 'y' ya que hay un poco más de rigidez en esa dirección por ser uno de los extremos empotrados; el resto ($0.4w$) deberá resistirse en la dirección x. Las franjas unitarias en cada dirección, 3-3 y 4-4, se analizan en la figura. Nótese que las franjas 3-3 resultan simplemente apoyadas en ambos extremos mientras que las 4-4 están empotradas en el extremo inferior y simplemente apoyadas en el superior.

Finalmente, las franjas correspondientes a las vigas ficticias *a-a* y *b-b* deben analizarse sujetas a las reacciones de las franjas que sobre ellas se apoyan más la carga uniforme aplicada en su ancho tributario (0.4 m). La franja *b-b* estará sujeta a 630 kg/m debido a la reacción de las franjas 4-4, más 200 kg/m debido a la carga aplicada en 0.2 m de ancho (nótese que se ha considerado que las franjas 4-4 se extienden hasta el centro de la franja *b-b*, por lo que la carga en la mitad del ancho de ésta ya había sido tomada en cuenta).

La franja *a-a* estará sujeta en su parte superior a la reacción de las franjas 1-1 más el peso de la carga correspondiente a la mitad de su ancho (540 + 200 = 740 kg/m). En la parte inferior deberá soportar la suma de las reacciones de las franjas 1-1 y 3-3 (540 + 640 = 1180 kg/m). Además deberá resistir la reacción de la viga ficticia *b-b* (630

kg). En la figura aparecen las condiciones de carga y el diagrama de momentos correspondientes. Este último se obtuvo de las expresiones que se encuentran en los manuales para vigas sujetas a carga sólo en parte de su claro.

El refuerzo necesario en la losa para resistir los momentos así determinados se calcula con los procedimientos usuales para dimensionamiento del concreto. El diseño que así se obtiene es seguro, aunque será muy conservador porque la distinción de franjas ha sido muy burda. Para métodos más racionales de diseño de losas puede verse la referencia 5.11.

5.7 ANÁLISIS APROXIMADO DE ESTRUCTURAS A BASE DE MUROS

El análisis riguroso de las estructuras a base de losas y muros de carga resulta mucho más complejo que el de aquellas que están formadas por elementos lineales, principalmente porque las primeras no se prestan a ser subdivididas en sistemas planos que puedan analizarse en forma independiente. Por la gran complejidad de los métodos refinados, los procedimientos que se emplean en la práctica usual para el análisis de estructuras de muros de carga son mucho más burdos y simplistas que los que se acostumbran para marcos.

En lo relativo al análisis ante cargas verticales, hay que considerar que las fuerzas internas que se presentan en los muros debido a las cargas verticales sobre los sistemas de piso dependen en forma importante del grado de continuidad que exista entre muros y losas. En una estructura de concreto monolítica, la conexión entre estos elementos es rígida y hay una perfecta transmisión de momentos entre ellas. Cuando los muros son de mampostería, la continuidad es sólo parcial y la magnitud de los momentos flexionantes que se presentan en los muros es mucho menor que en el caso anterior.

Aunque los momentos perpendiculares al plano del muro debidos a las cargas verticales no sean muy grandes, hay que considerar que también el peralte de la sección del muro es pequeña y, por tanto, la resistencia a flexión es reducida. En estas estructuras se introducen por otra parte, momentos flexionantes en los muros debido a excentricidades accidentales por su falta de verticalidad, o porque las losas no distribuyen su carga con un esfuerzo uniforme en todo el espesor del muro. Los momentos flexionantes debidos a estas causas llegan a ser de mayor magnitud que los que se deben a la restricción al giro en las conexiones. Por esta razón, cuando se cumplen ciertos requisitos relativos a la forma de conexión de los muros, es aceptable evitar el análisis de la flexión en los muros y determinar la carga vertical total sobre cada uno de ellos a partir del área tributaria de losa en

cada piso y considerar dicha carga uniforme distribuida sobre el muro. Los efectos de flexión se suelen cubrir con factores reductivos de la capacidad ante carga axial.

Para estructuras de muros de carga de mampostería, las condiciones para poder despreciar la flexión son las siguientes, según las Normas Técnicas correspondientes del RDF,

a) Que los extremos superior e inferior del muro se encuentren impedidos de desplazarse lateralmente (en dirección normal a su plano), porque existe un sistema de piso que los liga a otros elementos que tienen gran rigidez en esa dirección.
b) Que la carga vertical del sistema de piso se transmita mediante un apoyo directo sobre todo el espesor del muro.
c) Que no existan grandes cargas concentradas aplicadas directamente sobre el muro ni fuerzas importantes en dirección normal a su plano.

Si se cumplen estas condiciones, puede diseñarse cada muro para el efecto de una carga axial uniformemente distribuida, igual a la carga vertical aplicada en su área tributaria. Para tomar en cuenta los efectos de excentricidad accidental y de esbeltez, las Normas Técnicas para Mampostería del RDF requieren que la carga axial resistente del muro se afecte por los factores reductivos siguientes, siempre que la relación altura a espesor del muro no exceda de 20.

"El factor reductivo se tomará igual a 0.7 para muros interiores que soportan claros que no difieren entre sí en más de 50 por ciento, e igual a 0.6 para muros externos y para muros interiores que soportan claros asimétricos que no cumplen con la restricción anterior y para los casos en que la relación carga viva a carga muerta excede de uno. Para muros que están ligados a muros transversales con una separación no mayor de 3 m los factores anteriores se tomarán como 0.8 y 0.7, respectivamente".

La última condición toma en cuenta a que, cuando un muro está ligado a elementos rígidos poco espaciados, disminuyen notablemente los efectos de esbeltez y de excentricidades y, por tanto, los factores reductivos deben ser menos drásticos.

Con respecto a los muros de carga de concreto reforzado, una manera simplista de determinar los momentos flexionantes es a partir de los momentos en los extremos de las losas que en ellos se apoyan, determinados por algún método de coeficientes. Existen diversos procedimientos para calcular los momentos promedio que actúan en diferentes franjas de una losa de concreto apoyada en su perímetro,

mediante coeficientes que afectan el producto de la carga uniforme por el cuadrado del claro corto. Cuando los dos tableros de losa que concurren a un muro tienen momentos flexionantes diferentes, existe un momento de desequilibrio que se distribuirá entre la losa y el muro proporcionalmente a la rigidez a flexión de cada elemento, como se ilustra en la figura 5.35. Cada franja de ancho unitario del muro se diseñará entonces para el efecto de la carga axial más el del momento así determinado. En general, y especialmente si se cumplen restricciones similares a las que se han impuesto para muros de mampostería, la excentricidad resulta pequeña (no mayor que un sexto del espesor del muro) y puede tomarse en cuenta el efecto de la flexión con un factor reductivo que afecta la capacidad en carga axial.

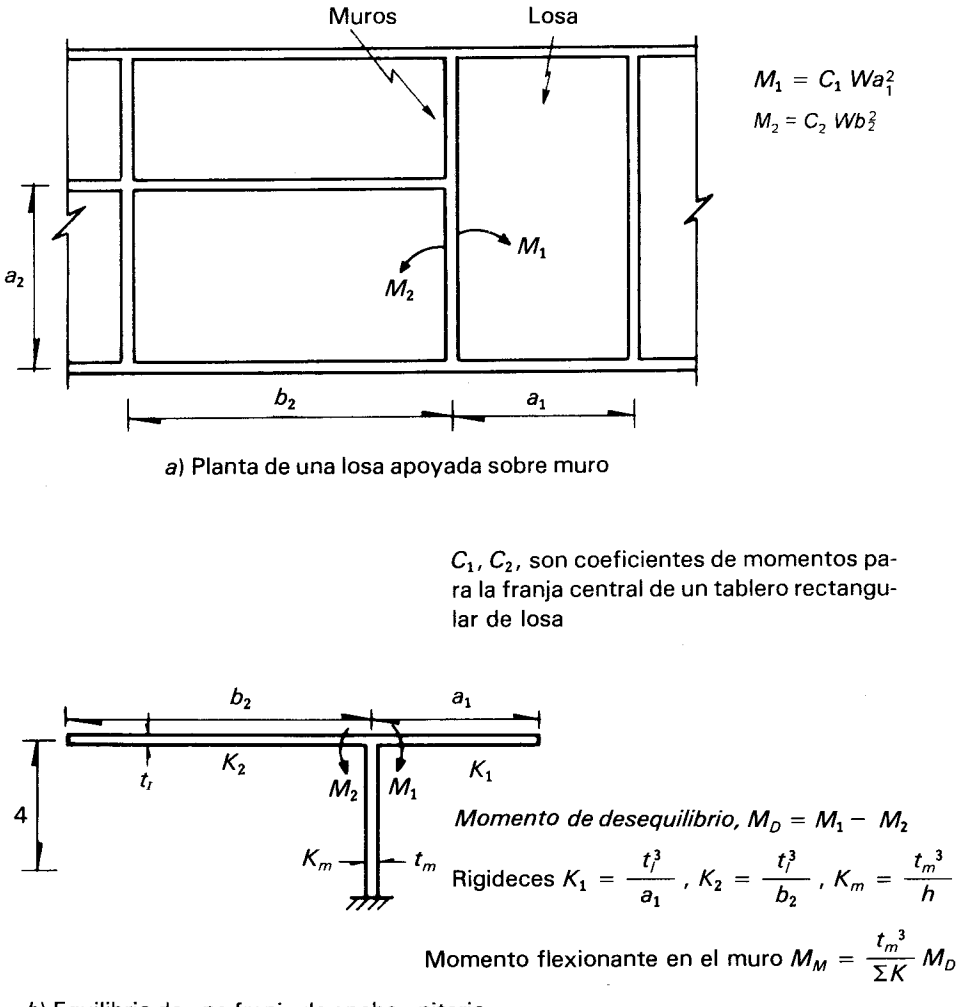


Figura 5.35. Determinación aproximada del momento flexionante en un muro monolítico con la losa.

El código ACI propone una fórmula empírica para el cálculo de la resistencia de un muro de carga de concreto, la

cual reduce la capacidad en función de la esbeltez del muro sin tomar en cuenta la excentricidad; ignora, además, la contribución del refuerzo en el muro a su resistencia, considerando que la cuantía de refuerzo en estos elementos es usualmente la mínima. La expresión (sin afectarla de factores de seguridad) resulta:

$$P_u = 0.55 f'_c \left[1 - \left(\frac{\ell}{40h}\right)^2 \right] \qquad 5.6$$

en que ℓ y h son la altura y espesor del muro, respectivamente, y f'_c es la resistencia especificada del concreto en compresión.

En el análisis ante cargas laterales de estructuras con muros se debe considerar que en la rigidez de éstos pueden intervenir deformaciones por cortante y por flexión. La figura 5.36 muestra la elástica de un muro en voladizo sujeto a una carga lateral aplicada en la punta. El desplazamiento máximo queda definido por la suma de dos términos que representan, en ese orden, la contribución de la deformación por flexión y la debida a cortante, según la expresión

$$\triangle = \frac{VH^3}{3EI} + \alpha \frac{VH}{GA} \qquad 5.7$$

En que V es la fuerza lateral aplicada, H, A e I son la altura, el área y el momento de inercia de la sección transversal del muro, E y G son los módulos de elasticidad y de cortante y α es un coeficiente que depende de la forma de la sección transversal del muro y que vale 1.2 para sección rectangular.

Del estudio de la ecuación anterior, se deduce (figura 5.36), que, si la relación altura a longitud de un muro de sección rectangular excede de 2.5, las deformaciones por cortante son pequeñas (menos de 15 por ciento del total), y pueden ignorarse, quedando la rigidez definida por el término de flexión únicamente. Por otra parte, si la relación altura a longitud del muro es menor que un tercio, son despreciables las deformaciones debidas a flexión.

La segunda situación se da en construcciones muy bajas y de ella se deriva un procedimiento muy directo de análisis por cargas laterales que da lugar al método simplificado de diseño sísmico que se presenta en el capítulo 6 de este libro y que se basa en las consideraciones siguientes.

Si pueden despreciarse las deformaciones de flexión, el desplazamiento del muro en cada entrepiso depende de la fuerza cortante aplicada en dicho entrepiso, y vale

$$\triangle = \frac{\alpha VH}{GA}$$

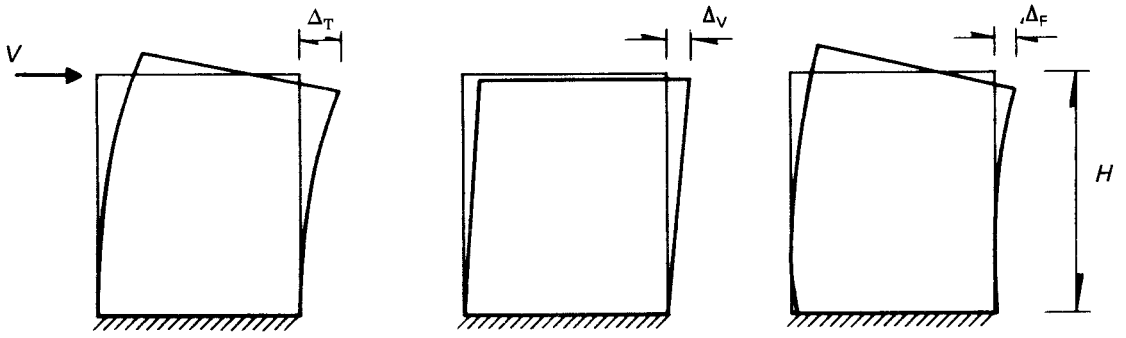
Si la carga lateral está aplicada a diversos muros de misma altura y diferente área transversal, a través de una

losa rígida en su plano, cada muro absorbe una fracción de la fuerza cortante total aplicada en el entrepiso en cuestión, que es proporcional a su rigidez; la rigidez, K_i, de un muro cualquiera vale

$$K_i = \frac{V_i}{\triangle} = \frac{GA_i}{\alpha H}$$

Si todos los muros son, además, del mismo material (G es constante), cada uno de ellos tomará una fracción de la fuerza cortante total, V_{TOT}, igual a

$$\frac{V_i}{V_{TOT}} = \frac{K_i}{\Sigma K_i} = \frac{A_i}{\Sigma A_i}$$

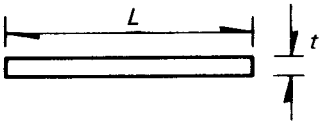


Deformación total = Deformación por cortante + Deformación por flexión

$$\Delta_T = \Delta_V + \Delta_F$$

$$\Delta_T = \alpha \frac{VH}{GA} + \frac{VH^3}{3EI}$$

Para muro de sección rectangular



$$A = tL$$

$$I = \frac{tL^3}{12} = \frac{AL^2}{12} \qquad G = \frac{E}{2(1+\nu)} = 0.4\,E \qquad \alpha = 1.2$$

$$\frac{\Delta_F}{\Delta_V} = \frac{VH^3}{3EI}\,\frac{GA}{\alpha VH} = \frac{H^2\,0.4\,EA}{3E\,\frac{AL^2\alpha}{12}} = 1.33\,(\frac{H}{L})^2$$

Si $H/L = 2.5$, $\frac{\Delta_F}{\Delta_v} = 1.33 \times 2.5^2 = 8.33 \Rightarrow$ Pueden despreciarse las deformaciones por cortante, si $H/L < 2.5$

Si $H/L = 1/3$ $\frac{\Delta_F}{\Delta_v} = 1.33\,\frac{1}{3^2} = 0.15 \Rightarrow$ Pueden despreciarse las deformaciones por flexión, si $H/L < 1/3$

Figura 5.36. Deformaciones por cortante y por flexión de un muro en voladizo sujeto a carga lateral.

O sea, la cortante que toma cada muro es proporcional a su área transversal (si todos los muros son del mismo espesor, la cortante será proporcional a la longitud)

$$V_i = \frac{A_i}{\Sigma A_i} V_{TOT}$$

Lo cual implica además que el esfuerzo cortante en cada muro será el mismo, ya que

$$\nu_i = \frac{V_i}{A_i} = \frac{V_{TOT}}{\Sigma A_L.}$$

Por consiguiente, si se cumple la condición de que las deformaciones por flexión son despreciables, basta revisar que la fuerza cortante total en un entrepiso dividida entre el área total de muros en dicho entrepiso y en la dirección de las fuerzas laterales aplicadas, no exceda de un esfuerzo cortante resistente apropiado para el material de que se trata.

Si la construcción no es muy baja, no podrán despreciarse las deformaciones por flexión; por tanto, el desplazamiento lateral de cada muro en cada entrepiso dependerá de la suma de las deformaciones de flexión y de las de cortante y la porción de la fuerza cortante de entrepiso que será absorbida por cada uno será variable. En forma burda, la fracción de la fuerza cortante que toma cada muro se puede obtener por igualación de los desplazamientos laterales en la punta. Si el sistema de piso es un diafragma rígido en su plano, obligará a los muros a tener un movimiento de cuerpo rígido. Si no existe torsión en planta, todos los muros tendrán un mismo desplazamiento $\triangle$ y, por tanto, la fracción de la carga que tomará cada uno será proporcional a la fuerza lateral necesaria para producir dicho desplazamiento, $\triangle$, o sea a su rigidez lateral.

La rigidez de cada muro, considerado como un voladizo independiente del resto de la estructura, se obtiene como

$$K_i = \frac{V_i}{\triangle}$$

siendo, como se ha visto,

$$\triangle = \alpha \frac{VH}{GA} + \frac{VH^3}{3EI}$$

la fuerza cortante aplicada a cada muro se determina, entonces, como

$$V_i = \frac{K_i}{\Sigma K_i} V$$

Esta fracción se considera igual en todos los pisos, aunque en realidad puede variar sustancialmente. Con esta idealización se está despreciando, además, la restricción que opone el sistema de piso al giro de los muros, que para losas delgadas y muros abundantes suele ser despreciable.

Nuevamente, se remite al *Manual de Diseño Sísmico* del RDF (referencia 5.10) para otros métodos de análisis de estructuras con base en muros o de combinaciones de marcos con muros de rigidez.

REFERENCIAS

5.1 R.N. White, P. Gergely y R. G. Sexsmith, "Diseño estructural" vol 3, *Limusa*, México.

5.2 A. Ghali y A. M. Neville, "Structural Analysis. A Unified Classical and Matrix Approach", *Chapman and Hall*, 2a ed., Nueva York.

5.3 M. F. Rubinstein, "Structural Systems. Statics, Dynamics and Stability", *Prentice Hall Inc.*, Englewood Cliffs, N. J.

5.4 J. R. Benjamin, "Statically Indeterminate Structures. Approximate Analysis by Deflected Structure and Lateral Load Analysis", *Mc Graw-Hill*, Nueva York.

5.5 D. J. Fraser, "Conceptual Design and Preliminary Analysis of Structures", *Pitman Publ., Inc.*, Marshfield, Mass.

5.6 D. L. Schodek, "Structures", *Prentice Hall*, Englewood Cliffs, 2a ed., N. J.

5.7 M. Salvadori y M. Levy, "Structural Design in Architecture", 2a ed., *Prentice Hall*, Englewood Cliffs, N. J.

5.8 P. M. Ferguson, J. M. Breen y J. O. Jirsa, "Reinforced Concrete Fundamentals", 5a edición, *J. Wiley*, Nueva York.

5.9 A. M. Mattock, "Redistribution of Bending Moments in Reinforced Concrete Continuous Beams", Proc *The Institution of Civil Engineers*, vol 13, Londres.

5.10 E. Bazán y R. Meli, "Diseño Sísmico de Edificios", Noriega Ed.

5.11 P. Park y W. L. Gamble, "Reinforced Concrete Slabs", *J. Wiley*, Nueva York.

PROBLEMAS

5.1 Una viga continua de dos claros de 7 m cada uno, está empotrada en su apoyo izquierdo y simplemente apoyada en los otros dos apoyos. Soporta una carga uniforme de 4 ton/m y una carga concentrada a la mitad de su claro derecho de 15 ton. Su momento de inercia es constante.

a) Realice un análisis aproximado por el método del trazo de la elástica y compare con los resultados de un análisis exacto.

b) Realice una redistribución de momentos que no modifique el momento en ninguna sección en más de 10 por ciento y que permita la máxima reducción en el momento máximo sobre la viga.

5.2 Realice dos análisis independientes para cargas verticales y para cargas horizontales del marco de la figura, suponiendo en cada caso la posición apropiada de los puntos de inflexión. En el análisis por cargas laterales utilice los criterios establecidos en el método de Bowman.

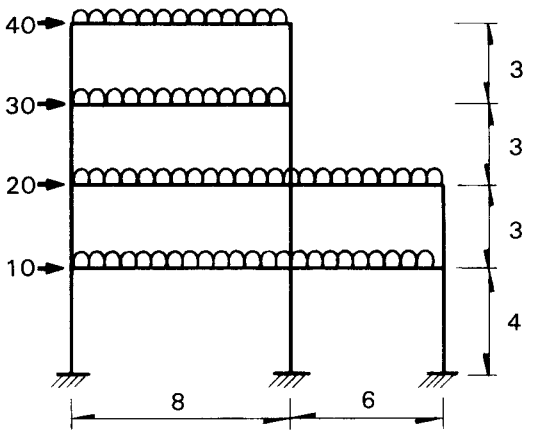
5.3 Un marco de tres pisos, cada uno de 3 m de altura, tiene cuatro crujías de 6 m y está sujeto a una carga lateral de 15 ton en cada piso. El momento de inercia de las vigas es el doble del de las columnas. Realice el análisis por un método aproximado.

5.4 Una viga Vierendeel de cuatro crujías simplemente apoyada en sus extremos recibe una columna arriba de su montante central. La carga de la columna es de 125 ton, el peralte de la viga 2.75 m y el claro de cada crujía de 3 m. Realice el análisis por el método del trazo de la elástica.

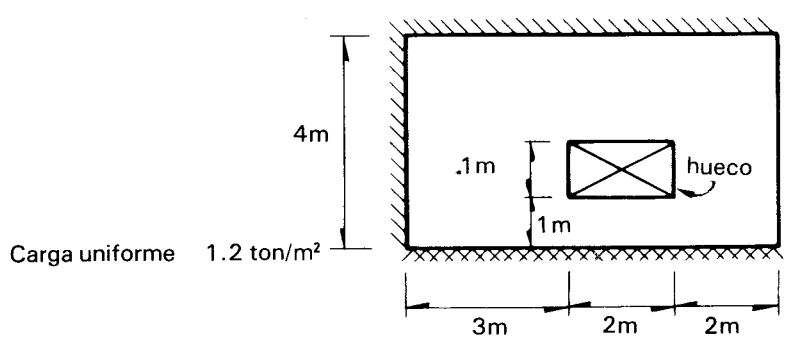
5.5 En un edificio de cuatro pisos iguales, de 8 × 20 m en planta, las cargas laterales en la dirección corta son resistidas por muros de concreto de 15 cm de espesor. Existen dos muros de 3 m de longitud en cada extremo y uno de 5 m en el centro. La altura de entrepiso es de 2.8 m y los muros están conectados entre sí por una losa muy rígida en su plano. El efecto de viento se modela por cargas laterales de 6 ton en cada piso. Determine las fuerzas internas que se originan en cada muro debido a la carga de viento, empleando el criterio aproximado de igualar las flechas en la parte superior de los muros.

5.6 Analice la losa de la figura por el método de las franjas.

393



Dimensiones en m, cargas en ton
carga uniforme en todos los pisos



6.

Diseño sismorresistente

6.1 ASPECTOS BÁSICOS

La acción de un sismo en una estructura reviste aspectos netamente distintos de los de la mayoría de las otras acciones. Las diferencias no residen tanto en las características dinámicas de la acción, cuanto en que sus efectos dependen de una interacción compleja entre el movimiento sísmico, las propiedades del suelo subyacente y las de la estructura misma.

El diseño sismorresistente implica mucho más que la simple consideración de un conjunto de cargas estáticas que se aplican a la estructura; requiere, además y principalmente, la selección de un sistema estructural idóneo y eficiente para absorber los efectos sísmicos y de un cuidado especial en la observancia de requisitos de dimensionamiento y de detalle de los elementos estructurales, y aun de los no estructurales. Esto implica que un diseño adecuado para soportar las acciones comunes puede resultar totalmente inapropiado para resistir efectos sísmicos, como lo demuestran las frecuentes fallas y problemas que se tienen al utilizar sistemas constructivos desarrollados para zonas no sísmicas en otras en que estos efectos son críticos.

En muchas regiones, los sismos representan la causa del mayor número de fallas y daños en las estructuras (figura 6.1) y es necesario tomar precauciones muy especiales a este respecto en el proyecto de todas las estructuras. En otras, su ocurrencia es mucho más esporádica, pero el riesgo de sismos intensos es suficientemente grande para que sus efectos deban tomarse en cuenta en el diseño de las estructuras comunes. Prácticamente ninguna zona puede considerarse totalmente a salvo de los efectos sísmicos, de manera que, aun donde no se tengan evidencias de la ocurrencia de sismos en épocas recientes, las estructuras de gran importancia requieren un diseño sismorresistente.

Figura 6.1. Colapso de un edificio a causa de un sismo (ciudad de México, 1979).

El carácter accidental de la acción sísmica, junto con el elevado costo que implica lograr que, ante un sismo de gran intensidad, la respuesta de una estructura se mantenga dentro de niveles de comportamiento que no impliquen daño alguno, hacen que se trate de aprovechar el trabajo de la estructura para deformaciones que sobrepasan el intervalo elástico; por ello, las propiedades inelásticas de los materiales y elementos estructurales, y en particular la ductilidad, adquieren una importancia fundamental en el diseño sísmico.

A grandes rasgos el diseño sísmico implica:

a) *La definición de la acción de diseño.* Los reglamentos especifican la intensidad sísmica que debe usarse en el diseño de los diversos tipos de estructuras en distintas regiones; sin embargo, en estructuras de particular importancia es necesario realizar estudios específicos para determinar la intensidad del sismo de diseño, tomando en cuenta las características geológicas, topográficas y de mecánica de suelos del sitio particular en que éstas se van a desplantar. Para juzgar sobre estas modificaciones, es importante conocer los aspectos fundamentales de sismología y de riesgo sísmico.

b) *La selección de una estructuración adecuada.* Como se ha dicho repetidamente, la bondad de un diseño depende esencialmente de la idoneidad del esquema estructural para absorber las acciones que lo puedan afectar. En el caso de sismos este aspecto adquiere

una importancia todavía mayor, debido a que los efectos sísmicos dependen fuertemente de las propiedades de la estructura misma y de los elementos normalmente considerados no estructurales. Mediante una estructurtación adecuada puede lograrse que sean menos desfavorales las acciones que inducen un sismo en la estructura.

c) *El cálculo de la respuesta estructural.* Los métodos de análisis sísmico varían grandemente en el nivel de refinamiento; desde la consideración del efecto de una serie de fuerzas estáticas equivalente, hasta el análisis dinámico ante movimientos de la base de la estructura, representativos de los que el suelo de cimentación experimenta durante un sismo. El conocimiento de los aspectos básicos de la respuesta dinámica de las estructuras es siempre necesario, aun cuando se vayan a emplear métodos estáticos para su análisis cuantitativo.

d) *El dimensionamiento y detallado de la estructura.* Debido a que los crterios de diseño aceptan que la estructura entre en etapas inelásticas de comportamieno ante el sismo de diseño, es esencial que se eviten fallas frágiles locales y que, en caso de que ocurra un sismo de excepcional intensidad, se logre una disipación uniforme de la energía del sismo mediante la fluencia de un número alto de secciones. Para lograr este objetivo deben cuidarse los detalles estructurales, no sólo a nivel de secciones y uniones de elementos, sino también en lo que concierne a la conexión entre la estructura y los elementos no estructurales.

Los aspectos anteriores se tratarán en este capítulo con distinto nivel de detalle. Los aspectos de sismología y de riesgo sísmico revisten un grado de especialización fuera del alcance de este texto; por tanto, sólo se cubren a nivel elemental. El estudio de la respuesta estrucural ante sismos requiere de conocimientos previos de dinámica estructural aquí sólo se recordarán brevemnte algunos principios básicos que se emplea para justificar los métodos de análisis. Los requisitos de dimensionamiento y detallado son peculiares da cada material y tipo estructural; se describirán en este capítulo los requisitos principales para estructuras de concreto y algunos aspectos esenciales relativos a estructuras de acero y mapostería.

En general, el tema se cubre a un nivel introductorio. Un tratamiento más completo se encuentra en el libro de Bazán y Meli (referencia 6.6). Para un estudio más profundo se recomienda el texto clásico de Newmark y Rosenblueth (referencia 6.2).

En cuanto a los reglamentos de diseño, se hará mayor referencia, como siempre, al RCDF. Se remite a la publica-

ción sobre las Normas Técnicas de Diseño Sísmico de dicho código (referencia 6.3) para una ilustración detallada de la aplicación de sus requesitos. En algunos aspectos se mencionarán las recomendaciones del código más difundido en los EUA (UBC, referencia 6.4), que se derivan de los desarrollados en California (SEAOC, referencia 6.5).

Una recopilación de las normas de diseño sismorresistentes vigentes en un gran número de países se encuentra en la referencia 6.6.

6.2 SISMOLOGÍA, SISMICIDAD Y RIESGO SÍSMICO

En años recientes se ha avanzado mucho en el conocimiento del origen de los sismos y de los mecanismos geológicos involucrados. La ciencia que se dedica al estudio de las características de los sismos es una rama de la geofísica que se llama *sismología*; las referencias 6.7 y 6.8 constituyen textos elementales y muy accesibles sobre esa materia.

Los sismos de gran magnitud se explican por la teoría llamada *tectónica de placas*. La litosfera, de un espesor de alrededor de 80 km, está subdividida en un buen número de grandes placas. La figura 6.2 muestra una representación de las principales placas. En las zonas donde el espesor de la litosfera es menor, en general en el fondo de los océanos, a través de las discontinuidades de estas placas, fluye hacia arriba el magma que se encuentra a presión y en estado líquido abajo de la litosfera. La emersión de este magma produce empujes sobre las placas adyacentes a la falla; estos empujes se reflejan en los extremos opuestos de las placas donde se generan grandes presiones en las zonas de contacto. Según las características de las placas que entran en contacto se presentan distintos fenómenos, ilustrados en la figura 6.3. Donde entra en contacto una placa oceánica con una continental, la primera de menor espesor y mayor densidad se hunde abajo de la segunda, ocasionando la desaparición de parte de la litosfera que se vuelve nuevamente magma. Cuando entran en contacto dos placas continentales que se mueven en sentidos opuestos, se suele producir una elevación, o sea ambas placas se doblan hacia arriba dando lugar a la formación de grandes cadenas montañosas (como la del Himalaya). Cuando la dirección del movimiento de dos placas continentales es similar, se produce un deslizamiento de una sobre la otra, sin que haya creación o destrucción de litosfera. La falla de San Andrés en California es de este último tipo. El fenómeno mencionado produce la llamada *deriva de los continentes*, o sea, el movimiento de las placas en las direcciones mostradas con flechas en la figura 6.2, que hace que regiones enteras de la superficie terrestre se trasladen y cambien de posición entre sí. Para

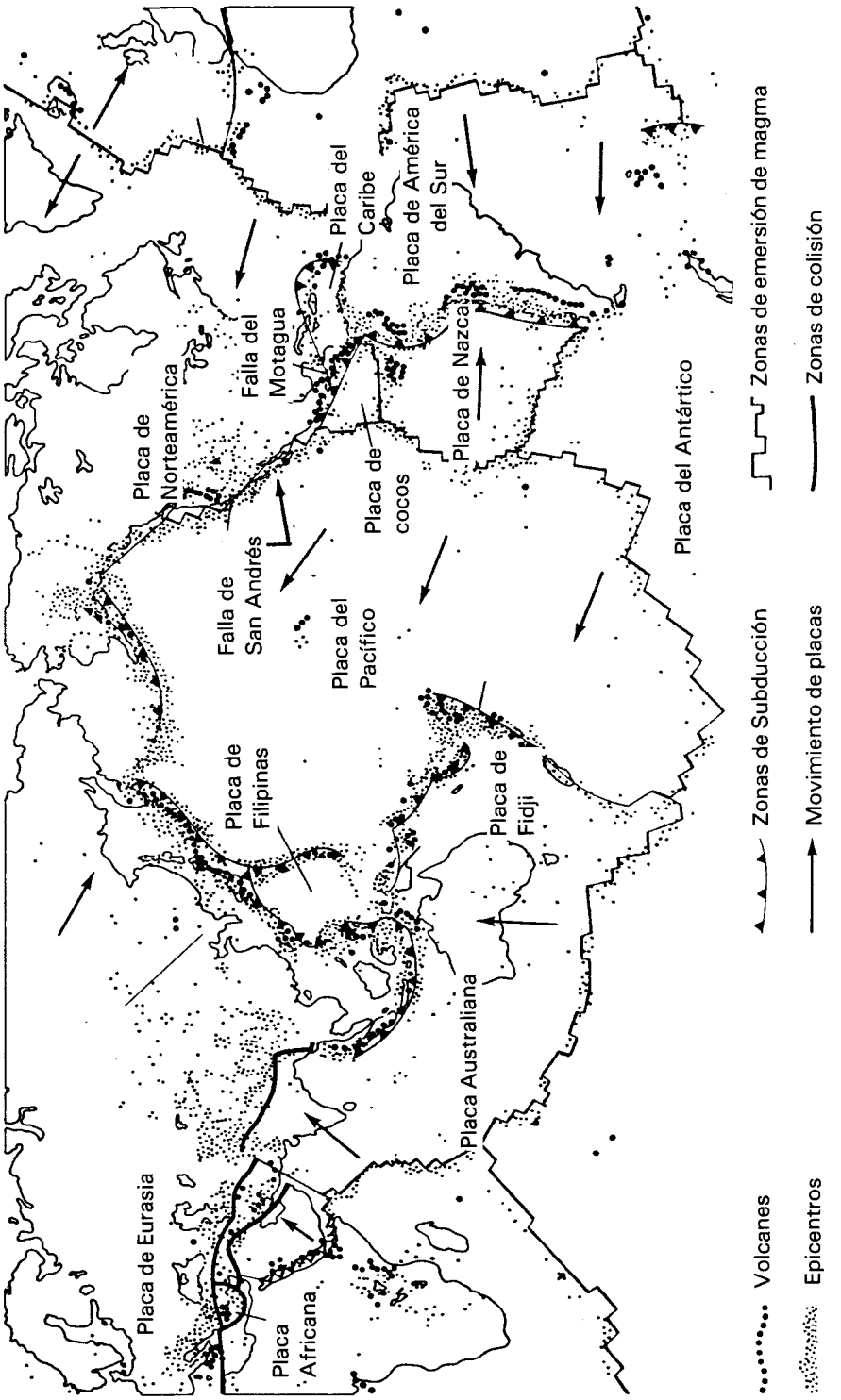


Figura 6.2. Mapa que muestra la relación entre las principales placas tectónicas y la localización de los epicentros de terremotos y de los volcanes (de Bolt, referencia 6.7).

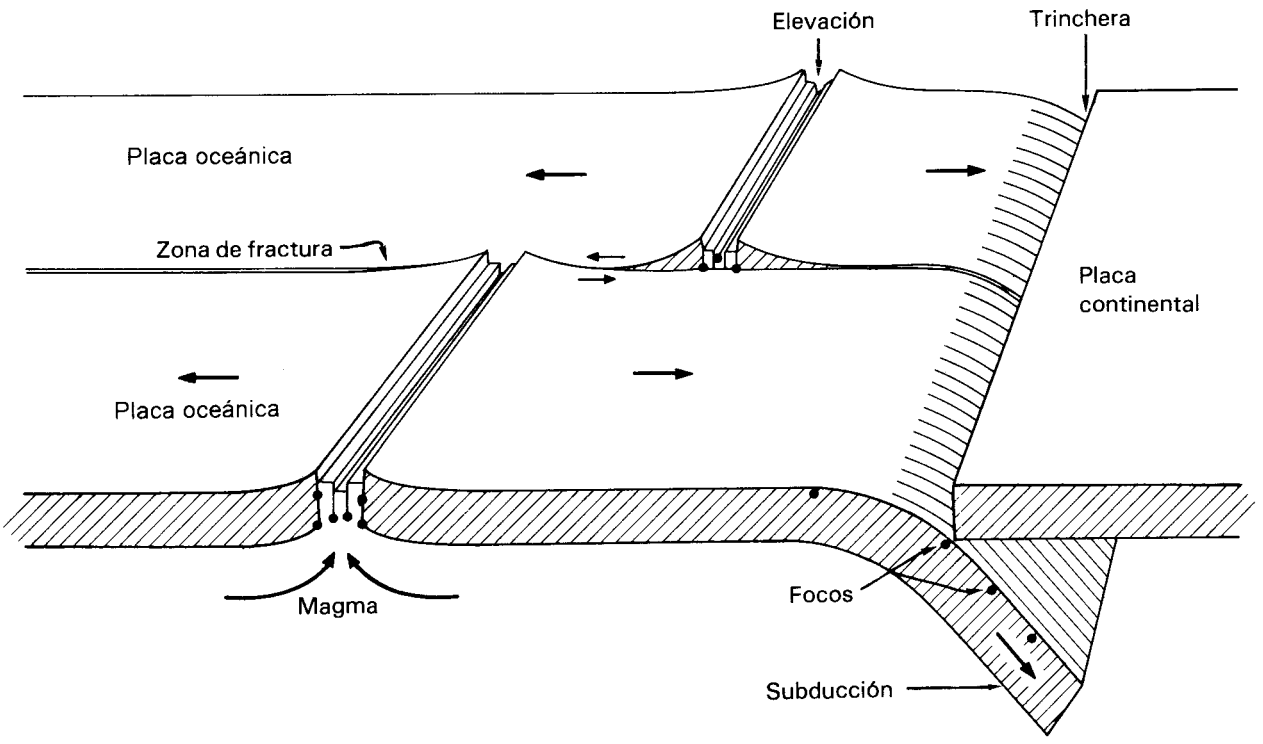


Figura 6.3. Movimiento de placas y generación de sismos.

dar una idea aproximada de la magnitud del fenómeno, basta decir que los movimientos son del orden de una decena de centímetros al año y han provocado que a lo largo de millones de años, América del Sur pasara de estar al lado de la costa occidental del Africa a ocupar su posición actual.

El corrimiento en la zona de contacto entre dos placas no ocurre de manera continua y suave; la fricción entre las rocas hace que se puedan generar en la superficie de contacto entre las placas esfuerzos considerables, hasta que se vence la resistencia mecánica en dicha superficie, provocando un deslizamiento brusco y la liberación súbita de una gran cantidad de energía. Este deslizamiento ocurre en cierta longitud a lo largo de la falla. Mientras mayor es la longitud afectada por el movimiento, mayor será la cantidad de energía liberada. La energía liberada produce ondas en la corteza terrestre, las que se transmiten a grandes distancias y provocan la vibración de la superficie del suelo.

La correlación entre la localización de las fallas geológicas que constituyen zonas de contacto entre placas y los puntos donde se originan los sismos, se aprecia claramente en la figura 6.2, donde se ubican los epicentros de terremotos ocurridos en este siglo hasta 1960. Se aprecia que los epicentros se concentran en franjas bien definidas, la principal de las cuales constituye el llamado Cinturón Circumpacífico; otra es el Cinturón Alpino. Todas estas zonas corresponden a límites entre placas. Aunque la gran mayoría de los sismos

ocurren en esas zonas, algunos llegan a producirse en fracturas que existen dentro de las placas.

En México, la mayoría de los sismos de gran magnitud ocurren por la subducción de la placa de Cocos por debajo de la placa de Norteamérica. La línea donde comienza la subducción se encuentra a pocos kilómetros fuera de las costas de Chiapas, Oaxaca, Guerrero y Michoacán. Por tanto, como se aprecia en la figura 6.4, cerca de allí es donde se encuentra localizada la gran mayoría de los epicentros.

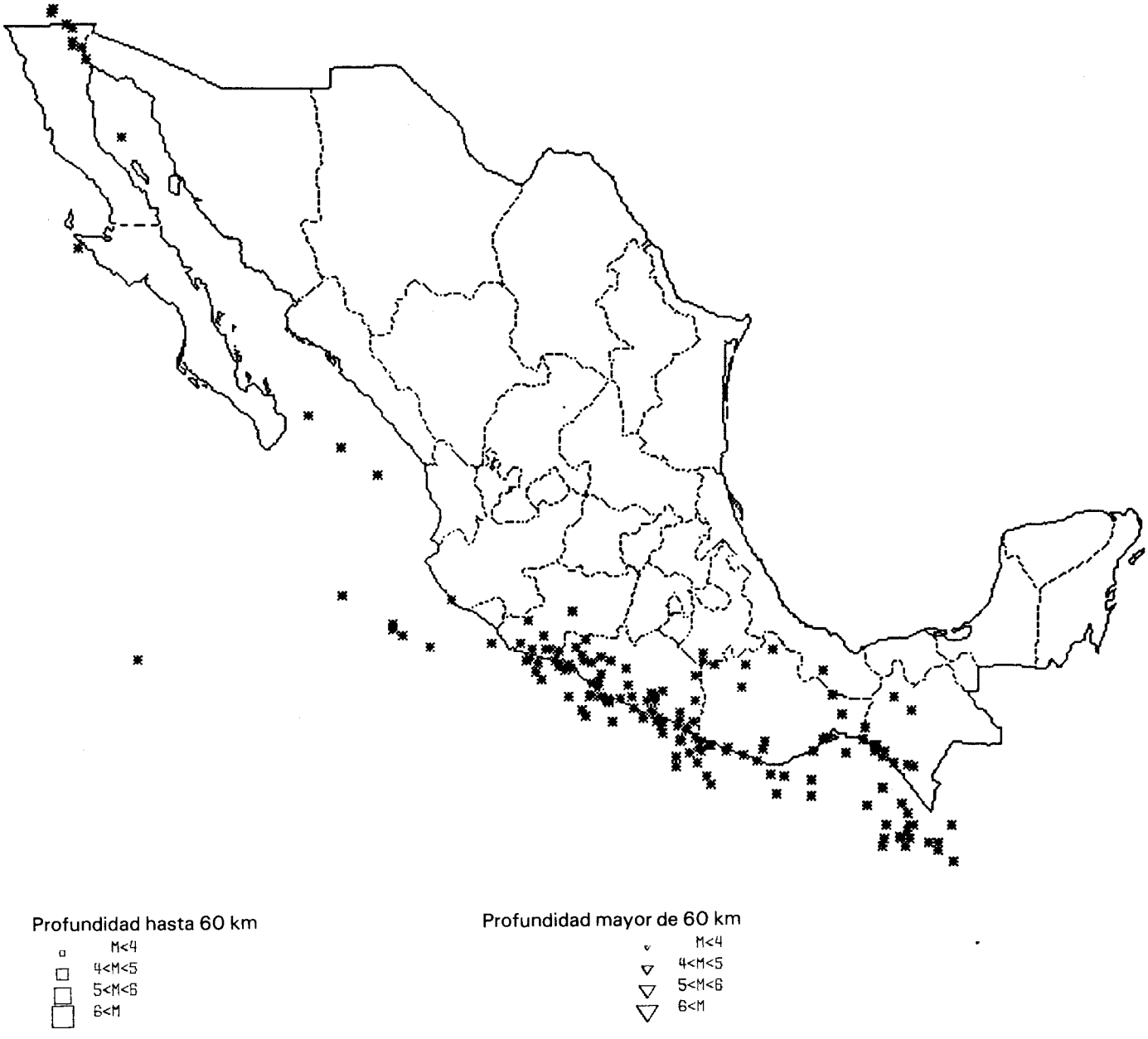


Figura 6.4. Epicentros de sismos de magnitud 5 o mayor ocurridos en México en el periodo 1963-1993.

Los deslizamientos entre las placas que generan los sismos no ocurren a intervalos definidos y constantes; según las características de la superficie de contacto en una zona particular, puede ocurrir un corrimiento en breve tiempo después de un sismo previo o, por el contrario, en esa zona pueden acumularse grandes cantidades de energía y pueden pasar varias décadas antes de que se produzca un nuevo corrimiento. En general, en el primer caso se tratará de un sismo de poca magnitud y en el segundo de uno muy severo. Estas consideraciones han llevado a los sismólogos a tratar de analizar la sucesión temporal de la ocurrencia de sismos en diversas zonas de subducción, para identificar las llamadas brechas sísmicas, o sea aquellas zonas que son sísmicamente activas y que han tenido un largo periodo de quietud y en las que, por tanto, se espera ocurra en un futuro próximo un sismo de magnitud apreciable.

La brusca caída de esfuerzos que acompaña el deslizamiento de las placas genera ondas sísmicas debidas a las deformaciones longitudinales (de compresión) o transversales (de cortante) de la roca. Estas ondas viajan alejándose de la falla y su amplitud se va atenuando poco a poco. Las ondas longitudinales (llamadas ondas *P* o principales) viajan a mayor velocidad y tienen amplitudes menores que las ondas de cortante (ondas *S* o secundarias). A medida que se alejan de la falla, las ondas mencionadas se reflejan en las capas superficiales y producen otro tipo de ondas (de superficie) que tienen velocidades menores que las dos anteriores. De esta manera, cerca de la falla, los tres tipos de ondas están superpuestos, pero a distancias grandes de la falla se distinguen los tres trenes de ondas porque llegan en tiempos diferentes.

La velocidad y la distancia a las que se pueden transmitir las ondas sísmicas dependen de las propiedades mecánicas del medio que atraviesan y puede haber amplificaciones locales de ondas de determinadas frecuencias cuando se atraviesan estratos de suelo con ciertas propiedades mecánicas. La amplitud y el contenido de frecuencias de las ondas en un sitio dado dependen, principalmente, de la magnitud del sismo, de la distancia del sitio a la zona donde se generó el sismo y de las propiedades del subsuelo local.

Conviene aclarar aquí algunos términos de uso común en sismología y que se emplean con frecuencia de manera inapropiada.

La *magnitud* de un sismo es una medida del tamaño del mismo que es independiente del lugar donde se hace la observación y que se relaciona en forma aproximada con la cantidad de energía que se libera durante el evento. Se determina a partir de las amplitudes de registros de sismógrafos estándar. La escala más conocida de magnitudes es la de Richter (m_L). Cada incremento de una unidad en la esca-

la de Richter implica un aumento de 32 veces en la cantidad de energía liberada. Existen otras escalas de magnitud que se basan en ondas de cuerpo (m_b) en ondas superficiales (m_s) y en el momento sísmico (m_w). Hay diferencias significativas en las magnitudes medidas por las diferentes escalas.

La *intensidad* de un sismo es una medida de los efectos que éste produce en un sitio dado, o sea de las características del movimiento del terreno y de la potencialidad destructiva del sismo, en ese lugar en particular y en lo que concierne a sus efectos en las construcciones. Se han propuesto diversas escalas para medir la intensidad; algunas son muy precisas pero se basan en mediciones instrumentales difíciles de obtener para los sitios que interesan. La más común es la de Mercalli modificada, en que la intensidad se mide por una apreciación subjetiva del comportamiento de las construcciones en el sitio. Las intensidades varían en grados que se designan con los números romanos I a XII. Debido a que la intensidad se asigna con base en la gravedad del daño sufrido por las construcciones, ésta resulta poco confiable, ya que el grado asignado depende de la calidad de las construcciones del lugar.

Es frecuente la confusión entre magnitud e intensidad. Debe recordarse que la magnitud es una medida de la potencia del sismo en sí, independiente del lugar donde se mide. La intensidad es una medida de las características del movimiento del terreno que el sismo provoca en un sitio dado. Desde el punto de vista de la ingeniería sísmica, lo que interesa son las intensidades que pueden presentarse en el lugar donde se va a construir la estructura. Una misma intensidad puede ser producida por un sismo lejano de gran magnitud o por uno cercano de mucho menor magnitud. Por ejemplo, el sismo que destruyó Managua en 1972 fue de magnitud relativamente baja (5.7 en la escala de Richter); su foco epicentro se localizó, sin embargo, en el mismo centro de la ciudad, así que la intensidad del movimiento del terreno fue muy alta en Managua (del orden de IX en la escala de Mercalli) y la destrucción que provocó fue extraordinaria.

El *foco* de un sismo es el lugar donde comienza el corrimiento de la falla geológica que originó el sismo; *epicentro* es el punto sobre la superficie terrestre directamente encima del foco. El foco y el epicentro se determinan a partir de mediciones instrumentales en diversos sitios; su localización resulta frecuentemente poco precisa debido a la falta de un número suficiente de instrumentos y al desconocimiento de la estructura terrestre.

La *sismicidad* de una zona se relaciona con la actividad sísmica de la región o, más propiamente, con la frecuencia con que se generan sismos de diferentes magnitudes en el área considerada.

El *peligro sísmico* de un sitio se relaciona con la intensidad de los movimientos sísmicos que se esperan en el lugar y con la frecuencia con que se exceden movimientos de distintas intensidades. El peligro sísmico de un lugar dependerá de la sismicidad de las regiones que se encuentran a distancias tales que los sismos en ellas generados pueden producir efectos apreciables en el sitio. La acción sísmica de diseño para una estructura dada dependerá, por tanto, del peligro sísmico del lugar donde ésta se va a construir.

Un *acelerograma* es un registro de la historia de aceleraciones que provoca el sismo en una dirección determinada y constituye la descripción más útil del movimiento del suelo en un lugar. Los acelerogramas se registran en aparatos llamados acelerógrafos que, colocados en un sitio, arrancan automáticamente al ser excitados por el movimiento del terreno y registran simultáneamente la aceleración en dos direcciones horizontales ortogonales y en una vertical (figura 6.5). El análisis de los acelerogramas permite una evaluación cuantitativa de la intensidad sísmica, mucho más objetiva y confiable que por medio de la escala de Mercalli. Las características de los acelerogramas que más se relacionan con la potencialidad destructiva, o sea con la intensidad del sismo, son la aceleración máxima, la duración de la etapa sensible, o sea de aquélla en que la amplitud de aceleración tiene un valor apreciable y, finalmente, las frecuencias dominantes del movimiento.

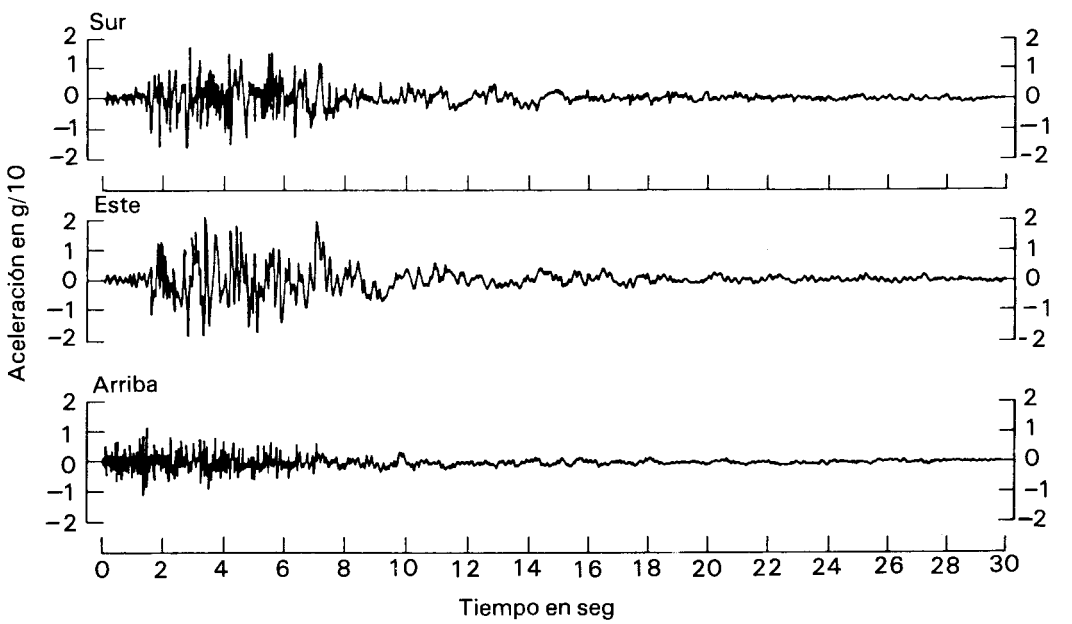


Figura 6.5. Acelerogramas de los tres componentes de un sismo (registrados a 20 km del epicentro del sismo de San Fernando, 1971).

El movimiento del terreno puede considerarse constituido por la superposición de vibraciones armónicas con distintas frecuencias. Según las características del sismo, las ondas cuya frecuencia se encuentra dentro de cierto intervalo tienen amplitudes mayores que las demás y son dominantes en cuanto a efectos sísmicos en las estructuras. Por ejemplo, en sismos registrados muy cerca del epicentro prevalecen las vibraciones de alta frecuencia (periodos cortos), mientras que en un sismo registrado lejos del epicentro prevalecen los movimientos de baja frecuencia (periodos largos). Esto se debe a que las ondas de alta frecuencia se amortiguan más rápidamente con la distancia, que los de baja frecuencia.

Las aceleraciones que producen mayores daños en las estructuras son las horizontales; las aceleraciones verticales son de amplitud apreciable sólo en sitios cercanos al epicentro y producen solicitaciones severas sólo en algunas formas estructurales particulares. Existen, además, efectos sísmicos excepcionales que no dependen de las aceleraciones; éstos son esencialmente los debidos a inestabilidad del suelo sobre el que está desplantada la estructura. Por ejemplo, los fenómenos de licuación que ocurren cuando arenas poco densas saturadas, por efectos de la vibración producida por el sismo, pierden su fricción interna y se comportan prácticamente como un líquido, con lo cual su capacidad de carga se vuelve casi nula, dando lugar a fuertes hundimientos e inclusive al volteo de las estructuras en ellas desplantadas. Otros ejemplos son los derrumbes o deslizamientos de laderas que pueden arrastrar con ellos las construcciones, y los movimientos relativos de los bordes de una falla que pueden provocar rupturas en una estructura que la cruce. La forma de protegerse contra estos fenómenos no es diseñar la estructura para que los absorba, sino reducir la probabilidad de que se presenten, con tratamientos previos de los suelos o evitando construir en zonas particularmente críticas.

La aceleración no es el único parámetro del movimiento del suelo que influye en la respuesta de las estructuras; importan además la velocidad del movimiento del terreno y, en algunos casos, su desplazamiento. Integrando en el tiempo del acelerograma se obtiene la historia de velocidades e, integrando esta última, se obtiene la de desplazamientos del terreno. La integración se realiza mediante métodos numéricos estándar. La figura 6.6 muestra las aceleraciones, velocidades y desplazamientos del acelerograma registrado en el sitio SCT para el sismo del 19 de septiembre de 1985 que causó gran destrucción en la ciudad de México. Se aprecia que la aceleración máxima registrada (0.16 g) es pequeña comparada con otros eventos que han causado mucho menos destrucción. Por otra parte, los desplazamientos del terreno fueron extraordinariamente elevados (hasta 20 cm). Esto indica que la aceleración máxima del terreno no es un indicador suficiente de la inten-

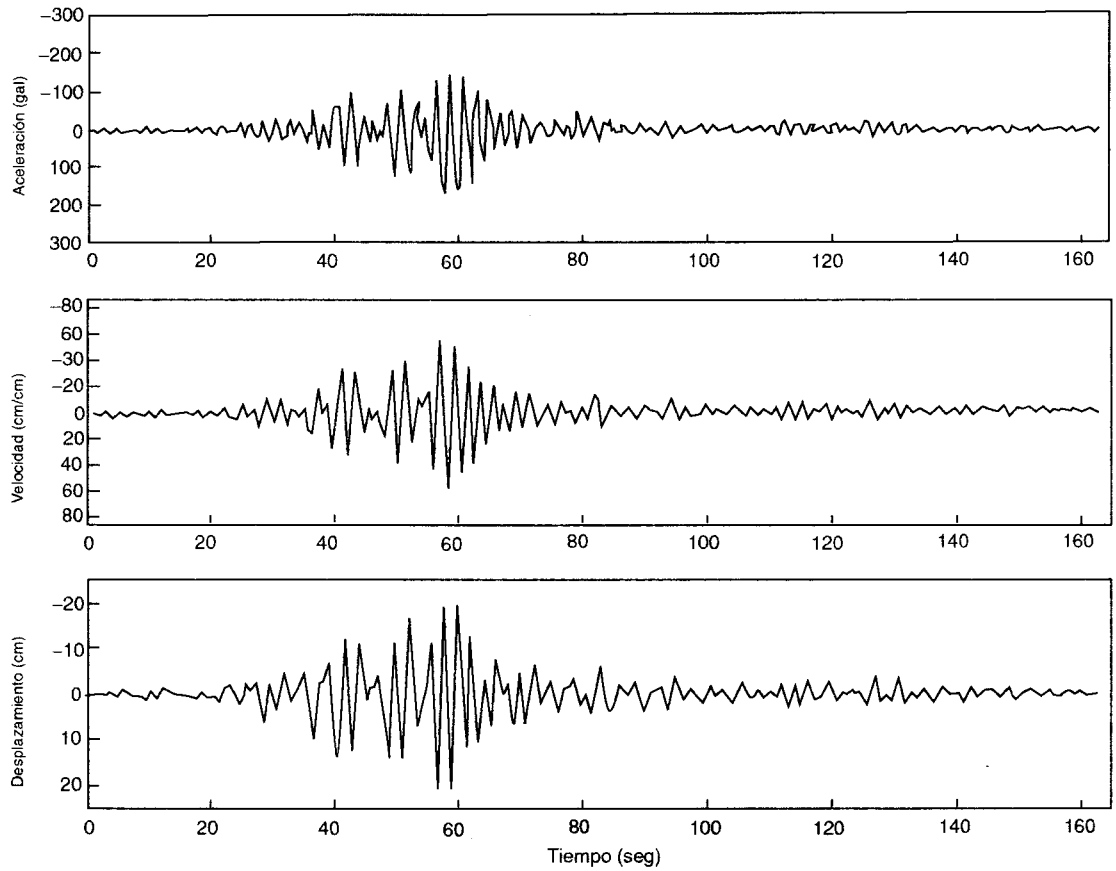


Figura 6.6. Historias de aceleraciones, velocidades y desplazamientos del terreno en un sismo registrado en la ciudad de México. (Componente E-W del registro SCT del sismo del 19 de septiembre de 1995.)

sidad de un sismo; aceleraciones moderadas asociadas a movimientos del terreno de periodo largo son extremadamente destructivas.

Los estudios del peligro sísmico de lugares específicos se basan esencialmente en análisis estadístico de la información disponible sobre los sismos ocurridos. La cantidad y calidad de los datos disponibles es muy variable de uno a otro lugar. En general, se tiene información bastante confiable acerca de las magnitudes y epicentros de los sismos de mediana o gran magnitud ocurridos desde principios de siglo en cualquier parte del mundo. Antes de eso, sólo hay información histórica muy vaga acerca de la ocurrencia de sismos de gran magnitud. El lapso en que se cuenta con mediciones confiables es, por tanto, muy pequeño comparado con los periodos de recurrencia del orden de un siglo o más para los que se necesita determinar el sismo de diseño.

La interpretación de los datos estadísticos se basa usualmente en la hipótesis de que el proceso de generación de los sismos es estacionario, o sea que la probabilidad de ocurrencia de un sismo en un sitio es constante en el tiempo. Esto implica que no hay aumentos o disminuciones de la sismicidad con el tiempo y que el hecho de que haya ocurrido un temblor de determinada magnitud en una cierta fecha, no modifica la probabilidad de que ocurra otro sismo igual o de otra magnitud en una fecha posterior. La explicación actualmente aceptada

sobre el mecanismo de generación de sismos contradice esta hipótesis ya que, una vez liberada cierta cantidad de energía a través de un sismo, se necesita cierto lapso para que se vuelvan a generar esfuerzos elevados en el contacto entre las placas; sin embargo, el análisis estadístico de los datos sísmicos disponibles muestra que, para intervalos de varias décadas, la hipótesis de un proceso estacionario da resultados aceptables. El modelo de probabilidades más generalmente empleado en los estudios de peligro sísmico es el de Poisson.

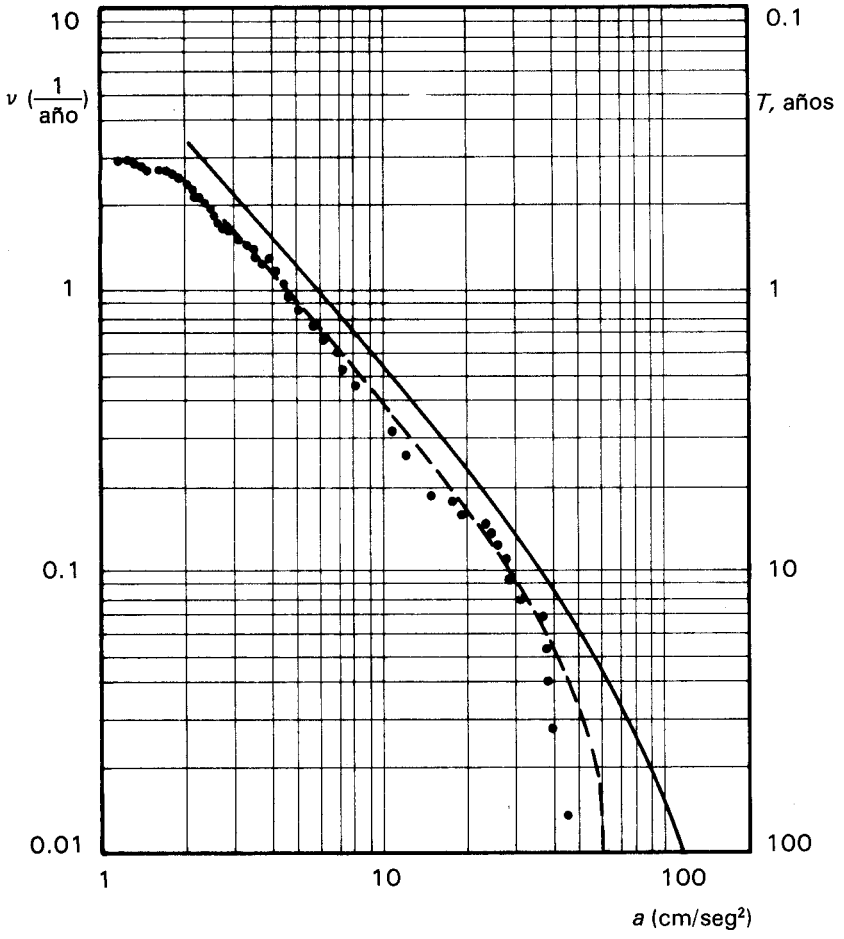
La información estadística más confiable se refiere a la magnitud de los sismos ocurridos; sin embargo, lo que interesa es la intensidad que puede presentarse en el sitio donde se va a construir una estructura. Es necesario, por tanto, establecer una relación entre magnitud e intensidad. Los parámetros básicos que definen la intensidad sísmica son la aceleración y velocidad máxima que el terreno experimenta. Con base en el análisis de un gran número de acelerogramas registrados en distintos lugares para un mismo sismo, se han establecido relaciones empíricas entre la magnitud de un sismo y la velocidad y aceleración máxima del terreno en un sitio que se encuentra a cierta distancia del epicentro. Estas relaciones se conocen como *leyes de atenuación* y, entre las más empleadas internacionalmente, están las propuestas por Esteva (referencia 6.9)

$$a = 1230\, e^{0.8M}\, (R + 25)^{-2} \text{ en cm/seg}^2$$

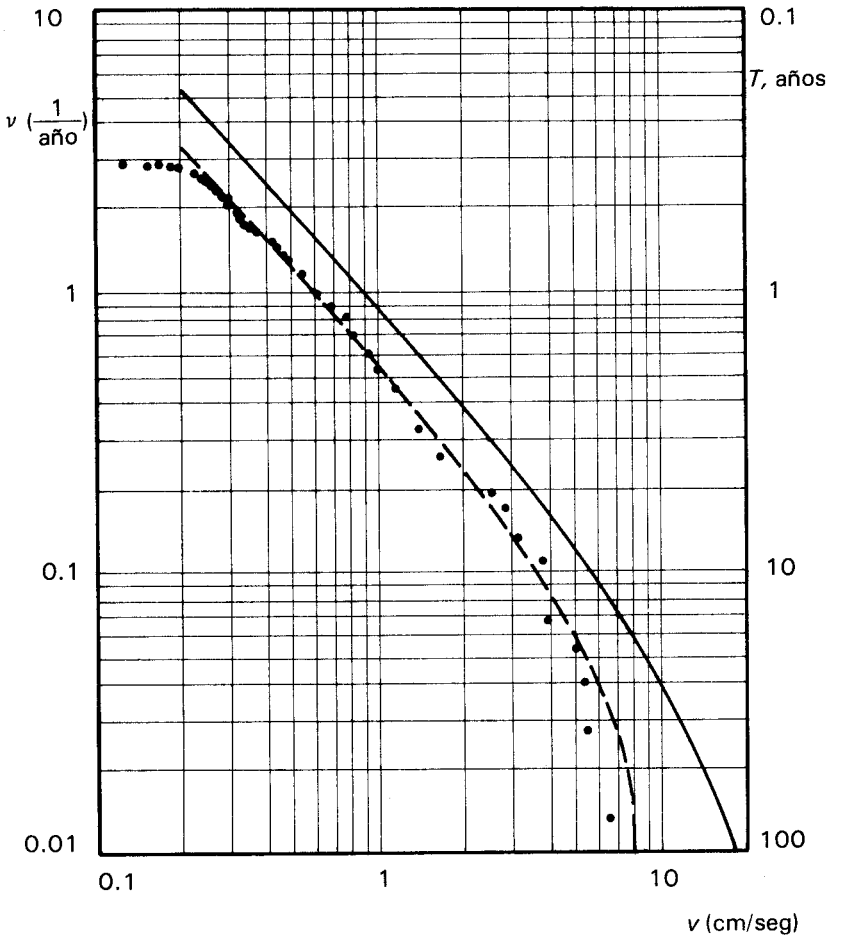
$$v = 15 e^{M}\, (R + 0.17\, e^{0.59M})^{-1.7} \text{ en cm/seg}$$

en que a y v son la aceleración y velocidad máximas del terreno, M la magnitud del sismo y R la distancia entre el foco y el sitio en estudio, en km. El grado de precisión de las leyes de atenuación de tipo general, como las anteriores es muy pobre. Las diferencias pueden ser de más de 100 por ciento. Para una confiabilidad aceptable se requieren leyes de atenuación basadas en datos específicos de la región en estudio.

Es posible, recurriendo a alguno de los catálogos existentes de magnitudes y epicentros de sismos, seleccionar todos aquellos que tuvieron su epicentro a una distancia tal del sitio en estudio que pudieron haber causado allí algún daño; suele considerarse un radio de 500 km alrededor del sitio. Si, para cada uno de estos sismos se aplican las leyes de atenuación y se determinan la aceleración y velocidad máxima que debieran haber ocurrido en el lugar, por simple cuenta se puede determinar el número de veces que se ha excedido un valor dado de velocidad o aceleración en el periodo cubierto por el catálogo. Esta información se utiliza para construir curvas frecuencia-intensidad, como las que muestran en la figura 6.7, y para ajustar a los puntos determinados en esa forma una curva por medio de una regresión estadística.



a) Relación entre frecuencia, ν, y aceleración, a



b) Relación entre frecuencia y velocidad

Figura 6.7. Relaciones frecuencia-aceleración y frecuencia-velocidad para un sitio de la costa del golfo de México (de referencia 6.10).

El caso de la figura 6.7 indica, por ejemplo, que para ese sitio, una aceleración del terreno de 50 cm/seg^2 (aproximadamente 0.05g o sea 5 por ciento la aceleración de la gravedad) se excede en promedio cada 70 años, o sea tiene un periodo de recurrencia de 70 años.

Para valuar el peligro sísmico de un sitio particular se suelen apoyar los estudios estadísticos anteriores con otras dos fuentes de información. Por una parte la que proviene de estudios acerca de las fallas geológicas que existen en la región. Una evaluación de dichas fallas por parte de un geólogo especialista puede determinar si existen zonas que hayan sido sísmicamente activas en épocas recientes, del orden de 30 000 años, y aproximadamente qué longitud de falla fue afectada por el movimiento sísmico. De estos datos el especialista puede hacer deducciones sobre la máxima magnitud del sismo que se puede generar en esa falla. De ello, mediante las leyes de atenuación, se determina la aceleración y velocidad máxima del terreno que dicho sismo puede ocasionar en el sitio. Por otra parte, se puede recurrir a la información acerca de intensidades sísmicas ocurridas en el sitio de interés, generalmente a nivel de grados en la escala de Mercalli estimados a partir de la descripción de los daños y, excepcionalmente, consistente en registros de aceleraciones. La información adicional así obtenida, procesada mediante técnicas estadísticas adecuadas, permite corregir las relaciones frecuencia-intensidad que resultaron de los estudios de sismicidad.

Estudios de peligro sísmico para el sitio específico se justifican sólo para obras de excepcional importancia, como presas y centrales termo y nucleoeléctricas. Para las obras comunes sólo puede recurrirse a estudios de carácter mucho más general que dan lugar a la *regionalización sísmica* de un país. Aplicando técnicas como las antes descritas, se determina el peligro sísmico de un número de sitios suficiente para distinguir zonas de peligro sísmico semejante y poder asociar a ellas un valor de aceleración y velocidad máxima de terreno, u otra medida de la intensidad, que corresponden a un periodo de recurrencia dado. La figura 6.8 muestra la regionalización sísmica de México contenida en el Manual de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad (referencia 6.13). Se aprecia que el país se divide en cuatro zonas designadas con las letras de A a D en orden creciente de peligro sísmico. El peligro sísmico depende esencialmente de la distancia a la zona de mayor generación de sismos de gran magnitud que es la que se encuentra en la costa del Pacífico frente a los estados de Michoacán, Guerrero, Oaxaca y Chiapas.

Deben tenerse ciertas precauciones al emplear mapas de regionalización como el mencionado, ya que la subdivisión es forzosamente burda y en una misma zona pueden quedar incluidos sitios de peligro sísmico significativamente distintos.

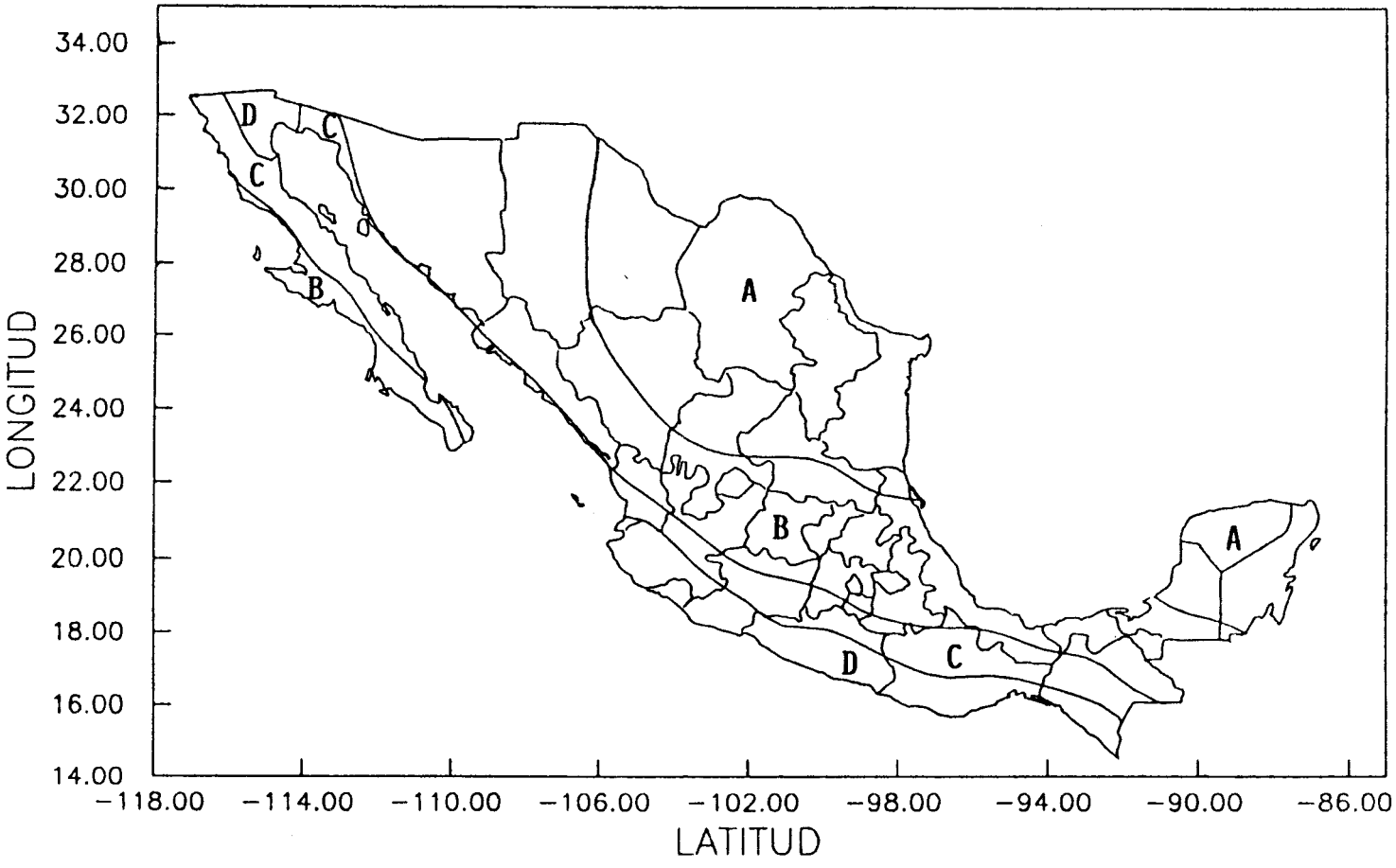


Figura 6.8. Regionalización sísmica de México (Manual de Diseño de Obras Civiles, CFE, referencia 6.13).

Las diferencias se deben esencialmente a efectos de tipo geológico, topográficos y geotécnicos, ya mencionados, que alteran significativamente la amplitud y contenido de frecuencia de las ondas. Éstos se engloban en el término *efectos de sitio* cuya cuantificación es importante para la definición del peligro sísmico de centros urbanos y de lugares donde se van a construir obras de gran importancia. Estos estudios se denominan de *microzonificación,* ya que conducen a distinguir las variaciones en las características del peligro sísmico en un área pequeña. Un caso extremo de la influencia de los efectos de sitio se da en el valle de México, donde la presencia de gruesos depósitos de arcillas muy deformables produce amplificaciones extraordinarias en las ondas de periodo largo y da lugar a movimientos como el mostrado en la figura 6.6 que llega a producir daños graves en estructuras que tienen periodo de vibración largo, como los edificios altos. Este problema, llamado de *resonancia,* se explicará en el subcapítulo siguiente.

Para fines de diseño, la intensidad sísmica debe representarse por parámetros que permitan determinar fácilmente las solicitaciones que el sismo induce en la estructura. Antes de tratar este punto, es necesario examinar la respuesta de las estructuras ante sismos.

6.3 RESPUESTA SÍSMICA DE LAS ESTRUCTURAS

6.3.1 Sistema lineal de un grado de libertad

Los métodos de análisis sísmico prescritos por los reglamentos de diseño y empleados en la práctica son generalmente muy simplificados y recurren a idealizaciones de la acción sísmica mediante sistemas de fuerzas estáticas equivalentes. Aun cuando se usen estos procedimientos, en vez de otros más refinados, no hay que perder de vista el carácter dinámico del fenómeno y es necesario conocer los principios básicos de la dinámica estructural. El tratamiento de este problema es materia de cursos específicos; aquí sólo se hará una presentación somera de los conceptos esenciales de dinámica que permiten explicar los aspectos relevantes de la respuesta sísmica de las estructuras. Un tratamiento más completo pero sumamente claro y sencillo de estos conceptos se encontrará en la referencia 6.11.

Una estructura responde a una excitación sísmica descrita por una historia de aceleraciones (o de velocidades o de desplazamientos) que se presentan en el suelo sobre el que está desplantada, mediante una vibración a través de la cual disipa la energía que es generada por dicho movimiento. La amplitud de la vibración necesaria para disipar esa energía depende de las características del sistema constituido por el conjunto subsuelo-cimentación-estructura-elementos no estructurales. A pesar de la complejidad de un sistema como ése, las principales características de su respuesta pueden ilustrarse mediante el estudio de un sistema simple de un grado de libertad.

El sistema simple está constituido por una masa, un resorte y un amortiguador. En el esquema de la figura 6.9 el resorte se representa por medio de una columna cuya rigidez lateral equivale a la constante del resorte. Cuando el sistema está sujeto a un movimiento de su base, definido por una historia de desplazamientos, u_0, o de aceleraciones del suelo $\ddot{u}_0$ la masa entrará en oscilación y se generarán sobre ellas tres tipos de fuerzas:

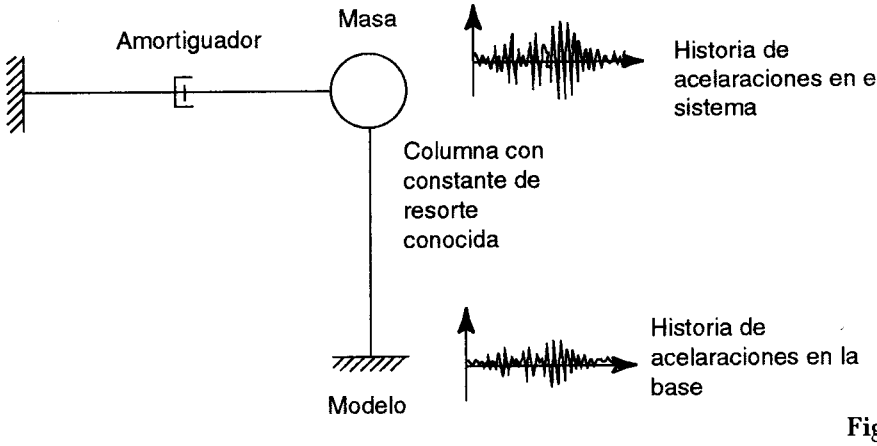


Figura 6.9. Modelo de un sistema de un grado de libertad.

a) La fuerza de inercia que, de acuerdo con el principio de D'Alambert es proporcional a la masa y a la aceleración total que ésta sufre, $\ddot{u}_T$; esta última es igual a la suma de la aceleración del terreno, $\ddot{u}_0$, más la de la masa relativa al terreno, $\ddot{u}$.

$$F_I = m\,\ddot{u}_T$$

b) La fuerza que se genera en la columna por su rigidez lateral al tratar de ser desplazada con respecto al terreno. Suponiendo que la respuesta de la columna se mantiene dentro de un intervalo lineal, dicha fuerza será igual al producto del desplazamiento relativo de la masa con respecto al suelo, por la rigidez lateral de la columna.

$$F_R = ku$$

c) La fuerza de amortiguamiento que trata de restablecer el equilibrio de la estructura en vibración. Esta fuerza puede considerarse proporcional a la velocidad de la masa con relación al suelo; al factor de proporcionalidad se le llama coeficiente de amortiguamiento.

$$F_A = c\dot{u}$$

La ecuación de equilibrio dinámico se escribe como:

$$F_I + F_A + F_R = 0$$

sustituyendo

$$m\ddot{u}_T + c\dot{u} + ku = 0 \qquad 6.1$$

o, ya que,

$$\ddot{u}_T = \ddot{u}_o + \ddot{u}$$

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = -\mathrm{m}\ddot{u}_o$$

o, dividiendo entre m,

$$\ddot{u} + \frac{c}{m}\,\dot{u} + \frac{k}{m}u = \ddot{u}_o \qquad 6.2$$

Las dos constantes, $\frac{c}{m}$ y $\frac{k}{m}$, representan conceptos relacionados con la vibración libre del sistema (la que corresponde al caso $\ddot{u}_o = 0$). De ellas,

$$\frac{k}{m} = \omega^2$$

o,

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

en que ω es la frecuencia circular del sistema no amortiguado, o sea aquella con la que oscila éste cuando se le impone un desplazamiento y se le suelta. Cuando el amor-

tiguamiento es nulo el sistema describe un movimiento armónico simple, con la frecuencia mencionada y con periodo (figura 6.10) igual a:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} \qquad (6.3)$$

El amortiguamiento representa la disipación de energía que la estructura realiza principalmente debido a fricción interna de los materiales y a rozamiento entre los componentes de la construcción; este amortiguamiento reduce las oscilaciones. En vibración libre, se define como amortiguamiento crítico aquel para el cual el sistema, después de desplazado, volvería a su posición de reposo sin oscilar. Este vale:

$$C_{cr} = 2\sqrt{km}$$

Por lo tanto, la constante de amortiguamiento puede expresarse como una fracción del crítico en la forma:

$$\xi = \frac{c}{C_{cr}} = \frac{c}{2\sqrt{km}}$$

pero

$$\sqrt{km} = m\sqrt{\frac{k}{m}} = m\omega$$

$$\xi = \frac{c}{2\omega m}$$

por otra parte

$$\frac{c}{m} = 2\omega\xi$$

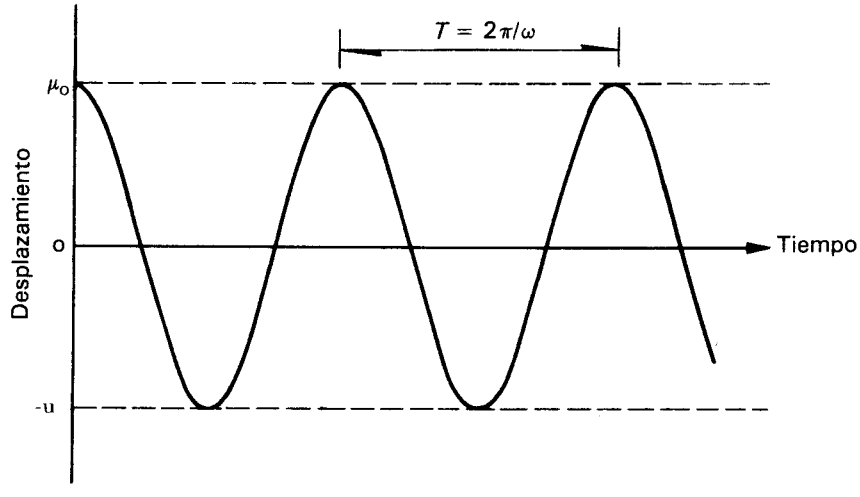


Figura 6.10. Movimiento armónico simple.

La ecuación diferencial (6.2) se puede reescribir como

$$\ddot{u} + 2\omega\xi\dot{u} + \omega^2 u = -\ddot{u}_o \qquad 6.4$$

Se aprecia que la respuesta del sistema queda definida por dos parámetros únicamente: la frecuencia circular del sistema (o su periodo) y la fracción del amortiguamiento crítico.

La solución de la ecuación diferencial, cuando la estructura parte del reposo, se obtiene como la superposición de la respuesta a una serie de impulsos diferenciales, en la forma llamada integral de Duhamel

$$u(t) = -\frac{1}{\omega}\int_{to}^{t}\ddot{u}_o(\tau)e^{-\xi\omega(t-\tau)}\operatorname{sen}\omega(t-\tau)d\tau \qquad 6.5$$

La solución presentada en la forma de la ecuación anterior implica la aproximación $1-\xi^2 = 1$, que es aceptable ya que para las estructuras de ingeniería civil generalmente $\xi < 0.1$.

Obtener la respuesta del sistema mediante la solución de la integral de Duhamel representa un trabajo tedioso y que, debido a que la historia de aceleraciones del terreno durante un sismo, $\ddot{u}_0(\tau)$, no puede expresarse mediante una función continua, requiere de procedimientos numéricos. Un caso que se presta a una solución relativamente sencilla y muy ilustrativa es aquel en que la excitación es un movimiento armónico de tipo:

$$\ddot{u}_o = a\ \operatorname{sen}\omega_o t$$

en que ω_0 es la frecuencia circular de vibración de movimiento del terreno y 'a' una constante que define la amplitud de la aceleración del movimiento.

La solución se ilustra de manera adimensional en la figura 6.11, donde en las abscisas se representa la relación entre la frecuencia del movimiento del terreno y la del sistema y, en las ordenadas, la relación entre el desplazamiento máximo que se presenta en la masa bajo efectos dinámicos y el desplazamiento estático que produciría una fuerza constante de magnitud "*ma*". Del examen de la figura, se aprecia la importancia de los dos parámetros de la estructura que definen su respuesta. Cuando la frecuencia del sistema es muy inferior o muy superior a la de la excitación, el desplazamiento máximo de la masa, del que dependen las fuerzas que se inducen en el sistema, no excede al estático; pero a medida que las dos frecuencias se van aproximando entre sí (o sea cuando la relación tiende a uno), hay una amplificación cada vez mayor del movimiento del terreno y el desplazamiento en la masa llega a ser varias veces superior al del terreno y se inducen en el sistema fuerzas muy

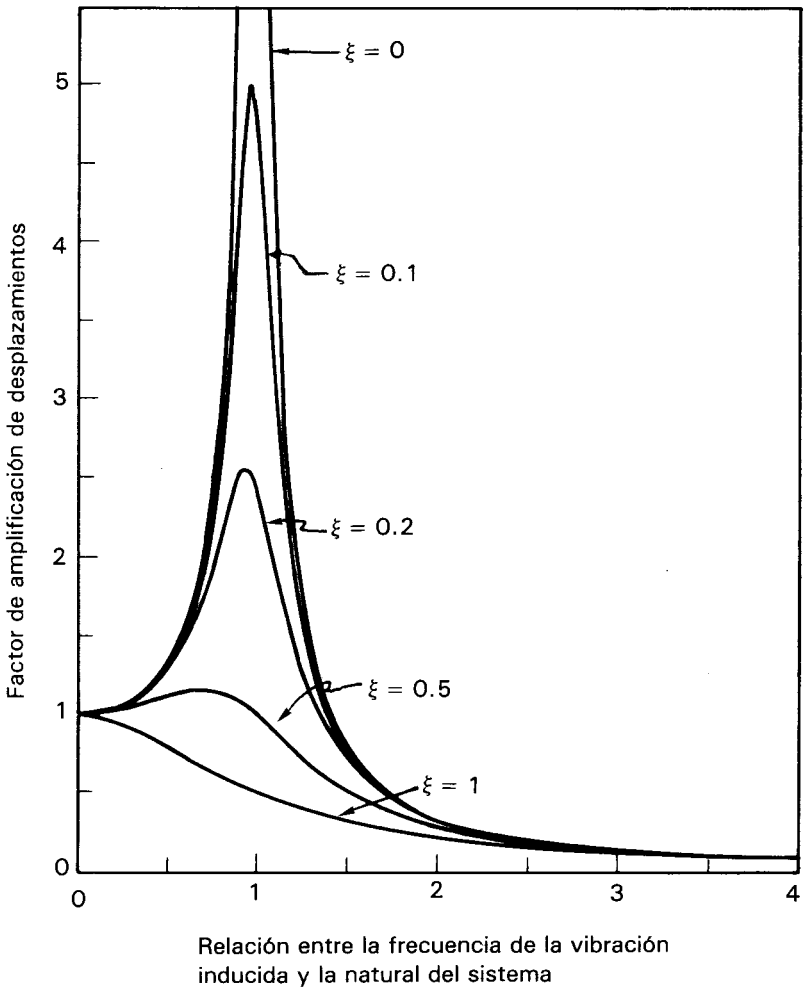


Figura 6.11. Amplificación dinámica del movimiento de un sistema lineal de un grado de libertad sujeto a vibración armónica.

grandes. De hecho, cuando la relación de frecuencias es igual a uno, el desplazamiento del sistema llega a infinito si el amortiguamiento es nulo y se tiene el fenómeno llamado de *resonancia*. El amortiguamiento desempeña también un papel muy importante, especialmente en condiciones cercanas a la resonancia; basta un amortiguamiento relativamente pequeño para reducir drásticamente la respuesta.

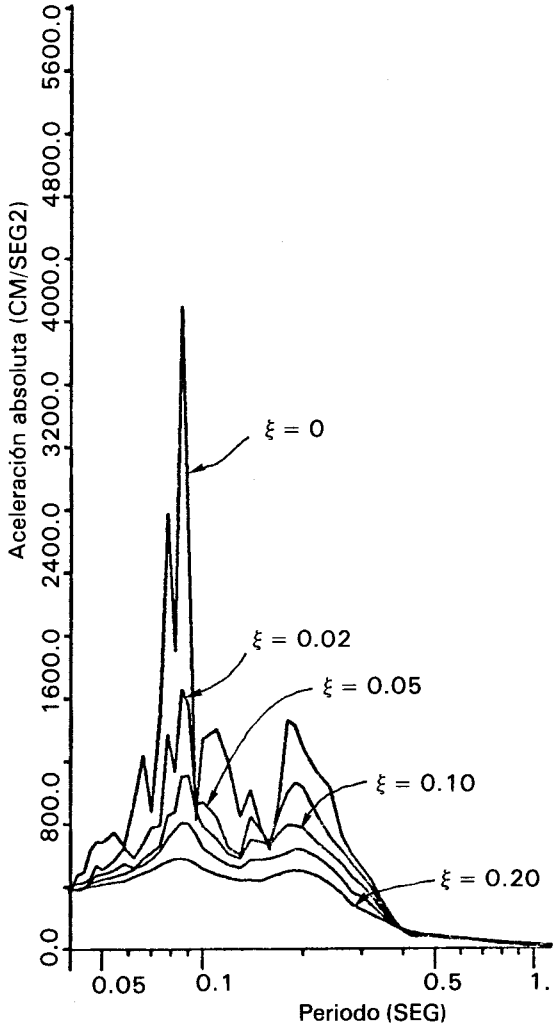
La respuesta de un sistema como el aquí estudiado, ante un movimiento irregular del terreno como el que ocurre en un sismo, se puede analizar a partir de la solución del caso del movimiento armónico. Un acelerograma de un sismo se puede considerar como la superposición de manera aleatoria de un gran número de ondas armónicas que cubren una gama de frecuencias muy amplia, pero que suelen tener amplitudes muy grandes sólo dentro de un intervalo de periodos dominantes que depende del tipo de sismo, de la distancia al epicentro y del tipo de suelo. Ante esa serie de ondas de diferente periodo, el sistema responde con mayor amplitud a las que tienen periodo similar al suyo, mientras que para el resto la respuesta es pequeña.

Desde el punto de vista del diseño estructural, interesa esencialmente la máxima solicitación a la que se verá sujeta la estructura por efecto del sismo; por tanto no es necesario conocer la historia completa de la respuesta, sino sólo su valor máximo. Si, para un acelerograma dado, obtenemos la respuesta de sistemas de un grado de libertad con un amortiguamiento dado y hacemos variar el periodo de estos sistemas desde cero hasta un valor muy alto comparado con los periodos naturales de las estructuras comunes, y para cada sistema determinamos la máxima respuesta, podemos trazar gráficas como las de la figura 6.12 que constituyen *espectros de respuesta* de aceleración para los movimientos en cuestión. En las abscisas se representa el periodo del sistema y en las ordenadas una medida de su respuesta máxima, sea ésta la aceleración, velocidad o desplazamiento máximos de la masa. Los espectros de la figura 6.12 son de aceleración, están construidos para diferentes amortiguamientos y constituyen una representación de un sismo que es muy valiosa para apreciar sus efectos en la estructura y que por tanto puede emplearse como un índice de la acción sísmica.

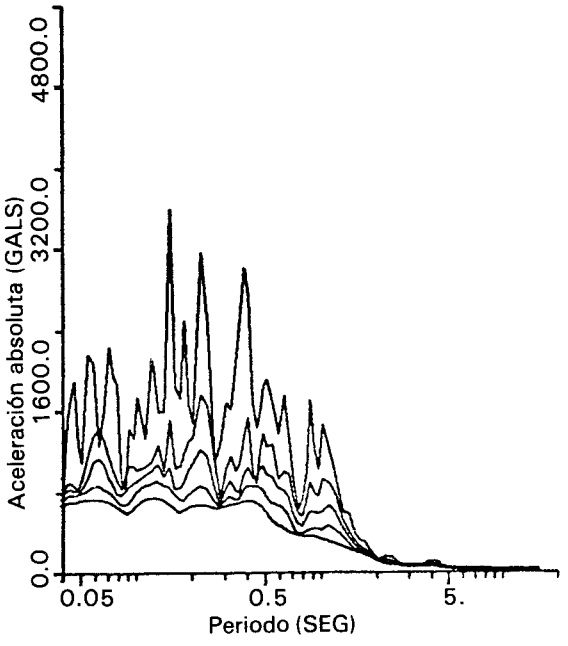
El espectro de aceleraciones proporciona una medida directa de la fuerza de inercia máxima que se induce en el sistema al multiplicar la ordenada espectral por la masa

$$F = m S_A$$

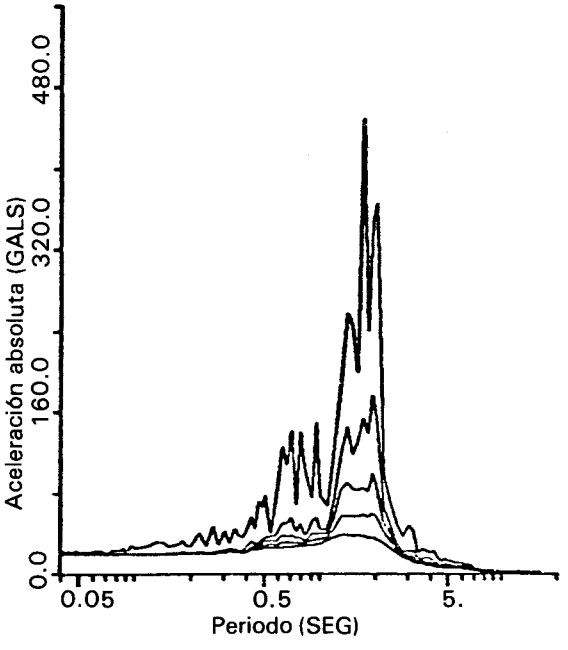
Los tres espectros de aceleración de la figura 6.12 corresponden a acelerogramas de sismos de características diferentes. El caso *a*) se refiere a un sismo de mediana intensidad registrado muy cerca de epicentro; las ordenadas espectrales son muy grandes sólo para sistemas con periodos muy cortos y al aumentar el periodo del sistema, la respuesta disminuye rápidamente. Para un terremoto de gran magnitud registrado a una distancia moderada (figura 6.12*b*), se tienen ordenadas altas en un intervalo grande de periodos, mientras que para un sismo registrado a gran distancia en terreno blando (figura 6.12*c*), las ordenadas mayores corresponden a periodos grandes. Lo anterior refleja el contenido de frecuencias de cada acelerograma. Las ordenadas espectrales altas corresponden al intervalo de periodos dominantes en el acelerograma, ya que cuando el sistema de un grado de libertad tiene periodos cercanos a aquellos que dominan en el acelerograma, la respuesta máxima se amplifica notablemente debido a la resonancia. Así, un sismo de magnitud no muy grande registrado cerca del epicentro, tiene periodos dominantes muy cortos y producirá los efectos mayores en estructuras cuyo periodo fundamental es también corto, que son las muy rígidas, ya que $T = 2\pi\sqrt{m/k}$. Un sismo de gran magnitud a distancias intermedias tiene un efecto importante dentro de un amplio intervalo de pe-



a) Acapulco, 1979



b) Oaxaca, 1979



c) Ciudad de México, 1979

Figura 6.12. Espectros de aceleraciones de diferentes registros sísmicos (de referencia 6.8).

riodos y por ello será muy desfavorable tanto para las estructuras relativamente rígidas, como para aquellas flexibles. Finalmente, en un sismo a gran distancia y en terreno blando, predominan movimientos de periodo largo y, por tanto, se efectuarán mayormente las estructuras altas y flexibles.

Cuando el periodo del sistema tiende a cero, la ordenada espectral tiende a la aceleración máxima del terreno. Se aprecia, de la figura 6.12*a* que, por ejemplo, para un sismo que tuvo una aceleración máxima del terreno de aproximadamente 400 cm/seg^2, se inducen en un sistema con 5 por ciento de amortiguamiento aceleraciones que llegan al doble de la máxima del terreno, para un valor particular del periodo. Esto implica que las fuerzas de inercia para las cuales se debe diseñar una estructura corresponde a aceleraciones muy superiores a las que experimente el terreno.

Una estructura no se debe diseñar para resistir un solo sismo, sino el conjunto de sismos que pueden afectarla en su vida útil. Aun para sismos de iguales características en cuanto a magnitud y distancia epicentral, el espectro de respuesta puede variar significativamente debido a diferencias en contenidos de frecuencias y en duración. La estructura deberá diseñarse para la envolvente de los espectros que corresponden a diferentes sismos.

Existen reglas empíricas para construir envolventes de espectros a partir de datos básicos del movimiento del terreno. Estas reglas consisten en multiplicar la aceleración, velocidad y desplazamiento máximo del terreno por constantes que se han obtenido de la observación de un gran número de espectros de sismos reales. El valor de estas constantes depende del grado de amortiguamiento del sistema. Para estructuras de edificios urbanos y para muchas estructuras industriales, es aceptable considerar un amortiguamiento de 5 por ciento del crítico y en esa hipótesis están basados los espectros de diseño especificados por la mayoría de las normas de diseño. Hay que tener en mente, sin embargo, que algunas estructuras pueden tener amortiguamientos sensiblemente menores que 5 por ciento y, por tanto su respuesta puede ser más desfavorable que la especificada por las normas. Por ejemplo, parte del amortiguamiento considerado se atribuye, más que a fricción interna en el material estructural, a fricción entre la estructura y los elementos no estructurales; por consiguiente estructuras de tipo industrial que no cuentan con muros divisorios y de fachada que contribuyen a dicho amortiguamiento, pueden tener coeficientes de amortiguamiento del orden de 2 por ciento, para los cuales la respuesta se incrementa en más de 50 por ciento con respecto al caso en que el amortiguamiento es de 5 por ciento.

Las reglas más comúnmente usadas para la construcción de envolventes de espectros para diseño son debidas a Newmark y consideran exclusivamente estructuras desplantadas sobre suelo firme. Las reglas originales fueron modificadas para considerar otros tipos de suelo. Según el código UBC (referencia 6.4), la envolvente de espectros para amortiguamiento de 5 por ciento puede construirse con la expresión siguiente:

$$\frac{S_A}{g} = 0.016 \frac{V_t S}{T^{2/3}} < 2.5 A_t/g \qquad 6.6$$

en que S_A/g es la ordenada espectral expresada como fracción de la aceleración de la gravedad; V_t (cm/seg) y A_t (cm/seg^2) son la velocidad y aceleración máximas del terreno, respectivamente; T es el periodo del sistema, en seg, y S un factor que depende del tipo de suelo, y para el cual el UBC especifica

$S = 1$ para roca o terreno firme sobre roca(S_1).
$S = 1.2$ para suelos granulares o suelos cohesivos compactos(S_2).
$S = 1.5$ para suelos de mediana compresibilidad (S_3).
$S = 2$ para suelos de alta compresibilidad (S_4).

La figura 6.13 muestra los espectros de diseño que resultan según estas reglas para las tres condiciones de suelo.

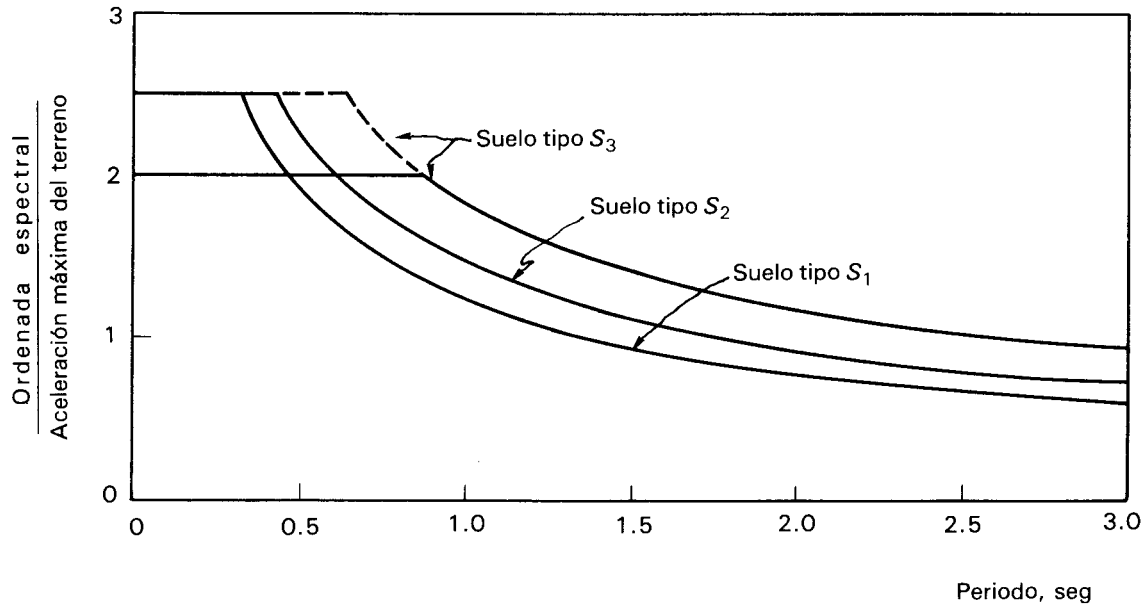


Figura 6.13. Espectros de diseño para distintos tipos de suelo, según las normas UBC (referencia 6.4).

Esta forma de construir los espectros sobrestima la respuesta para sistemas de periodos cortos en los que la aceleración máxima debe tender a la del terreno. Por otra parte, el factor de incremento de la respuesta para suelos rígidos, S, refleja la amplificación que se tiene para terrenos compresibles en los componentes de periodo alto del movimiento del terreno; sin embargo, el valor máximo de la aceleración espectral es el mismo para suelos muy blandos que para los firmes, lo que contrasta con los mayores daños que alternativamente se registran en el primer caso.

Con las expresiones anteriores se pueden construir espectros que corresponden a periodos de recurrencia determinados, con base en los parámetros del suelo, A_t y V_t, que se haya determinado tengan dicho periodo de recurrencia a partir de estudios como los que dieron lugar a las relaciones frecuencia-intensidad mostradas en la figura 6.7.

6.3.2 Sistemas de varios grados de libertad

En su mayoría, las estructuras no se prestan para ser idealizadas como un sistema de un grado de libertad, pero pueden suponerse compuestas por una serie de masas concentradas unidas por resortes. Esta representación por medio de un sistema de varios grados de libertad admite todavía un análisis dinámico relativamente sencillo de su respuesta. El caso clásico de una estructura que puede idealizarse en esa forma es el de un edificio simétrico en que las masas se consideran concentradas en cada piso y los resortes representan la rigidez lateral de cada entrepiso (figura 6.14). En el equilibrio de cada entrepiso intervienen los mismos tipos de fuerzas que en el sistema de un grado de libertad

$$F_I + F_R + F_A = 0$$

Los distintos términos de esta expresión se determinan con ecuaciones idénticas a las empleadas para el sistema de grado de libertad, pero en que las variables representan vectores y matrices. Así la fuerza de inercia vale:

$$F_I = M\ddot{u}_T$$

En este caso F_I es el vector de fuerzas de inercia, $\ddot{u}_T$ es el vector de aceleraciones totales y M la matriz (diagonal) de masas.

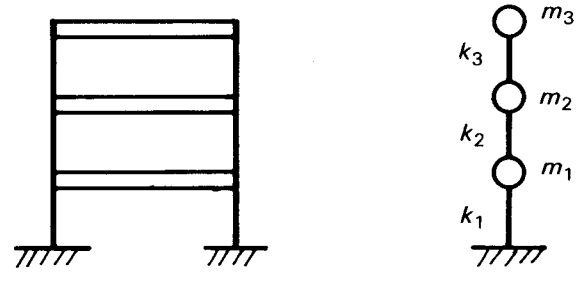


Figura 6.14. Representación de un edificio por un sistema de varios grados de libertad.

Las fuerzas en las columnas valen:

$$F_R = Ku$$

en que F_R es el vector de fuerzas en cada entrepiso, u el vector de desplazamientos y K la matriz de rigideces del sistema.

De manera similar, las fuerzas debidas al amortiguamiento son:

$$F_A = C\dot{u}$$

en que F_A es el vector de fuerzas de amortiguamiento, $\dot{u}$ el vector de velocidad y C la matriz de amortiguamiento. Usualmente el amortiguamiento se considera igual en todos los entrepisos y la matriz C se vuelve una constante.

La ecuación de equilibrio toma la misma forma que en un sistema de un grado de libertad, aunque ahora se trata de una ecuación matricial:

$$M\ddot{u} + C\dot{u} + Ku = -M\ddot{u}_o \qquad 6.7$$

El primer paso para la solución de esta ecuación diferencial es resolver el caso de vibración libre con amortiguamiento nulo que permite determinar con buena aproximación los periodos de vibración y formas modales.

La ecuación diferencial se reduce a

$$M\ddot{u} + Ku = 0 \qquad 6.8$$

Ante la acción de un impulso y suponiendo que no existe amortiguamiento, la estructura vibrará libremente adoptando una configuración de desplazamientos que se denomina *forma modal* y con una frecuencia de vibración peculiar de cada modo. Existen tantos modos como número de grados de libertad tiene el sistema.

En vibración libre, el movimiento es armónico simple:

$$u = a \operatorname{sen} \omega t$$

en que 'a' representa la amplitud de vibración. Nuevamente, la ecuación se expresa en forma matricial, u es un vector de desplazamientos y 'a' un vector de constantes de amplitud.

Por tanto se tiene:

$$\ddot{u} = -\omega^2 a \operatorname{sen} \omega t$$

y, sustituyendo en la ecuación diferencial 6.8,

$$Ka - \omega^2 Ma = 0$$

Para que 'a' sea diferente de cero se requiere

$$|K - \omega^2 M| = 0 \qquad 6.9$$

Esta ecuación se resuelve con métodos numéricos estándar y permite encontrar los N valores de la frecuencia ω que corresponden a cada modo natural de vibración del sistema (uno por cada masa concentrada que compone el sistema).

Conocidos los N valores de ω se pueden determinar los N valores de a_i que corresponden a cada frecuencia natural y que determinan la forma modal correspondiente. La figura 6.15 muestra los modos de vibrar de un sistema de tres grados de libertad.

El primer modo, o modo fundamental, se caracteriza por no mostrar puntos de inflexión y por tener la frecuencia más baja (el periodo más largo). Al pasar a los modos superiores, la configuración presenta cada vez un nuevo punto de inflexión y el periodo natural va disminuyendo.

Interesa conocer la respuesta del sistema de varios grados de libertad ante una excitación sísmica cualquiera impuesta en su base. Al excitar el sistema, cada modo responde como un sistema independiente de un grado de libertad y la respuesta total será la combinación de las respuestas independientes de cada modo, multiplicada cada una por un factor de participación.

El desplazamiento de piso i se obtendrá, por tanto, como la suma de las participaciones de cada modo a dicho desplazamiento

$$u_i = \sum_{n=1}^{N} \phi_{in} y_{in}(t) \qquad 6.10$$

en que $Y_{in}(t)$ es el desplazamiento en el nivel i del modo n en el instante t y ϕ_{in} es el factor que define la escala a que interviene el modo n en el movimiento del nivel i.

La mayoría de la energía del sismo se absorbe por oscilaciones en los primeros modos de vibración; así, en una

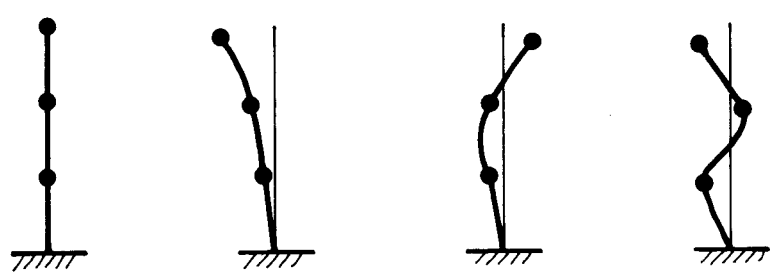


Figura 6.15. Modos de vibración de un sistema de tres grados de libertad.

estructura de muchos grados de libertad, el análisis se simplifica notablemente, ya que basta para las estructuras regulares, determinar la respuesta ante los tres primeros modos para tener una idea muy precisa de la respuesta total. Al igual que en un sistema de un grado de libertad, aquí también para fines de diseño estructural, lo que más interesa es la máxima respuesta que tiene la estructura ante la excitación sísmica. Este máximo se puede determinar de manera aproximada a partir de los máximos de las respuestas de cada modo; sin embargo, los máximos de cada modo no ocurrirán en un mismo instante ni tendrán un mismo signo, por tanto la respuesta máxima será menor que la suma de las respuestas espectrales de cada modo. Con base en un estudio probabilista de la respuesta, Rosenblueth ha propuesto que la máxima respuesta del sistema se determine como la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de las respuestas modales. Con este criterio, se calcula primero la respuesta del sistema en cada modo de vibración, R_i, (esta respuesta puede ser desplazamiento lateral de un nivel o la fuerza interna en una sección determinada). La respuesta máxima en cada modo puede determinarse directamente del espectro de aceleraciones o velocidades para la frecuencia natural del modo en cuestión, idealizando la estructura como una serie de sistemas de un grado de libertad. La respuesta total se calcula posteriormente como:

$$R_R = \left(\sum_{i=1}^{N} R_i \right)^{1/2} \qquad 6.11$$

Este criterio de superposición es el recomendado por la mayoría de los códigos. Existen otros más precisos para casos en que los periodos de algunos modos se encuentran muy cercanos entre sí (referencia 6.2).

6.3.3 Sistemas inelásticos

Ante acciones dinámicas como las de los sismos, la mayoría de los materiales y sistemas estructurales tienen un comportamiento que puede considerarse lineal hasta un nivel bastante alto de solicitaciones. Sin embargo, al llegar cerca de su máxima capacidad de carga, el comportamiento se vuelve no lineal y la mayoría de las estructuras pueden ser llevadas a deformaciones varias veces superiores a la que corresponde al comienzo de la etapa no lineal o a aquella para la que se alcanza por primera vez la carga máxima. La falla se presenta cuando se alcanza la deformación máxima.

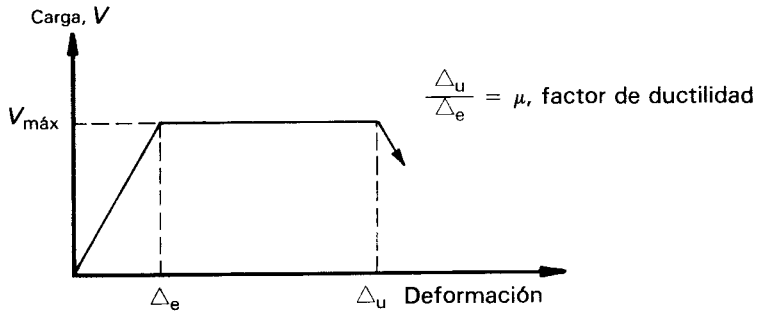


Figura 6.16. Comportamiento elastoplástico.

Las ecuaciones diferenciales que rigen el equilibrio dinámico de sistemas de uno o varios grados de libertad siguen siendo válidas cuando el comportamiento no es lineal, pero su solución puede obtenerse sólo mediante procedimientos iterativos que consideran el comportamiento lineal durante intervalos pequeños de carga. El sistema no lineal más estudiado es el elastoplástico (figura 6.16) en el cual el comportamiento es lineal hasta la carga máxima y, posteriormente, la capacidad de carga se mantiene constante hasta una deformación "μ" veces la de fluencia, después de lo cual ocurre el colapso. Ante repeticiones de carga alternada el sistema describe ciclos estables, como el mostrado en la figura 6.17*a*.

Se han realizado análisis paso a paso de sistemas elastoplásticos de un grado de libertad ante acelerogramas de diversa índole y se ha comparado su comportamiento con el de sistemas lineales con el mismo periodo y amortiguamiento. El criterio es encontrar cuál es la capacidad que requiere el sistema no lineal para resistir el sismo en cuestión sin que se exceda de su deformación de falla, aunque se sobrepase el intervalo elástico. Esa capacidad se compara después con la que requiere un sistema elástico de iguales características iniciales. La figura 6.18 muestra la relación entre la capacidad del sistema elastoplástico y la del lineal para diversos factores de ductilidad, μ, del sistema inelástico. Los puntos representan el promedio de los valores obtenidos del análisis con cuatro diferentes acelerogramas registrados en terreno duro. Se aprecia que la capacidad necesaria en el sistema elastoplástico es muy inferior a la que requiere el sistema elástico para resistir el sismo. Con buena aproximación puede afirmarse que la capacidad necesaria para el elastoplástico se reduce "μ" veces con respecto al elástico, excepto en sistemas de periodo muy corto en los que la reducción se hace cada vez menor, hasta llegar a la unidad cuando el periodo es cero.

Los resultados anteriores permiten llegar a la siguiente conclusión fundamental: si un sistema elastoplástico es capaz de desarrollar un factor de ductilidad μ durante un sis-

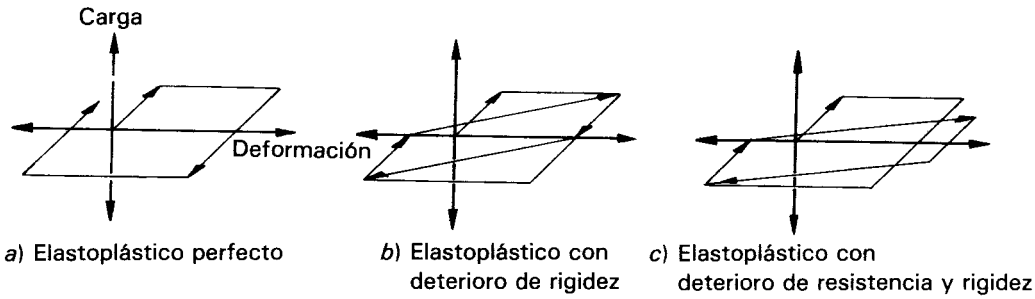
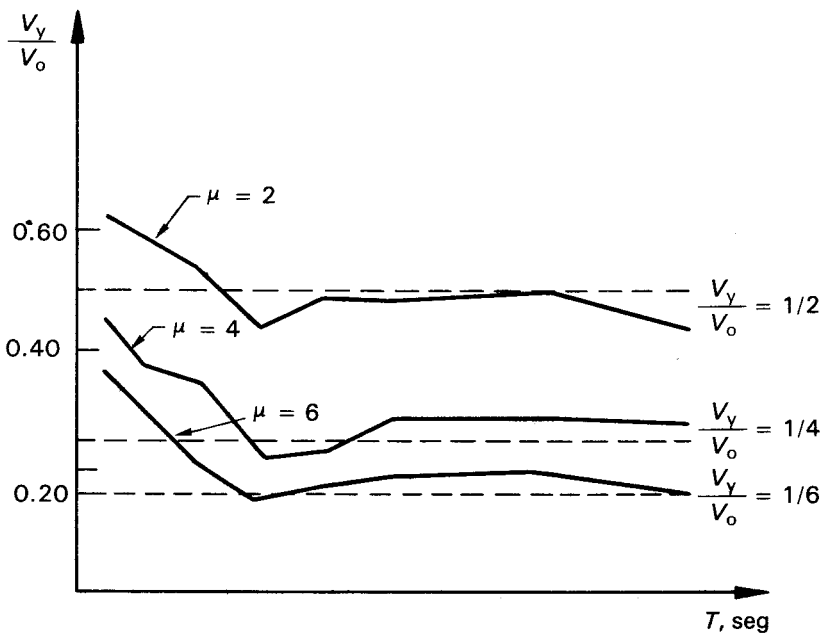


Figura 6.17. Ciclos de histéresis de sistemas con diferentes tipos de comportamiento inelástico.



Las gráficas corresponden al promedio de las obtenidas para cuatro sismos registrados en terreno firme en México.

V_y, Resistencia necesaria para un sistema elastoplástico con factor de ductilidad μ

V_o, Resistencia necesaria para un sistema elástico

Figura 6.18. Relaciones entre las resistencias necesarias para sistemas elastoplásticos y las necesarias para sistemas elásticos con mismas propiedades iniciales, para resistir un mismo grupo de sismos.

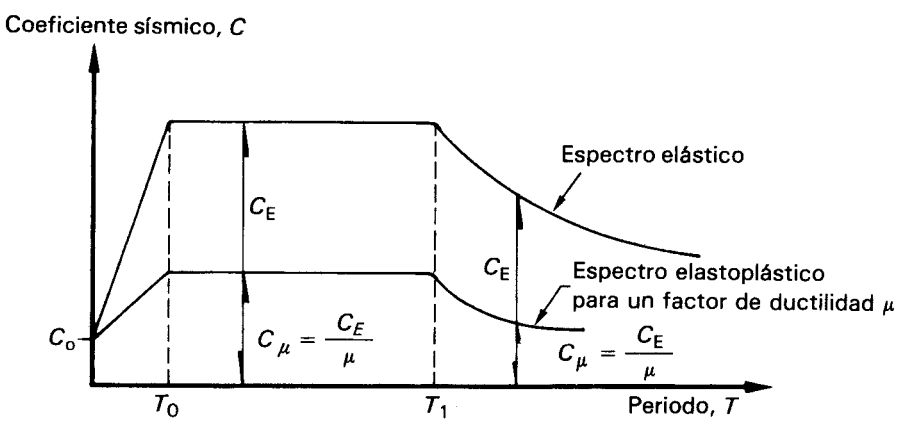


Figura 6.19. Espectro inelástico de diseño.

mo, puede diseñarse para que tenga una resistencia a carga lateral que se obtiene reduciendo la ordenada espectral de un sistema elástico con el mismo periodo natural y amortiguamiento, dividiéndola entre μ. Esta regla es válida para sistemas con periodo fundamental de vibración mayor que el periodo dominante del terreno. Para sistemas con periodo fundamental menor que el del suelo, la reducción es menos significativa y según el criterio adoptado por el RCDF, debe adoptarse un factor de reducción que varíe linealmente entre $1/\mu$ y 1. Pueden obtenerse, por tanto, espectros elastoplásticos de diseño para distintos factores de ductilidad, como los que aparecen en la figura 6.19.

El subcapítulo siguiente tratará de la filosofía de diseño para sistemas inelásticos y las ventajas y limitaciones de aprovechar el comportamiento inelástico de una estructura.

Lo que hace posible que un sistema inelástico resista un sismo, con una capacidad muy inferior a la que se requiere en un sistema que permanece elástico, es que la energía cinética introducida por el sismo en la estructura se disipa esencialmente a través de los ciclos de histéresis, lo que equivale a que el sistema posee un amortiguamiento equivalente muy superior al propio del material.

Pocos sistemas reales poseen un comportamiento que se acerca al elastoplástico perfecto. En elementos de acero estructural o de concreto reforzado en que predomina la flexión, se tienen ciclos de histéresis similares a los elastoplásticos, pero cuando la falla está complicada por efectos importantes de fuerzas cortantes o de cargas axiales, o por problemas de pandeo, ocurre un deterioro en la capacidad de disipación de energía que da lugar a que el área incluida en los ciclos de histéresis sea muy inferior a la de un sistema elastoplástico (figura 6.17*b*). Más aún, cuando las solicitaciones mencionadas son muy altas o cuando las secciones no cumplen requisitos estrictos para asegurar que puedan soportar grandes deformaciones sin fallas, los ciclos de histéresis son inestables, o sea la capacidad de carga y la disipación de energía se van deteriorando progresivamente ante la repetición de ciclos de carga (figura 6.17*c*).

Para un mismo factor de ductilidad, la reducción que se puede admitir en sistemas con deterioro es inferior a la que se aceptó para un sistema elastoplástico perfecto. Lo anterior se debe a que en estos casos la cantidad de energía que se puede disipar en los ciclos de histéresis es mucho menor que cuando el comportamiento es elastoplástico perfecto.

El comportamiento inelástico de sistemas de varios grados de libertad es mucho más complejo que el de los sistemas simples, ya que depende de la resistencia y ductilidad

que se tiene en cada uno de los componentes del sistema y que, al pasar un componente cualquiera al intervalo de comportamiento inelástico, se modifica radicalmente la distribución de fuerzas en el resto del sistema. Los análisis paso a paso realizados tanto en sistemas de masas y resortes como en marcos de varios pisos, muestran que, en general, la demanda de ductilidad es mayor que la que se tiene en un sistema de un grado de libertad y que puede haber grandes concentraciones de demanda de ductilidad en un solo componente, si la distribución de resistencias no guarda una relación constante con la fuerza cortante sísmica que se induce en cada elemento. Dicho de otra manera, en un sistema de varios grados de libertad, la energía cinética inducida por el sismo se disipa a través del comportamiento inelástico de diversos componentes; mientras mayor sea el número de componentes que excursionan en el intervalo inelástico, menor será la cantidad de energía que deberá disipar cada uno y menor, por tanto, la deformación máxima que deberá tener cada componente individual, o sea su demanda de ductilidad. Si el diseño de las diferentes secciones y componentes es tal que la mayoría de ellos están sobrediseñados con respecto a unos pocos, estos últimos deberán disipar por sí solos toda la energía del sismo a través de grandes deformaciones inelásticas que posiblemente no sean capaces de soportar. Las otras secciones, mientras tanto, permanecerán dentro del intervalo elástico de comportamiento.

En una estructura con una distribución razonablemente uniforme de resistencias, la demanda de ductilidad llega a ser, en los elementos más críticos, entre una y dos veces la que se tiene en un sistema de un grado de libertad equivalente.

6.3.4 Efectos del suelo local

La naturaleza del suelo sobre el que está cimentada la estructura modifica la respuesta sísmica de la misma debido a diferentes causas:

a) La amplificación local, que consiste en la modificación de las ondas sísmicas al transmitirse de la roca subyacente a los estratos del suelo que se encuentran entre ésta y la cimentación. Acerca de ello se ha comentado ya en el subcapítulo 6.2.

b) La alteración del movimiento del terreno por la presencia de la estructura, considerada ésta como cuerpo rígido.

c) La interacción entre la vibración de la estructura y la del suelo que ocasiona que una fracción significativa de la energía cinética introducida por el sismo se vuelva a transmitir al suelo y se disipe por el amortiguamiento proporcionado por éste.

Estructuras masivas y rígidas alteran las condiciones locales del suelo modificando el movimiento que se tendría si no existiera la estructura. En general se ha encontrado que la amplitud de los movimientos del suelo abajo de la estructura es menor que la que se tiene fuera de la estructura.

El suelo particularmente compresible de la cuenca del valle de México produce amplificaciones en las ordenadas espectrales más desfavorables que las predichas por la ecuación 6.6 y que dan lugar a los espectros de diseño que se describirán en el subcapítulo siguiente.

Por lo que respecta a lo que propiamente se denomina interacción suelo-estructura, ésta ocasiona varias modificaciones de la respuesta. El giro que la deformación del suelo permite a la base de la estructura reduce la rigidez efectiva de ésta y da lugar, por tanto, a un aumento de su periodo. Esto lleva a que la ordenada espectral que corresponde a la estructura sea distinta de la que se tendría si no se considerara la interacción. El giro en cuestión, por otra parte, hace que el desplazamiento total de la estructura sea mayor que el determinado considerando la cimentación empotrada. Esto influye en los efectos de segundo orden sobre la estructura y en las holguras que hay que dejar entre edificios adyacentes para evitar su choque.

El amortiguamiento de la vibración de la estructura que se tiene por la modificación del movimiento del suelo y por la radiación de las ondas reflejadas por la estructura, representa una fuente adicional de disipación de energía que reduce la respuesta de la estructura, ya que las deformaciones que ésta tiene que sufrir para disipar la energía del sismo son menores que si no existiera la interacción.

El efecto neto de la interacción suelo-estructura es prácticamente en todos los casos, una reducción en las fuerzas que se inducen en la estructura; por consiguiente, se suele ignorar el efecto de la interacción. Esta forma de proceder no es aceptable sin embargo, para estructuras construidas sobre suelos muy compresibles en los que debe tomarse en cuenta el alargamiento del periodo debido a la falta de empotramiento de la cimentación, ya que ésto normalmente las lleva hacia zonas del espectro de diseño donde las ordenadas son mayores.

6.4 CRITERIOS DE DISEÑO

6.4.1 Conceptos básicos

En vista de que las solicitaciones que un sismo severo impone a las estructuras son muy elevadas y de carácter muy aleatorio, no es económicamente factible diseñar para que las construcciones resistan sin daño alguno un sismo con un periodo de recurrencia muy grande. En este sentido el diseño sismorresistente difiere del que se realiza para las otras acciones.

Si se hace referencia a los conceptos generales de confiabilidad estructural y optimación expuestos en el capítulo 2, el nivel de seguridad que se debe adoptar depende del costo de los daños esperados, relativo al que implica incrementar la seguridad de la estructura. En diseño sismorresistente debe aceptarse una probabilidad mayor de que ocurran daños ante las acciones convencionales, si se quiere evitar una inversión excesiva en la estructura.

Por esas razones los criterios de diseño sismorresistente especificados por los reglamentos modernos reconocen, implícita o explícitamente, que el objetivo de sus procedimientos es limitar la probabilidad de un colapso ante sismos intensos, aun a costa de daños severos y, sólo para sismos moderados, se pretende que la estructura permanezca intacta.

Hay que resaltar lo que se afirmó al principio de este capítulo, o sea que estos objetivos no se logran simplemente diseñando para resistir un conjunto de fuerzas, sino con una serie de precauciones de diferente índole. Una definición muy acertada de la esencia y los objetivos del diseño sismoresistente ha sido dada por Esteva en la referencia 6.12.

"El arte del diseño contra los sismos no consiste en producir estructuras capaces de soportar conjuntos dados de fuerzas laterales, aunque esta capacidad es parte de un diseño sano. Implica producir sistemas que se caractericen por una óptima combinación de propiedades tales como resistencia, rigidez y capacidad para disipar energía y para deformarse dúctilmente. Estas propiedades les permitirán responder a sismos frecuentes y moderados sin sufrir daños significativos y a sismos excepcionales y muy severos sin poner en peligro su propia estabilidad, su contenido y la seguridad de sus ocupantes. El logro de estos objetivos implica mucho más que la aplicación de requisitos reglamentarios; exige la compresión de los factores básicos que determinan la respuesta sísmica de las estructuras, así como el ingenio necesario para producir sistemas que tengan las características adecuadas".

El primero y fundamental objetivo del diseño sismorresistente es proporcionar a la estructura la capacidad para disi-

par la energía que se induce en ella durante un sismo severo sin que ésta sufra colapso o daños irreparables. Esta capacidad puede lograrse proporcionando a la estructura una resistencia muy alta que le permita resistir el sismo manteniendo su comportamiento esencialmente dentro de límites elásticos, o puede obtenerse también diseñándola para que tenga una resistencia mucho menor, pero cuente con propiedades de ductilidad que le permitan disipar la energía introducida por el sismo mediante ciclos de histéresis en etapas inelásticas. Con referencia a lo expuesto en el subcapítulo anterior, si puede asegurarse que una estructura tiene capacidad de disipación de energía equivalente a la de un sistema elastoplástico con factor de ductilidad μ, esta puede diseñarse con una capacidad reducida μ veces con respecto a la que se requiere para una que no puede sobrepasar su intervalo de comportamiento elástico.

De esta forma, si se analiza la estructura para un conjunto de fuerzas reducido μ veces con respecto a las que corresponden al espectro elástico del sismo de diseño y se dimensionan las secciones para resistir las fuerzas internas que resultan de ese análisis, se alcanzarán ante el sismo de diseño, las fuerzas internas para las que se dimensionó la estructura y después ésta tendrá que deformarse inelásticamente hasta alcanzar desplazamientos μ veces superiores a los que se calculan en un análisis elástico con las fuerzas reducidas. Es importante apreciar la circunstancia de que la acción sísmica en la estructura no consiste en un sistema de fuerzas externas, sino que las fuerzas que se inducen en los componentes estructurales están limitadas por la propia capacidad de éstos. El sismo no puede inducir fuerzas mayores que las que la estructura misma puede soportar; lo importante es diseñar la estructura para que tenga propiedades tales que las fuerzas que en ella se pueden inducir estén limitadas por la capacidad de modos de falla dúctiles, de manera que no sea posible que las fuerzas alcancen valores que produzcan modos de falla indeseables de tipo frágil. En esta forma algunas secciones con gran capacidad de rotación actúan como "*fusibles*" e impiden el daño a elementos muy críticos y la ocurrencia de tipos de falla particularmente graves.

El costo necesario para que la resistencia de la estructura sea tal que se mantenga elástica bajo el sismo de diseño es extraordinariamente alto, excepto cuando se trate de estructuraciones que posean intrínsecamente una alta resistencia ante cargas laterales. Por otra parte, si se diseña para una resistencia menor que la que el sismo de diseño llega a inducir en una estructura elástica, hay que estar consciente de que, al tener que disipar la energía del sismo mediante comportamiento inelástico, la estructura sufrirá daños que implican un costo de reparación no despreciable.

Hay una fuerte polémica entre los especialistas, acerca de hasta qué punto es conveniente recurrir al comportamiento inelástico de las estructuras para reducir las fuerzas sísmicas de diseño. Por una parte, hay que reconocer que es ilusorio pensar que sea factible resistir los efectos de un sismo violento manteniendo la estructura dentro de su intervalo de comportamiento elástico-lineal. Considérese, por ejemplo, que en sismos recientes se han medido movimientos del terreno para los cuales las ordenadas de los espectros elásticos de respuesta son más de dos veces la aceleración de la gravedad. Por otra parte, es claro que no debe abusarse de las reducciones por ductilidad, para no exponer las estructuras a daños aun ante sismos que puedan ocurrir más de una vez dentro de la vida esperada de la construcción. Es por ello conveniente atenerse a las reducciones más moderadas entre las que admiten los reglamentos de diseño.

El segundo objetivo del diseño es evitar daños y pánico a los ocupantes durante sismos de intensidad moderada que pueden ocurrir varias veces durante la vida de la construcción. Este objetivo debería cumplirse revisando que la estructura permaneciera elástica y con deformaciones laterales pequeñas ante un sismo menor que el que se emplea para revisar los estados límite de falla. Este sismo de menor intensidad, en el contexto de los principios de diseño expuestos en el capítulo 2, se llamaría "sismo de servicio o de operación". Sin embargo, ya que los métodos de análisis son elásticos, las deformaciones que se tendrían para un sismo de intensidad 'n' veces inferior al de diseño, serían 'n' veces inferiores a las calculadas en el análisis para esa intensidad sísmica. Estas deformaciones son las que deberían compararse con las admisibles. Por estas consideraciones, las normas de diseño no especifican en general dos análisis distintos para el sismo de diseño por resistencia y para el de servicio, sino que aceptan se realice sólo el análisis para el sismo de diseño y se hagan correcciones para tomar en cuenta que la intensidad del sismo para el cual se quiere proteger contra deformaciones excesivas es menor que la del sismo de diseño. Por otra parte, debe observarse que las deformaciones que se presentarían bajo el sismo de diseño son mayores que las que se determinan de un análisis elástico con las fuerzas reducidas por ductilidad. Habrá deformaciones inelásticas tanto mayores cuanto más grande sea la reducción por ductilidad aceptada, de modo que las deformaciones obtenidas del análisis en estas condiciones deberán incrementarse por un factor proporcional a la reducción por ductilidad implícita en las fuerzas de diseño. En el subcapítulo siguiente se describirá la forma en que estos factores son tomados en cuenta en las normas del RCDF.

Para cumplir este segundo objetivo, la estructura debe poseer esencialmente una adecuada rigidez ante cargas laterales. A este aspecto no suele prestársele la importancia que amerita,

lo cual redunda en que muchas construcciones modernas, aunque resulten seguras ante el colapso, sufran con excesiva frecuencia daños cuantiosos por sismos de mediana intensidad, debido a su excesiva flexibilidad. Las tres propiedades esenciales que rigen el buen comportamiento sísmico son: *resistencia, rigidez y ductilidad* ante cargas laterales. No es fácil cumplir simultáneamente con las tres, ya que en general las características que hacen a una estructura muy rígida y resistente, la hacen también poco dúctil. Sobre este tema se volverá en el subcapítulo 6.6, al tratar los criterios de estructuración.

El siguiente aspecto a comentar acerca de la forma en que las normas especifican sus criterios de diseño, es el relativo al sismo de diseño y a su significado.

Como se ha expresado repetidamente en los capítulos anteriores, la acción sísmica de diseño debería corresponder a una intensidad que tiene un periodo de retorno determinado con base en un procedimiento de optimación que tome en cuenta el costo de hacer más resistente la estructura y las consecuencias de la falla. Distintos códigos aducen que sus valores especificados están basados en intensidades sísmicas con periodos de recurrencia que van desde 50 hasta 500 años para las estructuras comunes. Parece que en la mayoría de los casos dichos valores se han derivado más de ajustes sucesivos con base en el comportamiento observado de las estructuras comunes que de un análisis racional de riesgo sísmico.

6.4.2 Criterios de diseño del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal

Se ilustrará aquí la forma en que los conceptos básicos que se acaban de exponer están tomados en cuenta en las especificaciones de diseño sísmico del RCDF. Los procedimientos de diseño sísmico incluidos en el capítulo correspondiente del Manual de Obras Civiles de la CFE (referencia 6.12) son los mismos que los del RCDF, pero generalizados para toda la República Mexicana.

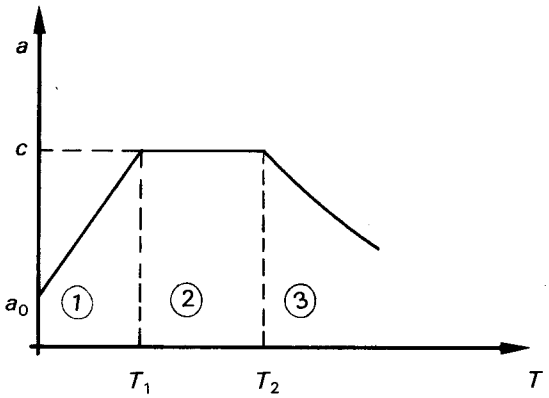
Como índice de la acción de diseño se emplea el coeficiente sísmico, c, que sirve de base para la construcción del espectro de diseño o puede usarse directamente como fracción del peso total de la construcción, W, que constituye la fuerza cortante horizontal, V, que actúa en la base de la construcción

$$c = \frac{V}{W}$$

El coeficiente sísmico varía según el peligro sísmico del sitio, según el tipo de suelo y según la importancia de la construcción.

La tabla 6.1 muestra los coeficientes sísmicos especificados en el Manual CFE para las cuatro regiones sísmicas en que se divide la República Mexicana, según la figura 6.8.

Tabla 6.1 Espectro de diseño sísmico para la República Mexicana. Según el manual CFE (referencia 6.13).



① $0 < T < T_1$: $a = a_0 + \frac{C - a_0}{T_1} T$

② $T_1 \leqslant T \leqslant T_2$: $a = c$

③ $T > T_2$: $a = c \left(\frac{T_2}{T}\right)^r$

donde: a: ordenada espectral
a_0: ordenada espectral para $T = 0$
c: coeficiente sísmico básico
r: exponente adimensional
T: periodo natural de la estructura o uno de sus modos, en segundos
T_1, T_2: periodos naturales que definen la forma del espectro, en segundos

Zona sísmica de la República	Tipo de suelo	a_0	C	T_1 (s)	T_2 (s)	r
A	I	0.02	0.08	0.2	0.6	1/2
	II	0.04	0.16	0.3	1.5	2/3
	III	0.05	0.20	0.6	2.5	1
B	I	0.04	0.14	0.2	0.6	1/2
	II	0.08	0.30	0.3	1.5	2/3
	III	0.10	0.36	0.6	2.9	1
C	I	0.36	0.36	0.0	0.6	1/2
	II	0.64	0.64	0.0	1.4	2/3
	III	0.64	0.64	0.0	1.9	1
D	I	0.50	0.50	0.0	0.6	1/2
	II	0.86	0.86	0.0	1.2	2/3
	III	0.86	0.86	0.0	1.7	1

Nota: Las ordenadas espectrales que se obtienen son para estructuras del grupo B. Éstas deberán multiplicarse por 1.5 en el caso de estructuras del grupo A.
Suelo tipo I, terreno firme; tipo II, terreno de transición; tipo III, compresible (ver figura 6.21)

En la tabla 6.1 se identifican como de zona *I* aquellos sitios de *terreno firme* en que, a profundidad menor de 3 m, existen estratos rocosos o de suelo muy compacto; como de zona *II* de *transición*, los sitios en que el suelo compacto se encuentra a profundidades de entre 3 y 20 m y como de zona *III*, de *terreno compresible*, aquellos sitios en que el suelo firme se encuentra a más de 20 m de profundidad. La ubicación de las tres zonas dentro del Distrito Federal se muestra en la figura 6.20. Los reglamentos mexicanos espe-

cifican coeficientes sísmicos de diseño mayores a medida que aumenta la profundidad de los estratos de suelo deformable que se encuentran en el sitio. Esto es acorde a la evidencia de intensidades sísmicas mucho mayores en las zonas de suelo blando que en las de terreno firme. Basta recordar la gran cantidad de daños registrados en el sismo de 1985 en la llamada "zona del lago" de la ciudad de México, en comparación con la casi completa ausencia de daños en la llamada "zonas de lomas" donde el terreno es firme. Una evidencia muy clara al respecto se tiene al comparar los acelerogramas obtenidos en distintos sitios del valle de México durante un mismo evento sísmico. Se aprecia en la figura 6.21 que los movimientos en sitios de terreno firme son de muy baja amplitud y relativamente cortos, mientras que la intensidad y duración del movimiento crecen sustancialmente donde los estratos de arcilla compresible tienen espesores considerables.

La correlación entre la gravedad de los daños y la presencia de suelos compresibles ha sido comprobada en un gran número de sismos destructivos. De allí que los reglamentos mexicanos especifican que para sitios de suelo blando los coeficientes sísmicos sean superiores a los de terreno firme. Esto va más allá del desplazamiento de la zona crítica del espectro de diseño hacia periodos mayores, como se hace, en el código UBC (figura 6.13). La comparación de los espectros para distinto tipo de suelo se ilustra en la figura 6.22.

Tomando en cuenta que es mayor la confiabilidad que se requiere para construcciones cuyas consecuencias de la falla son particularmente graves o para aquéllas que es vital que permanezcan funcionando después de un evento sísmico importante, se requiere que el coeficiente sísmico se multiplique por 1.5 para diseñar las estructuras de construcciones como estadios, hospitales y auditorios, subestaciones eléctricas y telefónicas (o sea las clasificadas dentro del grupo A), en la misma forma que se estableció para definir las presiones del viento de diseño en el capítulo 3.

Los coeficientes sísmicos sirven para construir los espectros de aceleraciones de diseño. De hecho representan una cota superior a las aceleraciones de dicho espectro, que corresponde a su parte plana. En la tabla 6.1 se proporcionan las reglas para la construcción del espectro completo de diseño según el Manual CFE. Los espectros de diseño para las tres zonas del Distrito Federal según el tipo de suelo se muestran en la figura 6.22. Dichos espectros se emplean para un análisis dinámico, de acuerdo con lo que se tratará en el siguiente subcapítulo. Para el análisis estático puede emplearse el coeficiente sísmico, c, o un coeficiente reducido según el valor del periodo fundamental con reglas que se mencionarán más adelante. Los espectros así construidos son "*elásticos*", o

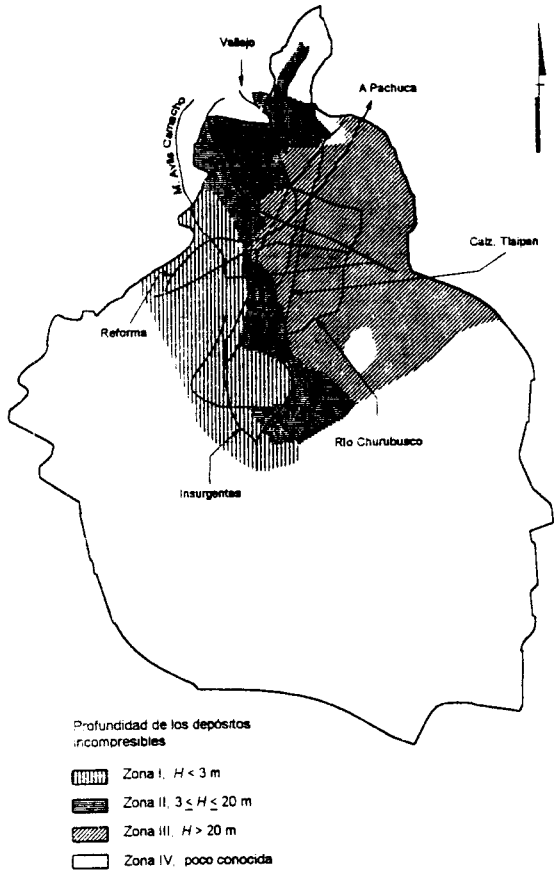


Figura 6.20. Zonificación del Distrito Federal, según el tipo de suelo.

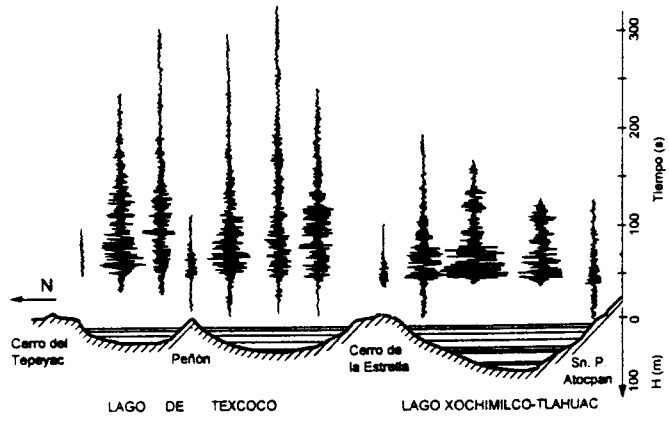


Figura 6.21. Corte N-S del valle de México en donde se muestra el perfil equemático de los depósitos profundos, las zonas de lago y algunos acelerogramas del 25 de abril de 1989.

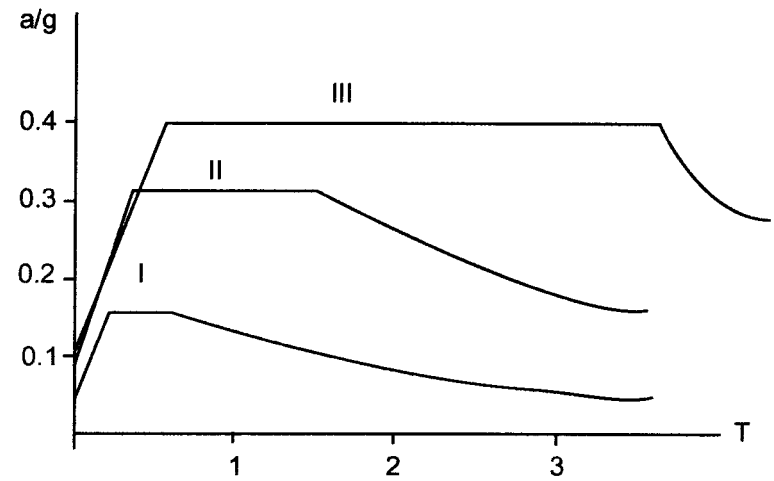


Figura 6.22. Espectros de diseño para las diferentes zonas del D.F.

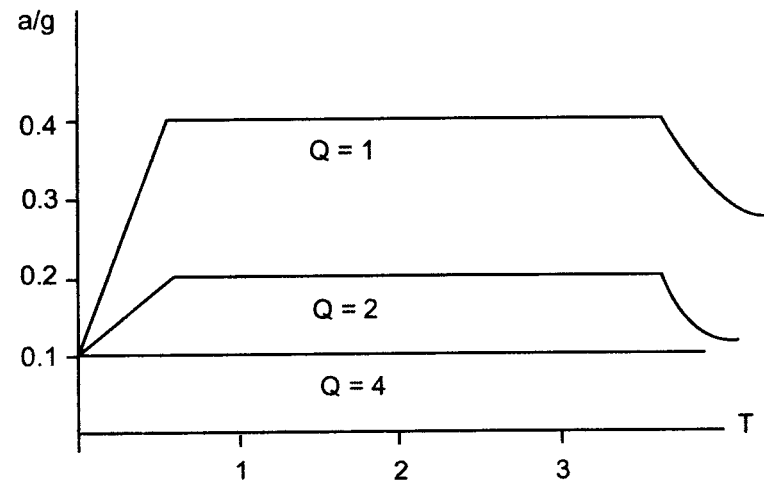


Figura 6.23. Espectros para la zona del lago del D.F. reducidos para distintos factores de comportamiento sísmico.

Tabla 6.2 Requisitos para el uso de distintos factores de comportamiento sísmico según el RCDF.

Se adoptarán los siguientes valores del factor de comportamiento sísmico a que se refieren la sección 4 de estas normas y el artículo 207 del Reglamento:

I. Se usará $Q = 4$ cuando se cumplan los requisitos siguientes:

1. La resistencia en todos los entrepisos es suministrada exclusivamente por marcos no contraventeados de acero o concreto reforzado, o bien, por marcos contraventeados o con muros de concreto reforzado en los que cada entrepiso los marcos son capaces de resistir, sin contar muros ni contravientos, cuando menos 50 por ciento de la fuerza sísmica actuante.
2. Si hay muros ligados a la estructura en la forma especificada en el caso I del artículo 204 del Reglamento, ésos se deben tener en cuenta en el análisis, pero su contribución a la capacidad ante fuerzas laterales sólo se tomará en cuenta si estos muros son de piezas macizas, y los marcos, sean o no contraventeados, y los muros de concreto reforzado son capaces de resistir al menos 80 por ciento de las fuerzas laterales totales sin la contribución de los muros de mampostería.
3. El mínimo cociente de la capacidad resistente de un entrepiso entre la acción de diseño no difiere en más de 35 por ciento del promedio de dichos cocientes para todos los entrepisos. Para verificar el cumplimiento de este requisito, se calculará la capacidad resistente en cada entrepiso teniendo en cuenta todos los elementos que puedan contribuir a la resistencia, en particular, los muros que se hallen en el caso I a que se refiere el artículo 204 del Reglamento.
4. Los marcos y muros de concreto reforzado cumplen con los requisitos que fijan las normas complementarias correspondientes para marcos y muros dúctiles.
5. Los marcos rígidos de acero satisfacen los requisitos para marcos dúctiles que fijan las normas complementarias correspondientes.

II. Se adoptará $Q = 3$ cuando se satisfacen las condiciones 2, 4 y 5 del caso I y en cualquier entrepiso dejan de satisfacerse las condiciones 1 a 3 especificadas para el caso I, pero la resistencia en todos los entrepisos es suministrada por columnas de acero, por marcos de concreto reforzado con losas planas, por marcos rígidos de acero, por marcos de concreto reforzado, por muros de este material, por combinación de éstos y muros o por diafragmas de madera contrachapada. Las estructuras con losas planas deberán además satisfacer los requisitos que sobre el particular marcan las normas técnicas complementarias para estructuras de concreto.

III. Se usará $Q = 2$ cuando la resistencia a fuerzas laterales es suministrada por losas planas con columnas de acero o de concreto reforzado, por marcos de acero o de concreto reforzado, contraventeados o no, muros o columnas de concreto reforzado, que no cumplen con algún entrepiso los especificados por los casos I y II de esta sección, o por muros de mampostería de piezas macizas confinadas por castillos, dalas, columnas o trabes de concreto reforzado o de acero que satisfacen los requisitos de las normas complementarias respectivas, o diafragmas construidos con duelas inclinadas o por sistemas de muros formados por duelas de madera horizontales o verticales combinados con elementos diagonales de madera maciza. También se usará $Q = 2$ cuando la resistencia es suministrada por elementos de concreto prefabricado o presforzado, con las excepciones que sobre el particular marcan las normas técnicas complementarias para estructuras de concreto.

IV. Se usará $Q = 1.5$ cuando la resistencia a fuerzas laterales es suministrada en todos los entrepisos por muros de mampostería de piezas huecas, confinadas o con refuerzo interior, que satisfacen los requisitos de las normas complementarias respectivas, o por combinaciones de dichos muros con elementos como los descritos para los casos II y III, o por marcos y armaduras de madera.

V. Se usará $Q = 1$ en estructuras cuya resistencia a fuerzas laterales es suministrada al menos parcialmente por elementos o materiales diferentes de los arriba especificados, a menos que se haga un estudio que demuestre, a satisfacción del Departamento, que se puede emplear un valor más alto que el que aquí se especifica.

En todos los casos se usará para toda la estructura en la dirección de análisis el valor mínimo de Q que corresponde a los diversos entrepisos de la estructura en dicha dirección.

El factor Q puede diferir en las dos direcciones ortogonales en que se analiza la estructura, según sean las propiedades de ésta en dichas direcciones.

sea, determinan las fuerzas laterales para las que hay que diseñar una estructura, si se pretende que permanezca elástica ante el sismo de diseño. Se admiten reducciones en las ordenadas espectrales. Estas reducciones están definidas por un factor Q que toma los valores especificados en la tabla 6.2 según el tipo de estructuración y los detalles de dimensionamiento que se hayan adoptado en la estructura, los cuales determinan el grado de disipación de energía en campo inelástico del que la estructura puede disponer.

El RCDF especifica que las ordenadas del espectro elástico se pueden reducir, para fines de diseño, dividiéndolas entre un factor Q' que es igual a Q para periodos mayores que cierto valor $T1$, y que decrece linealmente entre Q y 1 para periodos menores, como se aprecia en la figura 6.23 que muestra los espectros correspondientes a distintos valores de Q para construcciones en la zona *III*. Además, indica el RCDF que para construcciones con estructuración irregular debe reducirse a 80% el valor de Q'. Las condiciones de irregularidad se comentarán en el subcapítulo siguiente.

Los requisitos de la tabla 6.2 para la aplicación de los distintos valores de Q, son muy generales y deben ir aparejados a la observancia de otros más específicos de sistemas constructivos y materiales particulares. En el subcapítulo siguiente se justificarán y ampliarán los requisitos relativos a estructuración, mientras que lo relativo al diseño en distintos materiales se trata en 6.7.

Debe revisarse la estructura para la acción de dos componentes horizontales ortogonales del movimiento del terreno. Se considerará actuando simultáneamente el valor de diseño de un componente más 30 por ciento del valor de diseño del componente ortogonal. Ha sido costumbre considerar que la acción sísmica se ejerce en forma independiente de cada dirección, o sea revisar el efecto de la acción sísmica de diseño en una de las direcciones principales de la estructura, considerando que las fuerzas sísmicas son nulas en cualquier otra dirección. En realidad el movimiento de terreno tiene componentes en las tres direcciones simultáneamente. Como se puede apreciar de los acelerogramas de la figura 6.5, el componente en una dirección horizontal es simultáneo a otros en la dirección horizontal ortogonal y en dirección vertical; sin embargo, la probabilidad de que coincidan en un mismo instante los máximos de más de un componente es despreciable. De un análisis probabilista del problema se determinó que simultáneamente al máximo en una dirección puede actuar 30 por ciento del máximo en otra ortogonal; de allí el requisito especificado por el RCDF e ilustrado en la figura 6.24.

La aplicación de este requisito da lugar a complicaciones severas en el análisis, especialmente cuando existen asimetrías en la estructuración. Por otra parte, en la mayoría de las estructuras es despreciable el efecto simultáneo del otro com-

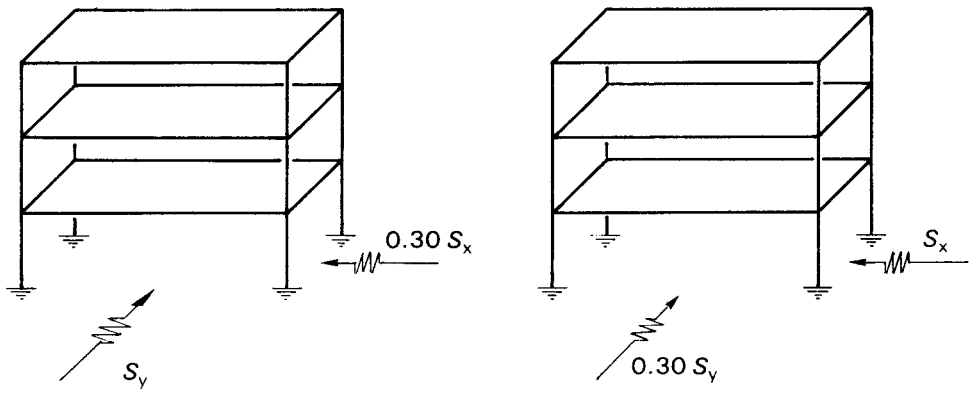
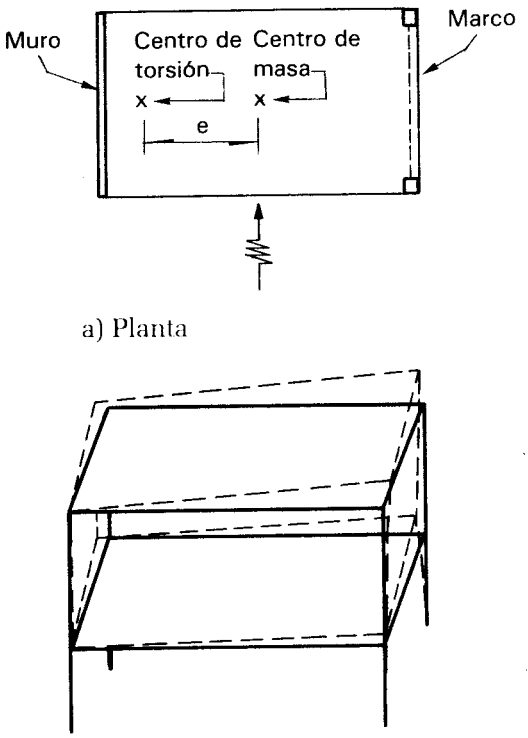


Figura 6.24. Combinaciones del efecto sísmico en dos direcciones.

ponente, así que el proyectista deberá evaluar inicialmente si el efecto es significativo en su caso particular para en caso contrario, ignorarlo en el análisis.

Los modelos con que se ha estudiado en los subcapítulos anteriores la respuesta sísmica, consideraban que la estructura tenía únicamente movimientos de traslación. En realidad la estructura puede presentar además, movimientos de rotación en cada masa (figura 6.25) y un modelo más completo debería incluir ese grado de libertad mediante resortes de torsión en cada piso. La importancia de las rotaciones y la magnitud de las solicitaciones que por este efecto se inducen en la estructura dependen de la distribución en planta de las masas y de las rigideces laterales. Desde un punto de vista del equilibrio, la fuerza actuante por sismo en cada piso está situada en el centro de masa, mientras que la fuerza resistente lo está en el centro de torsión, o sea donde se ubica la resultante de las fuerzas laterales que resiste cada uno de los elementos. Si entre esos dos puntos existe una excentricidad, la acción en cada entrepiso estará constituida por una fuerza cortante más un momento torsionante cuyo efecto debe tomarse en cuenta en el diseño.

Un análisis dinámico que incluya los efectos de torsión a través de la consideración de un grado de libertad de rotación en cada nivel resulta muy complicado y, para las estructuras comunes, el efecto de la torsión se suele considerar de manera estática superponiendo sus resultados a los de un análisis, estático o dinámico, de los efectos de traslación calculados de manera independiente.



a) Planta

b) Configuración deformada

Figura 6.25. Vibración de un edificio incluyendo efectos de torsión.

Debido al efecto dinámico de la vibración, el momento torsionante que actúa en cada entrepiso puede verse en general amplificado y, por tanto, la excentricidad efectiva puede ser mayor que la calculada estáticamente. Por otra parte, el cálculo del centro de torsión sólo puede efectuarse con pobre aproximación, porque la rigidez de cada elemento particular puede ser alterada por agrietamientos locales o por la contribución de elementos no estructurales. Por las dos razones expuestas, el RDF especifica que el momento torsionante de diseño se determine con una excentricidad total que se calculará como la más desfavorable de:

$$e = 1.5\, e_c + 0.1\, b$$

$$e = e_c - 0.1b \qquad 6.12$$

donde e_c es la calculada a partir de los valores teóricos de los centros de masa y de cortante; el factor 1.5 cubre la amplificación dinámica de la torsión; b es el lado del edificio en dirección normal a la del análisis; o sea, se considera un error posible en la determinación de la excentricidad igual a 10 por ciento del ancho del edificio.

La forma en que se debe considerar el efecto de la torsión en el análisis sísmico se describirá en el siguiente subcapítulo.

Como se ha indicado anteriormente, el segundo objetivo básico del diseño sísmico, consistente en evitar daños ante temblores moderados, se trata de cumplir limitando los desplazamientos laterales de la estructura.

El índice más importante para la determinación de la magnitud de los posibles daños es la distorsión de entrepiso, γ, o sea el desplazamiento relativo entre dos pisos sucesivos, Δ, dividido entre la altura de entrepiso, H, (figura 6.26)

$$\gamma = \Delta/H$$

Hay que recordar que la reducción en el coeficiente sísmico por comportamiento inelástico es válida para determinar las fuerzas para las que hay que diseñar la estructura, pero que las deformaciones que se presentarán en la estructura serán Q veces las que se han determinado con un análisis elástico bajo esas fuerzas reducidas. Por tanto antes de compararlas con deformaciones admisibles, las deformaciones calculadas, Δ_c, deberán multiplicarse por Q.

$$\Delta = Q\, \Delta_c$$

También debe tenerse en mente que el objetivo es limitar las deflexiones a valores que no causen daños en elementos

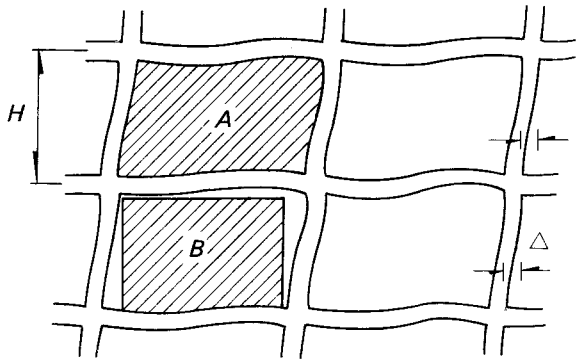


Figura 6.26. Distorsiones de entrepiso admisibles según el RDF.

A: muro integrado a la estructura

B: muro separado de la estructura

$\gamma = \frac{\triangle}{H}$ = Distorsión del entrepiso

γ admisible = 0.008 Caso *A*

γ admisible = 0.016 Caso *B*

estructurales y no estructurales, no para el sismo de diseño sino para uno de mucho menor intensidad. Para poder emplear los mismos resultados del análisis ante el sismo de diseño, las distorsiones admisibles se multiplican en el RDF por un factor del orden de tres con respecto a las que realmente se quieren controlar. Así, se encuentra experimentalmente que en muros de mampostería y en recubrimientos frágiles de paredes divisorias se provocan agrietamientos cuando las distorsiones exceden de dos al millar ($\gamma \geq 0.002$); el reglamento en cuestión exige se compare la distorsión calculada con un valor admisible:

$$\gamma_{adm} = 0.006$$

cuando las deformaciones de la estructura pueden afectar elementos no estructurales frágiles (caso, *A* en la figura 6.26).

Por otra parte, cuando no existen elementos frágiles que pueden ser dañados por el movimiento de la estructura o cuando éstos están desligados de la estructura principal (caso *b* de la figura 6.26) se aumenta al doble la distorsión admisible:

$$\gamma_{adm} = 0.012$$

En este caso, el límite tiene como fin evitar que la edificación resulte excesivamente flexible y se originen deformaciones que causen molestias y pánico a los ocupantes y que hagan que se vuelvan importantes los efectos de segundo orden.

Los criterios aquí mencionados y los métodos de análisis que se describirán en el próximo subcapítulo, se refieren esencialmente a edificios y estructuras en que la resistencia a cargas laterales es proporcionada por marcos, arriostrados o no, o rigidizados por muros. Otras estructuras, como los muros de contención y los tanques, se comportan en forma radicalmente distinta y sus métodos de análisis sísmico son diferentes y no se tratarán aquí.

6.5 MÉTODOS DE ANÁLISIS SÍSMICO

6.5.1 Consideraciones preliminares

Existen diversos procedimientos para calcular las solicitaciones que el sismo de diseño introduce en la estructura. Los métodos aceptados por las normas tienen distinto nivel de refinamiento y se subdividen en dos grupos: los de tipo estático y los dinámicos. En los primeros se aplica a la estructura un sistema de cargas laterales cuyo efecto estático se supone equivalente al de la acción sísmica. En los segundos se realiza un análisis de la respuesta dinámica de un modelo generalmente simplificado.

Desde hace algunos años se han venido poniendo a disposición de los proyectistas programas de cómputo muy poderosos para el análisis sísmico de estructuras. La lista de programas de dominio público es muy larga y, para mencionar sólo algunos de los más conocidos, citaremos el STRUDL, el ETABS y el SAP. Programas como los mencionados realizan el análisis sísmico tridimensional estático o dinámico de estructuras a base de barras, placas, cascarones y otros tipos de elementos, con lo cual es posible modelar de manera muy detallada la estructura y obtener una estimación precisa de su respuesta.

6.5.2 Métodos de análisis estático

Los métodos de este tipo se basan generalmente en la determinación de la fuerza lateral total (cortante en la base) a partir de la fuerza de inercia que se induce en un sistema equivalente de un grado de libertad, para después distribuir esta cortante en fuerzas concentradas a diferentes alturas de la estructura, obtenidas suponiendo que ésta va a vibrar esencialmente en su primer modo natural. El RDF acepta el uso del método estático en estructuras de altura no mayor de 60 m. Debe, sin embargo, evitarse su empleo en estructuras que tengan geometrías muy irregulares en planta o elevación, o distribuciones no uniformes de masas y rigideces. La fuerza cortante basal se determina como:

$$V = C_s W \qquad 6.13$$

en que W es el peso total de la estructura, C_s es el coeficiente de cortante basal para cuya determinación el reglamento admite dos opciones. Si no se calcula el periodo natural de la estructura, este coeficiente debe tomarse igual a la ordenada máxima del espectro reducido por ductilidad, o sea

$$C_s = c/Q' \qquad 6.14$$

Esta forma de proceder es muy conservadora, ya que cuando el periodo de la estructura se encuentra fuera de la zona de ordenadas máximas pueden hacerse reducciones importantes en C_s. La segunda opción permite hacer una estimación aproximada del periodo natural, T. Si éste corresponde a la zona plana, o sea si se encuentra entre los valores T_1 y T_2 de la tabla 6.1, no se pueden hacer reducciones por este concepto y C_s se calcula con la expresión 6.14. Si $T < T_1$, el coeficiente basal C_s puede tomarse igual a la ordenada del espectro reducido según las reglas definidas en la sección 6.4.2 que dan lugar a la rama ascendente del espectro de la figura 6.19, o sea

$$C_s = \frac{\alpha_o + (c - \alpha o)\, T / T_1}{1 + (Q' - 1)\, T / T_1} \qquad 6.15$$

Finalmente, si $T > T_2$, la estructura se encuentra en la zona correspondiente a la rama descendente del espectro. En esta zona sería poco conservador tomar el coeficiente basal igual a la ordenada espectral, para un método estático en que se ignoran los efectos de modos superiores, ya que estos últimos pueden ser significativos para estas estructuras de periodo largo. Por ello, el coeficiente basal C_s debe ser mayor que la ordenada espectral correspondiente al periodo de la estructura. Para tomar en cuenta lo anterior, el RDF especifica una reducción en el coeficiente de cortante basal que va aparejada a una modificación en la distribución de fuerzas laterales con la altura y para cuya determinación puede considerarse inicialmente el mismo valor de C_s especificado por la ecuación 6.14 y realizar toda la corrección en las fuerzas aplicadas en los diferentes niveles, como se explicará más adelante.

Para emplear esta segunda opción en que se permiten reducciones al coeficiente C_s, es necesario conocer el periodo natural de la estructura. Para su determinación debería realizarse, estrictamente, un análisis dinámico de la misma; sin embargo, son admisibles, para estructuras regulares, estimaciones aproximadas del periodo. Un procedimiento sencillo para el cálculo del periodo fundamental de un edificio es el siguiente (referencia 6.4):

Cuando la rigidez a cargas laterales es proporcionada exclusivamente por marcos rígidos de concreto o acero:

$$T = C_T H^{0.75} \qquad 6.16$$

en que C_T es una constante que vale 0.08 para marcos de concreto y 0.06 para marcos de acero: H es la altura total de la estructura, en metros. Cuando en la rigidez a cargas laterales participan otros elementos diferentes a marcos rígidos, como muros o arriostriamientos:

$$T = \frac{0.09H}{\sqrt{L}} \qquad 6.17$$

en que L es la longitud total de edificio en la dirección considerada, en m.

Una forma más precisa para la determinación del periodo fundamental es la recomendada por el RCDF

$$T = 2\pi \left[\frac{1}{g} \Sigma \frac{W_i x^2_i}{F_i x_i}\right]^{1/2} \qquad 6.18$$

en que W_i es el peso de la masa ubicada en el nivel i, F_i la fuerza que según el análisis estático debe aplicarse en el nivel i y x_i es el desplazamiento lateral que las fuerzas producen en el nivel en cuestión.

Una vez determinada la fuerza cortante en la base, debe definirse cuáles son las fuerzas individuales aplicadas en cada masa, las que sumadas dan lugar a dicha cortante total. El RDF acepta la hipótesis de que la distribución de aceleraciones en los diferentes niveles de la estructura es lineal, partiendo de cero en la base hasta un máximo, a_M, en la punta (figura 6.27). De ello resulta que la fuerza lateral en cada piso vale:

$$F_i = \frac{W_i}{g} a_i = \frac{W_i}{g} \frac{h_i}{H} a_M$$

$$V = \Sigma F_i = \frac{a_M}{H} \frac{\Sigma W_i}{g} h_i$$

$$a_M = \frac{V H g}{\Sigma W_i h_i}$$

$$F_i = \frac{W_i h_i}{\Sigma W_i h_i} V = \frac{W_i h_i}{\Sigma W_i h_i} C_s W \qquad 6.19$$

Con esta última expresión se determinan las fuerzas aplicadas en cada masa. En edificios la masa se considera concentrada a nivel de cada losa de piso.

Se exceptúa el caso de las estructuras en que se haya determinado el periodo natural y en que éste resultó mayor

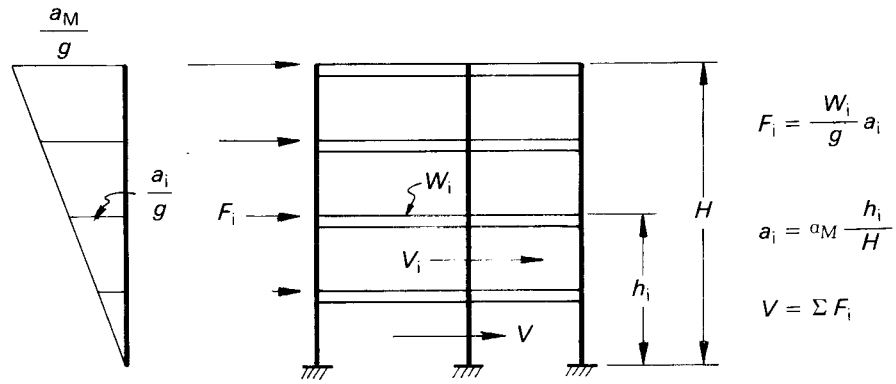


Figura 6.27. Distribución de fuerzas laterales con la altura según el método estático.

que T_2, para las cuales las fuerzas en cada piso deben determinarse con la expresión.

$$F_i = (k_1 h_i + k_2 h^2_i) C_s W \qquad 6.20$$

en que

$$k_1 = q \left[1\text{-}r\ (1\text{-}q)\right] \frac{\Sigma W_i}{\Sigma W_i h_i}$$

$$k_2 = 1.5\ r\ q\ (1\text{-}q) \frac{\Sigma W_i}{\Sigma W_i h_i}$$

$$q = (T_2/T)^r$$

h_i es, nuevamente, la altura del nivel i y es el coeficiente dado en la tabla 6.1

Con lo anterior se resuelve el problema a nivel bidimensional. La estructura es, sin embargo, tridimensional y debe ubicarse la posición de las fuerzas sísmicas en la planta de cada nivel. Tratándose de fuerzas de inercia, debe pensarse en una serie de fuerzas elementales aplicadas en cada unidad de masa del piso en cuestión. Es usual que el piso tenga una estructura que lo haga muy rígido en su plano, de manera que se moverá como un cuerpo rígido y podrá considerarse la resultante de dichas fuerzas elementales aplicada en el centro de masa del piso en cuestión (figura 6.28). Esta fuerza de inercia debe ser resistida por los diferentes elementos verticales que constituyen la estructura. Cuando no hay excentricidad entre las resultantes de las fuerzas actuantes y resistentes, las fuerzas sísmicas actuantes producen un movimiento de traslación del sistema de entrepiso, de manera que puede definirse como rigidez de entrepiso a la fuerza cortante lateral que se requiere para producir un desplazamiento unitario del piso. Los elementos que contribuyen a la rigidez lateral del entrepiso son generalmente marcos planos o muros, así que pueden identificarse ejes en los que están colocados los elementos resistentes. Cada eje

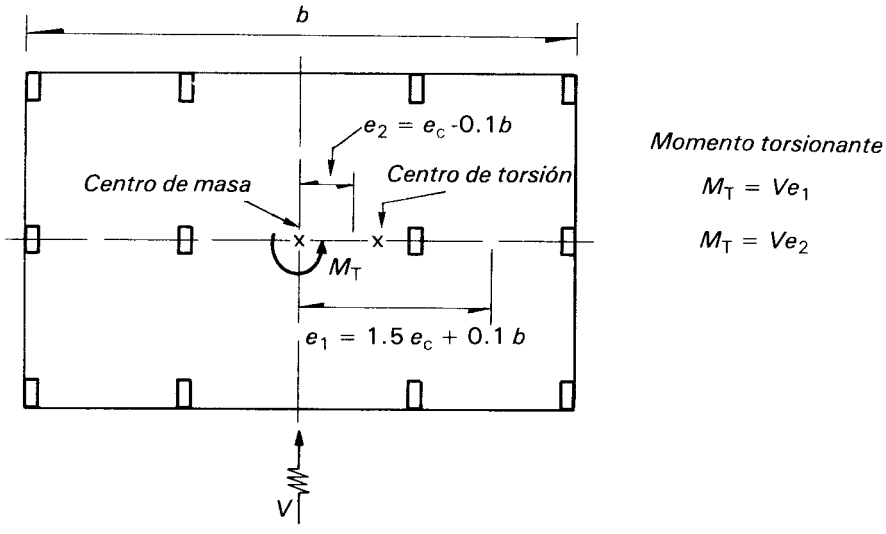


Figura 6.28. Excentricidad de diseño para determinación de efectos de torsión.

tomará una fracción de la fuerza actuante proporcional a su rigidez de entrepiso o sea:

$$V_j = V\frac{R_j}{\Sigma R_j} \qquad 6.21$$

En que V_j es la fracción de la fuerza cortante total en el piso en estudio, V, que es absorbida por el eje j; R_j es la rigidez de entrepiso del eje j.

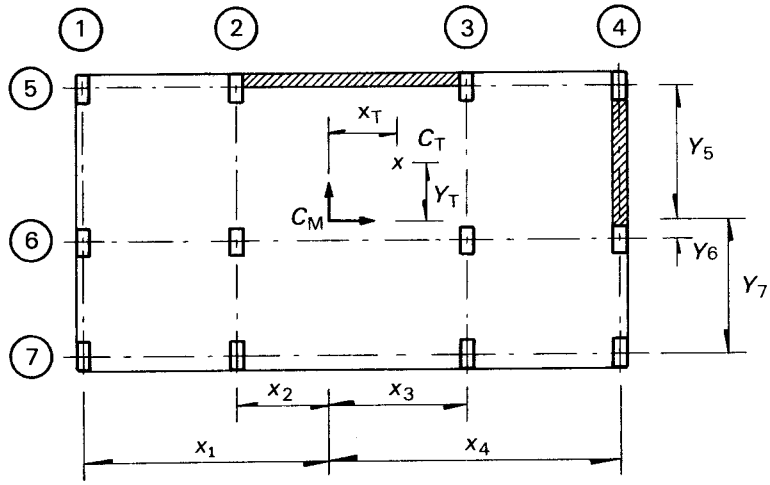
Cuando las rigideces de cada eje están distribuidas de manera simétrica en el piso, la resultante de las fuerzas resistentes coincide con el centro geométrico de la planta y, por tanto, en general con la línea de acción de la fuerza actuante. Es frecuente, sin embargo, que los ejes de más rigidez no estén dispuestos simétricamente, en cuyo caso la resultante de las fuerzas resistentes estará situada en un punto llamado *centro de torsión* o centroide de rigideces.

Al no coincidir este centroide con la línea de acción de la fuerza cortante, se produce un par de torsión de magnitud igual al producto de la fuerza cortante de entrepiso por la distancia entre el centro de masa y el centro de torsión. El centro de torsión tiene, por equilibrio estático, las coordenadas siguientes:

$$x_T = \frac{\Sigma R_{iy}x_i}{\Sigma R_{iy}} \qquad y_T = \frac{\Sigma R_{ix}y_i}{\Sigma R_{ix}} \qquad 6.22$$

en que, como se ilustra en la figura 6.29, R_{iy} y R_{ix}, son las rigideces de entrepiso de cada eje en dirección 'y' y 'x' respectivamente; x_i y y_i son las distancias de cada eje, en dirección x o y, con respecto al centro de masa.

El par de torsión da lugar a que el piso, además del movimiento de traslación sufra una rotación, por la cual algunos



C_M, Centro de masa

C_T, Centro de torsión

$$x_T = \frac{\Sigma R_{i\,y}\, x_i}{\Sigma R_{i\,y}}$$

$$y_T = \frac{\Sigma R_{i\,x}\, y_i}{\Sigma R_{i\,x}}$$

Figura 6.29. Determinación del centro de torsión.

ejes estarán sujetos a fuerzas cortantes que son aditivas a las producidas por la traslación, mientras que en otros las cortantes son de signos contrarios. Hay que notar que una excentricidad en dirección x produce cortantes tanto en los ejes orientados en dirección x, como en los orientados en la dirección y. La magnitud de la cortante que toma cada eje se determina como

$$V_{ix} = \frac{R_{ix}\, y_{iT}}{\Sigma(R_{ix}\, y^2{}_{iT} + R_{iy}\, x^2{}_{iT})} V_x(e_y)$$

Con el procedimiento descrito se llega a determinar el sistema de fuerzas que actúa en cada eje resistente y se puede así realizar el análisis de los elementos planos que constituyen la estructura. Con los métodos automatizados de análisis no es necesario subdividir la estructura en ejes resistentes en dos direcciones ortogonales: es posible hacer el análisis tridimensional, una vez determinada la posición de la fuerza actuante en cada nivel e incluir los efectos de traslación y los de rotación.

Una versión más elemental del método estático la constituye el llamado *método simplificado*, el cual es aplicable a estructuras en que la rigidez y resistencia a cargas laterales son proporcionadas por muros y en que las torsiones no son importantes. El RCDF limita su aplicación a edificios de baja altura (menor de 13 m) con losas continuas en todos los pisos y en que existen muros largos paralelos en los extremos, que absorben las posibles torsiones.

La furza cortante total se determina según este procedimiento sin necesidad de calcular el periodo ni el factor de reducción por ductilidad. Estos factores están ya tomados en cuenta en los coeficientes proporcionados por la tabla 6.3 y

se han obtenido a partir del periodo fundamental estimado en función de la altura de la construcción y considerando el factor de ductilidad correspondiente segúaan la tabla 6.2, para el tipo de pieza para mampostería usada en los muros. El método puede ampliarse a casos en que los muros son de concreto o de tableros de madera, o aun a otros elementos estructurales, pero el RCDF no suministra coeficientes para dichos casos. Los coeficientes de la tabla 6.3 representan la ordenada espectral reducida por ductilidad; por tanto, multiplicados por el peso total de la construcción, proporcionan la fuerza cortante sísmica en la base. De ser necesario calcular la fuerza sísmica en otros niveles, se emplea el mismo procedimiento que en el método estático.

Tabla 6.3. Coeficientes sísmicos reducidos para el método simplificado; construcciones del grupo B, según el *Manual* CFE (Referencia 6.13)

Zona sísmica	Tipo de terreno	Muros de piezas macizas o diafragmas de madera contrachapada			Muros de piezas huecas o diafragmas de duelas de madera		
		H < 4 (m)	4≤H≤7 (m)	7< H≤13 (m)	H <4 (m)	4≤H≤7 (m)	7<H≤13 (m)
A	I	0.04	0.04	0.04	0.05	0.05	0.05
	II	0.06	0.07	0.08	0.07	0.09	0.11
	III	0.07	0.08	0.10	0.08	0.10	0.13
B	I	0.06	0.07	0.07	0.08	0.09	0.09
	II	0.13	0.15	0.18	0.15	0.18	0.22
	III	0.13	0.16	0.19	0.15	0.19	0.23
C	I	0.18	0.18	0.18	0.24	0.24	0.24
	II	0.32	0.32	0.32	0.43	0.43	0.43
	III	0.32	0.32	0.32	0.43	0.43	0.43
D	I	0.25	0.25	0.25	0.33	0.33	0.33
	II	0.43	0.43	0.43	0.57	0.57	0.57
	III	0.43	0.43	0.43	0.57	0.57	0.57

En el método simplificado se supone que la fuerza sísmica actuante se distribuye de manera uniforme entre cada muro alineado en la dirección en que actúa el sismo; por tanto, debe compararse con la fuerza cortante resistente a sismo que es la suma de las contribuciones individuales de cada muro alineado en la dirección en estudio. La fuerza resistente resulta:

$$V_R = \Sigma v_i t_i L_i \qquad 6.24$$

en que v_i es el esfuerzo cortante resistente del muro i, que depende del material del que está compuesto y del refuerzo y estructuración que tenga; $t_i L_i$ es el área de muro, siendo t_i el espesor y L_i la longitud. Los muros de muy poca longitud resultan poco rígidos debido a que influyen en ellos las deformaciones de flexión y por ello contribuyen menos a la resistencia. Esto se toma en cuenta considerando en el cálculo de su área una longitud reducida, L', tal que:

$$L' = L\,(1.33\,\frac{L}{H})^2 \leq L \qquad 6.25$$

o sea, si la relación entre longitud, L, y altura, H, del muro es menor que 1.33, la longitud efectiva resulta menor que la real.

Sin más complicaciones, se revisa que en cada dirección la fuerza cortante resistente de diseño sea igual o mayor que la actuante.

6.5.3 Métodos de análisis dinámico

En los métodos dinámicos se realiza una idealización de la estructura a base de masas y resortes como en el ejemplo de la figura 6.14. Nuevamente, si se emplean métodos automatizados de análisis, la modelación puede ser muy refinada, de lo contrario debe recurrirse a un modelo muy simplista.

El método dinámico más empleado en la práctica es el modal, o, más propiamente, el análisis modal con técnicas de espectro de respuesta.

El RDF especifica este método, aceptando que se analice en forma independiente la vibración de traslación en dos direcciones ortogonales sin tomar en cuenta los efectos de torsión. Éstos deben determinarse independientemente con el procedimiento indicado para el método estático y después superponerse.

Se determinan los tres primeros modos de traslación, y todos aquellos adicionales que tengan un periodo mayor que 0.4 seg. Para calcular la participación de cada modo natural en las fuerzas laterales que actúan sobre la estructura, se considera la aceleración correspondiente al espectro de diseño reducido por ductilidad y para el periodo particular del modo en cuestión. La superposición de las fuerzas modales se realiza con la expresión 6.11. En las referencias 6.1 y 6.3 pueden verse ejemplos detallados de la aplicación de este método, según el RCDF.

Otro método dinámico que se ha empleado para el análisis de estructuras muy importantes es el análisis paso a paso, o sea la integración directa de las ecuaciones del movimiento, para una excitación correspondiente a un acelerograma representativo del sismo de diseño. El procedimiento, además de su laboriosidad, presenta dificultades para tomar en

cuenta el comportamiento inelástico y para definir el acelerograma de diseño.

Ejemplo 6.1 Determinación de las fuerzas laterales debidas a sismo según el método estático del RCDF.

El edificio de cinco niveles representado en la figura está ubicado en la ciudad de México, en la zona identificada como terreno compresible (zona del lago). La construcción se clasifica como del grupo B2. Se han determinado las siguientes cargas verticales:

EN AZOTEA

Carga muerta = 570 kg/m^2
Carga viva = 70 kg/m^2 (según la tabla 3.4)
640 kg/m^2

EN TODAS LAS OTRAS PLANTAS

Carga muerta = 700 kg/m^2
Carga viva = 90 kg/m^2 (según la tabla 3.4)
790 kg/m^2

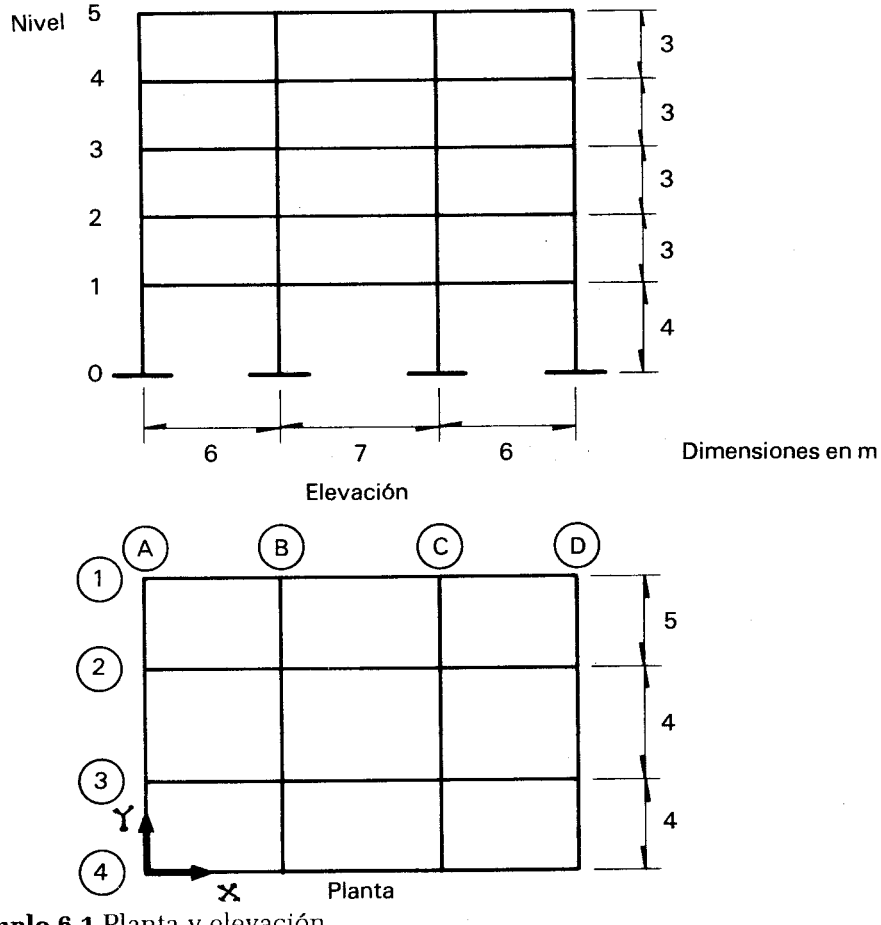


Figura ejemplo 6.1 Planta y elevación.

Lo anterior da lugar a los siguientes pesos:

Azotea W5 $= 640 \times 13 \times 19 = 158080$ kg
$= 158.1$ ton

Planta tipo W1 $-$W2 $= 790 \times 13 \times 19 = 195130$ kg
$= 195.1$ ton

El edificio está estructurado a base de marcos regulares de concreto en la dirección 'x', mientras que en la dirección 'y' la resistencia lateral es proporcionada por muros de concreto. Se considera que se van a cumplir todos los requisitos para marcos ductiles y que son, por tanto, aplicables los siguientes valores de Q, según la tabla 6.3

Para la dirección x, Q = 4
Para la dirección y, Q = 2

a) Determinación del coeficiente de cortante basal.

Si no se realizan reducciones por el periodo de la estructura, debe aplicarse:

$$C_s = \frac{c}{Q}$$

Para la zona de terreno compresible de la ciudad de México corresponde, según la tabla 6.1

$$c = 0.4,\ T_a = 0.6\ ,\ T_b = 3.9\ ,\ r = 1$$

Por lo tanto, el coeficiente sísmico para análisis estático sin reducción por el periodo de la estructura resulta, para la dirección X:

$$C_s = \frac{0.4}{4} = 0.1$$

y para la dirección *Y*:

$$C_s = \frac{0.4}{2} = 0.2$$

Para ver la posibilidad de reducir el coeficiente sísmico se hará una estimación del periodo con las expresiones aproximadas (ecuaciones 6.16 y 6.17). Para la dirección 'x', por ser la estructura a base de marcos de concreto, corresponde aplicar la ecuación 6.16 con C_T=0.08 a sea

$$T = C_T H^{0.75} = 0.08 \times (16)^{0.75} = 0.64 \text{ seg}$$

Para la dirección 'y', por ser una estructura a base de muros de concreto, corresponde aplicar la ecuación 6.17

$$T = \frac{0.09\,H}{\sqrt{L}} = \frac{0.09 \times 16}{\sqrt{13}} = 0.40 \text{ seg}$$

En los cálculos anteriores, H corresponde a la altura de la construcción y L la longitud de la misma en dirección 'y'.

En el primer caso el periodo resultó ser mayor que el T_a y menor que T_b, por lo que no se aplica la reducción del coeficiente sísmico, para el segundo caso el periodo es menor que el T_a por lo que sí se puede aplicar el factor de reducción Q':

$$Q' = 1 + \left(\frac{T}{T_a}\right)(Q - 1) = 1 + \left(\frac{0.4}{0.6}\right)(2 - 1) = 1.67$$

Por lo que para la dirección 'y' se obtiene:

$$C_s = \frac{a_o + (c - a_o)\left(\frac{T}{T_a}\right)}{Q'} = \frac{0.1 + (0.4 - 0.1)\left(\frac{0.4}{0.6}\right)}{1.67} = 0.18$$

Se tomará este coeficiente reducido por periodo para los cálculos que siguen.

b) Determinación de las fuerzas sísmicas de los pisos.

Los valores parciales y los resultados se concentran en la siguiente tabla adjunta, en la que las distintas columnas contienen los datos y resultados.

Fuerzas sísmicas en cada nivel.

				Dirección x		Dirección y	
Nivel	Altura m	Peso ton	$W_i h_i$ ton-m	F_i ton	V_i ton	F_i ton	V_i ton
5	16	158	2528	25.9	25.9	46.6	46.6
4	13	195	2535	26.0	51.9	46.7	93.3
3	10	195	1950	19.9	71.8	35.9	129.3
2	7	195	1365	13.9	85.7	25.2	154.4
1	4	195	780	8.0	93.7	14.4	168.8
0	sumas	938	9158	93.7		168.8	

- Columna (2): La altura, en m, medida a partir del nivel de desplante, de los pisos correspondientes a los niveles 1 a 5.
- Columna (3): El peso, en toneladas, de cada piso.
- Columna (4): El producto del peso por la altura de cada nivel.
- Columna 5: La fuerza lateral en cada nivel en la dirección 'x', determinada con la ecuación 6.19, o sea:

$$F_i = \frac{W_i\ h_i}{\Sigma W_i\, h_i} V$$

en donde $W_i h_i$ es la suma de todos los valores de la columna 4, o sea

$$\Sigma W_i h_i = 9158 \text{ ton-m}$$

y V es el cortante basal para el sismo actuando en la dirección 'x':

$$V_x = C_s W = 0.1 \times 938 = 93.8 \text{ ton}$$

W es la suma de todos los pesos dados en la columna 3.

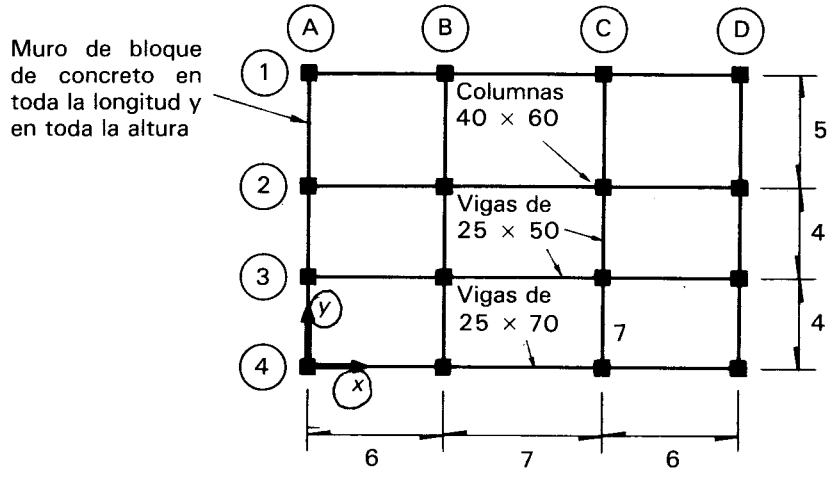
La columna 6 contiene la fuerza cortante en cada entrepiso, determinada como la suma de las fuerzas laterales aplicadas arriba del entrepiso en cuestión.

Las columnas 7 y 8 tienen el mismo significado que las columnas 5 y 6, pero en lo relativo a la dirección 'y', para la cual el cortante basal vale:

$$V_y = C_x W = 0.18 \times 938 = 168.8 \text{ tm}$$

Ejemplo 6.2 Determinación de las fuerzas sísmicas en los diferentes marcos de un edificio, según el método estático del RCDF.

Para el mismo edificio del ejemplo 6.1, se trata de encontrar cómo se distribuyen las fuerzas cortantes sísmicas calculadas en dicho ejemplo para cada entrepiso y cada dirección, entre los diferentes ejes (1 a 4 en dirección 'x' y A a D en dirección 'y'), la determinación se hará únicamente para el entrepiso 3-4.



a) Propiedades de los elementos estructurales en las plantas tipo.

Los sistemas de piso son losas y vigas de concreto cuya rigidez en el plano horizontal es muy alta, de manera que cada eje del entrepiso toma una fracción de la fuerza sísmica proporcional a su rigidez. Una estimación aproximada de la rigidez de entrepiso de un marco regular se obtiene con las fórmulas de Wilbur (ver referencia 6.3). Para un entrepiso intermedio, como el 3-4 aquí estudiado, corresponde la ecuación siguiente:

$$R_n = \frac{48\,E}{h_n\left(\frac{4\,h_n}{\Sigma K_{cn}} + \frac{h_m + h_n}{\Sigma K_{tm}} + \frac{h_n + h_o}{\Sigma K_{tn}}\right)}$$

en que ΣK_{cn} es la suma de las rigideces (I/h) de todas las columnas del entrepiso n, ΣK_{tn} es la suma de las rigideces (I/L) de todas las vigas del piso que se encuentra en la parte superior del entrepiso 'n'; h_n es la altura del entrepiso y los subíndices 'o' y 'm' identifican los niveles inmediatos superior e inferior, respectivamente, al entrepiso 'n' en estudio.

En el croquis se indican las dimensiones de las vigas y columnas del entrepiso en cuestión que se suponen iguales a las adyacentes. La altura de entrepiso es de 3.0 m; como módulo de elasticidad del concreto se considera E=200,000 kg/cm^2. Por sencillez los momentos de inercia de vigas y columnas se han calculado sobre su área bruta.

Las rigideces de vigas y columnas se obtiene como sigue:

Columnas, todas,

$$K_c = \frac{I_c}{h} = \frac{213\,300}{300} = 711 \text{ cm}^3$$

$$I_c = \frac{(40)^4}{12} = 213\,300\ cm^4$$

Vigas

Ejes 1, 2 y 3 $\quad I_v = \dfrac{25 \times 50^3}{12} = 260\,400 \text{ cm}^4$

vigas exteriores $\quad K_t = \dfrac{I_v}{L} = \dfrac{260\,400}{600} = 434 \text{ cm}^3$

vigas interiores $\quad K_t = \dfrac{I_v}{L} = \dfrac{260\,400}{700} = 372 \text{ cm}^3$

Eje 4 $\quad I_v = \dfrac{25 \times 70^3}{12} = 714\,600 \text{ cm}^4$

vigas exteriores $\quad K_t = \dfrac{I_v}{L} = \dfrac{714\,600}{600} = 1191 \text{ cm}^3$

vigas interiores $\quad K_t = \dfrac{I_v}{L} = \dfrac{714\,600}{700} = 1021 \text{ cm}^3$

Ejes B y C $\quad I_v = \dfrac{25 \times 50^3}{12} = 260\,400 \text{ cm}^4$

vigas ejes 1 a 2 $\quad K_t = \dfrac{I_v}{L} = \dfrac{260\,400}{500} = 521 \text{ cm}^3$

vigas ejes 2 a 3 y 3 a 4 $\quad K_t = \dfrac{I_v}{L} = \dfrac{260\,400}{400} = 651 \text{ cm}^3$

Aplicando la fórmula de Wilbur para la rigidez de entrepiso de los marcos de los distintos ejes, se obtiene

$$R_1 = R_2 = R_3 = \frac{48\,E}{300\left(\dfrac{4 \times 300}{4 \times 711} + \dfrac{4 \times 300}{372 + 2 \times 434}\right)} = 0.12\,E$$

$$R_4 = \frac{48\,E}{300\left(\dfrac{4 \times 300}{4 \times 711} + \dfrac{4 \times 300}{1021 + 2 \times 1192}\right)} = 0.21\,E$$

$$R_B = R_C = \frac{48\,E}{300\left(0.42 + \dfrac{4 \times 300}{521 + 2 \times 651}\right)} = 0.15\,E$$

Los marcos de los ejes A y D están totalmente cerrados con muros de mampostería de bloque hueco de concreto que actúan como diafragmas y los rigidizan. El cálculo de la rigidez en estas condiciones requiere análisis refinados, acerca de los cuales se trata en detalle en la referencia 6.3. Se supondrá aquí que los resultados de dicho análisis arrojan el resultado siguiente:

$$R_A = R_D = 300\,000 \text{ kg/cm} = 1.5\,E$$

La rigidez se ha expresado también en este caso en función del módulo de elasticidad del concreto para poder manejar números más simples.

Se supondrá que el peso está uniformemente distribuido en toda la planta, de manera que el centro de masa coincide con el centro geométrico de la planta y sus coordenadas son:

$$x_m = 9.5 \text{ m} \qquad y_m = 6.5 \text{ m}$$

Las coordenadas del centro de torsión se determinan con las ecuaciones 6.21

$$x_T = \frac{\Sigma(R_{iy}\ x_i)}{\Sigma R_{iy}}$$

$$y_T = \frac{\Sigma(R_{ix}\ y_i)}{\Sigma R_{ix}}$$

en que R_{ix} y R_{iy} son las rigideces de los diferentes marcos alineados en las direcciones 'x' y 'y', respectivamente; x_i y y_i son sus coordenadas con respecto a los ejes de referencia. Por simetría de posición y rigidez de los marcos alineados en dirección 'y', la ordenada x_T del centro de torsión coincidirá con el centro geométrico de la planta y con la del centro de masa

$$x_T = 9.5 \text{ m}$$

Los valores intermedios para la aplicación de la ecuación 6.21 se indican en la tabla adjunta. Así se obtiene para y_T:

$$y_T = \frac{0.12E \times 4 + 0.12E \times 8 + 0.12E \times 13}{0.57E} = 5.26 \text{ m}$$

La excentricidad calculada en 'y', vale

$$e_c = 6.5 - 5.26 = 1.24 \text{ m}$$

La excentricidad de diseño se determina con las ecuaciones 6.12

$$e = 1.5\, e_c + 0.1\, b \qquad e = e_c - 0.1 \text{ b}$$

En dirección 'x', $e_c = 0$

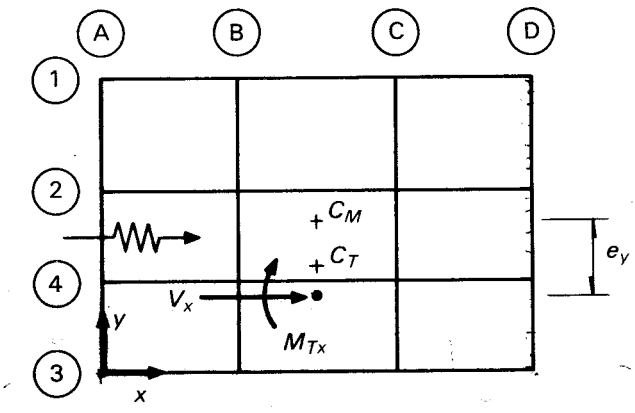
$$e_x = + 0.1 \text{ b} = + 0.1 \times 19 = 1.9 \text{ m}$$

En dirección 'y'

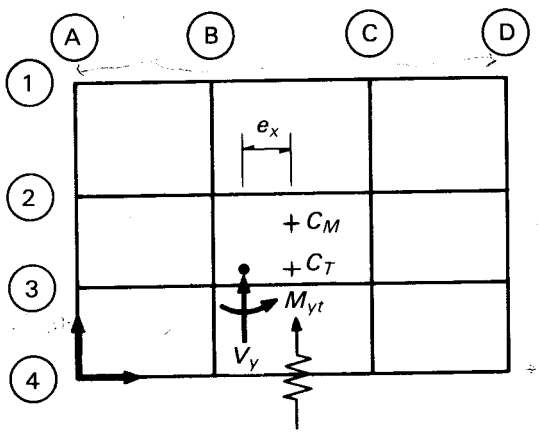
$$e_{y1} = 1.5 \times 1.24 + 0.1 \times 13 = 3.16 \text{ m}$$

$$e_{y1} = 1.2\text{A} - 0.1 \times 1.3 = 0.06 \text{ m} \text{ (se puede considerar nula)}$$

En la figura b) se indican las posiciones de las resultantes y de las excentricidades.



b) Ubicación de las fuerzas actuantes por sismo en 'x'



c) Ubicación de las fuerzas por sismo en 'y'.

Según los resultados del ejemplo 6.1, las fuerzas cortantes sísmicas en el entrepiso 3-4 valen:

$$V_x = 31.1 \text{ ton} \quad V_y = 51.9 \text{ ton}$$

La línea de acción de la fuerza cortante sísmica coincide en este caso en todos los pisos con el centro de masa, ya que la posición de éste es la misma en todos los pisos. En un caso general sería necesario calcular en cada piso la posición de la fuerza cortante resultante. Debido a la excentricidad del centro de masa con respecto al de torsión, estas cortantes originan los momentos torsionantes de entrepiso siguientes:

Para el sismo en dirección 'x'

$$M_{Tx} = V_x\, e_y = 31.90 \times 3.16 = 100.80$$
$$M_{Ty} = V_y\, e_x = 93.4\ (\pm 1.9) = \pm 177.5 \text{ ton/m}$$

La fuerza cortante que resulta en cada marco será la suma de una fracción del cortante de entrepiso proporcional a su rigidez (cortante directo) más el cortante que se induce por el momento torsionante (cortante por torsión). El cortante directo se obtiene con la expresión 6.20.

$$V_{ix} = V_x \frac{R_{ix}}{\Sigma R_{ix}} = \frac{51.9}{0.57} R_{ix}$$

$$V_{iy} = V_y \frac{R_{iy}}{\Sigma R_{iy}} = \frac{93.4}{3.30} R_{iy}.$$

El cortante directo para los distintos ejes aparece en la columna 5 de la tabla, en toneladas

El cortante por torsión en los marcos alineados en dirección 'x', debido al sismo actuando en esa dirección, se determina con la ecuación 6.22.

$$V_{ix} = \frac{R_{ix}\, y_{iT}}{\Sigma(R_{ix}\, y^2_{iT} + R_{iy}\, x^2_{iT})} M_{Tx}$$

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
								Cortante por torsión		Cortante total			
Eje	R_{ix}	Y_i	$R_{ix}Y_i$	Cortante directo	Y_{iT}	$R_{ix}Y_{iT}$	$R_{ix}Y^2_{iT}$	sismo en x	sismo en y	sismo en x	sismo en y	$X+.3Y$	$Y_i \times 10^{-3}$
1	0.12	13	1.56	10.9	7.74	0.93	7.20	0.53	0.57	11.43	0.57	11.60	6.4
2	0.12	8	0.96	10.9	2.74	0.33	0.90	0.19	0.20	11.09	0.20	11.15	6.2
3	0.12	4	0.48	10.9	−1.26	−0.15	0.19	−0.09	−0.09	10.71	−0.09	10.78	6.0
4	0.21	0	0.00	19.1	−5.26	−1.10	5.81	−0.63	−0.68	18.49	−0.68	18.29	5.8
Suma	0.57		3.00	51.8			14.10						

continuación

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
								Cortante por torsión		Cortante total			
Eje	R_{iy}	X_i	$R_{iy}X_i$	Cortante Directo	X_{iT}	$R_{ix}X_{iT}$	$R_{ix}Y^2_{iT}$	sismo en x	sismo en y	sismo en x	sismo en y	$X+.3Y$	$Y_i \times 10^{-3}$
A	1.5	0	0.00	42.5	−9.5	−14.25	135.38	−8.10	−8.77	34.40	−8.77	31.77	0.7
B	0.15	6	0.90	4.2	−3.5	−0.53	1.84	−0.30	−0.33	3.90	−0.33	3.80	0.84
C	0.15	13	1.95	4.2	3.5	0.53	1.84	0.30	0.33	4.50	0.33	4.60	1.02
D	1.50	19	28.50	42.5	9.5	14.25	135.38	8.10	8.77	50.60	8.77	53.21	1.18
Suma	3.30		31.40	93.4			274.43						

$$\Sigma R_{ix}\ Y^2_{iT} + \Sigma R_{iy}\ X^2_{iT} = 14.10 + 274.43 = 288.53 \text{ ton - m}$$

Nota: Las rigideces están expresadas como fracción de E (módulo de elasticidad, 200 ton/cm^2); los cortantes en toneladas y las coordenadas en metros.

El momento torsionante por el sismo actuando en '*x*' produce además cortantes en los marcos orientados en dirección '*y*'; éstos se obtienen como:

$$V_{iy} = \frac{R_{iy}\ x_{iT}}{\Sigma(R_{ix}\ y^2_{iT} + R_{iy}\ x^2_{iT})} M_{Tx}$$

De manera semejante, el momento torsionante debido al sismo actuando en dirección 'Y' produce cortantes en los ejes orientados tanto en dirección '*x*' como en '*y*'; éstos se determinan con expresiones análogas a las anteriores. Los resultados se indican en la tabla.

La columna 6 contiene las coordenadas de cada eje con respecto al centro de torsión, o sea:

$$x_{iT} = x_i - x_T$$
$$y_{iT} = y_i - y_T$$

Las columnas 7 y 8 contienen valores parciales para la aplicación de la ecuación 6.22; los resultados de la aplicación de esta fórmula se encuentran en las columnas 9 y 10 para el efecto del sismo actuando en '*x*' y '*y*', respectivamente. Se aprecia que casi la totalidad del cortante por torsión es absorbido por los ejes *A* y *D* debido a que los muros tienen alta rigidez lateral y a que su posición alejada del centro de torsión y simétrica, les proporciona alta rigidez lateral.

El efecto de torsión en los marcos es prácticamente, despreciable. En la columna 11 se consigna la fuerza cortante total, suma del cortante directo (columna 5) más el de torsión. En la columna 12 se encuentra el cortante total debido a la acción del sismo en dirección normal a aquella en que están orientados los entre-ejes.

El requisito de considerar el efecto simultáneo del sismo en una dirección más 30 por ciento del de la otra, implica la suma del valor de la columna 11 más 0.3 veces de la columna 12. En este caso, ya que los cortantes por torsión son pequeños esta suposición podría haberse ignorado sin cometer errores significativos.

Finalmente, puede hacerse una verificación aproximada de los requisitos de desplazamiento lateral, calculando las deformaciones a partir de la rigidez de entrepiso y del cortante aplicado en cada entreeje y tomando en cuenta que las deformaciones deben multiplicarse por el factor de comportamiento sísmico, antes de compararlas con las admisibles.

El desplazamiento relativo de entrepiso Δ_i se calcula para cada entrepiso como:

$$\Delta_i = \frac{QV_{iTOT}}{K_i}$$

La distorsión correspondiente es:

$$\gamma_i = \frac{\Delta_i}{h}$$

La altura es de 3.0 m en todos los casos; el factor de reducción Q vale 4 para la dirección 'x' y 2 para la 'y'; el cortante total V_i se ha obtenido de la columna 13 y la rigidez R_i de la columna 2, como fracción de E (para obtener su valor explícito debe, por tanto, multiplicarse por 200 ton/cm^2).

En la columna 14 aparecen las distorsiones calculadas para todos los ejes con el criterio anterior.

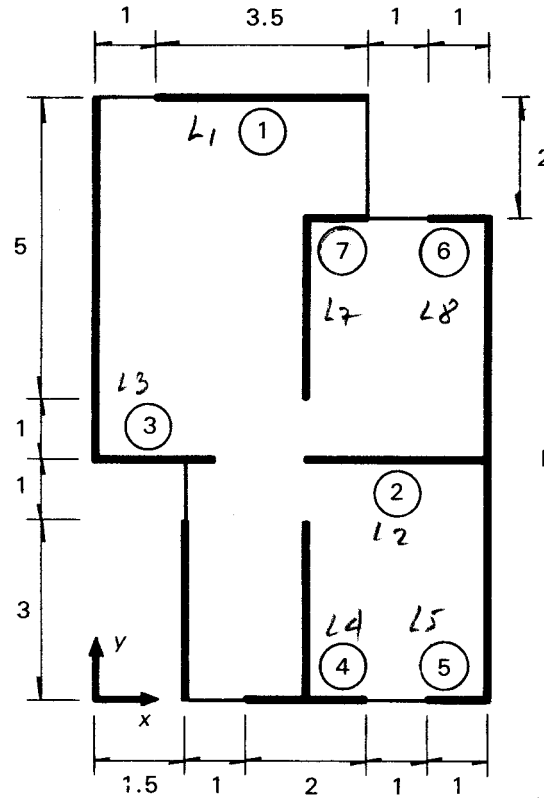
Por ejemplo para el marco del eje 1 se tiene:

$$\gamma_1 = \frac{QV_{iTOT}}{R_i\, h} = \frac{4 \times 11.60}{0.12 \times 200 \times 300} = 6.4 \times 10^{-3}$$

En este eje como en todos los demás en esta dirección, la distorsión de entrepiso es ligeramente mayor que la máxima admitida por el RCDF, para el caso en que existen elementos no estructurales frágiles ligados a la estructura ($\gamma_p = 0.006$), pero se puede considerar como aceptable, mientras que el de la dirección 'y' la distorsión de entrepiso en todos los casos es menor a la especificada por el reglamento.

Ejemplo 6.3 Método simplificado de análisis sísmico según el RCDF-93.

Se trata de analizar con el método simplificado la construcción para vivienda de dos niveles cuya planta se presenta en forma esquemática en la figura. Los pisos son de losa de concreto macizo y los muros de ladrillo de barro macizo de 14 cm de espesor. La construcción está situada en terreno compresible en una localidad correspondiente a la zona C de la República Mexicana. La altura de cada nivel es de 3.0 m. El área de cada losa es de 55 m^2.



Se cumplen las condiciones para la aplicación del método simplificado, ya que: las cargas verticales están soportadas en más de 75 por ciento por muros de mampostería; existen dos muros extremos que abarcan cada uno más de 50 por ciento de la longitud de la construcción; la altura total es menor de 13 m y su relación con el lado menor no excede de 1.5; la relación longitud a ancho de la planta no excede de dos.

Las cargas verticales son las siguientes

AZOTEA

Carga muerta	350 kg/m²
Carga viva	70 kg/m²
Suma	420 kg/m²

Carga total = 420 × 55 = 23100 kg = 23.1 ton

PRIMER PISO

Carga muerta	300 kg/m²
Carga viva	90 kg/m²
	390 kg/m²

Carga total = 390 × 55 = 21450 kg = 21.5 ton

En cada planta existen, además, 36.5 m de muros cuyo peso, incluyendo recubrimientos, se ha determinado en 450 kg/m, o sea un peso por planta de 450 × 36.5 = 16 400 kg 16.4 ton.

Los modelos supuestos en todos los métodos de análisis aquí presentados requieren concentrar las masas en los niveles de cada losa. Para las cargas que se encuentran en el entrepiso, si se trata de elementos no estructurales, debe asignarse su masa al piso sobre el que gravitan; si se trata de elementos estructurales (columnas o muros de carga) que conectan un piso a otro se asignará a cada losa la masa que se encuentra en su altura tributaria. En este caso al nivel de azotea debe asignarse la mitad del peso de muros en un entrepiso y, el primer nivel, el peso completo de un entrepiso de muros. El peso de la otra mitad, que es tributaria del nivel cero, se considera que no produce fuerzas de inercia en la estructura.

Se tiene, por tanto, los siguientes pesos totales

Azotea	W_2	= 23.1 + 8.2	=	31.3 ton
Primer piso	W_1	= 21.5 + 16.4	=	37.9 ton
Peso total				69.2 ton

De la tabla 6.3 para terreno tipo III en zona C, altura entre 4 y 7 m y muros de piezas macizas, se tiene un coeficiente sísmico

$$c = 0.15$$

El cortante en la base en ambas direcciones resulta

$$V_x = V_y = 0.15 \times 69.2 = 10.4 \text{ ton}$$

Según el método simplificado, esta fuerza se distribuye entre los muros ocasionando un esfuerzo cortante promedio

$$v = \frac{V}{\Sigma t F_i L_i}$$

en que t es el espesor del muro (14 cm), L_i es la longitud de los muros alineados en la dirección en estudio y F_i es un factor reductivo que vale

$$F_i = \left(1.33 \frac{L}{h}\right)^2 \leqslant 1$$

La inspección de la figura indica que la dirección x es mucho más crítica que la y; la longitud de muros en x es de 13.5 m y en 'y' de 23 m.

El factor F_i vale 1 para los muros identificados en la figura como 1, L_1 = 3.5 m, y 2, L_2 = 3 m.

Para los muros 3 y 4, L_4 = 2 m, $F_i = (1.33 \frac{2}{3})^2 = 0.786$

Para los muros 5, 6 y 7. L_5 = 1 m, $F_i = (1.33 \times \frac{1}{3})^2 = 0.196$

Se tiene por tanto

$$\Sigma t F_i L_i = 14\,[350 + 300 + 2 \times 0.786 \times 200 + 3 \times 0.196 \times 100] = 16200 \text{ m}^2$$

$$v = \frac{10400}{16200} = 0.64 \text{ kg/cm}^2$$

Este esfuerzo cortante deberá compararse con el resistente para el tipo de mampostería en cuestión, una vez adoptados los factores de seguridad apropiados. La revisión del entrepiso superior no es necesaria en este caso ya que tiene la misma cantidad de muros que la planta baja y una fuerza cortante actuante menor.

6.6 RECOMENDACIONES SOBRE ESTRUCTURACIÓN

6.6.1 Recomendaciones generales

La forma de la construcción, el tipo y arreglo de los elementos estructurales y la distribución de las masas del edificio tienen una influencia decisiva en la bondad del diseño sismorresistente; mucho más que para el diseño ante otra acciones.

La sencillez, uniformidad y simetría de la construcción son aspectos básicos que contribuyen a reducir drásticamente los riesgos de un mal comportamiento ante la acción de un sismo. Por ello es obligación del proyectista estructural pugnar para que la construcción tenga esas características, en tanto que ello no entre en conflicto con necesidades primarias de funcionamiento ni con requisitos estéticos esenciales. En una estructura en zona de alto peligro sísmico deben evitarse las rarezas arquitectónicas que hacen precario el equilibrio y dudosa la estabilidad ante cargas laterales. El proyectista estructural debe hacer consciente al proyectista general y al propietario de que el salirse de las recomendaciones básicas de estructuración da lugar a una estructura poco económica, pero no debe necesariamente impedir la originalidad y la funcionalidad del proyecto, cuando con un análisis más refinado y con detalles más cuidadosos pueda superar las dificultades que el proyecto presenta. Se enumeran a continuación una serie de recomendaciones al respecto.

a) La *sencillez* de la estructura permite al proyectista entender claramente la forma en la que ésta resiste las cargas laterales y en la que puede disipar la energía introducida por el sismo.
b) La existencia de sistemas estructurales que proporcionen a la estructura rigidez y resistencia en dos direcciones ortogonales es un requisito obvio en vista de que el movimiento del terreno induce fuerzas en cualquier dirección; sin embargo, es bastante frecuente que olvide este punto, con resultados catastróficos. Un ejemplo es la estructuración de la figura 6.30 que forma marco sólo en dirección transversal. El sistema puede funcionar correctamente ante cargas verticales, ya que la losa, trabajando a flexión en una

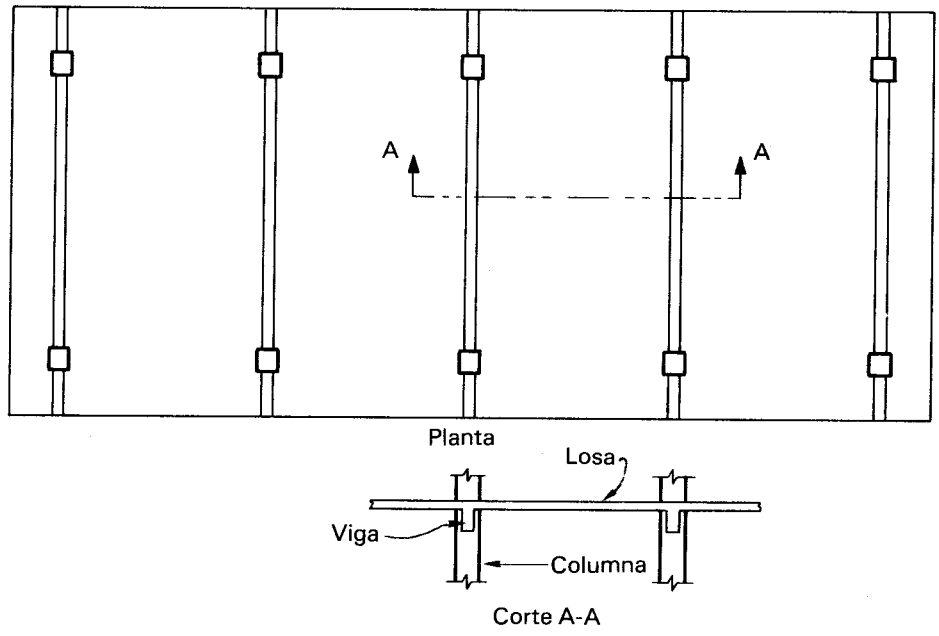


Figura 6.30. Edificio estructurado con marcos en una sola dirección.

dirección, transmite la carga vertical a las vigas y éstas a las columnas. Sin embargo, la resistencia y rigidez ante cargas laterales en dirección longitudinal son sumamente bajas, ya que al no existir marcos se basan en el trabajo de las columnas como voladizos. Una situación similar se presenta en construcciones de muros de carga cuando los requisitos de circulación tienden a forzar los muros que estén orientados en una sola dirección.

c) La distribución simétrica en planta de los elementos estructurales evita que se presenten torsiones importantes en la respuesta estructural que den lugar a solicitaciones muy altas y de cuantificación poco confiable en los elementos estructurales. Los muros de colindancia y los cuerpos de escaleras y elevadores son los elementos que suelen causar los mayores problemas de torsión debido a su alta rigidez y a la dificultad de colocarlos en la posición estructural más conveniente (figura 6.31).

d) Debe tenderse a una forma regular en planta. Son poco convenientes las formas excesivamente alargadas debido a que se tiende a perder la rigidez de la losa en su plano para trabajar como diafragma y se aumentan las posibilidades de excentricidad en la distribución de rigideces. Igualmente poco deseables son las formas en *L* y *T*, así como aquellas que tengan fuertes entrantes, debido esencialmente a los problemas de torsión que provocan. A este respecto, la solución generalmente recomendada es dividir la construcción en unidades aproximadamente cuadra-

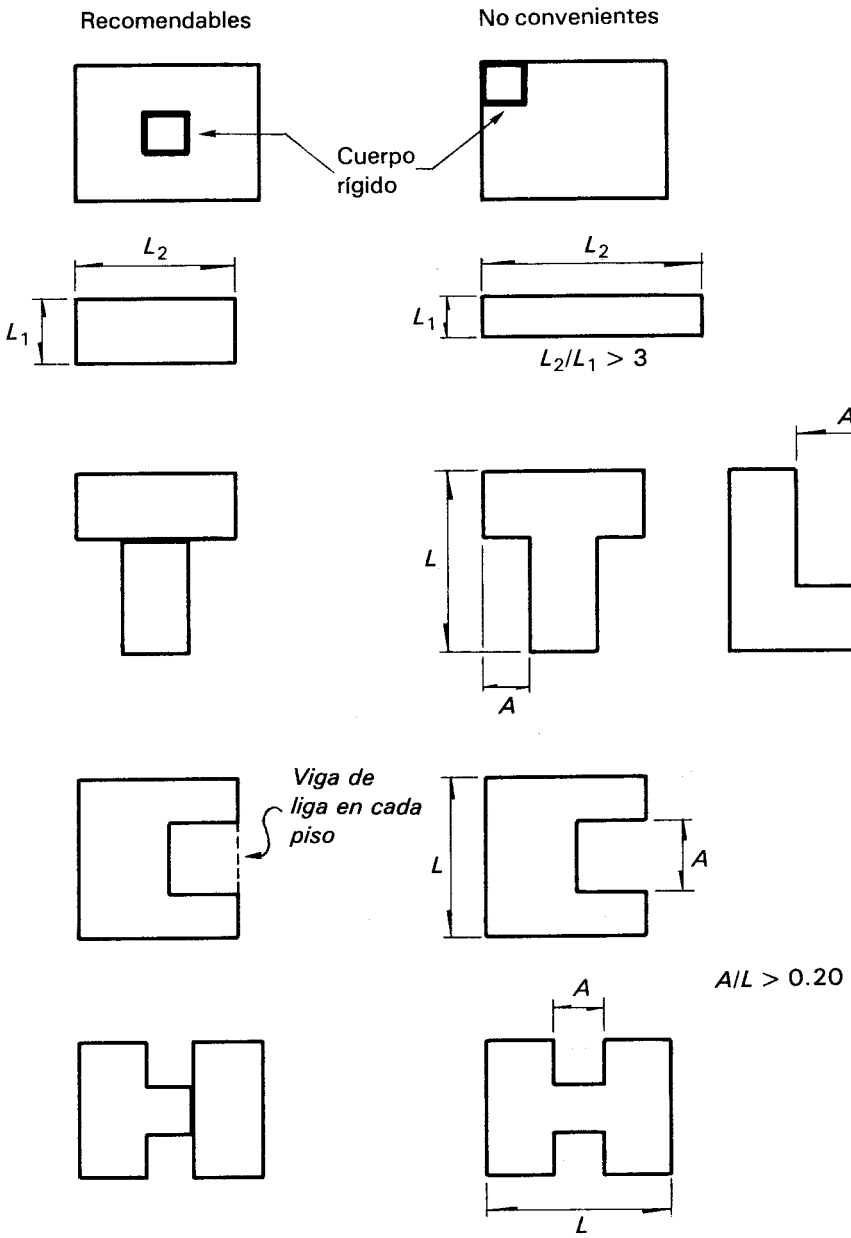
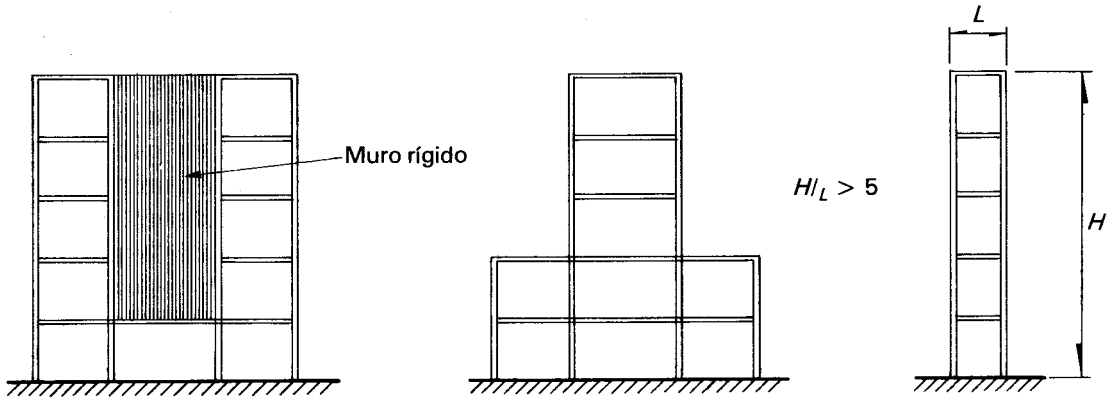


Figura 6.31. Recomendaciones sobre geometría de la planta de las estructuras para edificios.

das con una estructura independiente. Aunque esta solución resuelve los problemas estructurales, suele generar problemas de funcionamiento, ya que la holgura que hay que dejar en las juntas es apreciable y las precauciones que hay que tomar para sellar las uniones son complejas y costosas (ver figura 6.31).

e) Debe buscarse una forma regular de la construcción en elevación. Las fuertes reducciones del tamaño de la planta después de cierto número de pisos provocan amplificaciones locales del movimiento que no están cubiertas por los procedimientos de diseño usuales recomendados por los códigos. En caso de no

poder evitarse cierta irregularidad, deben seguirse métodos de análisis más refinados. La concentración de masas importantes a gran altura es obviamente poco adecuada, ya que se incrementan notablemente las fuerzas de inercia y los momentos de volteo (figura 6.32).



a) Planta baja flexible

b) Reducción brusca de masa y rígidez

c) Esbeltez excesiva

Figura 6.32. Configuraciones poco convenientes en elevación para edificios.

f) La uniformidad de resistencia y rigidez de las diferentes partes de la estructura es un punto esencial. Hay que recordar que las fuerzas laterales para las que se analiza la estructura están reducidas por considerar la habilidad de ésta para disipar energía en el intervalo inelástico. La capacidad de disipación de energía de la estructura depende del número de secciones y elementos que pueden llegar simultáneamente a la fluencia; mientras mayor sea ésta, habrá más disipación de energía y menos demanda de deformación inelástica en las secciones individuales. Por ello deben cuidarse particularmente los puntos siguientes:

1) Proporcionar máxima hiperestaticidad. Mientras mayor sea el número de secciones que tenga que llegar a la fluencia antes que la estructura pueda fallar, mayor será la disipación inelástica de energía.
2) Evitar zonas o elementos sobrediseñados. El sobrediseño local, o sea el proporcionar a algunas partes de la estructura resistencia superior a la mínima exigida por el reglamento, de manera que el factor de seguridad contra la falla de algunos elementos es superior al de otros, no es conservador en el diseño sismorresistente, ya que las secciones sobrediseñadas no participarán de la deforma-

ción inelástica y dejarán a un número reducido de secciones la función de disipar energía.

3) Como consecuencia del razonamiento anterior, debe evitarse que un entrepiso tenga una resistencia y rigidez francamente inferiores al resto, aunque éstas sean suficientes para absorber las fuerzas de diseño. El entrepiso en cuestión deberá en un sismo disipar por sí solo la energía inducida por el sismo y estará sujeto a una demanda de ductilidad que posiblemente no sea capaz de cumplir. Es difícil de respetar esta recomendación en diversas construcciones en que las actividades que se van a desarrollar en un piso, generalmente la planta baja, son diferentes de las de los otros y requieren de grandes espacios libres que impiden prolongar en dicho entrepiso los elementos que proporcionan gran rigidez en el resto (ver figura 6.32*a*). Frente a estas situaciones debe optarse por ubicar elementos resistentes en otras posiciones o por diseñar para factores de reducción por ductilidad menores que los normalmente aceptados para la estructuración en cuestión. Esta es la razón por la que el RDF hace depender el factor de reducción, Q, de lo que llama el factor de seguridad del entrepiso, o sea de la relación entre la fuerza cortante que es capaz de resistir el entrepiso y la fuerza cortante que se introduce, según el procedimiento de diseño adoptado, en el entrepiso en cuestión para el sismo de diseño. Si esa relación es significativamente distinta de uno a otro entrepiso, se reduce el valor de Q que puede emplearse.

4) También como consecuencia de lo anterior, deben evitarse las zonas débiles. El efecto sísmico tratará de localizar las zonas más débiles de la estructura para disipar allí su energía, con lo cual puede provocar fallas locales difíciles de reparar. Los huecos para ductos, los cambios bruscos de sección, las juntas de colado, las conexiones entre elementos son lugares que deben detallarse con particular cuidado para evitar fallas locales.

Debe asegurarse que los sistemas de piso y techo sean suficientemente rígidos y resistentes para absorber las fuerzas que se originan en su plano a fin de poder distribuir las fuerzas de inercia entre los elementos verticales de diferente rigidez. Una losa de concreto constituye en general un elemento adecuado para tomar esas fuerzas horizontales, excepto cuando se trate de plantas excesivamente alargadas o con alguna reducción brusca de área (figura 6.31).

Los techos de elementos de àcero o de madera y de cubierta de lámina delgada necesitan arriostramiento en su plano para tener suficiente rigidez. Cuando no se cumplan las condiciones para que el piso funcione como un diafragma rígido, deben considerarse, en el análisis de la distribución en planta de las fuerzas sísmicas, las deformaciones de la losa. En el caso extremo de que el sistema de piso no tenga rigidez en su plano, las fuerzas sísmicas se distribuirán entre los elementos resistentes, proporcionalmente a la masa que sobre cada uno gravita e independientemente de su rigidez.

h) La cimentación debe ser tal que pueda transmitir a la estructura los movimientos del suelo de manera que ésta actúe como una unidad monolítica y que no haya deformaciones relativas importantes entre suelo y estructura. Así, la cimentación deberá ser rígida en su plano para que todos los apoyos de la estructura se muevan de manera uniforme y no haya desplazamientos relativos entre ellos. Deberá permitir que la fuerza cortante que actúa en la base de la estructura se transmita al suelo, por medio de una suficiente profundidad de desplante o mediante pilotes. Deberá proporcionar empotramiento a los elementos verticales cuando así se haya considerado en el análisis. Este aspecto es particularmente crítico para los muros de rigidez en cuya base se presentan grandes momentos de empotramiento que deben ser transmitidos al suelo por una cimentación muy rígida o por unos elementos que limiten los esfuerzos en el suelo a valores admisibles.

Distintos códigos establecen de diferentes maneras requisitos para favorecer que los edificios satisfagan condiciones de regularidad. Algunos fijan límites para ciertas características indeseables (excentricidad en planta, esbeltez, etc.), otros castigan los edificios oblígando a que se diseñen para resistir fuerzas sísmicas mayores. El RCDF adopta este último enfoque y, tomando como base que los edificios irregulares tienen menos capacidad para desarrollar altas ductilidades, especifica que deben reducirse a 80% los factores de reducción del espectro elástico, Q' cuando no se cumpla alguna de las condiciones de regularidad señaladas en la lista de la tabla 6.4. Estas condiciones se refieren a los aspectos descritos en los párrafos anteriores de este capítulo. Resulta que en la mayoría de los edificios reales no puede cumplirse con alguna de dichas condiciones, por lo que en la generalidad de los casos se llega a tener que usar factores de reducción de fuerzas sísmicas reducidos al 80%.

Tabla 6.4 Condiciones de regularidad según el RCDF.

Para que una estructura pueda considerarse regular debe satisfacer los siguientes requisitos:

1. Su planta es sensiblemente simétrica con respecto a dos ejes ortogonales por lo que toca a masas, así como a muros y otros elementos resistentes.

2. La relación de su altura a la dimensión menor de su base no pasa de 2.5.

3. La relación de largo a ancho de la base no excede de 2.5.

4. En planta no tiene entrantes ni salientes cuya dimensión exceda de 20 por ciento de la dimensión de la planta medida paralelamente a la dirección que se considera de la entrante o saliente.

5. En cada nivel tiene un sistema de techo o piso rígido y resistente.

6. No tiene aberturas en sus sistemas de techo o piso cuya dimensión exceda de 20 por ciento de la dimensión en planta medida paralelamente a la dimensión que se considere de la abertura, las áreas huecas no ocasionan asimetrías significativas ni difieren en posición de un piso a otro y el área de aberturas no excede en ningún nivel de 20 por ciento del área de la planta.

7. El peso de cada nivel, incluyendo la carga viva que debe considerarse para diseño sísmico, no es mayor que el del piso inmediato inferior ni, excepción hecha del último nivel de la construcción, es menor que 70 por ciento de dicho peso.

8. Ningún piso tiene un área, delimitada por los paños exteriores de sus elementos resistentes verticales, mayor que la del piso inmediato inferior, ni menor que 70% de ésta. Se exime de este último requisito únicamente al último piso de la construcción.

9. Todas las columnas están restringidas en todos los pisos en dos direcciones ortogonales por diafragma horizontal y por trabes o losas planas.

10. La rigidez al corte de ningún entrepiso excede en más de 100 por ciento a la del entrepiso inmediatamente inferior.

11. En ningún entrepiso la excentricidad torsional calculada estáticamente, es excede del 10 por ciento de la dimensión en planta de ese entrepiso medida paralelamente a la excentricidad mencionada.

6.6.2 Ventajas y limitaciones de estructura con marcos y con muros de rigidez

En el capítulo 4 se han descrito de manera general los principales tipos de estructuración que se emplean para to-

mar cargas laterales. Ha habido una controversia desde hace décadas acerca de las ventajas respectivas de contar con una estructuración esencialmente a base de marcos, y que por tanto proporciona una estructura flexible y que se presta con relativa facilidad a lograr una gran ductilidad, o de tener una estructura en que la resistencia a cargas laterales se debe a muros o al arriostramiento vertical de una o más crujías.

El punto principal de la polémica reside en si es preferible una estructura de alta rigidez y resistencia ante cargas laterales, aunque su ductilidad sea baja o, viceversa, si conviene tener una gran capacidad de disipación de energía inelástica aun a costa de una baja rigidez que redunda en daños frecuentes ante sismos moderados.

Otro aspecto importante en que una estructura con muros (rígida) difiere de una de marcos (más flexible) es que cae en una zona diferente del espectro de respuestas y, dependiendo de la forma del espectro, pueden corresponderles ordenadas espectrales distintas. En general, una estructura muy rígida será más conveniente en suelo compresible, cuando el espectro tiene ordenadas bajas para periodos cortos, mientras que en terreno de baja compresibilidad una estructura flexible estará sujeta a solicitaciones menores, ya que caerá en la rama descendente del espectro, donde la ordenada es menor.

El aprovechamiento de la ductilidad está limitado por el control de las deformaciones laterales. Al tener que respetar los requisitos de deformaciones laterales, es necesario que la estructura posea una rigidez lateral mínima que impide en la mayoría de los casos el aprovechamiento de grandes factores de reducción por ductilidad. Así, en edificios de mediana o gran altura es poco económica la estructuración a base de marcos dúctiles únicamente, ya que el tamaño necesario de las columnas y vigas para cumplir con los requisitos de desplazamiento es mayor del necesario para resistencia y resulta en general antieconómico; conviene en estos edificios emplear muros o contraventeos para proporcionar la rigidez necesaria.

Las tendencias actuales en el diseño sísmico de edificios favorecen el empleo de las estructuras rígidas sobre las flexibles, con base en el principio de que el daño experimentado es directamente proporcional al desplazamiento máximo que experimentará la estructura durante el sismo. Debido a que las condiciones que proporcionan una rigidez elevada a la estructura (abundancia de muros y contravientos) conducen también generalmente a una alta resistencia a cargas laterales, no resulta necesario emplear factores elevados de reducción por ductilidad. En estructuras rí-

gidas la ductilidad se busca como una fuente adicional de seguridad contra el colapso más que como un recurso para reducir las fuerzas sísmicas del diseño.

6.7 REQUISITOS PARA EL DIMENSIONAMIENTO Y DETALLADO DE LAS ESTRUCTURAS

6.7.1 Aspectos generales

Se ha mencionado repetidamente que uno de los aspectos fundamentales del diseño de estructuras resistentes a sismos es el relativo al dimensionamiento y detallado de los elementos estructurales y de sus conexiones, de manera que la estructura se comporte en forma congruente con lo que se ha supuesto en el análisis. A este respecto, los puntos más importantes son los relativos a que las secciones individuales sean capaces de desarrollar el grado de ductilidad implícito en el diseño y a que la estructura en su conjunto pueda, en caso de estar sujeta a un sismo extraordinario, desarrollar mecanismos de deformación inelástica que le permitan disipar la energía del sismo sin llegar al colapso.

Para un esquema estructural dado, algunas normas actuales permiten diferentes opciones al proyectista en cuanto a la magnitud de la reducción de las fuerzas sísmicas de diseño por efectos de ductilidad; en el RCDF esto se realiza por medio del valor del factor Q. Los requisitos de estructuración, dimensionamiento y detallado son más rigurosos cuando se admite usar un factor de reducción por ductilidad mayor. Por tanto, no necesariamente la estructura más conveniente es la que se diseña para el máximo factor de reducción admitido por el reglamento. El proyectista deberá en cada caso hacer una evaluación económica para determinar si el costo que implica cumplir los requisitos impuestos para el empleo de un factor de reducción mayor, justifica el ahorro que se tiene por la reducción en las fuerzas sísmicas de diseño.

Los factores de reducción por ductilidad especificados por los reglamentos son índices de la cantidad de energía que la estructura debe ser capaz de disipar con comportamiento inelástico y no corresponden generalmente a factores de ductilidad reales; más bien la ductilidad que debe ser capaz de desarrollar localmente una sección es en general muy superior al factor de reducción adoptado. La capacidad de disipación de energía de una estructura va a estar regida por el número de secciones

que llegan a entrar en intervalos inelásticos y por la capacidad de deformación (ductilidad) de las mismas. Mediante precauciones adecuadas en la estructuración, dimensionamiento y detallado, el proyectista puede lograr que las secciones críticas sean precisamente aquéllas en que pueda desarrollarse mayor ductilidad. Por otra parte, el cuidado en proporcionar ductilidad a la estructura puede verse estropeado por haber ignorado que en el mecanismo de falla intervienen otros modos de falla de tipo frágil.

En el subcapítulo anterior se han descrito los requisitos y precauciones a seguir en cuanto a la elección de la estructuración y al arreglo de elementos estructurales en lo que concierne al buen comportamiento sísmico general y a la adopción de los diversos factores de reducción por ductilidad especificados por el reglamento. En este subcapítulo se trata de los requisitos relativos a la resistencia y ductilidad de las secciones y elementos particulares. El énfasis se pone en las estructuras de concreto por ser las más comunes y porque en ellas se requieren diversas precauciones para lograr ductilidad. Se incluyen las recomendaciones más esenciales para estructuras de acero y para las de mampostería y madera.

Para una presentación más detallada de las recomendaciones al respecto puede verse la referencia 6.3 o alguna de las otras normas citadas al inicio de este capítulo, relativos a la práctica de diseño sísmico en otros países.

6.7.2 Estructuras de concreto

Los factores de reducción por ductilidad aceptados implícita o explícitamente, por las diversas normas de estructuras de concreto tienen diferencias significativas, debidas principalmente a la forma en que se plantea el procedimiento de diseño. Algunos códigos aceptan factores de reducción muy altos (hasta de doce), pero éstos están asociados a coeficientes sísmicos básicos (o a ordenadas del espectro elástico) muy elevados. Otros códigos como el RCDF, especifican factores de reducción menores (como máximo de cuatro), pero los asocian a coeficientes sísmicos básicos mucho menos severos. El resultado final es bastante similar en todos los casos.

Aquí se comentarán brevemente los principales aspectos que deben cuidarse en el dimensionamiento de los dife-

rentes elementos estructurales para poder adoptar factores de reducción elevados.

a) Materiales

La resistencia en compresión del concreto tiene poca influencia en el nivel de ductilidad que puede desarrollar la estructura. Algunos códigos especifican una resistencia mínima de 250 kg/cm^2 con la intención principal de evitar tipos de concreto en los que se tiene en general un pobre control de calidad. Para la adopción de los mayores factores de reducción por ductilidad, es conveniente exigir un control de calidad del concreto particularmente estricto, para evitar que la variabilidad de sus propiedades pueda dar lugar a zonas mucho más débiles que el resto de la estructura, en las que tienda a concentrarse la disipación inelástica de energía, lo que redunda en una menor ductilidad del conjunto. Para garantizar lo anterior, conviene especificar que el concreto sea dosificado por peso y con correcciones por humedad y absorción de los agregados.

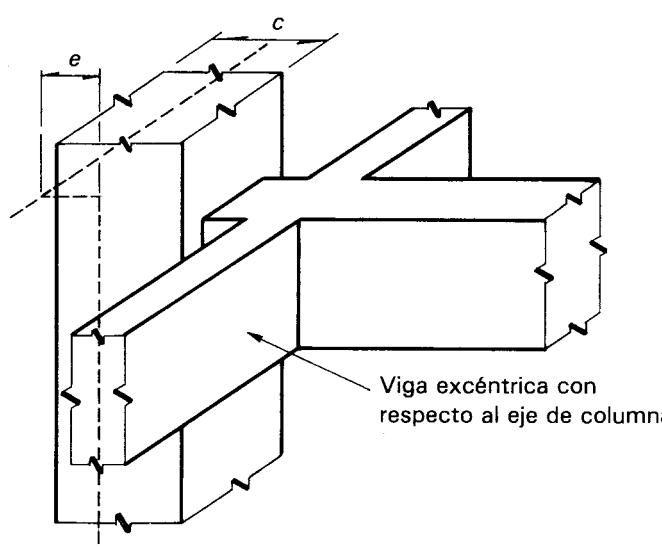
En lo relativo al acero de refuerzo existen discrepancias entre las recomendaciones de distintas normas. Aunque todas tienden a favorecer el empleo de aceros con fluencia definida y con alta ductilidad y, por tanto, con esfuerzos de fluencia relativamente bajos, algunas desalientan el empleo de aceros con esfuerzo de fluencia superior a 3000 kg/cm^2, mientras que otras admiten aceros hasta de 6000 kg/cm^2. El RCDF acepta el uso de aceros de este último tipo cuando se diseña para factores de reducción de dos o menores. Para adoptar $Q = 4$ se exige por una parte que el acero de refuerzo tenga fluencia definida, lo cual excluye los aceros trabajados en frío, y por otra que el esfuerzo de fluencia no exceda de 4200 Kg/cm^2.

b) Vigas

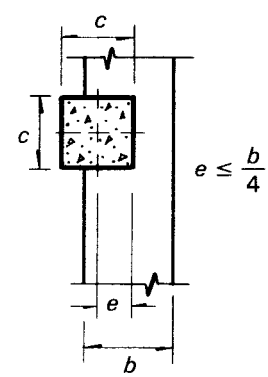
Los requisitos al respecto son similares en todos los códigos recientes. Se tiende a limitar la relación ancho a peralte y longitud a peralte de las vigas para evitar que la excesiva esbeltez de la sección provoque problemas de pandeo lateral que limitan la ductilidad que puede desarrollarse. Además, se pretende asegurar que la transmisión de momentos entre viga y columna pueda realizarse sin que aparezcan esfuerzos importantes por cortante y torsión. Con tal fin se limita la excentricidad que puede tener el eje de la

viga con respecto al de la columna. Se impiden así situaciones, como las mostradas en la figura 6.33 que han dado lugar a fallas estructurales graves.

Los requisitos principales se refieren al refuerzo longitudinal y transversal. Debe colocarse una cuantía mínima de refuerzo en ambos lechos y en toda la longitud de la viga; esto obedece a que la distribución de momentos flexionantes que puede presentarse en la viga bajo los efectos del sismo puede diferir significativamente de la que se obtiene del análisis y se quiere proteger contra una falla frágil por flexión todas las secciones, aun aquéllas en que teóricamente no se necesita refuerzo por tensión. La ductilidad que es capaz de desarrollar una sección de concreto reforzado crece a medida que la sección es más sobreforzada, o sea cuanto menor es la relación entre su área de refuerzo y la que corresponde a falla balanceada. Por esta razón se limita la cuantía de refuerzo de tensión a una fracción de la cuantía balanceada (figura 6.34). Los requisitos de refuerzo son más estrictos en los extremos de las vigas donde es más probable que lleguen a formarse articulaciones plásticas en caso de un sismo severo. Para garantizar que esas zonas cuenten con una alta capacidad de rotación y para proteger contra el posible cambio de signo del momento, se exige, además de los requisitos generales ya mencionados, la colocación de cantidaes elevadas de refuerzo de momento positivo. Además, se requiere refuerzo transversal poco espaciado para evitar agrietamiento diagonal significativo, para restringir el pandeo del refuerzo longitudinal comprensión y

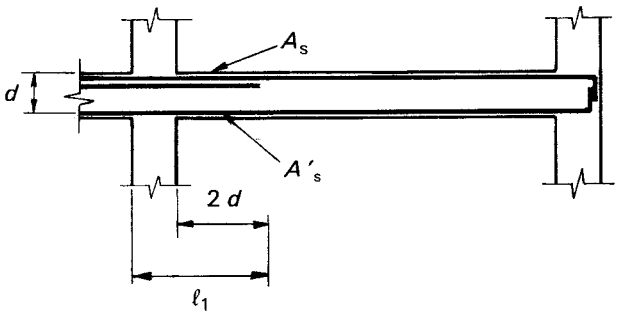


a) Conexión excéntrica viga-columna



b) Excentricidad admisible según referencia 6.3, para $Q = 6$

Figura 6.33. Excentricidad admisible entre ejes de vigas y columnas (RCDF).



a) Refuerzo longitudinal

$A_s, A'_s \geq 0.7 \dfrac{\sqrt{f'_c}}{fy} bd \geq 2\,\#5$, en toda la longitud de la viga

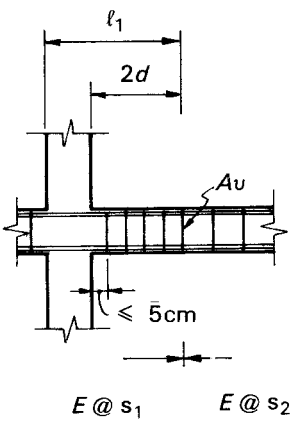
$A_s \leq 0.6\, A_s$) balanceada

$A'_s \geq 0.5\, A_s$, en ℓ_1

$\dfrac{A_s}{bd} \leq \dfrac{100}{fy}$

No puede haber traslapes ni cortes del refuerzo longitudinal en ℓ_1

Todo el refuerzo de tensión, A_s, necesario para resistir fuerzas sísmicas deberá pasar por el núcleo de la columna



b) Refuerzo transversal

$A_v f_y \geq 0.06\, A_b f_y$

$A_v \geq \#\ 2.5$

A_v, f_{yv}, área y esfuerzo de fluencia de la barra del estribo

A_b, fy, área y el esfuerzo de fluencia de la barra longitudinal de mayor diámetro

$S_2 \leq d/2$

$S_1 \leq$ $\dfrac{425\, d_b}{\sqrt{f_y}}$, 20cm, $24\, d_v$, $d/4$

Para dimensionamiento por cortante

$V_c = 0$, en ℓ_1

$F_c = 1.4$

Figura 6.34. Requisitos de dimensionamiento y detallado para asegurar alta ductilidad en vigas (requisitos para Q = 4 según RCDF).

para proporcionar confinamiento al concreto. Finalmente no se permiten cortes ni traslapes de barras longitudinales en esa zona para evitar que que aparezcan tensiones en el concreto por la transmisión de esfuerzos de adherencia, lo que reduciría la capacidad de rotación.

Los requisitos para estribos del RCDF, esbozados en la misma figura, tienen como objetivo principal evitar la posibilidad de una falla frágil por tensión diagonal, asegurando que cualquier grieta diagonal que pueda formarse por efectos de cortante atraviese por lo menos un estribo. Para el empleo de los factores de reducción más elevados, se busca proporcionar confinamiento al concreto en los extremos de las vigas y retrasar el pandeo de refuerzo de compresión; por ello se limita más la separación de los estribos y se exige mayor diámetro.

Para garantizar que se desarrollen mecanismos de fallas dúctiles, se especifica que las vigas deben diseñarse para las fuerzas cortantes que aparecen cuando se forman arti-

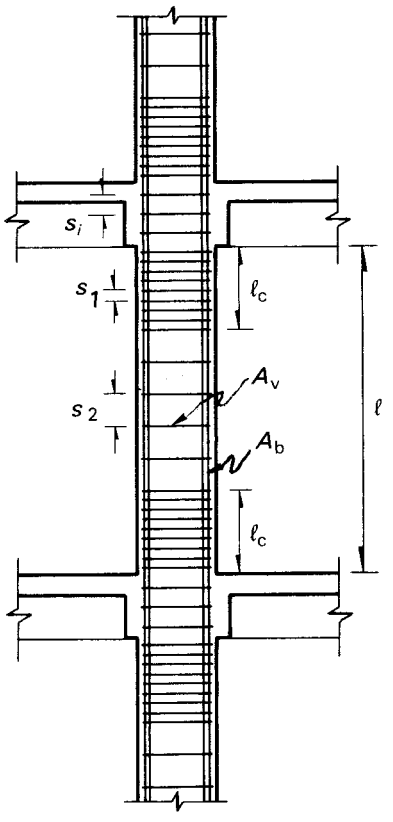
culaciones plásticas en los extremos de las vigas, con el propósito de asegurar que la capacidad de éstas esté regida por flexión sin que se presenten problemas de falla por cortante. La revisión de este requisito es bastante laboriosa. En el RCDF se permite obviar estos requisitos si se diseña con factores de reducción más desfavorables (F_R = 0.5, en lugar que 0.8). Es recomendable además considerar nula la contribución del concreto a la resistencia en cortante (V_c) en los extremos de las vigas donde se pretende que la sección sea capaz de alcanzar más de una vez rotaciones inelásticas elevadas, las que provocan un deterioro significativo de la contribución del concreto cortante.

c) Columnas

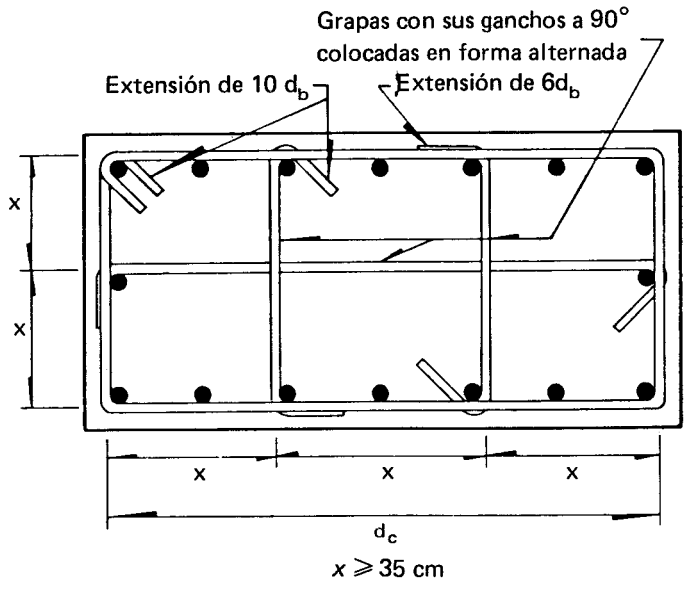
De manera semejante a lo especificado para la revisión de vigas por cortante, se pide revisar que la capacidad de las columnas sea suficiente para permitir la formación de articulaciones plásticas en los dos extremos de las vigas. El RCDF admite como opción para alcanzar el mismo objetivo, diseñar las columnas con factores de reducción menores que los que se especifican para otras condiciones de carga. Para disminuir el carácter eminentemente frágil de la falla por flexocompresión en los extremos de las columnas, es necesario colocar refuerzo de confinamiento. Se ha comprobado que la forma más apropiada para proporcionar cierta ductilidad a la falla por flexocompresión en el concreto reforzado es mediante un zuncho de refuerzo helicoidal que restrinja la expansión lateral del concreto cuando éste llega a esfuerzos de compresión cercanos al de falla. El refuerzo helicoidal es el más indicado, pero sólo es constructivamente práctico en columnas de sección circular o en secciones cuadradas en que el refuerzo principal está distribuido en un arreglo circular. Para columnas de sección rectangular es posible proporcionar cierto confinamiento mediante estribos de varias ramas o estribos y grapas poco espaciados.

La figura 6.35 muestra los requisitos de las normas de concreto acerca de la longitud de la zona en que debe colocarse este refuerzo de confinamiento y sobre las características del mismo.

Fuera de la longitud confinada es poco probable que se requiera la formación de articulaciones plásticas; en ellas la cantidad de refuerzo transversal que se especifica es notablemente menor.



$$\ell_c \geq \begin{cases} \ell/6 \\ 60\text{cm} \\ C_1,\ C_2 \end{cases}$$



$$s_1 \leq \begin{cases} C_1/4,\ C_2/4 \\ 10\text{cm} \\ \dfrac{350}{\sqrt{f_y}}\, d_b \end{cases} \qquad s_2/2$$

$A_v f_y \geq 0.06\, A_b f_y$ $\qquad$ E # 3 o mayor

Separación entre barras longitudinales $s_b \leq 20$cm
Diámetro de barras longitudinales, $d_b \leq$ # 5

$F_c = 1.4$

$$0.01 \leq \frac{\Sigma A_b}{C_1\, C_2} \leq 0.06$$

Figura 6.35. Requisitos de refuerzo para columnas de marcos en que se requiere desarrollar grandes ductilidades (para Q = 4 según RCDF).

d) Uniones viga-columna

Las fallas en uniones viga-columna han sido frecuentes y han presentado un comportamiento general frágil, por lo que es necesario diseñar estas uniones para que tengan una resistencia superior a las que tienen los miembros que conectan, de manera que éstos puedan desarrollar toda su capacidad. Es frecuente que se interrumpa el refuerzo transversal en la columna en su zona de intersección con el sistema de piso. Esta práctica es inadecuada, ya que debe proporcionarse confinamiento al concreto y restricción al esfuerzo longitudinal también en esa zona, colocando la misma distribución de estribos que en los extremos de las columnas (figura 6.35). Cuando se trata de una columna interior, que tiene vigas en sus cuatro costados, la situación es mucho menos crítica ya que el concreto adyacente propor-

ciona restricción a las deformaciones transversales en la unión; en este caso se acepta que la separación de estribos se aumente al doble.

La falla por anclaje en uniones extremas ha sido de las más frecuentes. Cuando se emplean barras de diámetros grandes, es posible que el ancho de la columna no sea suficiente para proporcionar la longitud de anclaje necesaria al refuerzo longitudinal. En ese caso debe optarse por emplear barras de menor diámetro, o ensanchar la columna o proporcionar algún anclaje mecánico al refuerzo.

La figura 6.36 muestra las precauciones necesarias para evitar ese tipo de falla.

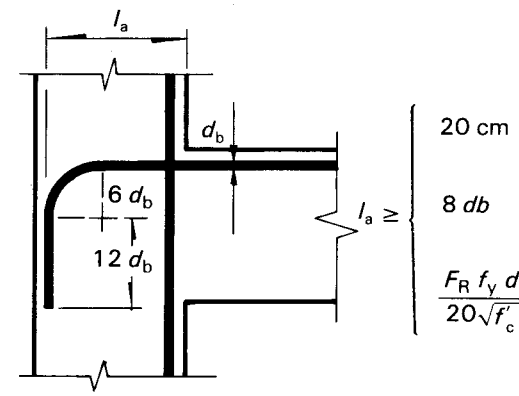


Figura 6.36. Anclaje de barras longitudinales de las vigas en columnas externas.

e) Losas planas

La experiencia sobre el comportamiento sísmico de edificios en que la resistencia a cargas laterales es proporcionada exclusivamente por la acción de marco que se genera entre columnas de concreto y franjas de losa plana que funcionan como vigas equivalentes ha sido muy desfavorable. En diversas normas no se permite el aprovechamiento de sistemas de este tipo para resistir efectos sísmicos, los cuales deben ser absorbidos íntegramente por otros elementos estructurales, como muros de rigidez.

En México y en otros países este método de construcción se emplea en forma generalizada en su modalidad de losa reticular. A raíz de los daños considerables ocurridos en los sismos de 1985 y de las fuertes restricciones que el nuevo código RCDF impone al diseño sísmico de edificios de este tipo, su uso ha disminuido notablemente.

La principal limitación del sistema losa plana-columna es que tiene una rigidez lateral muy baja debido al escaso peralte de la base y al reducido ancho de la misma que constituye una viga equivalente. Esta viga de momento de inercia pequeño proporciona poco acoplamiento a las columnas que tienden a flexionarse como voladizo sin que se presenten puntos de inflexión en cada entrepiso. Por lo anterior, es prácticamente imposible cumplir con los límites admisibles de desplazamiento laterales, excepto en edificios de muy pocos pisos.

Otro aspecto desfavorable del comportamiento sísmico de estos sistemas es que tiende a presentar mecanismos de falla frágiles, por cortante o flexocompresión de los extremos de las columnas, o por punzonamiento de la losa alrededor de la columna. Por estos factores se hace necesario que los edificios con este sistema constructivo cuenten con la contribución de otros elementos más idóneos para resistir cargas laterales, como muros de rigidez, contravientos o marcos robustos de fachada. Además de que se tomen precauciones para evitar

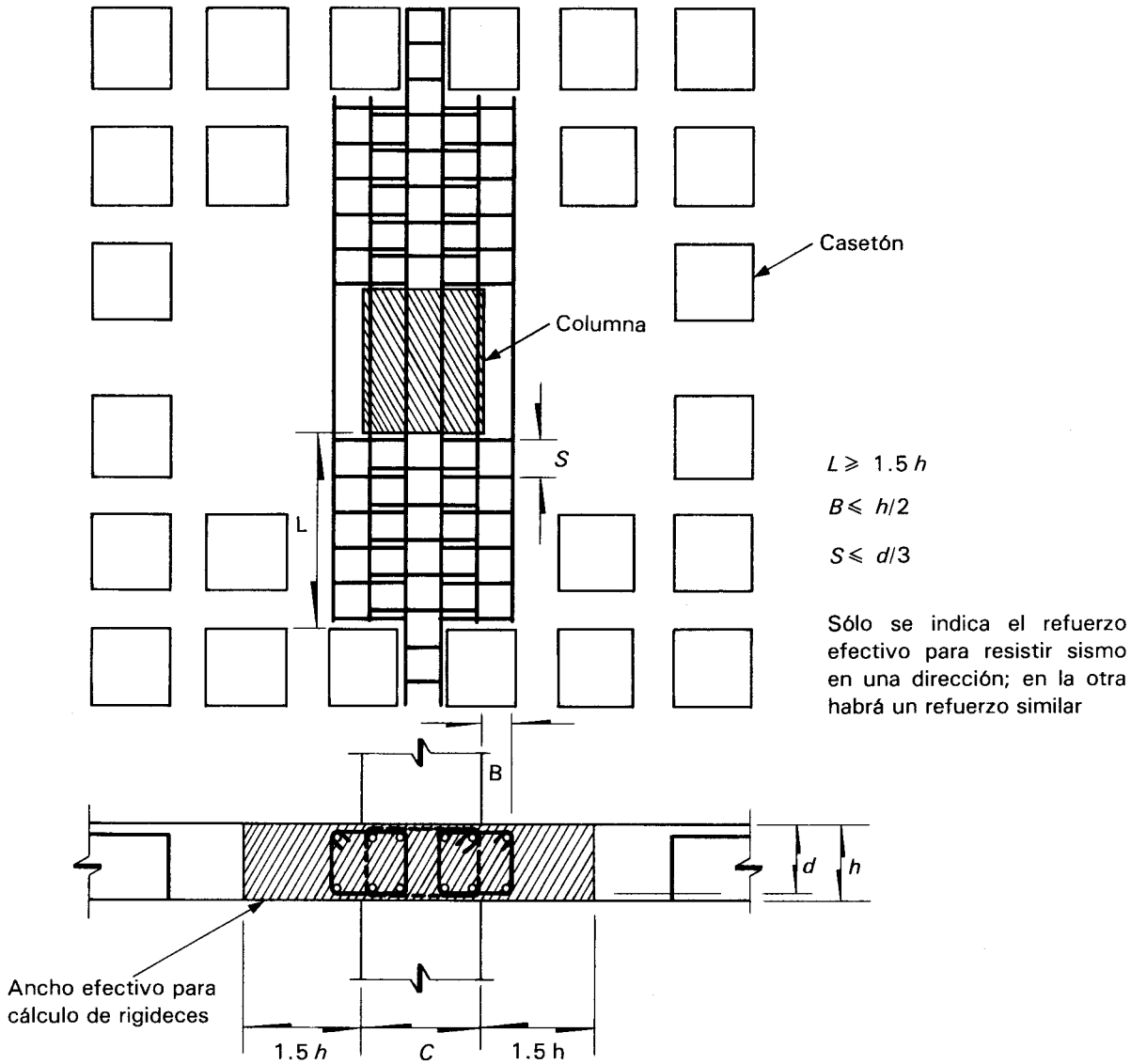


Figura 6.37. Refuerzo en la conexión viga-columna para resistir fuerzas sísmicas (necesario para adoptar $Q = 4$, según referencia 6.3).

fallas frágiles como el refuerzo especial por cortante en la losa alrededor de la columna, especificado por las Normas del RCDF y que se ilustra en la figura 6.37. Además, se requiere que las columnas respeten los requisitos ya descritos correspondientes a marcos dúctiles.

f) Muros de rigidez

Los muros de concreto constituyen elementos muy favorables a la resistencia sísmica de las estructuras, por su alta rigidez y resistencia a cargas laterales. Por su misma

alta rigidez y resistencia a cargas laterales. Por su misma rigidez, los muros generalmente absorben una porción mayoritaria de las fuerzas sísmicas en edificios y pueden estar sometidos a fuerzas cortantes elevadas y también a momentos flexionantes importantes cuando su relación altura a espesor excede de dos (ver capítulo 4).

En estructuras con muros, precisamente por su alta rigidez, la demanda de ductilidad que debe esperarse en un sismo intenso es menor que en las estructuras a base de marcos. Los reglamentos especifican factores de reducción por ductilidad menores que en el caso de marcos y también los requisitos de ductilidad que exigen son menos estrictos.

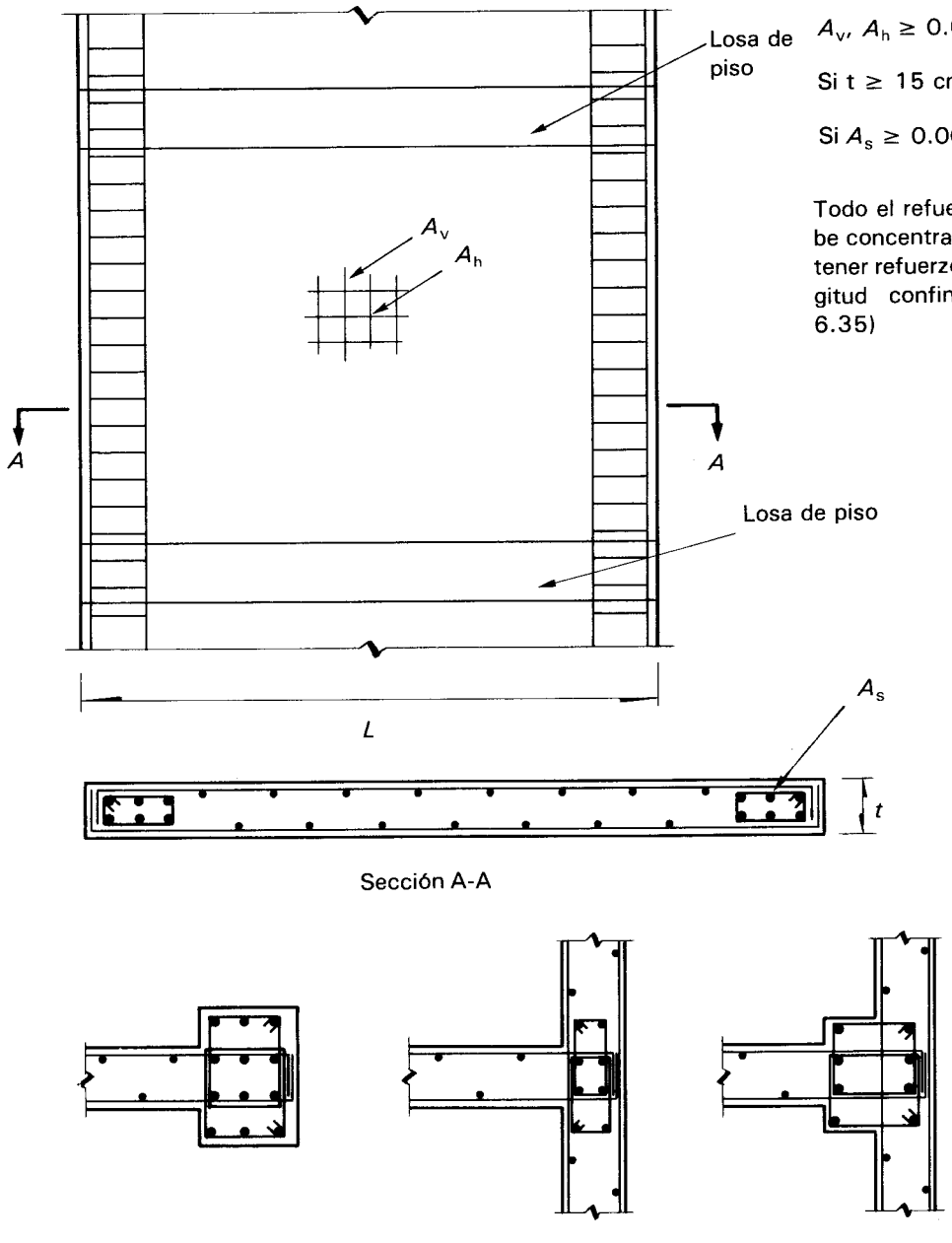
El RCDF admite adoptar un factor $Q = 4$ en estructuras en que se combinan marcos y muros siempre que los primeros tomen, en todos los pisos, al menos la mitad de las fuerzas laterales debidas a sismo. En caso contrario debe usarse $Q = 3$. Para lo anterior, es necesario que los elementos de los marcos como los muros cumplan con requisitos descritos anteriormente para marcos dúctiles. Para los muros, cuando están sujetos a momentos flexionantes elevados se requiere que cuenten en sus extremos con elementos capaces de tomar fuerzas axiales importantes y de desarrollar gran ductilidad. Las normas del RCDF exigen que estos elementos cumplan con los mismos requisitos de refuerzo que las columnas de marcos dúctiles.

Lo anterior implica en la casi totalidad de los casos un engrosamiento en la sección del muro en una longitud tal que permita colocar el refuerzo de manera que su cuantía no exceda de la máxima admitida. Además, debe existir el refuerzo transversal mínimo especificado en los extremos de columnas pero ahora en toda la altura del muro (figura 6.38).

Adicionalmente a los requisitos anteriores, hay que aplicar los requisitos generales de las normas de concreto que rigen el espesor del muro para evitar problemas de pandeo lateral; hay que procurar un anclaje eficiente del refuerzo horizontal del muro en los elementos extremos y hay que reforzar adecuadamente los huecos del muro.

6.7.3 Estructuras de acero

Las estructuras de acero diseñadas de acuerdo con la práctica moderna poseen características muy favorables de capacidad de disipación de energía que las hacen muy idóneas para resistir los efectos sísmicos. Esto ha sido demostrado por el buen desempeño que estas estructuras han tenido en general ante el efecto de sismos importantes. Por esta razón los requisitos especiales que se imponen para las estructuras de acero en zonas sís-



Diferentes opciones para colocación del refuerzo en los extremos

Figura. 6.38. Refuerzo de muros de concreto en zonas sísmicas.

micas son poco numerosas. El RCDF admite factores de reducción de ductilidad de cuatro para estas estructuras, siempre que cumplan con algunos requisitos de ductilidad.

Hay que poner atención en que la ductilidad intrínseca de este material no se anule por la ocurrencia de algún modo de falla frágil. Entre los más comunes: falla frágil en soldadura o por concentraciones de esfuerzos, fallas por

soldadura o por concentraciones de esfuerzos, fallas por pandeo local, por pandeo global de un elemento (por carga axial o inestabilidad lateral) y fallas locales en conexiones. A estos aspectos se refieren principalmente los requisitos del capítulo de estructuras dúctiles de las normas de estructuras metálicas del RCDF.

Los requisitos del mencionado capítulo indican que las secciones de las vigas y columnas deben cumplir las condiciones para secciones compactas, esencialmente secciones en *I*, *H* o cajón. Sólo se permite emplear secciones de alma abierta si éstas se diseñan con un factor de seguridad mayor que reduzca la demanda de ductilidad en las zonas críticas.

El diseño por cortante de las vigas, el de flexocompresión en las columnas y el de conexiones deben hacerse para las fuerzas que se presentan cuando se forman las articulaciones plásticas en los extremos de las vigas. Al igual que en las normas de concreto, se admite diseñar para las fuerzas internas derivadas del análisis, si se adoptan factores de seguridad mayores para los modos de falla menos dúctiles, como los mencionados al principio de este párrafo.

Para evitar que problemas de pandeo lateral reduzcan la capacidad de rotación de las vigas, debe restringirse su movimiento lateral al menos en una longitud de dos peraltes, a partir de la cara de la columna.

Para una descripción detallada de los requisitos pertinentes puede consultarse la referencia 6.14.

6.7.4 Estructuras de mampostería

Los daños causados por sismos intensos en construcciones de mampostería han sido con frecuencia muy severos y es común que el desempeño de estas construcciones se compare desfavorablemente con el de estructuras de acero y de concreto. Sin embargo, la mayoría de las fallas se han presentado en construcciones de mampostería que no fueron objeto de un diseño estructural y que adolecían de defectos obvios de estructuración, de construcción y de calidad de materiales. Si bien es cierto que la mampostería, por ser un material de baja resistencia a tensión y de comportamiento frágil, es particularmente sensible a los efectos sísmicos, también está demostrado que con refuerzo y confinamiento adecuados se pueden superar estos inconvenien-

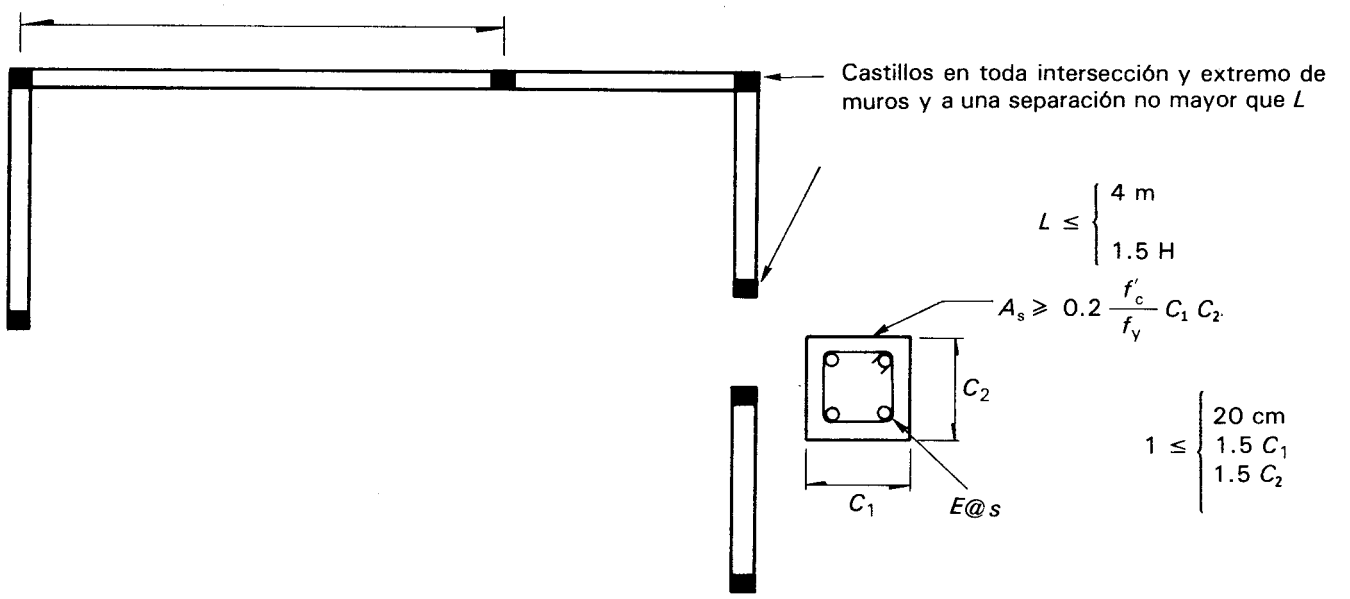
tes y proyectar estructuras sismorresistentes, especialmente aprovechando la alta densidad de muros que se tiene en construcciones a base de muros de carga de este material, por ejemplo en edificios de vivienda multifamiliar de varios pisos.

Las precauciones para una adecuada seguridad contra sismo se refieren, primeramente, a la estructuración y, en segundo término, al refuerzo y detallado. Es particularmente importante en estas estructuras buscar la simetría y uniformidad, tanto en planta como en elevación. El aspecto esencial es lograr la continuidad entre los diferentes elementos resistentes. Construcciones de este tipo sólo tienen un comportamiento satisfactorio ante cargas laterales si actúan como estructuras tipo cajón (ver capítulo 4), o sea, si estas cargas sólo producen fuerzas en el plano de los muros y no inducen flexiones normales a dicho plano. Para ello, los pisos y techos deben formar diafragmas rígidos en su plano y estar bien ligados a los muros. A la vez, los muros que se intersecten deben estar ligados entre sí en sus zonas de contacto. Por las características de la mampostería, esta liga sólo puede lograrse con refuerzo. Finalmente, debe limitarse el número de huecos que reducen el área útil del muro e inducen concentraciones de esfuerzos en las esquinas. Los huecos deben contar con refuerzo en su periferia para absorber las tensiones que se presentan en las esquinas.

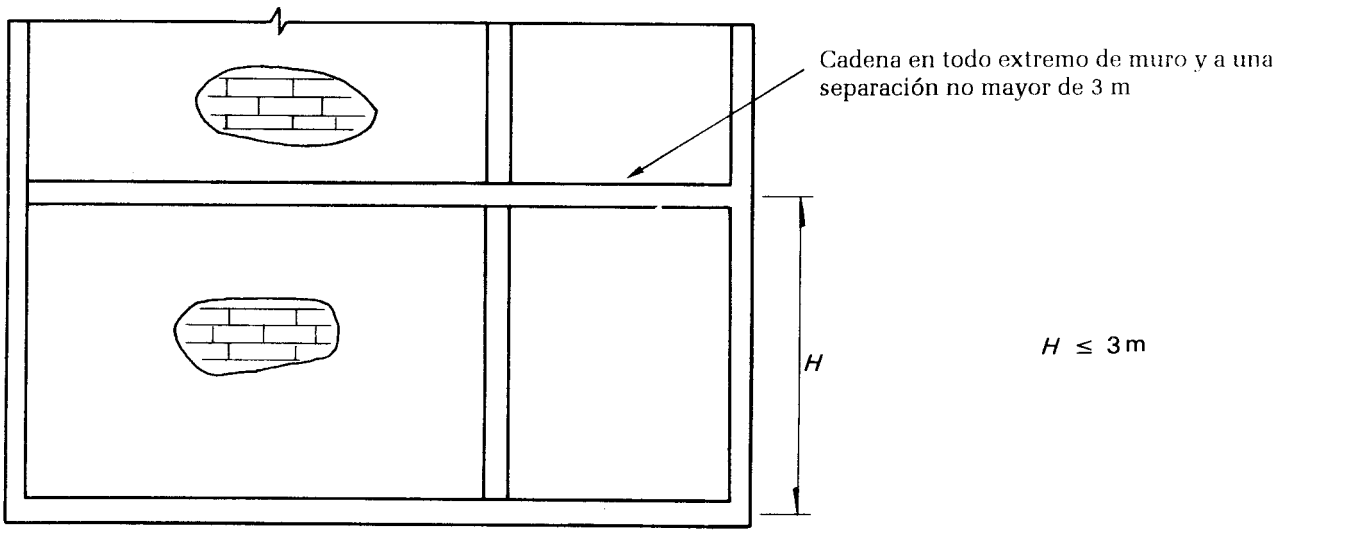
Los requisitos de diseño sísmico se encuentran bien establecidos y descritos en detalle en la publicación que contiene las Normas Técnicas Complementarias para este material del RCDF (referencia 6.15). Las principales precauciones se comentan a continuación.

La resistencia en tensión de la mampostería está regida generalmente por la falla de la adherencia entre el mortero y las piezas; por tanto, aunque deben evitarse piezas de resistencia muy baja y aquellas en que la resistencia se deteriora con el tiempo, no se tienen beneficios particulares en emplear piezas de muy alta resistencia. Debe evitarse el empleo de piezas con altos porcentajes de huecos y con paredes muy delgadas, ya que presentan modos de falla muy frágiles, a veces casi explosivos, por las fuerzas laterales en el plano inducidas por un sismo. Tampoco son convenientes piezas en que la superficie de contacto con el mortero sea muy lisa y no permita buena adherencia.

El refuerzo de la mampostería para proporcionarle continuidad, resistencia y ductilidad puede tener dos modalidades principales. En la que en el RDF se denomina *mampostería confinada*, los muros están rodeados por elementos de concreto del mismo espesor de los muros (los verticales se conocen en México como castillos y los horizontales como dalas o cadenas). Éstos forman un pequeño marco perimetral que cumple la función de ligar los muros entre sí y con la losa y



a) Distribución en planta de elementos verticales de refuerzo (castillos)



b) Distribución en elevación de elementos de refuerzo verticales (castillos) y horizontales (dalas)

Figura 6.39. Requisitos del RDF para muros de mampostería confinada.

además proporciona confinamiento al muro, de manera que, si las fuerzas laterales son tales que producen el agrietamiento del muro por tensión diagonal, el marco confinante mantiene la integridad del muro evitando su colapso y proporcionándole capacidad de deformación y reserva de carga más allá del agrietamiento diagonal. La figura 6.39 muestra las características de esta modalidad y algunos requisitos del RDF al respecto. Está claramente demostrado que las construcciones de mampostería confinada tienen un

comportamiento sísmico radicalmente mejor que las de mampostería no reforzada.

La otra modalidad, llamada generalmente *mampostería reforzada*, consiste en distribuir barras de refuerzo verticales y horizontales en el interior del muro (ver capítulo 4). Se aprovechan generalmente para ello los huecos de las piezas. Se puede lograr así resistencia a flexión del muro y resistencia a tensión diagonal por efecto de fuerzas en el plano. Se obtiene un comportamiento aceptablemente dúctil sólo si las cuantías de refuerzo vertical y horizontal son altas y el espaciamiento pequeño. Esta modalidad de construcción es popular en algunos países con problemas sísmicos (Nueva Zelanda y algunas regiones de los EUA) y poco difundida en otros. Requiere de una supervisión cuidadosa para garantizar que el refuerzo esté colocado correctamente y que los huecos donde se coloca el refuerzo se rellenen completa-

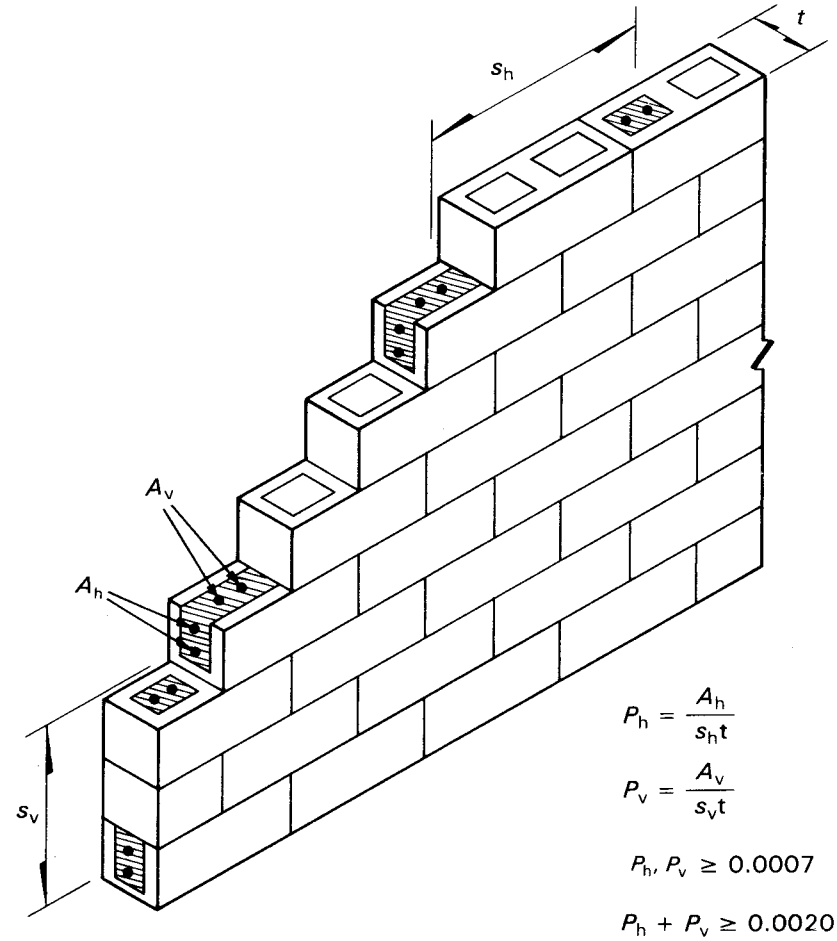


Figura 6.40. Requisitos del RDF para mampostería con refuerzo interior.

mente de mortero. Algunos requisitos de refuerzo del RCDF se muestran en la figura 6.40.

6.7.5 Estructuras de madera

El comportamiento sísmico observado de estructuras de madera ha sido en general excelente. Este buen desempeño se atribuye principalmente a que se trata de construcciones muy ligeras en que las fuerzas de inercia inducidas por el sismo son pequeñas. Otro aspecto que hace favorable el comportamiento es que puede disiparse una cantidad importante de energía mediante movimientos locales en las conexiones (clavadas o atornilladas), lo cual reduce radicalmente las fuerzas que se inducen en la estructura.

La manera más eficiente de resistir cargas laterales en estructuras de madera, es mediante paredes con cubiertas de madera contrachapada que funcionen como diafragmas verticales de alta rigidez y resistencia. Para estas estructuras el RCDF acepta un factor de reducción por ductilidad de cuatro.

Los daños que se han presentado por efectos sísmicos en estructuras de madera son atribuibles casi exclusivamente a uno de estos dos factores:

a) Degradación de la madera por efectos de intemperismo o por ataques de insectos. Este aspecto es particularmente crítico en la madera en contacto con el suelo y se elimina con tratamientos adecuados del material o con protección por medio de recubrimientos no deteriorables.

b) Conexiones inadecuadas de los elementos entre sí o falta de anclaje con la cimentación. El aspecto principal del diseño sísmico de estas estructuras es el detallado de las conexiones para proporcionarles capacidad de transmitir tensiones. En la referencia 6.2 se proporcionan algunas recomendaciones al respecto.

6.8 ELEMENTOS NO ESTRUCTURALES

6.8.1 Conceptos generales

Pueden distinguirse dos tipos de elementos no estructurales: por una parte los equipos e instalaciones alojados por la construcción y, por otra, los elementos arquitectónicos como paredes divisorias, puertas, ventanas, recubrimientos, fachadas y plafones.

Como se dijo, uno de los dos objetivos fundamentales para un correcto diseño sismorresistente establece que debe procurarse evitar el daño no estructural causado por sismos moderados que pueden presentarse varias veces durante la vida útil de la construcción. El procedimiento

que el código fija para cumplir dicho objetivo consiste en la limitación de los desplazamientos laterales admisibles para el sismo de diseño, lo que implica proporcionar a la estructura una suficiente rigidez lateral (ver subcapítulo 6.4).

Además de la revisión de los desplazamientos laterales de la estructura, el cuidado de los elementos no estructurales debe incluir:

a) La revisión de las fuerzas de inercia que se inducen en los elementos debido a su propia masa y que pueden causar su falla o volteo local.

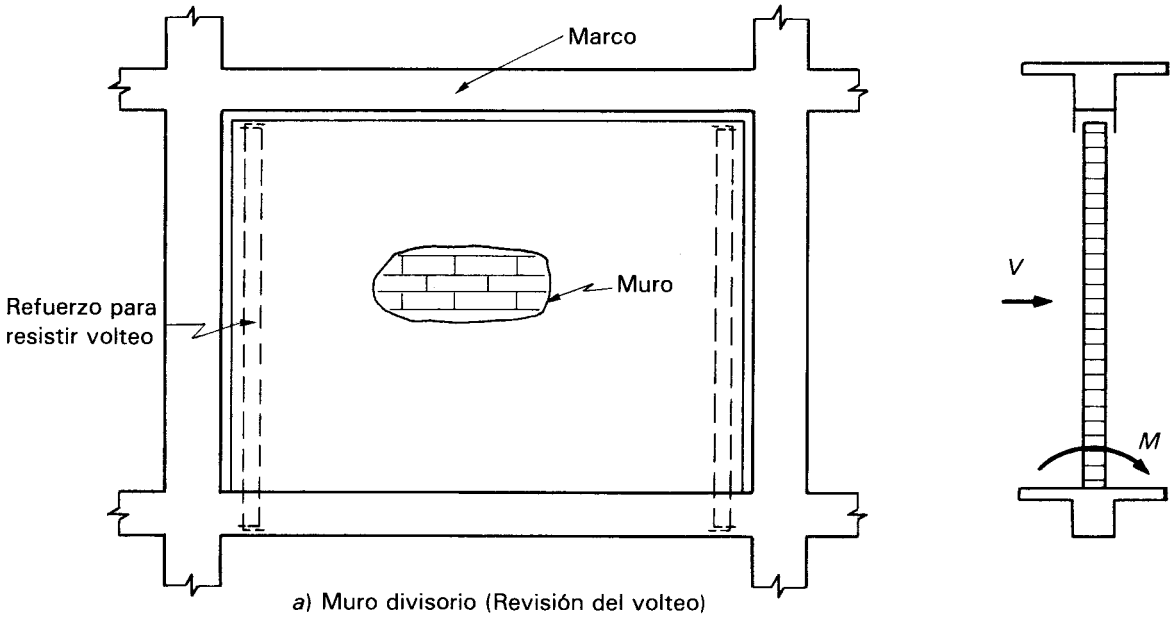
b) La revisión de las holguras y detalles necesarios para que los elementos no estructurales se comporten en la forma supuesta en el diseño.

Para lo relativo al punto *a*) deben aplicarse los procedimientos de diseño sísmico especificados para los apéndices, o sea para aquellas partes de la construcción que, o bien no forman parte de la estructura, o tienen una estructuración radicalmente diferente de la estructura principal. Esto incluye tanto apéndices estructurales (tanques, torres, etc), como equipos y elementos arquitectónicos en los que se requiere revisar su estabilidad ante sismo.

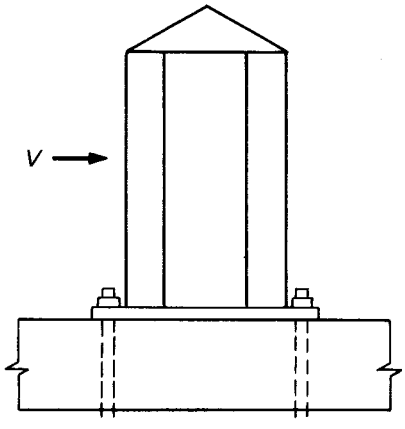
Las acciones sísmicas en un apéndice dependen del movimiento del terreno y de la interacción dinámica entre el edificio y el apéndice. Dicha interacción es compleja, especialmente al considerar el comportamiento inelástico que se admite para la estructura principal bajo el efecto del sismo de diseño. Los procedimientos se basan en considerar para el diseño del apéndice un coeficiente sísmico igual al que tendría si estuviera desplantado sobre el terreno, multiplicado por un factor de amplificación que considera las aceleraciones que se presentan en el nivel sobre el que se desplanta el apéndice en estudio. En la referencia 6.3 se ilustra en detalle la aplicación de los criterios del RDF al diseño de apéndices. La figura 6.41 muestra algunos tipos de apéndices que deben someterse a un diseño sísmico local con el procedimiento indicado.

En general, se tienen dos opciones en cuanto a la protección sísmica de los elementos arquitectónicos: una consiste en desligarlos de la estructura principal de manera que las deformaciones de ésta no les afecten y la otra en ligarlos a la estructura, pero limitando los desplazamientos de éste a valores que no produzcan daños en los elementos no estructurales. La primera opción presenta dificultades no despreciables.

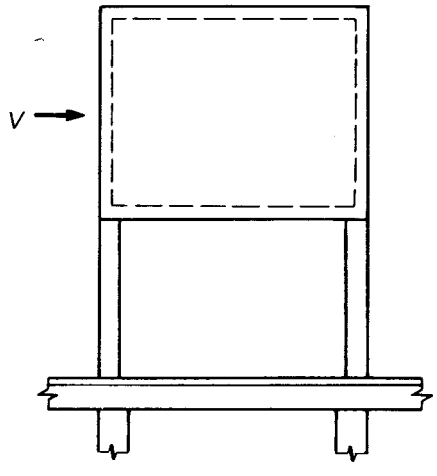
Al desligar un elemento no estructural (muro, recubrimiento, ventana, etc) de la estructura, deben preverse detalles que aseguren su estabilidad ante los efectos del sismo mismo y ante otras acciones, como cargas vivas o viento,



a) Muro divisorio (Revisión del volteo)



b) Equipo anclado a la losa de un piso superior de un edificio (Revisión de las anclas)



c) Tanque en azotea (Revisión de columnas)

Figura 6.41. Ejemplos de elementos que deben revisarse con los procedimientos para diseño sísmico de apéndices.

que pueden producir vibraciones excesivas en dichos elementos desligados. Además, deben cuidarse otros requisitos de funcionamiento de la construcción como el aislamiento térmico y acústico, la estanqueidad y el aspecto estético. El cumplir todos estos factores simultáneamente, con frecuencia resulta costoso.

Cuando no se desligan los elementos arquitectónicos, hay que revisar, por una parte, que su presencia no afecte de manera desfavorable el comportamiento de la estructura al interactuar con ella y, por otra, que los desplazamientos que ésta sufra no sean excesivos. En general, esta solución es conveniente para estructuras con una alta rigidez lateral que no se ve alterada por la interacción con los elementos no estructurales y que da lugar a bajos desplazamientos laterales.

A continuación se mencionan las precauciones más convenientes para algunos elementos usuales.

a) Muros divisorios

Son éstos los que han causado los mayores problemas en edificios de cierta altura y cuya solución implica mayores dificultades, especialmente cuando las divisiones son de mampostería y dan lugar a muros muy rígidos que tienden a trabajar estructuralmente y absorber una fracción importante de las fuerzas sísmicas, pero que, por otra parte, por la fragilidad del material sufren daños para deformaciones pequeñas. Se emplean cada vez con mayor frecuencia en edificios, paredes divisorias a base de armazones matálicos o de madera y de recubrimientos de yeso o madera. Estas paredes son mucho más flexibles y ofrecen más posibilidades de ser protegidas contra daños por sismos.

Cuando se opta por integrar los muros a la estructura y éstos son de material rígido (como la mampostería) es necesario considerarlos como elementos estructurales. Debe revisarse que las deformaciones laterales de la estructura queden dentro de los límites tolerables para este caso ($\gamma \leq 0.006$ según el RCDF) y que los esfuerzos que se inducen en la mampostería no excedan a su resistencia. Un problema que presenta esta opción es que la colocación de los muros puede ser poco favorable para la respuesta sísmica de la estructura, en cuanto a que puede dar lugar a excentricidades en planta muy elevadas que inducen torsiones importantes.

Otro problema que debe preocupar al proyectista es la posibilidad de remoción o de cambio de posición de los muros durante la vida de la construcción. Como estos elementos son considerados generalmente no estructurales, los propietarios o usuarios del inmueble proceden con frecuencia a redistribuciones del espacio interior de los distintos pi-

sos que dan lugar a posiciones de muros que resultan en distribuciones de efectos sísmicos radicalmente distintas de las que se consideraron en el diseño.

Un problema especial de la integración de los muros a la estructura lo presentan aquellos casos en que el muro no abarca la altura total de entrepiso. Aquí el muro rigidiza al marco haciendo que absorba una porción importante de la fuerza sísmica; esta fuerza tiene que ser resistida totalmente por la parte descubierta de la columna, provocando con frecuencia su falla por cortante.

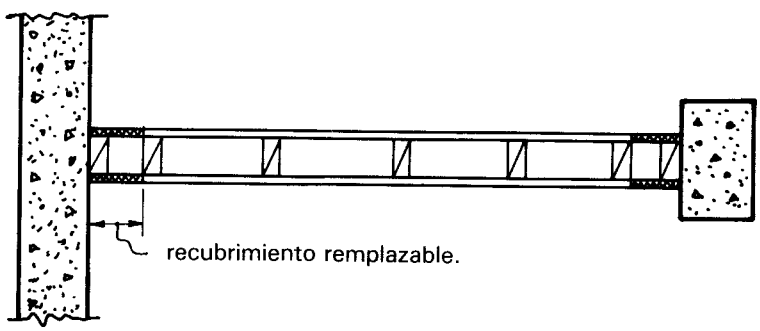


Figura 6.42. Detalle de unión entre un muro divisorio y la estructura principal, dejando una zona de sacrificios.

Cuando las paredes que se pretenden integrar a la estructura son de tipo flexible, su interacción con la estructura es menos crítica, pero debe seguirse cuidando que los desplazamientos laterales no los afecten. Una solución que presenta ventajas es la de detallarlas para que fallen en zonas locales controladas, de manera que sean fácilmente reparables. Una solución que presenta ventajas es la de detallarlas para que fallen en zonas locales controladas, de manera que sean fácilmente reparables; un ejemplo se muestra en la figura 6.42.

Para aislar los muros es necesario proporcionar una holgura generosa entre el muro y la estructura principal; es recomendable una separación mínima del orden de 2 cm. Dicha separación debe existir tanto con respecto a las columnas y otros elementos estructurales verticales, como con respecto a la losa (o viga) superior. En el primer caso puede convenir colocar los muros divisorios fuera de los ejes de columna (figura 6.43). Esta solución tiene ventajas en el comportamiento estructural, pero suele presentar complicaciones en cuanto al uso del espacio arquitectónico.

El problema principal de estas soluciones lo constituye la necesidad de sellar las holguras que se dejan entre muro y losa y entre muro y columna, con el fin de que se cuente con aislamiento térmico y acústico y a la vez se puedan colocar los recubrimientos o acabados adecuados.

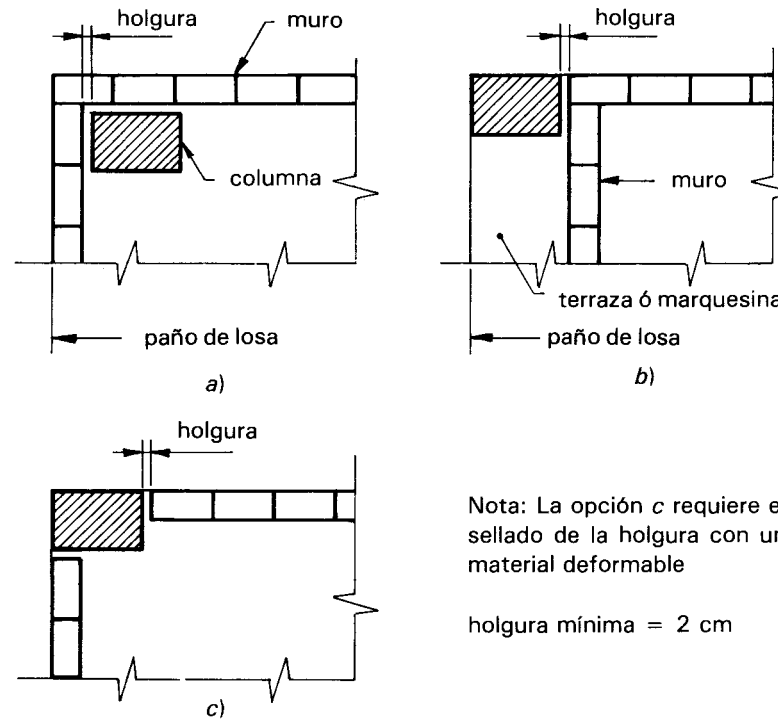


Figura 6.43. Posibles disposiciones de muros en planta para desligarlos de la estructura.

Cuando se trate de muros de mampostería, lo más indicado es el relleno de la junta con un material a la vez muy flexible y aislante; el material más apropiado al respecto es probablemente la espuma de poliestireno. Otros materiales frecuentemente empleados son demasido rígidos o se vuelven rígidos con el tiempo.

Para muros divisorios ligeros con armazón y recubrimiento o para canceles, existen detalles relativamente sencillos que dependen de la forma constructiva particular empleada.

b) Recubrimientos y ventanas

Las fachadas prefabricadas de concreto deben proveerse de detalles y holguras que aseguren que no sean afectadas por los movimientos laterales de la estructura. La fijación de estas fachadas a la estructura principal deberá diseñarse cuidadosamente para evitar su falla. Los recubrimientos de piedras naturales o artificiales resultan propensos a despegarse por las deformaciones laterales de la construcción. Conviene proveer elementos que proporcionen un amarre mecánico de estas piedras con la estructura. Es recomendable además, cuando se emplean estos revestimientos, limitar los desplazamientos laterales admisibles de la estructura a $\psi = 0.006$, según el RCDF. Cuando se usen revestimientos muy pesados en fachadas resulta muy favorable contar con una marquesina que proteja al transeúnte de la caída de alguna de

estas piedras. Lo anterior vale también para otros elementos ornamentales que se colocan en fachadas y que deben asegurarse cuidadosamente a la estructura.

Los recubrimientos muy frágiles deben evitarse en escaleras, porque las paredes de éstas están muy expuestas a sufrir deformaciones importantes por efectos sísmicos, también en esos lugares deben evitarse recubrimientos muy pesados cuya caída puede herir o impedir el paso a los que tengan que utilizarlos en caso de un sismo. Los recubrimientos deberán detallarse con remates especiales o tapajuntas para no interferir con las holguras que se hayan dejado para separar una pared de la estructura principal.

La rotura de vidrios es una de las consecuencias más frecuentes de sismos de intensidad moderada o grande. Deberá proveerse la holgura necesaria, ya sea entre vidrios y ventanería o entre ésta y la estructura. En la referencia 6.3 se dan algunos criterios para determinar el tamaño de dichas holguras.

c) Plafones

Los plafones colgados de techos son elementos que pueden causar serios daños a los ocupantes durante un sismo, especialmente cuando son a base de elementos pesados. El primer requisito es que deben estar asegurados al techo de manera muy firme, el segundo es que deben existir holguras al menos perimetrales para evitar esfuerzos en su plano que tiendan a zafar los elementos del plafón. Precauciones semejantes deben tomarse para aquellos aparatos que cuelguen del techo, como lámparas y ventiladores, se les debe proporcionar un anclaje seguro y, en muchos casos, cierta rigidez horizontal que evite las excesivas vibraciones que pueden provocar la ruptura o caída de materiales.

REFERENCIAS

6.1 E. Bazán y R. Meli, "Diseño Sísmico de edificios de acuerdo con el Reglamento de Construcciones del Distrito Federal", *LIMUSA*, México, D.F.

6. 2 N.M. Newmark y E. Rosenblueth, "Fundamentos de Ingeniería Sísmica", *CECSA*, México, D.F.

6. 3 "Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. Con Comentarios y Ejemplos", *Instituto de Ingeniería*, Publ. ES5.

6. 4 International Conferencial Building Officials, "Uniform Building Code", *UBC*, 1993 Edition, Part III, Eartquake Design.

6. 5 Structural Engineers Association of California, "Recommended Lateral Force Requirements and Communitary" *SEAOC Code.*

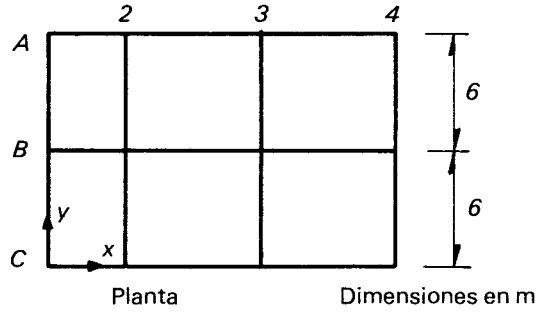
6. 6 "Earthquake Resistant Regulations. A World List. 1980", *International Association for Earthquake Engineering*, Tokyo.
6. 7 A.B. Bolt, "Earthquake. A Primer", *W.H. Freeman*, San Francisco.
6. 8 F. Sauter, "Introducción a la sismología", *Ed. Técnica de Costa Rica*, San José.
6. 9 Esteva, "Regionalización sísmica de México para fines de Ingeniería", *Instituto de Ingeniería*, UNAM, Publ. No. 246, México, D.F.
6.10 R. Guerra y L. Esteva, "Espectros de diseño sísmico en Paraíso, Tab. y Ciudad del Carmen, Camp.", *Instituto de Ingeniería* Informe Interno, México, D.F.
6.11 A.K. Chopra, "Dynamic of Structures. A Primer", *Earthquake Engineering Research Institute*, Berkeley, Cal.
6.12 L., Esteva, "Design General". Cap. 3 del libro "Design of Earthquake Resistant Structures", editado por E. Rosenblueth, *Pentech Press*, Londres.
6.13 "Diseño por sismo", Cap. C1.3 del "Manual de Diseño de Obras Civiles", *Comisión Federal de Electricidad*, México, D.F.
6.14 "Diseño y Construcción de Estructuras de Acero", Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. Pub. No. 403, *Instituto de Ingeniería*, UNAM, México, D.F.
6.15 "Diseño y Construcción de Estructuras de Mampostería". Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. Pub. No. 403, *Instituto de Ingeniería*, UNAM, México, D.F.

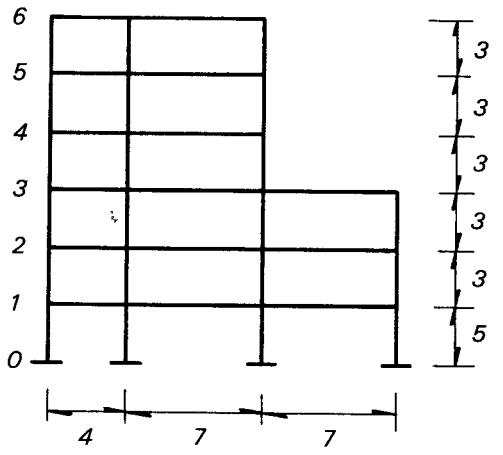
PROBLEMAS

6.1 El edificio mostrado en la figura adjunta está ubicado en una zona de terreno compresible (suelo tipo III) en la ciudad de México y se trata de una construcción para hospital. Se considera que la estructuración, los materiales y los detalles constructivos empleados son tales que el factor de reducción por ductilidad, Q, puede considerarse igual a cuatro en ambas direcciones.

Determine las fuerzas laterales en el edificio según el método de diseño estático del RCDF, corrigiendo el coeficiente sísmico con una estimación del periodo fundamental de la estructura.

Determine las fuerzas laterales en el marco del eje 2 en todos los pisos.

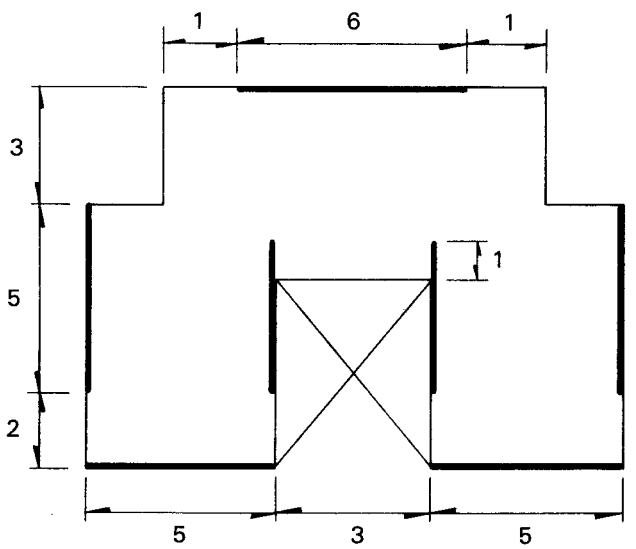




Elevación

6.2 La figura adjunta muestra una planta tipo de un edificio de tres niveles idénticos con muros de concreto de 10 cm de espesor monolíticos con una losa maciza de concreto del mismo espesor. Revise si es aplicable el método simplificado de diseño sísmico. La altura libre de entrepiso es de 2.3 m y el concreto es de 200 kg/cm^2. En caso de que proceda, revise si la resistencia ante sismo es adecuada según dicho método simplificado, suponiendo que la construcción se ubica en un sitio de zona *C* de la República Mexicana y se apoya en un estrato de suelo definido como tipo II. Proponga valores para los pesos de los elementos no estructurales.

6.3 Comente sobre los aspectos particulares que presenta el comportamiento sísmico de edificios a base de paneles de concreto prefabricados.



Planta

Dimensiones en m

Tabla 6.4 Condiciones de regularidad segun el RCDF

Para que una estructura pueda considerarse regular debe satisfacer los siguientes requisitos:

1. Su planta es sensiblemente simétrica con respecto a dos ejes ortogonales por lo que toca a masas, así como a muros y otros elementos resistentes.
2. La relación de su altura a la dimensión menor de su base no pasa de 2.5
3. La relación de largo a ancho de la base no excede de 2.5
4. En planta no tiene entrantes ni salientes cuya dimensión exceda de 20 por ciento de la dimensión de la plnata medida paralelamente a la dirección que se considera de la entrante o saliente.
5. En cada nivel tiene un sistema de techo o piso rígido y resistente.
6. No tiene aberturas en sus sistemas de techo o piso cuya dimensión exceda de 20 por ciento de la dimensión en planta medida paralelamente a la dimensión que se considere de la abertura, las áreas huecas no ocasionan asimetrías significativas ni difieren en posición de un piso a otro y el área de aberturas no excede en ningún nivel de 20 por ciento del área de la planta.
7. El peso de cada nivel, incluyendo la carga viva que debe considerarse para diseño sísmico, no es mayor que el del piso inmediato inferior ni, excepción hecha del último nivel de la construcción, es menor que 70 por ciento de dicho peso.
8. Ningún piso tiene un área, delimitada por los paños exteriores de sus elementos resistentes verticales, mayor que la del piso inmediato inferior, ni menor que 70% de ésta. se exime de este último requisito únicamente al último piso de la construcción.
9. Todas las columnas están restringidas en todos los pisos en dos direcciones ortogonales por diafragma horizontal y por trabes o losas planas.
10. La rigidez al corte de ningún entrepiso excede en más de 100 por ciento a la del entrepiso inmediatamente inferior.
11. En ningún entrepiso la excentricidad torsional calculada estáticamente, e_s excede del 10 por ciento de la dimensión en planta de ese entrepiso medida paralelamente a la excentricidad mencionada.

7.

Diseño estructural de cimentaciones

7.1 INTRODUCCIÓN

7.1.1 Características del diseño de cimentaciones

La cimentación, o subestructura, constituye un elemento de transición entre la estructura propiamente dicha, o superestructura, y el terreno en que se apoya. Su función es lograr que las fuerzas que se presentan en la base de la estructura se transmitan adecuadamente al suelo en que ésta se apoya. Para que eso se cumpla deberá haber una seguridad adecuada contra la ocurrencia de fallas en los elementos de cimentación o en el suelo y contra la presencia de hundimientos excesivos que ocasionen daños en la construcción misma o en las vecinas o en las instalaciones enterradas en la proximidad de la cimentación.

El diseño de cimentaciones es una actividad en que se traslapan las especialidades de Geotecnia y Estructuras. Una parte esencial del diseño consiste en definir, de manera compatible con el costo, cuáles son los estratos de suelo más adecuados para aceptar las cargas transmitidas por la estructura, cuál es la forma de la subestructura que mejor se presta a realizar dicha transmisión y cuál es el procedimiento de construcción más apropiado.

Uno de los factores importantes en definir el sistema de cimentación son los problemas de excavación, bombeo o compactación que pueden presentarse; especialmente en lo que respecta al efecto que estas operaciones tienen en las construcciones existentes. Influye, además, de manera preponderante la disponibilidad de equipo y la experiencia local en los diferentes tipos de cimentación.

El diseño propiamente dicho de la cimentación incluye:

a) El análisis del sistema suelo-cimentación-superestructura y la determinación de las fuerzas in-

ternas y deformaciones que se generan por esa interacción.

b) La revisión de la capacidad de carga del suelo y de los hundimientos que se producen por las cargas sobre el suelo.

c) El dimensionamiento de la cimentación y la consideración en la superestructura de las solicitaciones debidas a los movimientos de los apoyos.

En este capítulo se hará énfasis en los criterios de selección del sistema de cimentación y en el análisis de las solicitaciones que se presentan en la cimentación por la interacción entre ésta y el suelo. Los aspectos de revisión de capacidad de carga del suelo y de cálculo de asentamientos se tocarán sólo marginalmente, ya que pertenecen a la geotecnia; asimismo, no se entrará en detalle en los métodos para el dimensionamiento de las cimentaciones, ya que éstos son propios de textos de estructuras de concreto o de mampostería. Sin embargo, no pueden desligarse totalmente los distintos aspectos del problema; por tanto, especialmente en los ejemplos, se incluirán algunas partes del diseño que requieren conocimientos fundamentales de mecánica de suelos y de dimensionamiento de estructuras de concreto.

El comportamiento de una cimentación depende de las propiedades mecánicas del suelo subyacente. Por ser este un material natural, sus propiedades no son controlables y son más difíciles de determinar con precisión que las de los materiales de la estructura. Además, la respuesta de la mayoría de los suelos bajo carga es no lineal desde niveles bajos de esfuerzos y se modifica en forma importante con el tiempo. Finalmente, la distribución de esfuerzos entre suelo y cimentación depende de la interacción entre ambos sistemas, la cual no se presta generalmente a ser representada por medio de modelos sencillos. Por estas características, el análisis riguroso de una cimentación lleva generalmente a procedimientos muy complejos. Sin embargo, para estructuras de importancia no excepcional y en las que no se cuenta con información suficientemente precisa para aplicar dichos métodos refinados, se suele recurrir a procedimientos simplistas basados en hipótesis muy burdas del comportamiento de los suelos. Debe notarse que estos procedimientos, usados comúnmente en la práctica, proporcionan con frecuencia resultados que difieren hasta en un orden de magnitud en cuanto a las fuerzas internas en la cimentación, ya que algunos desprecian aspectos que otros toman en cuenta en forma muy conservadora.

Se tratará en este capítulo de explicar el funcionamiento estructural de las cimentaciones y los fenómenos que determinan su comportamiento. Se propondrán procedimientos de análisis y diseño que, aunque en general sean burdos y

simplistas, permiten tener una estimación aproximada de las condiciones que se presentan cerca de la falla, para así poder tomar factores de seguridad convenientes contra la aparición de estos estados límite. Los procedimientos más refinados se presentarán sólo conceptualmente y se dejarán para textos especializados en la materia.

Para un estudio más profundo de los distintos aspectos involucrados en el diseño de cimentaciones se recomienda el texto de Rico y Juárez Badillo (referencia 7.1) en lo referente a los fundamentos de la Mecánica de Suelos. El libro de Dunham (referencia 7.2) presenta en forma detallada los aspectos más prácticos del diseño y construcción de las cimentaciones; el de Bowles (referencia 7.3) incluye los procedimientos más refinados de análisis. Un tratamiento muy completo del diseño de cimentaciones que incluye temas y aplicaciones muy especializadas, se encuentra en el texto editado por Jiménez Salas (referencia 7.4). En el libro de Richart y otros (referencia 7.5) se tratan los aspectos relativos al diseño de cimentaciones ante cargas dinámicas, tema que no se tratará en este capítulo. Requisitos reglamentarios y valores típicos de la práctica mexicana se encuentran, para los aspectos de mecánica de suelos, en las Normas Técnicas Complementarias para Diseño de Cimentaciones del RCDF (referencia 7.6) y métodos prácticos de diseño estructural de cimentaciones se encuentran en el capítulo correspondiente del Manual de Obras Civiles de la CFE (referencia 7.7).

7.1.2 Clasificación de las cimentaciones

La forma más común de clasificar las cimentaciones es en función de la profundidad de los estratos a los que se transmite la mayor parte de las cargas que provienen de la construcción. En estos términos, se subdividen en someras y profundas.

Las *cimentaciones someras* son aquellas que se apoyan en estratos poco profundos que tienen suficiente capacidad para resistir las cargas de la estructura. En este grupo se encuentran las *zapatas* que son ensanchamientos de la sección de las columnas o muros con los que se distribuye la carga de éstos a una área mayor de suelo. Las zapatas pueden ser *aisladas* (bajo una sola columna), *combinadas* (bajo dos o más columnas) o *corridas* (bajo un muro o una contratrabe). Otro tipo de cimentación somera está constituido por las *losas de cimentación* en las que el apoyo se realiza sobre toda el área de la construcción. Estas losas pueden ser planas (sin vigas) o con retículas de vigas (llamadas contratrabes). En ocasiones la losa de cimentación, la losa de planta baja y las contratrabes y muros de lindero forman cajones de cimentación que pueden llegar a profun-

didades relevantes y permiten bajo ciertas condiciones, aprovechar el peso del suelo excavado para *compensar* parcial o totalmente el peso de la construcción y aliviar así la presión neta en la superficie de contacto con el suelo.

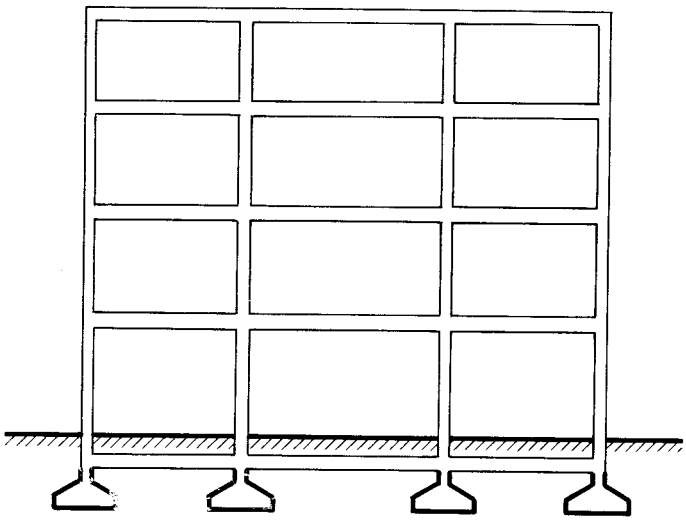
Las *cimentaciones profundas* están constituidas esencialmente por *pilotes* que transmiten su carga por punta o por fricción y que se denominan *pilas* cuando su sección transversal es de gran tamaño. Los pilotes pueden colocarse bajo zapatas o bajo losas de cimentación y pueden combinarse con éstas de manera que la carga se resista en parte por apoyo somero y en parte por apoyo profundo.

Existen tipos especiales de cimentación que se requieren para cumplir funciones muy particulares. Por ejemplo, las cimentaciones masivas para absorber las vibraciones de maquinaria y las cimentaciones sumergidas para obras portuarias y marítimas. El diseño de estructuras subterráneas como los túneles, las tablestacas y los muros de contención presenta problemas comunes con el de las cimentaciones, pero no se tratará en este capítulo.

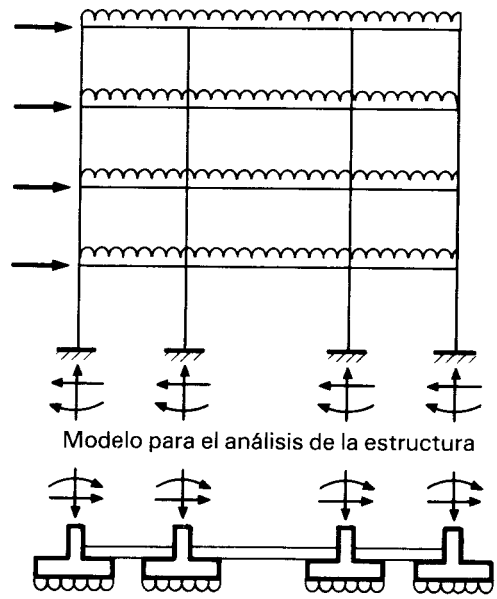
7.2 CONCEPTOS FUNDAMENTALES

7.2.1 Aspectos principales del problema

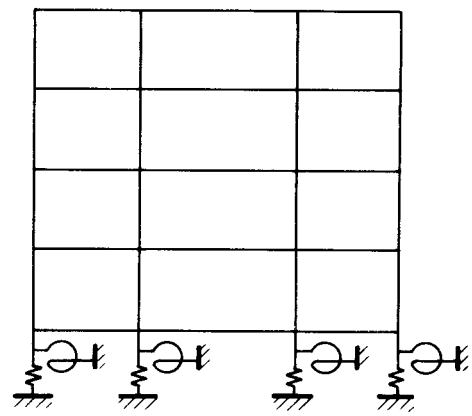
Para ilustrar los principales aspectos del problema y los diversos criterios que se han adoptado para el diseño estructural de las cimentaciones, nos serviremos del ejemplo de un edificio sobre zapatas, como el mostrado en la figura 7.1. El peso de la construcción se concentra en las áreas relativamente pequeñas de las columnas, y de éstas tiene que transmitirse al suelo a través del área de contacto entre las zapatas y el suelo. En la práctica, es común analizar la estructura como un sistema independiente de su cimentación y del suelo, y suponer en la base de la estructura unas condiciones de apoyo determinadas, que en general son de apoyo fijo empotrado (figura 7.1*b*). Las reacciones que resultan en estos apoyos se toman como cargas sobre la cimentación para el análisis de ésta y de su interacción con el suelo, con un modelo que no considera la superestructura. Rigurosamente, este procedimiento es incorrecto y debería analizarse un modelo que reprodujera en conjunto el sistema superestructura-cimentación-suelo, como el de la figura 7.1*c*, debido a que las deformaciones que se tienen en la cimentación y en el suelo modifican no sólo la distribución de presiones sobre la cimentación, sino también las fuerzas internas en toda la estructura. Por ejemplo, la carga axial en la base de una columna se reduce con respecto a la que se calcula considerando un apoyo fijo, si la zapata de dicha columna sufre un hundimiento mayor que el de las adyacen-



a) Esquema de la estructura



b) Modelos separados para análisis de estructura y cimentación



c) Modelo para el análisis conjunto del sistema estructura-cimentación-suelo

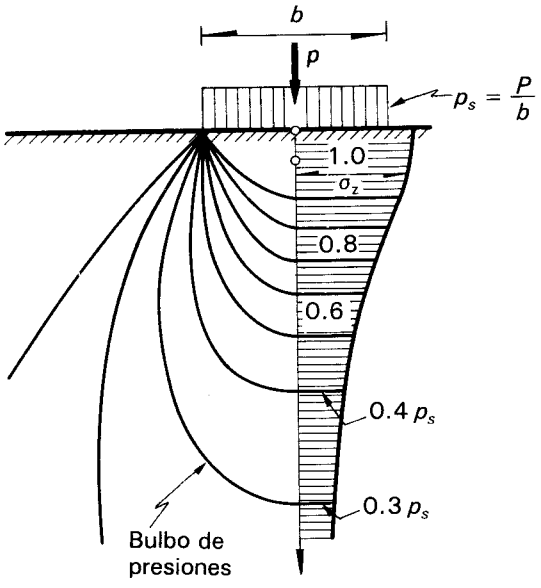
Figura 7.1. Diferentes modelos para análisis de estructura y cimentación.

tes; el momento flexionante se reduce y puede llegar a anularse, si las deformaciones del subsuelo permiten que la zapata tenga una rotación suficiente.

Por lo anterior, el procedimiento usual que consiste en analizar la estructura como un sistema independiente de la cimentación y analizar después esta última con las cargas determinadas en los apoyos de la estructura, es aceptable cuando no se producen desplazamientos importantes que pueden modificar las solicitaciones en la estructura. De lo contrario, y especialmente en construcciones muy importantes, es necesario modelar el sistema completo.

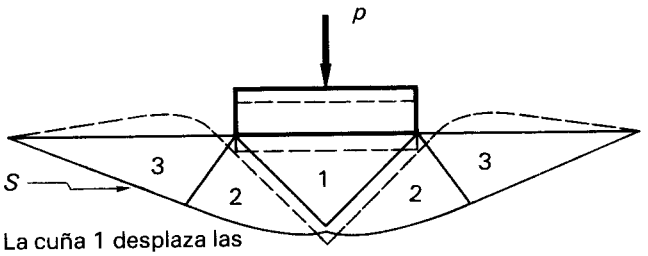
El siguiente problema es el de las presiones que se generan en el suelo debido a la carga transmitida por la zapata. La figura 7.2 muestra el bulbo de presiones que se presenta en un medio elástico bajo una carga lineal. Se aprecia que a medida que crece la profundidad, la magnitud de las presiones disminuye, pero éstas afectan zonas cada vez más alejadas del punto de aplicación. Si las presiones en el suelo exceden de la capacidad resistente de alguna de las capas que se encuentran debajo de la zapata, se producirán deformaciones excesivas del suelo o algún tipo de falla como la de fondo ilustrada en la figura 7.3. En ambos casos se puede producir la falla parcial o total de la estructura y, por tanto, deben revisarse estos estados límite de falla con los métodos apropiados de la mecánica de suelos, según cada tipo de cimentación.

Los esfuerzos que actúan en las diferentes capas del subsuelo debido a las presiones de la zapata, producen asentamientos que dependen de las propiedades del suelo, así como de la manera en que se aplica la carga y de la per-



σ_z, Presión vertical en el suelo
p, carga por unidad de longitud de zapata
b, ancho de la zapata
p_s = presión media de contacto

Figura 7.2. Distribución de presiones a diferentes profundidades bajo una zapata de longitud infinita.



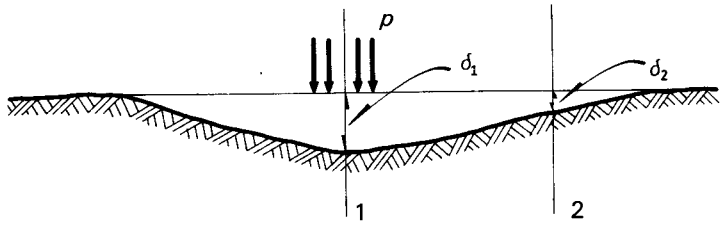
La cuña 1 desplaza las zonas 2 y 3, al vencerse la resistencia al corte a lo largo de la trayectoria S

Figura 7.3. Falla del suelo bajo una zapata.

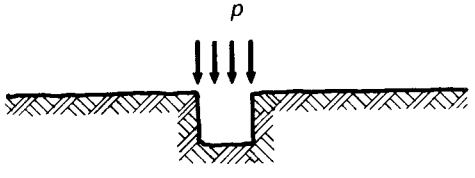
manencia de ésta. Hay que notar que el suelo es un medio continuo y que una carga aplicada en un punto cualquiera bajo la estructura (figura 7.4) produce asentamientos en los demás puntos de la cimentación y hay, por tanto, interacción entre las cargas y los asentamientos en los diferentes puntos en que éstas se aplican. Por esta razón resulta poco preciso modelar el suelo con resortes independientes bajo los puntos de carga, como en el ejemplo mostrado en la figura 7.1*c*.

7.2.2 Hundimientos admisibles

Como se ha dicho, los asentamientos de los apoyos producen fuerzas internas en la estructura, cuando ésta es hiperestática. Estas solicitaciones se obtienen directamente cuando el análisis se realiza sobre un modelo global estructura-suelo, como el de la figura 7.1c. Cuando se analizan los dos subsistemas por separado, los movimientos de



a) Configuración de asentamientos



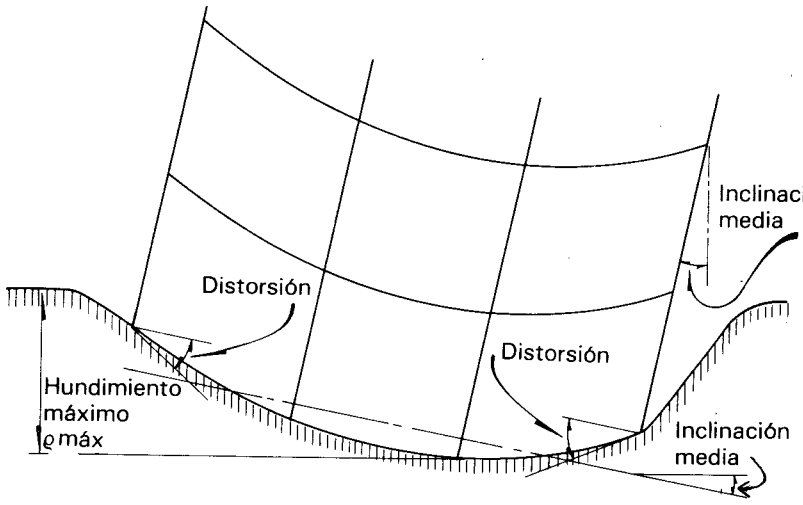
b) Configuración de asentamientos supuesta al modelar el suelo con resortes independientes

Figura 7.4. Asentamientos del suelo bajo una carga en un área pequeña.

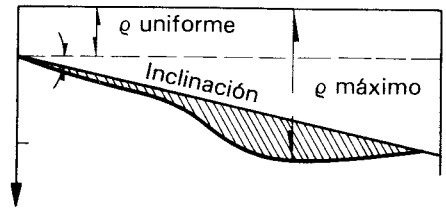
los apoyos calculados del análisis del conjunto suelo-cimentación deben considerarse como acciones para el análisis de la estructura. Los reglamentos fijan límites máximos admisibles para los hundimientos, los que no deben rebasarse aunque se dimensione la estructura para resistir sus efectos. Por otra parte, es frecuente en la práctica ignorar en el análisis de la estructura hundimientos que no excedan de ciertos límites admisibles. Se considera que hundimientos menores que estos límites pueden ser disipados por la estructura a través de deformaciones inelásticas y que, por consiguiente, no es necesario considerarlos en el diseño. El tema es muy controvertido y poco tratado en los textos y los reglamentos. Para ilustrar los aspectos más importantes del problema, conviene comentar los valores establecidos como admisibles en el RCDF para diferentes tipos de hundimientos y los razonamientos con que se justifican estos límites, basados esencialmente en una propuesta hecha por Rosenblueth (referencia 7.8).

La configuración de asentamientos de la base de un edificio se muestra gráficamente en la figura 7.5. La curva de asentamientos puede considerarse formada por tres componentes: un asentamiento uniforme de toda la estructura (ϱ uniforme en la figura 7.5*b*), más un giro de cuerpo rígido que da lugar a una inclinación o desplome del edificio; el resto del hundimiento lo constituyen los asentamientos diferenciales entre los apoyos (figura 7.5*c*).

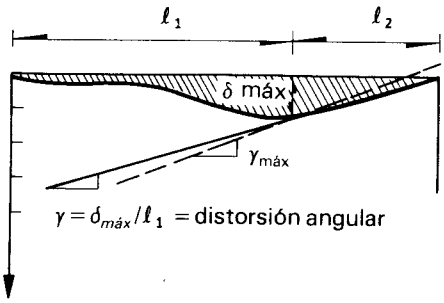
Los índices del asentamiento en que se basan los requisitos reglamentarios al respecto se muestran en la figura 7.5*a*, y son: el hundimiento máximo, $\varrho_{máx}$, la inclinación media y la distorsión angular γ. La tabla 7.1 reproduce los límites establecidos por el RDF para cada tipo de hundimiento. Conviene aclarar que los valores de la tabla 7.1 son máximos absolutos y que en muchas situaciones deben limitarse los hundimientos a valores sustancialmente menores.



a) Esquema de hundimiento de una estructura (referencia 7.8)



b) Hundimientos totales



c) Asentamientos diferenciales

Figura 7.5. Asentamientos totales y diferenciales de una estructura.

Tabla 7.1 Límites máximos para movimientos y deformaciones originados en la cimentación* (según el RCDF)

a) Movimientos verticales (hundimiento o emersión)

Concepto		*Límite*
Valor medio en el predio	construcciones aisladas	30 cm
	hundimiento	15 cm
	construcciones colindantes	
	emersión	30 cm
Velocidad del componente diferido		1 cm/seg

b) Inclinación media

Tipo de daño	*Límite*	*Observaciones*
Inclinación visible	100/(100+ 3h)por ciento	h = altura de la construcción, en m
Mal funcionamiento de grúas viajeras	0.3 por ciento	En dirección longitudinal

c) Deformaciones diferenciales en la propia estructura y sus vecinas

Tipo de estructura o elemento	*Variable que se limita*	*Límite*
Marcos de acero	Relación entre el asentamiento diferencial y el claro	0.006
Marcos de concreto	Relación entre el asentamiento diferencial y el claro	0.004
Muros de carga de ladrillo recocido o bloque de cemento	Relación entre el asentamiento diferencial y el claro	0.002
Muros con acabados muy sensibles, como yeso, piedra ornamental, etc.	Relación entre el asentamiento diferencial y el claro	0.001 Se tolerarán valores mayores en la medida en que la deformación ocurra antes de colocar los acabados o éstos se encuentran desligados de los muros
Páneles móviles o muros con acabados poco sensibles, como mampostería con juntas secas	Relación entre el asentamiento diferencial y el claro	0.004
Tuberías de concreto con juntas	Cambios de pendiente en las juntas	0.015

* Los valores de la tabla son sólo límites máximos y en cada caso habrá que revisar que no se cause ninguno de los daños mencionados en el artículo 265 del Reglamento.

El hundimiento de una estructura como cuerpo rígido no induce en ella fuerzas internas. Desde este punto de vista, no hay razones para fijar límites al hundimiento total. Sin embargo, el hundimiento excesivo de la construcción puede ocasionar daños a las construcciones vecinas y a las instalaciones en la vía pública. Como se aprecia en la figura 7.6, un hundimiento uniforme de una construcción produce asentamientos diferenciales en las adyacentes; si éstas son sensibles a la distorsión, pueden ser dañadas por hundimientos del edificio colindante. Por ello el límite admisible se reduce a la mitad para este caso (15 cm). Otra razón para limitar los hundimientos totales es que, aunque los métodos de cálculo de hundimientos no lo revelen, éstos pueden ir en realidad acompañados de asentamientos diferenciales debido a la erraticidad de las propiedades del subsuelo. A menos que la cimentación y la estructura sean muy rígidas, es de esperarse que a un hundimiento total de 30 cm vayan acompañados asentamientos diferenciales entre 30 y 70 por ciento del total, los cuales en la mayoría de los casos serán inadmisibles. Por otra parte, asentamientos totales de la magnitud indicada, o aún mayores, pueden ser tolerables si ocurren en forma muy lenta en el tiempo, tal que permitan a la estructura y a las vecinas reacomodos que redistribuyan y reduzcan sustancialmente las solicitaciones que se inducen. Por ello se limita también la velocidad de hundimiento total.

El desplome o inclinación que puede admitirse en un edificio está regido principalmente por aspectos de apariencia y de funcionamiento de la construcción. El límite de la inclinación visible dado en la tabla 7.1 está especificado esen-

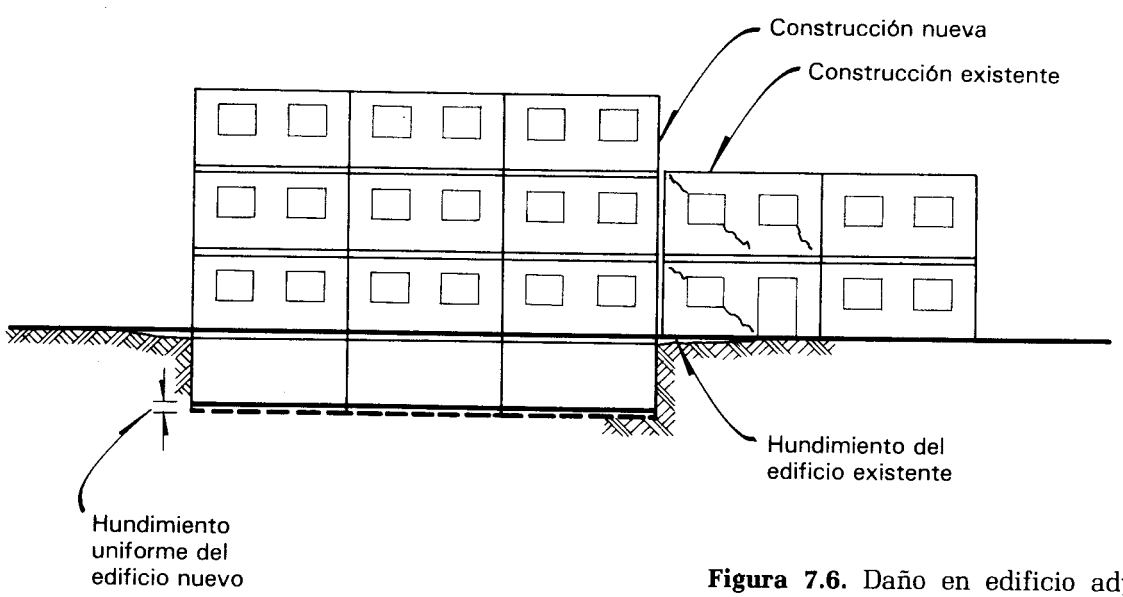


Figura 7.6. Daño en edificio adyacente por hundimiento uniforme en una construcción nueva.

cialmente por requisitos de apariencia y se considera que dentro de este límite no se afecta de manera importante el funcionamiento de edificios usuales. Sin embargo, cuando los pisos alojen máquinas o equipos cuya base debe permanecer horizontal, el límite debe reducirse. Considérese, por ejemplo, el admitido para construcciones que soporten grúas viajeras, el cual pretende evitar que sus apoyos se encuentren a distintos niveles. Cuando la construcción es adyacente a otra, separada por una junta, aumenta la posibilidad de que se note a simple vista el desplome, así como el peligro de un choque por el efecto de cargas laterales por sismo o viento, de modo que el desplome admisible deberá reducirse en estas situaciones. Los desplomes necesarios para que se introduzcan en la estructura solicitaciones apreciables por el efecto de las cargas verticales actuando sobre dichos desplazamientos, son generalmente superiores a los tolerables por apariencia, por lo que este aspecto queda cubierto por los límites de la tabla.

Los asentamientos diferenciales (figura 5.c) inducen fuerzas internas en la estructura y en los elementos de la cimentación. Más que la magnitud del asentamiento diferencial, lo que se correlaciona con los efectos en la estructura es la distorsión angular o sea la relación del asentamiento diferencial entre dos puntos a la distancia entre ellos. La gravedad de los efectos de los asentamientos diferenciales depende de la velocidad con que éstos ocurren. Los valores admisibles de la tabla 7.1 dependen de la habilidad que tienen distintos tipos de estructuras y materiales para disipar las fuerzas internas debidas a las distorsiones, por su flexibilidad y por sus deformaciones diferidas, y corresponden al caso en que los hundimientos ocurren lentamente en el tiempo; para hundimientos que ocurren en forma brusca se producen daños para distorsiones menores que las indicadas.

Como se aprecia de los valores de la tabla, los elementos más sensibles a las distorsiones angulares son los muros de mampostería. La observación de construcciones existentes revela claramente que la gran mayoría de los daños ocurren en muros de mampostería que se fisuran desde hundimientos diferenciales de pequeña magnitud. Un estudio experimental sobre este aspecto (referencia 7.9) permitió recomendar valores más detallados que los del RCDF para construcciones a base de muros de mampostería, dependiendo del tipo de pieza que los compone, y del refuerzo que éstos tienen. La figura 7.7 muestra las distorsiones angulares (asentamientos diferenciales divididos entre la distancia entre los puntos en que éstos ocurren) que ocasionan diferentes niveles de daño, que van desde la fisuración hasta la pérdida de capacidad de carga de los muros.

Los valores de la tabla 7.1 son límites que no deben rebasarse aunque se vayan a considerar sus efectos en el análisis.

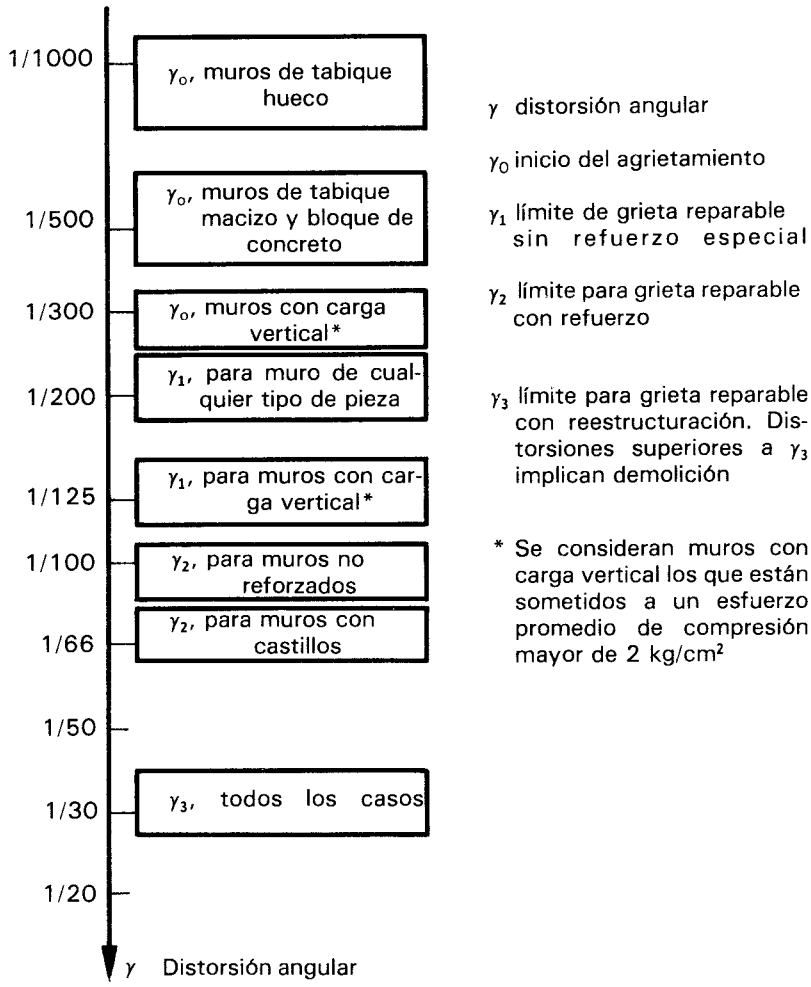
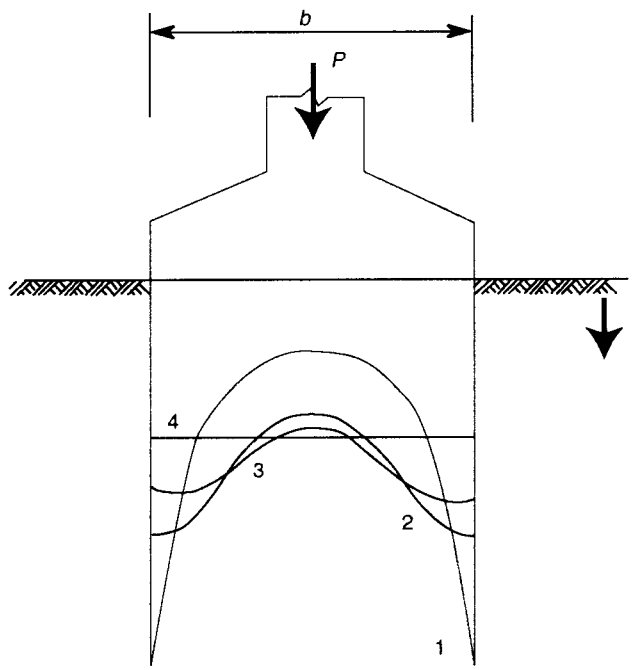


Figura 7.7. Relación entre la distribución angular por hundimientos diferenciales y el nivel de daños en construcciones con muros de mampostería.

Con relación a los límites abajo de los cuales los hundimientos pueden ignorarse en el análisis de la estructura, si se acepta que ésta rebase localmente su etapa de comportamiento elástico para disipar los efectos de los hundimientos diferenciales, es razonable ignorar para el diseño de la estructura hundimientos del mismo orden que los de la tabla 7.1. Sin embargo, puede resultar particularmente crítica la superposición de los efectos de los hundimientos diferenciales con los de sismos, ya que en ambos casos se introducen distorsiones angulares del mismo tipo. Si la estructura está obligada a sufrir deformaciones inelásticas importantes para disipar los efectos de los hundimientos, se verá muy reducida la ductilidad de que dispone para disipar los efectos de sismo.

7.2.3 Presiones ejercidas por el suelo en una cimentación

El siguiente aspecto que se examinará es la distribución de presiones que el suelo ejerce sobre la cimentación como reacción a las cargas que ésta le transmite. La distribución de estas presiones en la superficie de contacto entre la cimentación y el suelo es muy variable y muy sensible a las rigideces relativas del suelo y la cimentación y a las características propias de la estructura del suelo. Una solución exacta al problema del cálculo de la distribución de presiones se obtiene para un modelo en que el suelo se considera como un espacio semiinfinito homogéneo, isótropo y de comportamiento lineal, bajo una zapata infinitamente rígida. La solución mostrada en la figura 7.8 presenta una altísima concentración de presiones en los extremos de la zapata. Esta distribución no ocurre en la realidad; las concentraciones de presión en los extremos se reducen por el comportamiento no lineal del suelo y porque el



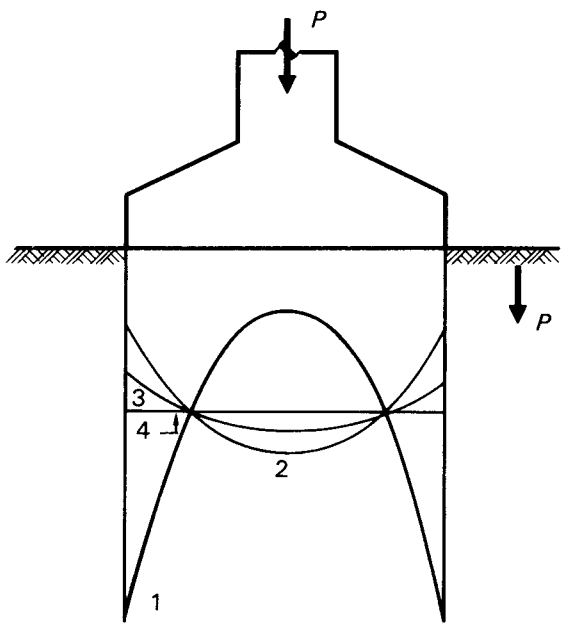
1 Distribución teórica para espacio elástico
2 Distribución real para esfuerzos bajos
3 Distribución real para esfuerzos altos
4 Esfuerzo promedio $p = \frac{P}{b}$

Figura 7.8. Distribución de presiones en un suelo cohesivo bajo una zapata rígida con carga axial.

terreno cerca del borde es desplazado ligeramente hacia fuera. La distribución de presiones resulta mucho más uniforme, como la que se muestra en la misma figura. A medida que la carga sobre la zapata crece, la zona de plastificación del suelo se propaga de los extremos hacia el centro y las presiones son cada vez más uniformes.

El caso anterior es representativo de una zapata rígida sobre suelo cohesivo (de tipo arcilloso). Las distorsiones son radicalmente distintas bajo un suelo granular (arenas o gravas) en que la rigidez aumenta con el confinamiento al que están sometidas las partículas del suelo; así, la rigidez es prácticamente nula en los extremos de la zapata donde ocurren desplazamientos del suelo hacia afuera y, por tanto, las presiones tienden a cero. Por el contrario, las presiones son máximas en el centro donde el confinamiento de las partículas es también máximo, como se muestra en la figura 7.9. Nuevamente, cuando el nivel de presiones alcanza valores altos, existe plastificación en las zonas sometidas a mayores esfuerzos, el centro de la zapata, y las presiones tienden a uniformarse.

Cuando el elemento de cimentación es flexible, como en la figura 7.10, su deformación hace que se reduzcan las presiones en sus extremos, dando lugar a las distribuciones mostradas en dicha figura, para los dos tipos de suelo mencionados.



1 Distribución teórica para espacio elástico
2 Distribución real para esfuerzos bajos
3 Distribución real para esfuerzos altos
4 Esfuerzo promedio $\overline{P} = \frac{P}{b}$

Figura 7.9. Distribución de presiones en un suelo granular bajo una zapata rígida con carga axial.

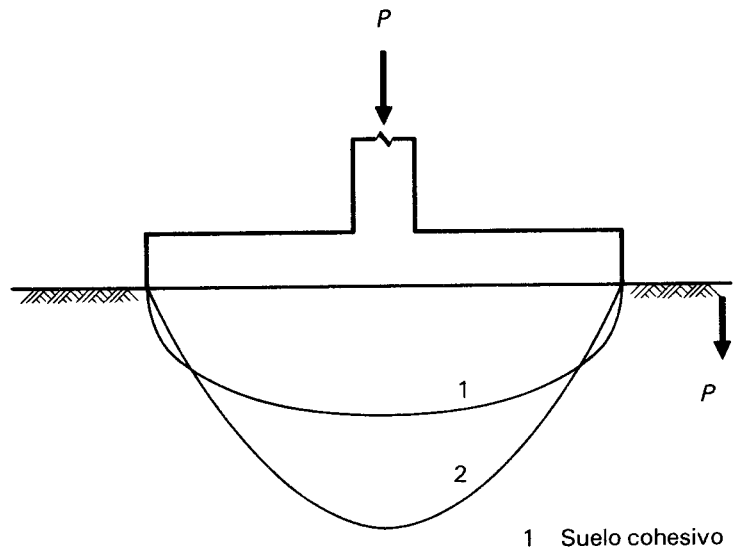


Figura 7.10. Distribución de presiones bajo una zapata flexible.

1 Suelo cohesivo
2 Suelo granular

Las consideraciones anteriores llevan a la conclusión de que el empleo de teorías refinadas que suponen un comportamiento lineal del suelo, no se justifica en general para el cálculo de distribuciones de esfuerzos en condiciones extremas, como aquellas para las cuales se quiere dimensionar la cimentación. La no linealidad del comportamiento del suelo y de la cimentación alterará significativamente los resultados obtenidos con estas teorías.

La gama de situaciones que se pueden presentar en cuanto a la distribución de presiones del suelo sobre una cimentación rígida se suele idealizar en la práctica del diseño por medio de una de dos hipótesis simplistas: o se supone una variación lineal de presiones o una uniforme concéntrica con la resultante de cargas. La primera hipótesis es equivalente a considerar el suelo constituido por una cama de resortes lineales independientes, de manera que los esfuerzos que se presentan en el suelo son proporcionales a los desplazamientos que sufre la cimentación, para la cual se considera un movimiento de cuerpo rígido. Más aún, los resortes sólo toman esfuerzos de compresión, ya que si la cimentación se levanta, se despega del suelo y los esfuerzos se anulan en esa zona. La aplicación de estas hipótesis a una zapata rígida sujeta a una carga, P, aplicada con excentricidad e, en una dirección, se muestra en la figura 7.11*a*. Se distinguen dos situaciones: cuando la excentricidad es menor o igual que un sexto del ancho de zapata, b, hay compresión bajo toda la zapata y es aplicable la fórmula general de flexocompresión, según la cual la presión máxima, p_M, en un extremo de la zapata resulta

$$p_M = \frac{P}{b} + \frac{6Pe}{b^2} \qquad 7.1$$

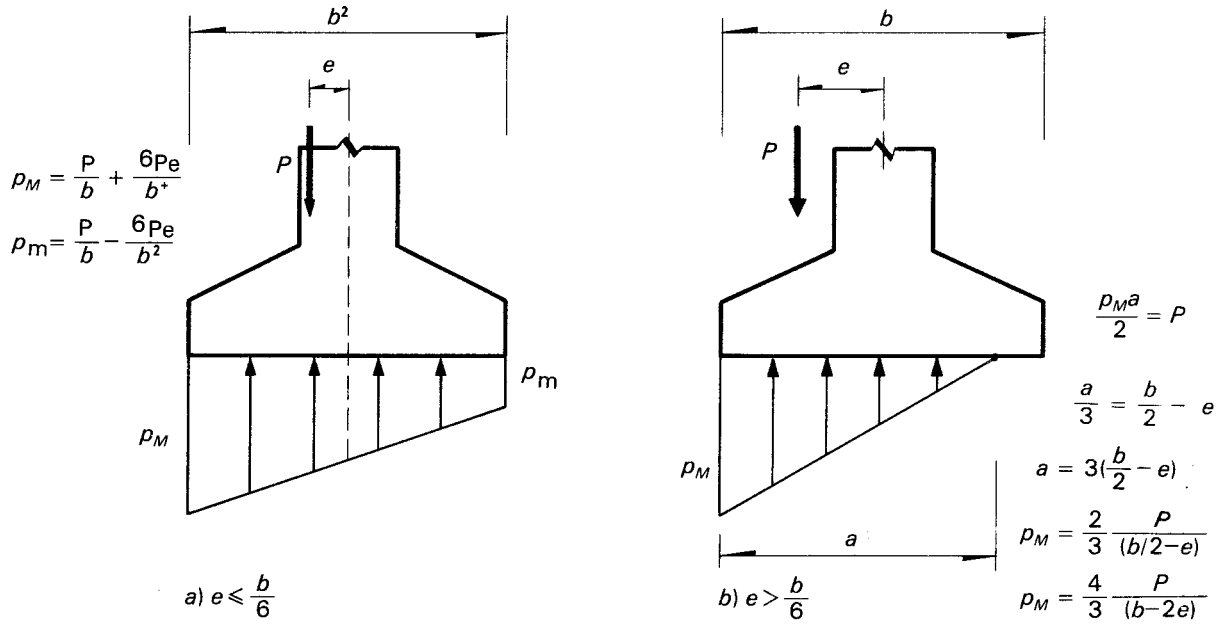


Figura 7.11. Reacción del suelo bajo una cimentación, según la hipótesis de la distribución lineal de presiones.

o, expresado en otra forma, la carga máxima que se puede aplicar a una zapata, si el esfuerzo máximo que acepta el suelo es p_M, resulta

$$P = \frac{bp_M}{1 + 6e/b} \qquad 7.2$$

Si la excentricidad, e, es mayor que un sexto del ancho de la zapata, una parte de la sección está exenta de esfuerzos (figura 7.11b) y la distribución de esfuerzos puede calcularse igualando la magnitud y posición de la resultante de presiones en el suelo con las de la carga aplicada. Se obtiene que el esfuerzo máximo en el suelo vale

$$p_M = \frac{4}{3}\frac{P}{(b-2e)} \qquad 7.3$$

o que la carga máxima que puede aplicarse con una excertricidad e < b/3, a un suelo con resistencia a compresión p_M, vale

$$P = \frac{3}{4}p_M(b-2e) \qquad 7.4$$

La otra hipótesis, de presión uniforme, da lugar a la misma distribución de presiones que la que se obtiene con la hipótesis de resortes lineales, sólo cuando la carga es axial. Para carga excéntrica, esta segunda hipótesis implica una distribución uniforme de presiones, en un rectángulo equivalente de longitud tal que la magnitud y resultante de los esfuerzos igualan a las de la fuerza actuante (figura 7.12).

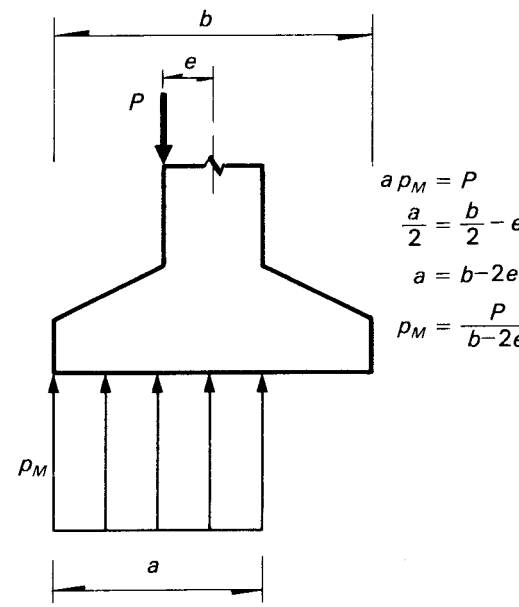


Figura 7.12. Reacción del suelo bajo una cimentación, según la hipótesis de una distribución uniforme de presiones.

La expresión para la determinación del esfuerzo en el suelo bajo una carga excéntrica resulta

$$p_M = \frac{P}{b-2e} \qquad 7.5$$

y la carga axial máxima que se puede aplicar con una excentricidad e, a un suelo con un esfuerzo resistente p_M, vale

$$P = p_M(b-2e) \qquad 7.6$$

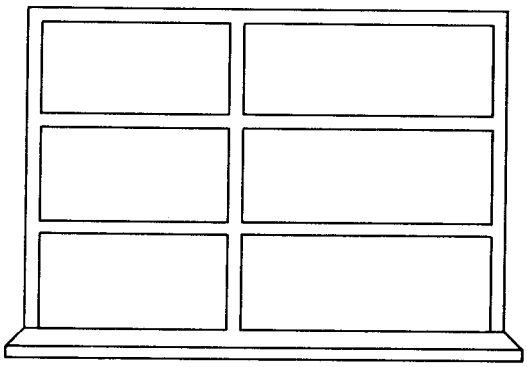
Se aprecia que este segundo procedimiento predice resistencias superiores a las que se obtienen con la hipótesis de comportamiento lineal. Aunque el primer procedimiento es hasta ahora el más comúnmente empleado en la práctica, se considera que la hipótesis de plastificación total del suelo reproduce mejor la situación que se presenta cerca de la falla y es la que conviene adoptar para el diseño estructural de las cimentaciones. Los métodos de diseño especificados por el RCDF así lo consideran y están basados en la hipótesis de la plastificación total.

7.2.4 Reacciones del suelo bajo una cimentación continua

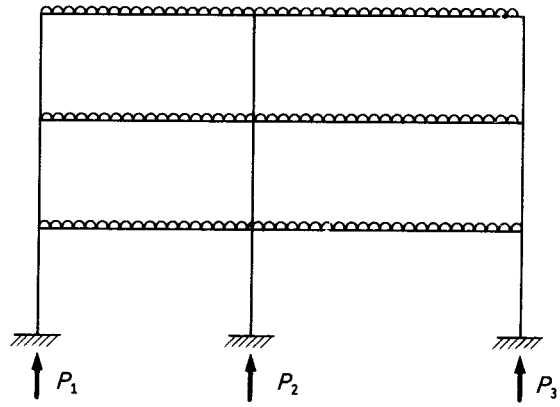
El caso tratado en la sección anterior corresponde a un elemento de cimentación aislado e isostático en que la distribución de fuerzas internas no depende de los hundimientos de los apoyos. Cuando se trata de cimentaciones continuas, los movimientos diferenciales de los apoyos modifican la distribución de presiones del suelo e introducen fuerzas internas en la cimentación que no pueden ignorarse para suelos de alta compresibilidad. Los problemas inherentes a este caso se ilustran en la figura 7.13, que representa un marco apoyado sobre una zapata continua. En estos casos la distribución de presiones en el suelo debe cumplir las condiciones siguientes:

a) Debe heber equilibrio global; la resultante de las reacciones del suelo sobre la cimentación debe coincidir con la de las cargas aplicadas.
b) Debe haber equilibrio local entre las reacciones del suelo, las fuerzas internas en la cimentación y las fuerzas y momentos transmitidos a ésta por la estructura.
c) La configuración de hundimientos producidos en el suelo por la distribución de presiones considerada debe coincidir con la configuración de desplazamientos que sufre la cimentación bajo las mismas cargas.

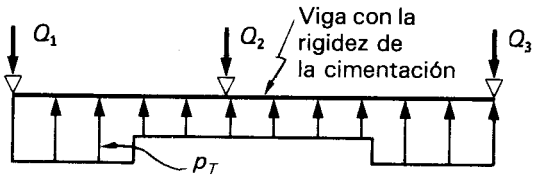
Una solución rigurosa del problema implica analizar un modelo del conjunto estructura-cimentación-suelo. Los mé-

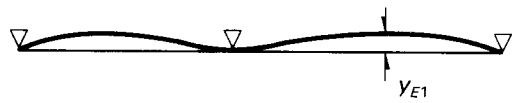


a) Marco sobre zapata corrida

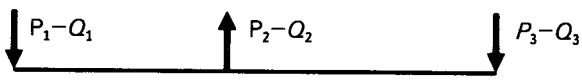


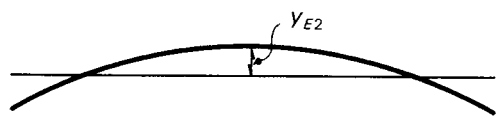
b) Análisis del marco con apoyos fijos



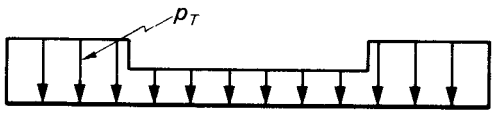


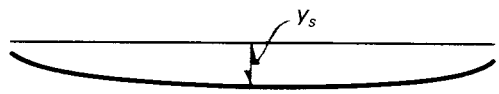
c) Análisis de la cimentación con apoyos fijos para una distribución de reacciones del suelo, p_T, en equilibrio global con las cargas aplicadas





d) Análisis de la cimentación, sin apoyos, para la diferencia de las reacciones de los pasos *b*) y *c*)

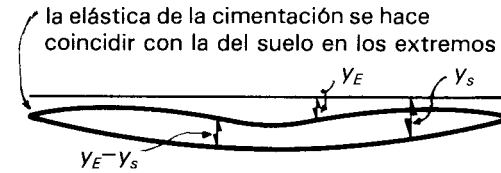




e) Cálculo de hundimientos para la distribución de presiones supuesta, p_T.

todos de análisis de estos modelos resultan muy complejos y suelen ignorar la no linealidad del comportamiento del suelo que afecta grandemente los resultados cuando se trata de suelos de muy alta compresibilidad. Por ello, en este último caso, es preferible analizar por separado la cimentación bajo una distribución de presiones que cumpla con los requisitos *a*) y *b*) y determinar los hundimientos del suelo para la misma distribución de presiones, modificando iterativamente dicha distribución de presiones hasta lograr la coincidencia de las dos configuraciones de desplazamientos.

El proceso anterior puede realizarse, por ejemplo, de la manera que se describe a continuación y que se ilustra en la figura 7.13. Dado un conjunto de cargas sobre la cimenta-



f) Comparación de asentamientos diferenciales de suelo y cimentación

Figura 7.13. Ilustración de un proceso de análisis de cimentaciones continuas sobre suelo compresible.

ción, P_i, se propone una distribución de presiones en la cimentación, p_T, que se encuentra en equilibrio global con dichas cargas. Si se supone inicialmente que las bases de las columnas no sufren desplazamientos, o sea que son apoyos fijos para la cimentación, se puede analizar ésta determinando las reacciones en sus apoyos, Q_i, y la configuración de desplazamientos, Y_{E1}, (figura 7.13c). Las reacciones Q_i no coincidirán, en general, con las cargas aplicadas P_i y para cumplir con el equilibrio local, deberá considerarse aplicado sobre la cimentación un sistema de cargas, $P_i - Q_i$, que resulta en equilibrio global, y para el cual se analizará la cimentación determinando sus deformaciones, Y_{E2}, (figura 7.13d). Estas deben sumarse a las antes calculadas para la condición de apoyos fijos, Y_{E1}, y obtener así la elástica de la cimentación. Por otra parte, para la distribución de presiones propuesta, p_T, se debe determinar la configuración de hundimientos del suelo (figura 7.13e). Para que la solución sea correcta, las dos configuraciones deben coincidir a nivel de movimientos diferenciales, o sea que la elástica de la cimentación debe coincidir con los hundimientos calculados en el suelo, corregidos por un movimiento de cuerpo rígido. La falta de coincidencia indica que la distribución propuesta de presiones no fue la correcta y que debe modificarse.

El problema puede resolverse por aproximaciones sucesivas, pero cuando el suelo es altamente compresible el procedimiento no necesariamente converge y, siempre, resulta muy laborioso.

Mayores detalles sobre procedimientos de este tipo pueden verse en la referencia 7.10. Hay que tener en mente que el método no considera la interacción entre los movimientos de la cimentación y las cargas en las columnas; estas últimas se consideran independientes de los hundimientos.

Para reducir la labor numérica que implica encontrar una distribución de presiones para la que se logre la coincidencia de las elásticas del suelo y de la cimentación, son aceptables distribuciones de presiones que impliquen algunas discrepancias entre ambas configuraciones de deformaciones. Lo anterior con base en razonamientos de análisis plástico, que indican que las diferencias teóricas que resultan pueden ser absorbidas por deformaciones plásticas de la cimentación y del suelo que implican redistribución de presiones y de fuerzas internas.

Para que esto suceda sin que ocurran fallas locales o se ocasionen daños en la construcción, la redistribución debe poder realizarse sin que se produzcan hundimientos diferenciales excesivos.

Si se acepta esta premisa, no es necesario el cálculo exacto de la configuración de hundimientos, sólo la determinación de cotas superiores de los hundimientos diferenciales máximos. En efecto, si se determinan los hundimientos del

suelo y de la cimentación para una distribución de presiones diferente de la real y ninguna de las dos configuraciones de hundimientos implica asentamientos diferenciales en exceso de los que se consideran admisibles (véase sección 7.2.2), puede asegurarse que la configuración final de asentamientos de la cimentación no implicará hundimientos mayores que los que corresponden a los máximos calculados ignorando la interacción entre los dos sistemas; por tanto, no se excederán los asentamientos admisibles. Basta así suponer una distribución de presiones razonable de acuerdo con la rigidez relativa de cimentación y suelo, realizar el análisis para dicha distribución y comprobar que, para ella, ni en el suelo ni en la cimentación se producen hundimientos excesivos.

Estos criterios de análisis de cimentaciones sobre suelos de alta compresibilidad, que fueron propuestos por Rosenblueth (referencia 7.8) y adaptados en el Manual de CFE (referencia 7.6), son la base de un método de análisis de las losas de cimentaciones que se presentará en el subcapítulo 7.4.

7.2.5 Cimentaciones continuas sobre resortes elásticos

Los procedimientos que se acaban de exponer para el análisis de cimentaciones continuas sobre suelos compresibles implican el cálculo de los asentamientos con los métodos más idóneos de acuerdo con el tipo de suelo y tomando en cuenta la no linealidad del comportamiento del mismo. Existen otros procedimientos que se basan en la suposición de una relación lineal esfuerzo-deformación del suelo y que por ello se prestan a obtener soluciones analíticas cerradas. En el modelo más común que adoptan estos métodos, el suelo se sustituye por cama de resortes cada uno de los cuales actúa independientemente de los demás. Este tipo de modelo fue propuesto en el siglo pasado por Winkler y se representa en la figura 7.14. Según este modelo la presión con que reacciona el suelo ante la carga transmitida por la cimentación es proporcional al hundimiento que ésta presenta en el punto en cuestión. A la constante de proporcionalidad se le llama *módulo de reacción*, o también coeficiente de balasto, nombre que se debe a que las primeras aplicaciones de este modelo se hicieron para el análisis de vías y durmientes de ferrocarril apoyados en forma continua sobre un balasto de grava. Se establece por tanto la relación

$$p = k_s y$$

en que p es la presión (carga por unidad de área) ejercida por la cimentación, 'y' es el asentamiento en el punto consi-

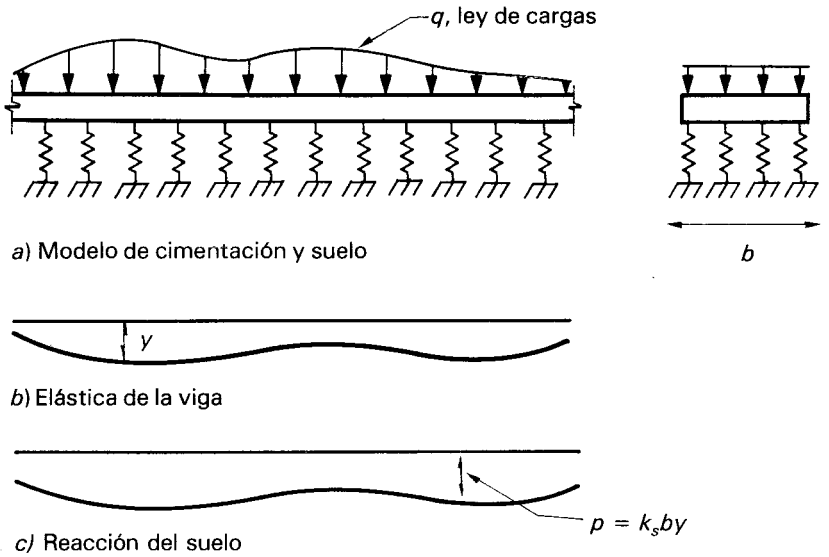


Figura 7.14. Viga sobre resortes elásticos.

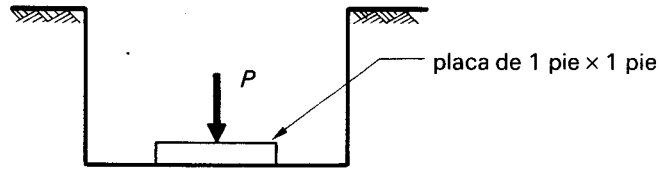
derado y k_s es el módulo de reacción que, por homogeneidad de la expresión debe tener unidades de fuerza entre longitud al cubo (kg/cm³).

La hipótesis es equivalente a suponer que la cimentación flota sobre un líquido cuyo peso volumétrico es igual al módulo de reacción, por ello los modelos de este tipo suelen llamarse de "viga flotante". Una de las debilidades de estos modelos es que suponen que el hundimiento en un suelo dado es proporcional a la presión ejercida e independiente del área cargada. La mecánica de suelos nos indica que, en arcillas, el hundimiento para una misma presión aumenta en forma directamente proporcional al tamaño del área cargada, mientras que en arenas el efecto del tamaño es mucho menos acentuado.

El módulo de reacción se suele determinar mediante una prueba de placa en que se somete a carga una placa cuadrada de un pie (30.5 cm) de lado, colocada sobre el estrato de suelo en estudio y se determina la relación esfuerzo-deformación, que resulta generalmente no lineal, como se muestra en la figura 7.15. Para el nivel medio de presiones a las que se prevé va a estar sujeta la cimentación, se determina una rigidez secante la cual se toma como módulo de reacción unitario (para un área cargada de un pie cuadrado). Terzaghi ha propuesto las siguientes expresiones para corregir el módulo de reacción obtenido de una prueba de placa y para determinar el que es aplicable a un área cuadrada cualquiera

$$k_s = \frac{k_{s1}}{B}, \text{ para arcillas} \qquad 7.7$$

$$k_s = k_{s1}\left(\frac{B+1}{2B}\right)^2 > 0.25, \text{ para arenas} \qquad 7.8$$



a) Esquema de la prueba de placa

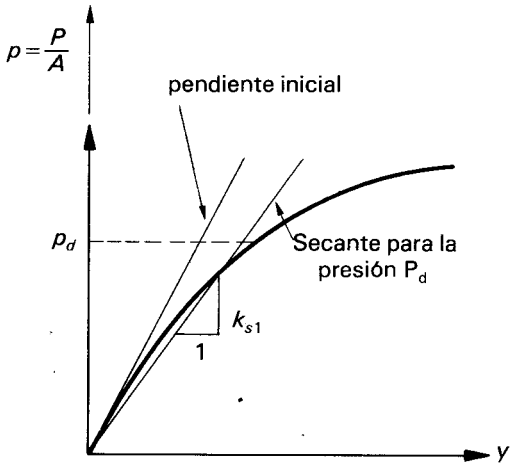


Figura 7.15. Obtención del módulo de reacción de un suelo por medio de una prueba de placa.

en que k_{s1} es el módulo de reacción para la placa de un pie de lado y B es el ancho de cimiento expresado también en pies.

El mismo Terzaghi propuso valores del módulo de reacción para suelos comunes en distintas condiciones. Estos valores se presentan en la tabla 7.2 y deben tomarse como índices aproximados ya que, como se ha mencionado repetidamente, las propiedades elásticas de los suelos tienen grandes variaciones de acuerdo con un gran número de factores. En particular, la rigidez del suelo varía en forma importante según el tiempo en que permanecen actuando las cargas. En la tabla se recomienda reducir a la cuarta parte los módulos de elasticidad y de reacción cuando se trate de cargas permanentes. Sin embargo, en ciertos tipos de suelo la reducción puede ser aún mayor.

Los métodos de solución basados en este modelo se pueden ilustrar con el análisis de una viga continua de ancho b, apoyada sobre una cama de resortes elásticos, como en la figura 7.14. La ecuación básica de resistencia de materiales para flexión nos indica que la carga externa aplicada, q, es igual a la cuarta derivada de la flecha con respecto a la longitud, multiplicada por producto EI (módulo de elasticidad por momento de inercia de la viga)

$$EI \frac{d^4y}{dx^4} = q$$

Tabla 7.2 Valores del módulo de elasticidad, E_s, y el módulo de reacción k_{s1}, para diferentes tipos de suelo (de referencia 7.4).

Tipo de suelo	E_s *(kg/cm²)*	k_{s1} *(Kg/cm³)*
** Suelo fangoso	11.00 a 33.00	0.50 a 1.50
* Arena seca o húmeda, suelta (N_s 3 a 9)	0.16*H* a 0.48*H*	1.20 a 3.60
* Arena seca o húmeda, media (N_s 9 a 30)	0.48*H* a 1.60*H*	3.60 a 12.00
* Arena seca o húmeda, densa (N_s 30 a 50)	1.60*H* a 3.20*H*	12.00 a 24.00
* Grava fina con arena fina	1.07*H* a 1.33*H*	8.00 a 10.00
* Grava media con arena fina	1.33*H* a 1.60*H*	10.0 a 12.00
* Grava media con arena gruesa	1.60*H* a 2.00*H*	12.00 a 15.00
* Grava gruesa con arena gruesa	2.00*H* a 2.66*H*	15.00 a 20.00
* Grava gruesa firmemente estratificada	2.66*H* a 5.32*H*	20.00 a 40.00
**Arcilla blanda (q_u 0.25 a 0.50 kg/cm²)	15 a 30	0.65 a 1.30
**Arcilla media (q_u 0.50 a 2.00 kg/cm²)	30 a 90	1.30 a 4.00
**Arcilla compacta (q_u 2.00 a 4.00 kg/cm²)	90 a 180	4.00 a 8.00
Arcilla margosa dura (q_u 4.00 a 10.00 kg/cm²)	180 a 480	8.00 a 21.00
Marga arenosa rígida	480 a 1000	21.00 a 44.00
Arena de miga y tosco	500 a 2500	22 a 110
Marga	500 a 50000	22 a 2200
Caliza margosa alterada	3500 a 5000	150 a 220
Caliza sana	20000 a 800000	885 a 36000
Granito meteorizado	700 a 200000	30 a 9000
Granito sano	40000 a 800000	1700 a 3600

N_S índica número de golpes en una prueba de penetración estándar.
H = Profundidad de desplante de la cimentación, cm
* = Los terrenos granulares si están sumergidos se tomarán con una E_0 o K_{s_1} igual a los de la tabla multiplicados por 0.60.
** = Los valores considerados corresponden a cargas de corta duración.
Si se consideran cargas permanentes que produzcan consolidación, se multiplicarán los valores E y k_s, de la tabla por 0.25.
q_u = Resistencia del suelo

En este caso la carga aplicada a la viga en un punto cualquiera es la que transmite la estructura w menos la reacción del suelo; por tanto

$$q = w - bk_s y$$

$$EI\frac{d^4y}{dx^4} = w - bk_s y$$

o sea, la ecuación diferencial que rige el comportamiento de una viga sobre cimentación elástica resulta

$$EI\frac{d^4y}{dx^4} + bk_s y = w \qquad 7.9$$

Esta ecuación puede expresarse en función de un solo parámetro.

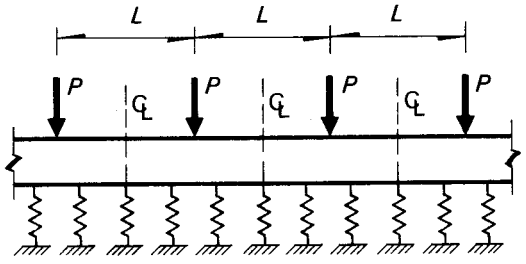
$$\lambda = \left(\frac{bk_s}{4EI}\right)^{1/4} \qquad 7.10$$

cuyas unidades, como puede deducirse fácilmente de la ecuación que lo define, son el recíproco de una longitud.

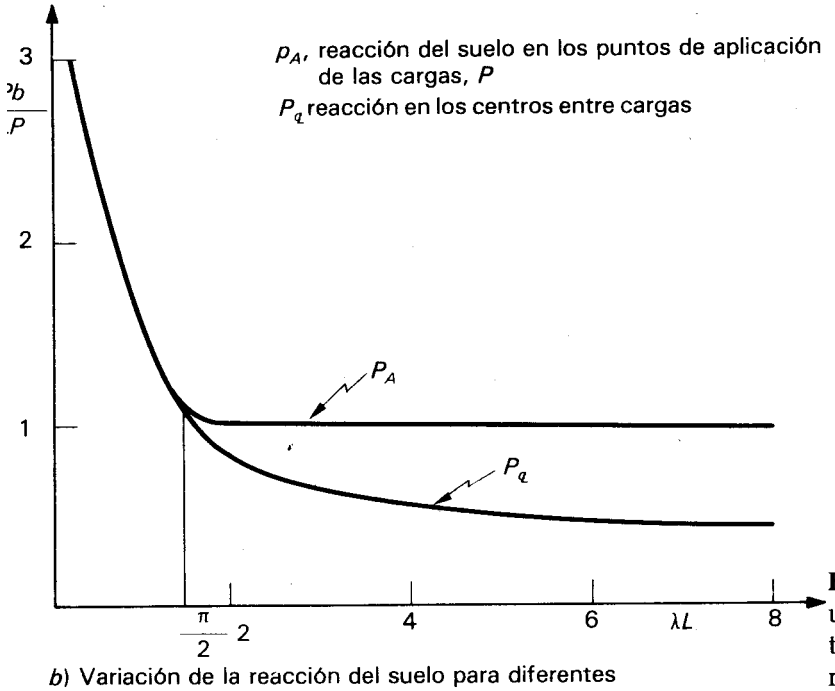
La ecuación diferencial que describe el fenómeno ha sido resuelta para un gran número de formas de carga y se han obtenido diagramas de fuerzas internas en función del parámetro λ. Un caso de mucho interés es el de una viga flotante de longitud infinita sujeta a cargas concentradas iguales, separadas una distancia L. La solución puede expresarse ahora en función del parámetro adimensional.

$$\lambda L = \left(\frac{bk_s L^4}{4EI}\right)^{1/4} \qquad 7.11$$

que representa la rigidez relativa entre suelo y cimentación. La figura 7.16 muestra la variación de las presiones que re-



a) Esquema de la viga analizada



b) Variación de la reacción del suelo para diferentes rigideces relativas suelo-cimentación, λL

Figura 7.16. Resultados del análisis de una viga de longitud infinita sobre resortes elásticos y sujeta a cargas uniformemente espaciadas.

sultan en el apoyo y en el centro del claro en función del parámetro λL. Se aprecia que cuando

$$\lambda L \leq \frac{\pi}{2} \qquad 7.12$$

los dos valores coinciden, lo que indica que la viga se deforma como un cuerpo rígido y puede suponerse una distribución de presiones uniforme que ignore los hundimientos de los apoyos.

Una variante del procedimiento anterior es considerar, en lugar de una cama de resortes continuos, una serie de resortes discretos colocados debajo de los puntos de aplicación de las cargas. Estos resortes representan la rigidez del suelo, definida como la carga concentrada que es necesario aplicar en el punto en cuestión para tener en el suelo un asentamiento unitario, si no se tuviera influencia de la cimentación. Esta rigidez k se determina, por tanto, de la igualdad

$$\frac{P}{k} = y = \frac{p}{Ak_s}$$

de donde

$$k = Ak_s \qquad 7.13$$

En la expresión anterior, A es el área del cimiento que es tributaria de la carga concentrada P (o sea el área de la zapata aislada o la porción de la cimentación continua que es tributaria de la descarga P).

La cimentación así modelada puede analizarse con los procedimientos elásticos que son usuales en el análisis estructural y se presta para integrarse directamente a los programas de cómputo generalmente usados en dichos análisis.

7.2.6 Criterios para despreciar los asentamientos diferenciales en el diseño de cimentaciones continuas

Pueden ignorarse los efectos de los asentamientos diferenciales en el diseño de la cimentación y la estructura cuando se cumple cualquiera de las dos condiciones siguientes:

a) Los hundimientos del suelo son suficientemente pequeños bajo las cargas impuestas por la estructura.
b) La cimentación tiene una rigidez muy superior a la del suelo sobre el que se apoya, de manera que los asentamientos diferenciales serán pequeños.

Puede considerarse que se cumple la primera condición, o sea que el suelo es suficientemente firme para que los hun-

dimientos sean pequeños, si los asentamientos calculados bajo las cargas transmitidas por la estructura y despreciando la interacción con la cimentación no exceden de los límites sugeridos en 7.2.4.

Como guía aproximada, puede suponerse que se cumple la primera condición en edificios comunes, cuando el suelo de apoyo es uniforme y le corresponde un número de golpes de 20 o más (por cada 30 cm) en una prueba de penetración estándar, desde la superficie de apoyo hasta 1.5 veces el ancho de la cimentación. Además, debe cumplirse que el esfuerzo transmitido al suelo sea aproximadamente constante en toda el área de contacto con la cimentación y su valor promedio no exceda de 10 ton/m^2.

Cuando no se cumplan estas condiciones, es conveniente proporcionar a la cimentación una rigidez tal que se hunda esencialmente como cuerpo rígido, de manera que no se introduzcan fuerzas internas elevadas en la cimentación ni en la estructura. Para ello, hay que lograr que la rigidez de la cimentación sea superior a la del suelo en que se apoya.

Un primer criterio al respecto se basa en el resultado del análisis de la viga flotante sujeta a cargas concentradas, resuelto en la sección anterior.

Cuando una cimentación continua (zapata corrida o losa de cimentación) tiene claros uniformes y descargas de columnas aproximadamente iguales, para que pueda analizarse ignorando los hundimientos de los apoyos en todos los claros, se debe cumplir la relación

$$\lambda L \leq \pi / 2 \qquad 7.12$$

en que

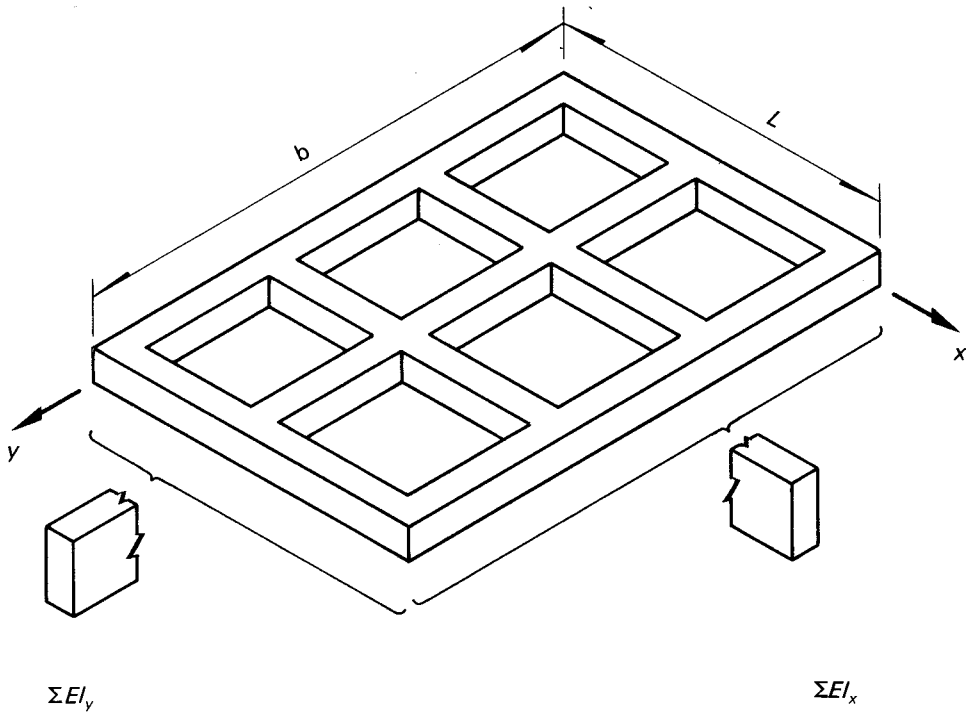
$$\lambda L = \left(\frac{b k_s L^4}{4EI}\right)^{1/4}$$

L puede tomarse como el promedio de los claros adyacentes a cada columna, en la dirección considerada. E e I se refieren a módulo de elasticidad y momento de inercia de la cimentación y b es el ancho de esta última.

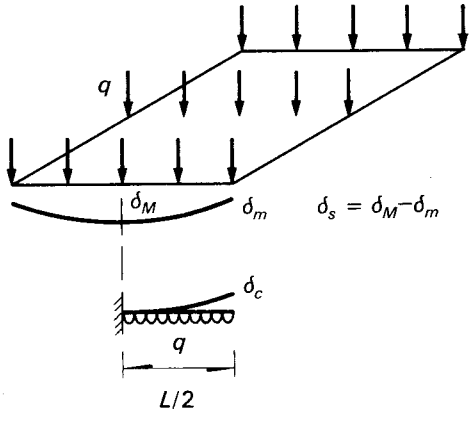
Otro criterio se basa en la obtención de una medida de la rigidez relativa de cimentación a suelo a partir de un modelo muy simple del comportamiento global de ambos. Si la distribución de cargas y rigideces es aproximadamente simétrica, la cimentación se deformará también de manera simétrica, como en la figura 7.17, y se puede modelar como una viga sujeta a una carga uniforme, igual a la presión del suelo, q, y empotrada en el centro de la cimentación.

La flecha de la viga, o sea el movimiento diferencial entre el centro y el extremo será

$$\delta_c = q\frac{b(L/2)^4}{8EI} = q\frac{bL^4}{128EI}$$



a) Esquema de la cimentación



b) Deformaciones de la cimentación y del suelo para una misma carga *q*.

Figura 7.17. Determinación del parámetro, R, que mide la rigidez relativa de suelo y cimentación.

en que b es el ancho de la zona cargada y L la longitud total de la cimentación. Por otra parte, el hundimiento diferencial entre el centro y el extremo de una franja de suelo de longitud L y sujeta a una presión q, considerando el suelo como un medio semiinfinito con un módulo de elasticidad E_s, vale según la teoría de la elasticidad

$$\delta_s = 0.5 \frac{q}{E_s} \frac{L}{2} = \frac{qL}{4E_s}$$

La rigidez relativa entre cimentación y suelo es el recíproco de la razón de las flechas que ambos experimentan bajo la misma carga q, o sea

$$R = \frac{\delta_s}{\delta_c} = \frac{qL}{4E_s} \frac{128EI}{qbL^4}$$

$$R = \frac{32EI}{E_s bL^3} \qquad 7.13$$

Se ha comprobado que si

$$R \geq 15$$

Los hundimientos diferenciales son menores que 10 por ciento de los totales; por tanto es aceptable, según las recomendaciones de la referencia 7.11, despreciarlas. La desigualdad puede expresarse como

$$\frac{EI}{E_s bL^3} \geq 0.5 \qquad 7.14$$

En una cimentación corrida, la viga equivalente cuyo producto EI se va a determinar puede considerarse como la suma de todas las contratrabes en la dirección en estudio (figura 7.17*a*). Además, la desigualdad 7.14 debe revisarse para cada una de las dos direcciones.

Debe tomarse en cuenta que la cimentación y la superestructura están unidas a través de los elementos verticales de apoyo, por lo que la rigidez a flexión de la superestructura contribuirá a evitar hundimientos diferenciales de la cimentación. Para las proporciones usuales, los peraltes de los sistemas de piso son mucho menores que los de la cimentación, por lo que la contribución de los sistemas de piso a la rigidez no será muy importante. Lo que resulta siempre significativo es la contribución de los muros que haya en la superestructura a la rigidez del conjunto.

Una forma aproximada de tomar en cuenta la rigidez de la superestructura es calculando el producto EI para la ecuación 7.14 con la expresión

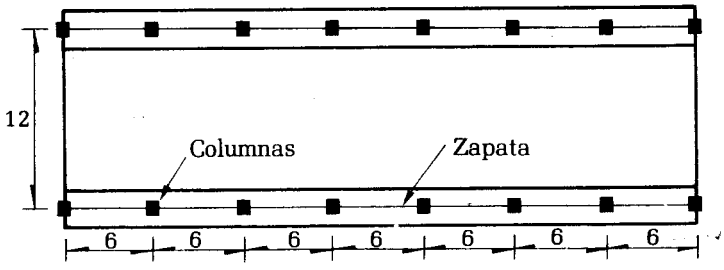
$$EI = \sum E_c I_c + \sum E_v I_v \qquad 7.15$$

en que $E_c I_c$ se refieren al módulo de elasticidad y momento de inercia de la cimentación (zapata o losa y contratrabes) y la suma se refiere a todos los elementos alineados en la dirección considerada. $\Sigma E_v I_v$ se refiere a las propiedades de las vigas del sistema de piso y la suma se refiere a todos los pisos y, cuando corresponda, a todos los ejes en la dirección considerada.

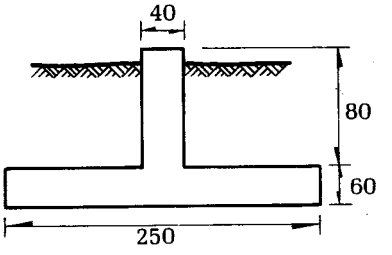
Se recomienda, entonces, ignorar los efectos de los hundimientos diferenciales sólo cuando se cumplan las dos desigualdades dadas en las ecuaciones 7.12 y 7.14, o cuando los hundimientos que se calculan ignorando la interacción con la cimentación son menores que los límites recomendados en 7.2.4

Ejemplo 7.1 Análisis de una zapata corrida

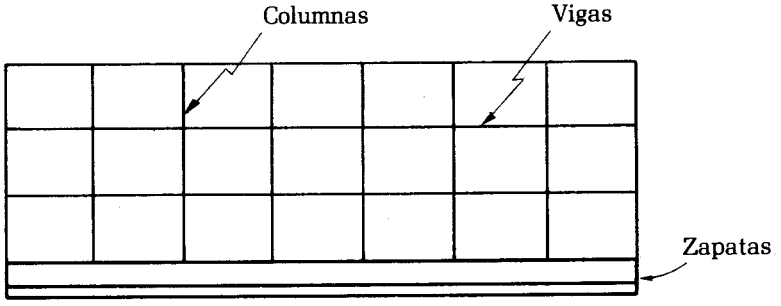
La cimentación del edificio industrial esquematizado en la figura se ha resuelto con dos zapatas corridas longitudinales apoyadas en un estrato superior de arena poco densa, para la cual se ha determinado, en un ensaye de penetración estándar, un número de golpes de 10.



Planta (dimensiones en m)

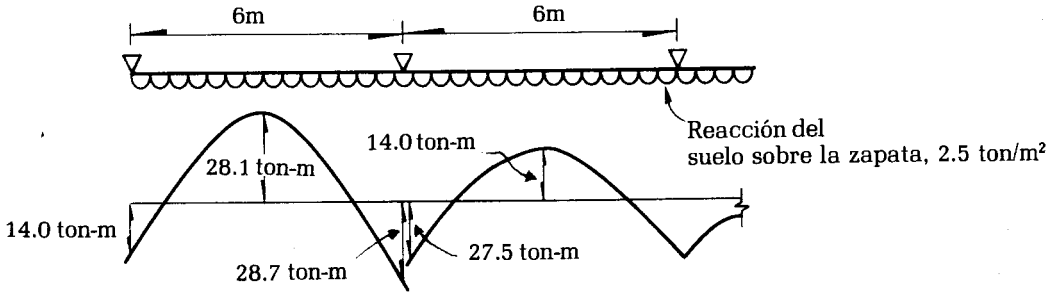


Sección de la zapata continua (dimensiones en cm)



Elevación

A) ESQUEMA DE LA CIMENTACIÓN



b) Diagrama de momentos sobre la zapata determinado con los coeficientes de la figura 7.20

Por las dimensiones de la zapata propuesta en la figura, se ha comprobado que las presiones sobre el suelo están dentro de las admisibles por capacidad de carga y que los asentamientos totales y diferenciales que se pueden esperar son muy inferiores a los límites máximos permitidos.

Se pretende realizar un análisis simplificado suponiendo que las descargas de las columnas se reparten de manera uniforme en la superficie de contacto entre zapata y suelo y empleando coeficientes aproximados para la determinación de los momentos flexionantes en las secciones críticas. Para ello conviene comprobar que la rigidez de la cimentación sea suficiente para garantizar una distribución uniforme de presiones, con el criterio de la ecuación 7.11.

a) Rigidez de la cimentación

El centroide de la sección de la zapata en contratrabe se encuentra a

$$\bar{y} = \frac{250 \times 60 \times 30 + 80 \times 40 \times 100}{250 \times 60 + 80 \times 40} = 47.3 \text{ cm}$$

El momento de inercia centroidal vale

$$I = \frac{250 \times 60^3}{12} + 250 \times 60 + 12.3^2 + \frac{40 \times 80^3}{12} + 40 \times 80 \times 57.7^2 = 1.9 \times 10^7 \text{ cm}^4$$

Para un concreto de resistencia en compresión, $f'_c = 200$ kg/cm², puede suponerse un módulo de elasticidad de 15,000 $\sqrt{f'_c}$ para cargas de corta duración y la mitad de este valor para cargas permanentes como son las que intervienen en el diseño de este caso.

$$E = \frac{15{,}000}{2} \sqrt{200} = 100{,}000 \text{ kg/cm}^2$$

Por tanto el producto EI para la cimentación vale

$$EI = 1.9 \times 10^{12} \text{ kg/cm}^2$$

b) Propiedades del suelo

El módulo de reacción del suelo se tomará de los valores indicativos de tabla 7.2, a falta de información más específica. Para un suelo con un número de golpes de 10, se tomará un valor cercano al límite inferior del intervalo que corresponde a arenas de densidad media

$$k_{s1} = 5 \text{ kg/cm}^3$$

Este deberá corregirse en función del ancho de la zapata, con la ecuación 7.8

$$k_s = k_{s1} \left(\frac{B + 1}{2B}\right)^2$$

en que B debe tomarse en pies, o sea $B = \frac{150}{30} = 5$ pies

$$k = 5 \times \left(\frac{6}{10}\right) = 1.8 \text{ kg/cm}^3$$

Por tratarse de arenas, no se harán reducciones al módulo de reacción por ser las cargas de carácter permanente

Aplicando la ecuación 7.11

$$\lambda L = \left(\frac{bk_s L^4}{4\,EI}\right)^{1/4}$$

$$\lambda L = \left(\frac{250 \times 1.8 \times 600^4}{4 \times 1.9 \times 10^{12}}\right)^{1/4} = 1.66 \doteq \pi/2$$

Según el criterio adoptado la rigidez de la cimentación puede considerarse suficiente para considerar una distribución uniforme de presiones.

Se emplearán los coeficientes aproximados de la figura 7.29 para la determinación de los momentos flexionantes en las secciones críticas. La presión del suelo para diseño estructural de la zapata se ha determinado como 2.5 ton/m^2. Los momentos resultantes aparecen en la figura adjunta y con ellos se realizará el dimensionamiento de las contratrabes.

7.2.7 Comentarios finales

De los conceptos anteriores se concluye que una cimentación continua debe poseer además de una resistencia suficiente para absorber las solicitaciones producidas por la presión del subsuelo, una rigidez adecuada para limitar los asentamientos diferenciales a valores tolerables para la construcción. Además, conviene que sea capaz de desarrollar alta ductilidad, ya que no puede garantizarse que no se vayan a presentar distribuciones de reacciones del suelo significativamente distintas de las supuestas en el análisis y que impliquen, para mantener el equilibrio, la ocurrencia de redistribuciones importantes de momentos, que sólo son posibles si la cimentación posee dicha alta ductilidad.

Como se ha dicho, los procedimientos de dimensionamiento para los elementos de una cimentación son los mismos que para la superestructura y dependen del material y del tipo de elemento estructural. Problemas típicos del dimensionamiento de cimentaciones, y que son poco frecuentes en el de la superestructura, son la presencia de grandes cargas concentradas y de elementos de gran peralte y de claro pequeño.

Los factores de seguridad especificados por los reglamentos son los mismos que para la superestructura, ya que no existe diferencia en la aproximación con que puede determinarse la resistencia, y las cargas y reacciones están bien definidas, al menos en su valor total. Hay situaciones en que es conveniente tomar factores de seguridad superiores a los especificados para el diseño de la estructura. Un caso es cuando la seguridad de toda la

construcción depende de la resistencia de uno solo, o de unos pocos, elementos de la cimentación (como las pilas) cuya falla acarrearía consecuencias extraordinariamente graves. Otro caso es cuando las incertidumbres en las fuerzas internas que pueden actuar en una sección determinada son mayores que las usuales, como en algunas cimentaciones continuas.

La revisión de la capacidad de carga del suelo y la determinación de los asentamientos entran en el campo de la geotecnia. Tradicionalmente el problema se ha tratado con criterios de esfuerzos (presiones de contacto) admisibles; sin embargo, el RCDF y el capítulo de geotecnia de cimentaciones del Manual de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad (referencia 7.12) adoptan un criterio de estados límite, en que la revisión de la seguridad contra la falla en el suelo implica la aplicación de expresiones del tipo

$$\Sigma F_c S_D \leq F_R R_D$$

Los factores de carga, F_c, que afectan a las acciones de diseño, S_D, son los mismos que para el diseño de las estructuras (véase capítulo 2). Los factores de reducción que afectan a la resistencia, R_D, son en general menores que los que se especifican para el cálculo de la resistencia de la estructura, debido a que las incertidumbres en las propiedades del suelo suelen ser mayores que las que hay en las propiedades de los materiales estructurales.

La tabla 7.3 contiene los factores de reducción recomendados por el Manual CFE para distintos estados límite, tipos de cimentación y de suelo. Se consignan a título indicativo porque sus valores dependen entre otros factores de la precisión del procedimiento de cálculo empleado.

Debe recordarse que en el cálculo de la resistencia según el criterio de diseño por estados límite deben emplearse para las propiedades mecánicas que intervienen en las expresiones de diseño valores nominales, o mínimos probables, congruentes con la definición proporcionada en el subcapítulo 2.5. Estos se obtienen generalmente de ensayes de laboratorio sobre muestras de los suelos que se encuentran en el sitio de la obra. No deben, por tanto, usarse esfuerzos permisibles que implican factores de seguridad muy elevados que están pensados para emplearse en métodos de diseño por esfuerzos admisibles. Antes de tomar propiedades del suelo típicas proporcionadas por manuales o reglamentos, debe averiguarse qué factores de seguridad están involucrados. Lo mismo vale con respecto a los valores que se encuentran recomendados en los estudios de Mecánica de Suelos. Los especialistas en esta materia suelen recomendar capacidades del suelo que corresponden a esfuerzos permisibles y que están afectados por factores de seguridad del

Tabla 7.3 Factores de resistencia para revisión de seguridad por estados límite de falla del suelo (de Manual CFE, referencia 7.12).

Estado límite	*Características*	F_R
Falla por cortante (capacidad de carga) del suelo debajo de cimentaciones superficiales	Suelos heterogéneos susceptibles de contener grietas y oquedades. Zapatas de colindancia cerca de las cuales es posible que se abran excavaciones Cimentaciones sometidas a acciones predominantemente dinámicas	0.35
	Situaciones usuales	0.50
	Cuando existe experiencia considerable en la zona	0.70
Capacidad de carga de cimentaciones profundas (pilotes y pilas)	Para la resistencia de punta	0.35
	Para la resistencia por fricción lateral en arena	0.45
	Para la resistencia por adherencia lateral en arcillas	0.60

orden de tres con respecto a la capacidad a la falla. Más aún, con frecuencia las capacidades del suelo recomendadas en dichos estudios no se basan en la seguridad contra la falla sino que con ellos se pretende evitar problemas de hundimientos excesivos del terreno. Valores así determinados no deben emplearse en el diseño con criterios de estados límite.

7.3 ZAPATAS

7.3.1 Tipos y funciones

Este tipo de cimentación somera se usa cuando las descargas de la estructura son suficientemente pequeñas y existen a poca profundidad estratos de suelo con la capacidad de carga y rigidez necesarias para aceptar las presiones transmitidas por las zapatas sin que ocurran fallas o hundimientos excesivos. Cuando, para transmitir las cargas de la estructura al suelo sin que se produzcan presiones excesivas, se requierén grandes áreas de contacto, la solución con zapatas se vuelve ineficiente, ya que se trata de elementos que trabajan en voladizo en los que se presentan momentos flexionantes muy grandes. En estos casos conviene recurrir a losas corridas de cimentación o realizar el apoyo en estratos

más firmes por medio de pilotes o de algún otro tipo de cimentación profunda. Se suele recomendar que cuando el área del terreno cubierta por las zapatas se acerca a la mitad de la total, conviene buscar otra solución para la cimentación.

La figura 7.18 muestra las formas más comunes de zapatas. Se distinguen, en cuanto a la forma de su sección, las de sección constante, las de peralte variable y las escalonadas. Las primeras tienen ventajas para tamaños pequeños, ya que son las más sencillas de construir; las otras permiten un ahorro de material, ya que reducen la sección en zonas donde los momentos y cortantes son menores. En cuanto a los materiales, éstos suelen ser la mampostería de piedras naturales o el concreto simple para cargas muy bajas y principalmente para zapatas corridas. El concreto reforzado es la solución para la generalidad de los casos.

Conviene que las zapatas aisladas bajo columnas sean cuadradas en planta, ya que ésta es la forma para la cual los momentos flexionantes son menores; se recurrirá a forma rectangular sólo cuando las condiciones del predio impidan extenderse en alguna dirección o cuando la columna transmita, además de carga axial, momentos flexionantes importantes. A este respecto hay que señalar que la zapata no es un elemento eficiente para transmitir al suelo momentos flexionantes de consideración, ya que ello implica aumentos importantes en el tamaño de zapatas lo cual las hace ineficientes. Además, cuando el suelo de apoyo no tiene gran rigidez, la distribución excéntrica de presiones ocasiona giros en la zapata que dan lugar generalmente a deformaciones indeseables de la construcción o a condiciones de continuidad diferentes de las supuestas en el análisis. En estas situaciones resulta casi siempre conveniente unir dos zapatas formando una zapata combinada en que la resultante de la carga coincide con el centroide de la zapata, o recurrir a ligar dos zapatas con una contratrabe que tome los momentos flexionantes, (figura 7.19), o finalmente, al empleo de pilotes.

En zonas de riesgo sísmico moderado o grande es conveniente unir las zapatas de una construcción por medio de trabes de liga, cuya función es lograr que la estructura se mueva como una sola unidad ante la acción de un desplazamiento horizontal del terreno; no se pretende que estas vigas absorban momentos flexionantes de consideración, sino solamente fuerzas axiales y por ello suelen diseñarse para que su capacidad ante una carga axial de tensión sea igual a 10 por ciento de la carga máxima transferida por las columnas que se unen.

Las zapatas corridas bajo muros de carga serán de preferencia simétricas, excepto bajo muros de lindero en cuyo caso hay que considerar en el diseño el efecto de la ex-

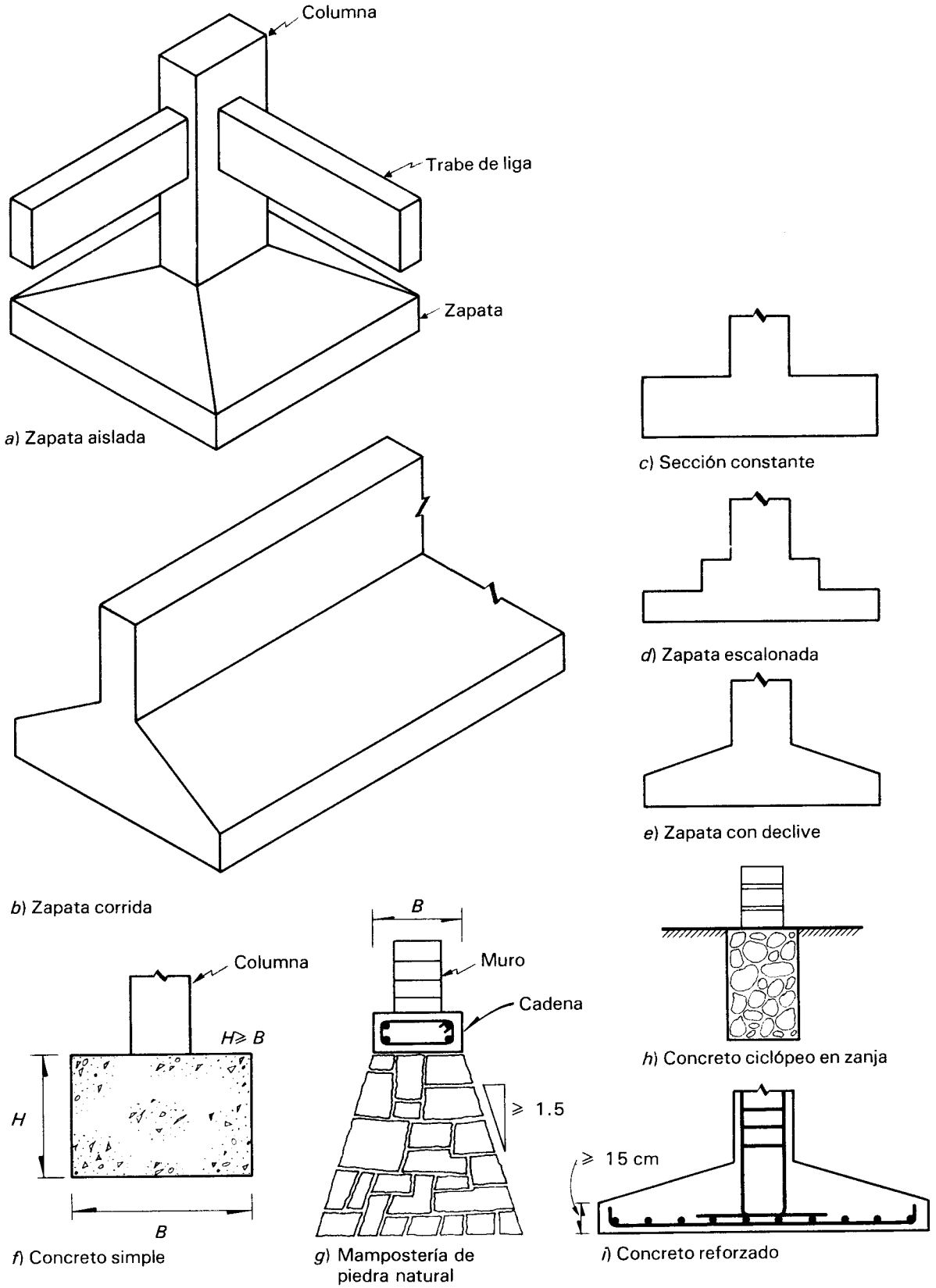
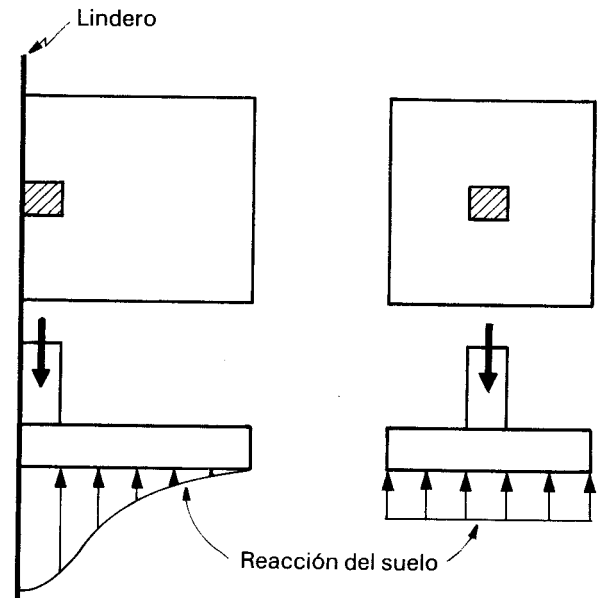
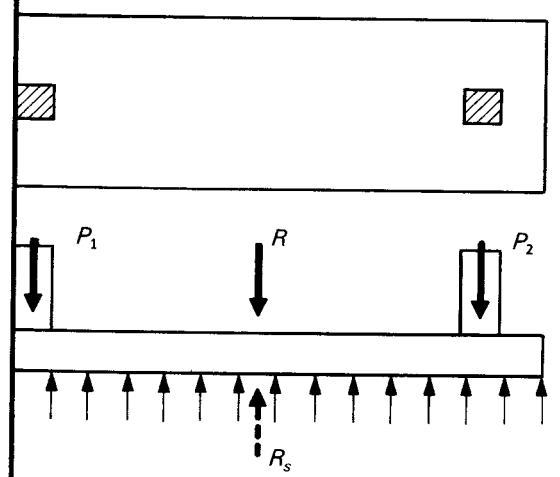


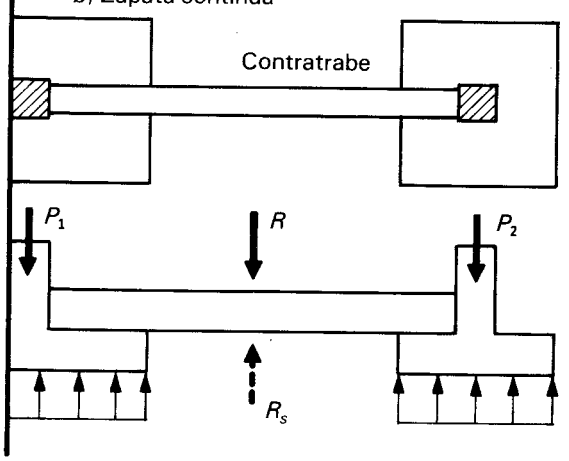
Figura 7.18. Modalidades típicas de zapatas.



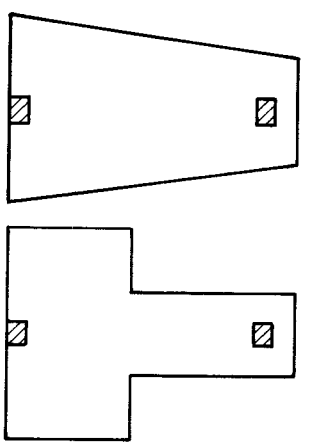
a) Zapata excéntrica (indeseable)



b) Zapata continua



d) Zapatas acopladas por una contratrabe



c) Formas especiales para lograr la coincidencia entre las resultantes de cargas en las columnas y de reacción del suelo

Figura 7.19. Zapatas de lindero. Formas de eliminar la excentricidad entre resultantes de cargas y de reacción del suelo.

centricidad. Estas zapatas están sujetas generalmente a una descarga uniforme en toda su longitud, por lo cual basta analizar un tramo de longitud unitaria.

7.3.2 Procedimientos de diseño

Como se ha explicado anteriormente, la distribución de presiones bajo una zapata depende de factores difíciles de tomar en cuenta con precisión, como son las características del suelo, si granular o cohesivo, y como es la rigidez relativa de zapata y suelo; la distribución varía, además, con el tiempo y con el nivel de cargas aplicadas. Por su sencillez y por acercarse a la real en condiciones límite cerca de la falla, resulta conveniente suponer una distribución uniforme de presiones bajo la zapata para fines de determinar el área de ésta. La presión será igual al esfuerzo resistente del suelo, incluyendo los factores de seguridad especificados por las normas, y la zona cargada será tal que la resultante de presiones coincida con la de las cargas aplicadas.

Con esa hipótesis, el área de una zapata se determinará a partir de la carga de diseño transmitida por la estructura, dividida entre la presión resistente del suelo, con las variantes siguientes ilustradas en la figura 7.20.

Cuando el punto de aplicación de la carga coincide con el centroide de la zapata, supuesta rectangular de lados A y B, la longitud requerida será (figura 7.20b)

$$B = \frac{P_u}{Ap_R} \qquad 7.16$$

en que P_u es la carga total transmitida al estrato de suelo, incluyendo el peso de la cimentación y los factores de carga especificados por la norma, y p_R es el esfuerzo resistente del suelo afectado también por los factores de reducción de resistencia correspondientes.

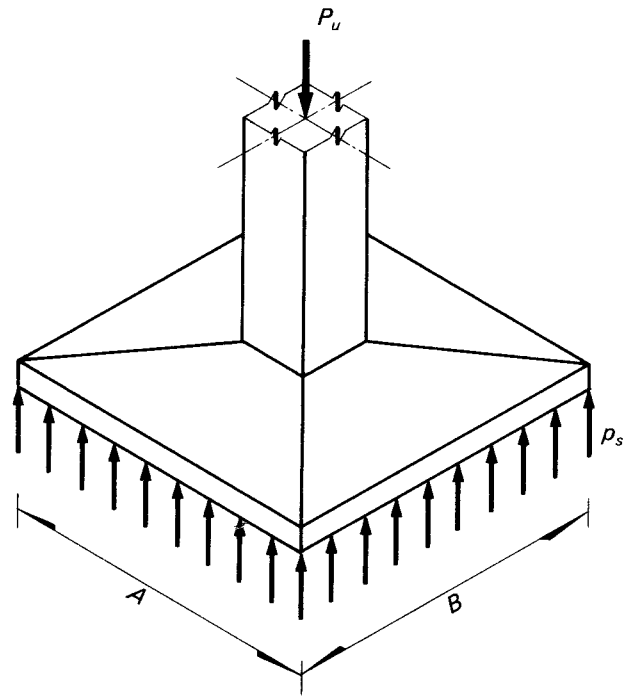
Si la carga P se transmite con una excentricidad, e, con respecto al centroide de la zapata y en la dirección del lado B, la longitud requerida será, (figura 7.20b)

$$B = \frac{P_u}{Ap_R} + 2e \qquad 7.17$$

De manera similar, si la carga tiene excentricidad e_x en la dirección del lado B y e_y en la dirección del lado A, el ancho de zapata resulta (figura 7.20c)

$$B = \frac{P_u}{(A - 2e_x)p_R} + 2e_y \qquad 7.18$$

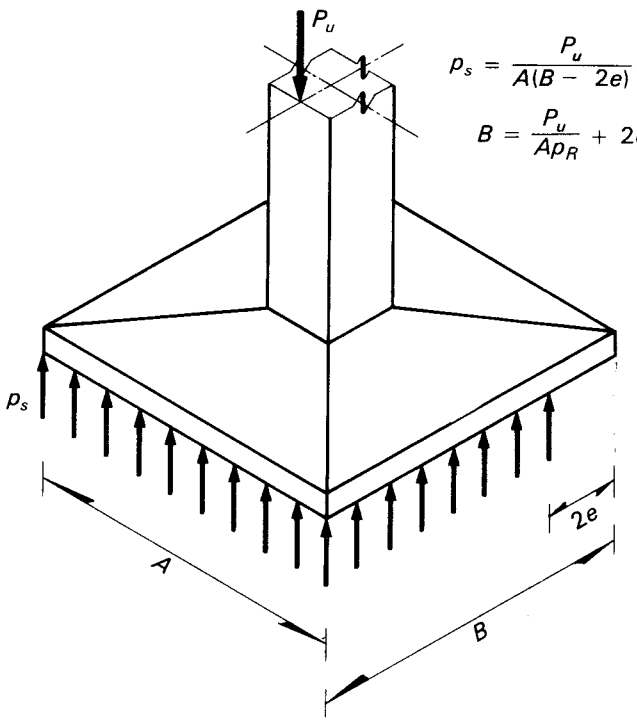
El esfuerzo resistente del suelo, p_R, está regido con frecuencia no por la capacidad de carga de éste, sino por la



$$p_s = \frac{P_u}{AB}$$

$$B = \frac{P_u}{Ap_R}$$

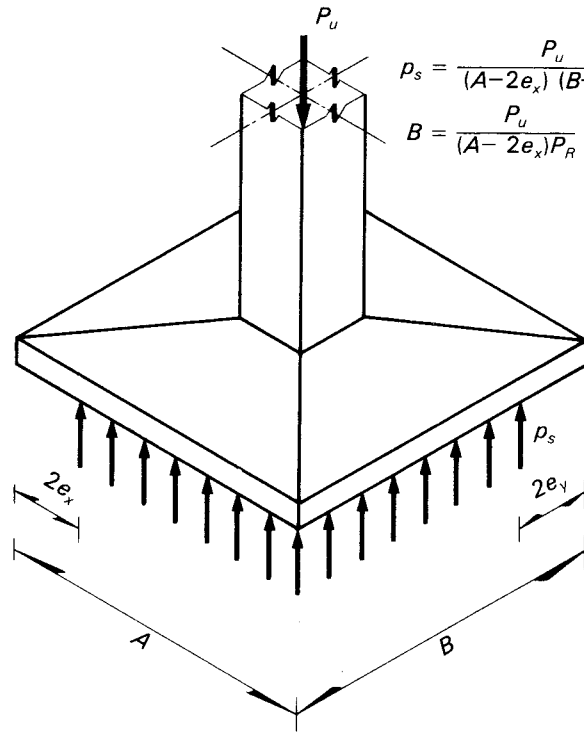
a) Carga centrada



$$p_s = \frac{P_u}{A(B - 2e)}$$

$$B = \frac{P_u}{Ap_R} + 2e$$

b) Carga con excentricidad en una dirección



$$p_s = \frac{P_u}{(A-2e_x)\,(B-2e_y)}$$

$$B = \frac{P_u}{(A-2e_x)P_R} + 2e_y$$

c) Carga con excentricidad en dos direcciones

Figura 7.20. Determinación de las dimensiones de zapatas.

limitación de los asentamientos bajo la estructura. Este esfuerzo se determina de estudios de mecánica de suelos y en los textos en la materia se encuentran resistencias de suelos típicos, las cuales tienen, sin embargo, sólo un valor indicativo. Hay que tomar en cuenta que, para suelos de tipo arcilloso, los asentamientos bajo una zapata sujeta a una presión constante aumentan linealmente con el tamaño de la misma. Así, el hundimiento bajo una zapata de 4 m de lado será el doble que el que sufre una zapata de 2 m de lado, si las dos ejercen la misma presión sobre el suelo. Por ello no conviene en una estructura dada usar zapatas de tamaños sustancialmente diferentes derivados del cálculo para una misma presión máxima, ya que se expone la estructura a hundimientos diferenciales importantes.

En zapatas que sostienen elementos estructurales aislados, como el caso de torres, de muros de contención o de apoyos de puentes, el tamaño puede quedar regido por la seguridad que se requiere contra la ocurrencia de volteo o de deslizamiento de la zapata sobre el suelo. La revisión de estos estados límite es cuestión puramente de equilibrio. Los reglamentos especifican factores de seguridad variables contra estos estados límites (entre 1.4 y 2). El Manual de CFE (referencia 7.6) recomienda se adopte un factor de seguridad de 1.5 para ambos tipos de falla. Como se ilustra en la figura 7.21, la comprobación de la seguridad en estos casos implica el cumplimiento de las desigualdades siguientes

Para volteo,

$$PB/2 \geq F_s(M + VH) \qquad 7.19$$

Para deslizamiento,

$$P\mu \geq F_s V \quad \text{para suelo granular} \qquad 7.20$$

$$Sc \geq F_s V \quad \text{para suelo cohesivo} \qquad 7.21$$

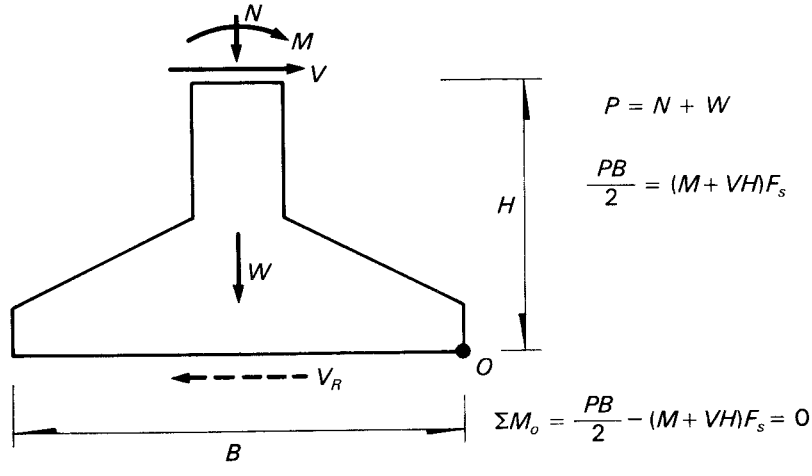


Figura 7.21. Fuerzas que intervienen en la revisión del volteo y del deslizamiento de una zapata.

En las expresiones anteriores P es la carga total transmitida al estrato de suelo subyacente a la zapata (incluye el peso de la cimentación), M y V son el momento flexionante y la fuerza cortante que actúan en la base de la estructura; B es el ancho de la zapata en la dirección del momento y de la fuerza cortante aplicados, H es la distancia entre el nivel de apoyo de la zapata y el de la estructura; F_s es el factor de seguridad y S el área de la zapata; μ es el coeficiente de fricción entre zapata y suelo ($\mu = \tan \phi$, siendo ϕ el ángulo de fricción entre el suelo y la zapata); c es el esfuerzo de cohesión en suelos arcillosos.

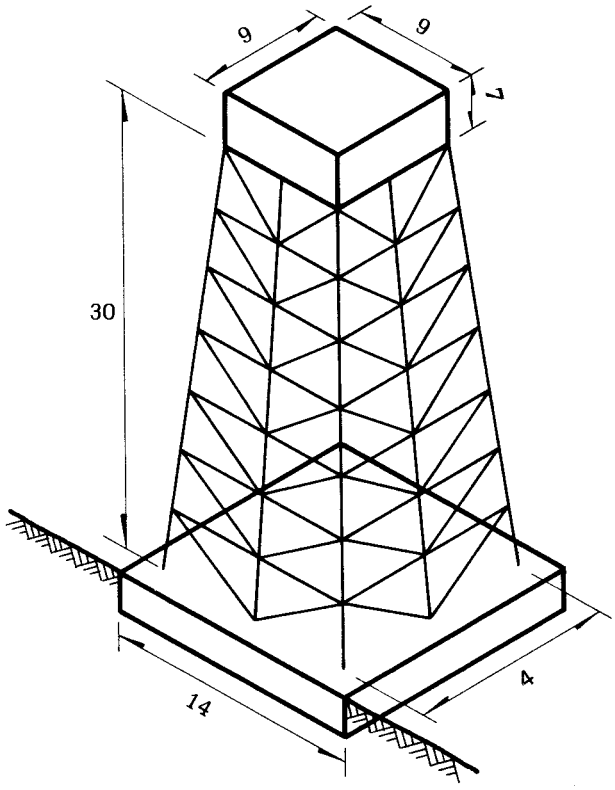
La ecuación 7.19 se deriva del equilibrio de momentos correspondientes a la condición límite de volteo: el momento con respecto al extremo de la zapata de las fuerzas de peso propio que se oponen al volteo debe exceder al momento de las fuerzas que tienden a voltear la estructura. Las ecuaciones 7.20 y 7.21 establecen que las fuerzas que se oponen al deslizamiento deben exceder en el factor de seguridad a la fuerza cortante que tiende a hacer deslizar la zapata sobre el suelo. En el caso de suelos granulares la resistencia está proporcionada por la fricción entre las dos superficies y ésta es igual a la carga axial por el coeficiente de fricción. En el caso de suelos arcillosos la resistencia está proporcionada por la cohesión y la fuerza es proporcional al área de contacto entre zapata y suelo.

Una vez determinada el área de la zapata, es necesario analizar las fuerzas internas que se introducen en la zapata bajo las cargas de diseño. Para dicho análisis hay que restar de las presiones ejercidas por el suelo sobre la zapata, la fracción que se debe al peso propio de la misma, ya que ésta se encuentra equilibrada directamente, sección por sección, por el mismo peso de la zapata y no produce por tanto momentos ni otras fuerzas internas. El análisis se basa en hipótesis burdas justificadas por ensayes de laboratorio en zapatas a escala natural. Se analizan dos direcciones ortogonales en forma independiente y se determinan las fuerzas internas totales en cada sección transversal, las que se comparan con la resistencia total en el ancho de la zapata. Las secciones críticas que deben revisarse dependen del material y del tipo zapata y se tratarán a continuación.

Ejemplo 7.2 Revisión de una zapata por volteo y deslizamiento

La torre de la figura sostiene un tanque elevado y deben revisarse las dimensiones propuestas de la zapata para la seguridad ante volteo y deslizamiento, sobre un suelo que tiene una presión resistente (para diseño por estados límites e incluyendo ya el factor de reducción de resistencia)

$$P_R = 10 \text{ ton/m}^2$$

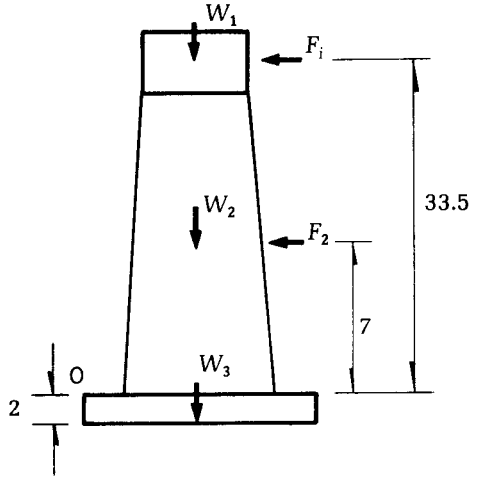


a) Dimensiones generales Dimensiones en m

Se ha propuesto desplantar superficialmente una zapata cuadrada de 14 m de lado y de 2.0 m de espesor total, pero aligerada.

El análisis por viento para la zona en cuestión dio como resultado las fuerzas F_1 para viento en el tanque y F_2 para viento sobre la estructura metálica, aplicadas como se muestra en el croquis

$$F_1 = 19 \text{ ton}$$
$$F_2 = 20 \text{ ton}$$



b) Fuerzas sobre la torre

Se han calculado los pesos de las estructuras siguientes:
Peso del tanque

$$W_1' = 75 \text{ ton}$$

Peso del contenido del tanque

$$W_1'' = 500 \text{ ton}$$

Peso de la estructura

$$W_2 = 36 \text{ ton}$$

Peso de la cimentación

$$W_3 = 470 \text{ ton}$$

a) Revisión por volteo

Momento actuante de las fuerzas de viento (con respecto al punto 0)

$$M_A = F_1 h_1 + F_2 h_2 = 19 \times 35.5 + 20 \times 19 = 1054.5 \text{ ton - m}$$

Momento de las fuerzas verticales que se oponen al volteo

$$M_R = (W_1' + W_2 + W_3)\frac{B}{2} = (75 + 36 + 470) \times 7 = 4070 \text{ ton-m}$$

En el cálculo de momento que se opone al volteo se ha considerado el tanque vacío (se ha ignorado W_1''), por ser ésta la condición más desfavorable.
El factor de seguridad contra el volteo resulta:

$$F_s = \frac{M_R}{M_A} = \frac{4070}{1050} = 3.88$$

y es ampliamente mayor que el mínimo exigido (1.5).

b) Revisión por deslizamiento

Las fuerzas horizontales son sumamente pequeñas comparadas con el área de contacto de la zapata, por lo que es evidente que no habrá problemas de deslizamiento. A título ilustrativo se hará la revisión.
Fuerza cortante actuante

$$V_A = F_1 + F_2 = 19 + 20 = 39 \text{ ton}$$

Suponiendo un suelo granular, con un coeficiente de fricción para arena limosa $\mu = 0.4$

$$V_R = (W_1' + W_2 + W_3)\mu = (75 + 36 + 470) \times 0.4 = 232 \text{ ton}$$

El factor de seguridad contra el deslizamiento resulta

$$F_s = \frac{V_R}{V_A} = \frac{232}{39} = 6$$

muy superior al mínimo de 1.5.

c) Revisión por capacidad de carga del suelo

Para cargas gravitacionales (sin viento), la carga actuante es axial y produce una presión

$$p = \frac{\Sigma W_i}{A} = \frac{75 + 500 + 36 + 470}{14 \times 14} = 5.52 \text{ ton/m}^2$$

Considerando el factor de carga correspondiete:

$$p_u = 1.4\, p = 7.7 \text{ ton/m}^2 < 10, \text{ correcto.}$$

Para cargas gravitacionales más viento no es obvio si es más desfavorable considerar el tanque vacío o lleno, ya que en el primer caso se tiene una excentricidad mayor y en el segundo una carga axial mayor. Conviene revisar las dos condiciones.
Tanque lleno

$$M_u = 1.1 \times 1054.5 = 1160 \text{ ton-m}$$
$$P_u = 1.1(75 + 500 + 36 + 470) = 1189 \text{ ton}$$
$$e = \frac{1160}{1189} = 0.98 \text{ m}$$

la presión sobre el suelo resulta

$$p_u = \frac{P_u}{B(B-2e)} = \frac{1189}{14(14-1.96)} = 7.05 \text{ ton/m}^2$$

Para tanque vacío

$$P_u = 1.1(75 + 36 + 470) = 639 \text{ ton}$$
$$e = \frac{1160}{639} = 1.82 \text{ m}$$
$$p_u = \frac{639}{14(14-3.64)} = 4.41 \text{ ton/m}^2$$

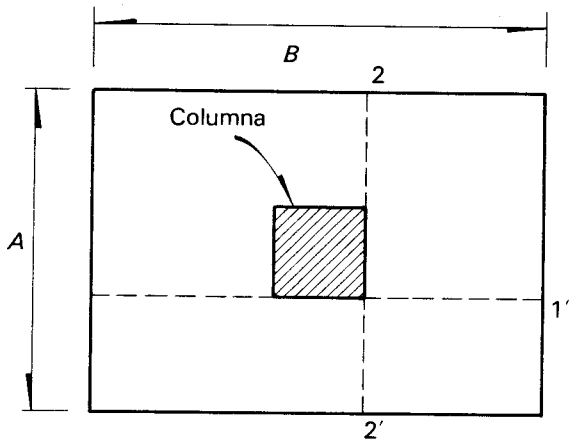
La situación más desfavorable es la carga de viento sobre tanque, en la que

$$p_u = 7.05 < 10 \text{ ton/m}^2$$

Las dimensiones de la zapata son adecuadas

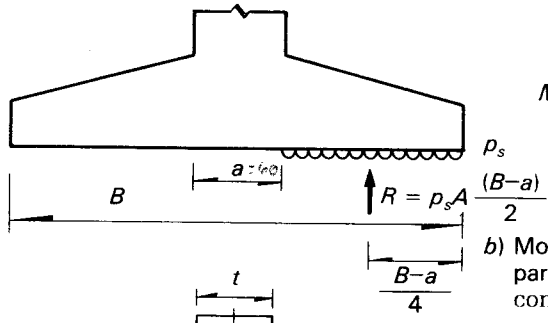
7.3.3 Dimensionamiento de zapatas de concreto reforzado

Para la determinación del momento flexionante de diseño, los resultados experimentales indican que la rigidez del muro (o columna) que transmite la carga reduce los momentos en el centro de la zapata, de manera que la sección crítica puede tomarse en el paño del apoyo (figura 7.22*a*). Cuando el elemento que transmite la carga es un muro de mampostería, por su menor rigidez, se recomienda tomar la sección crítica a la mitad de la distancia entre el eje y el paño del muro.

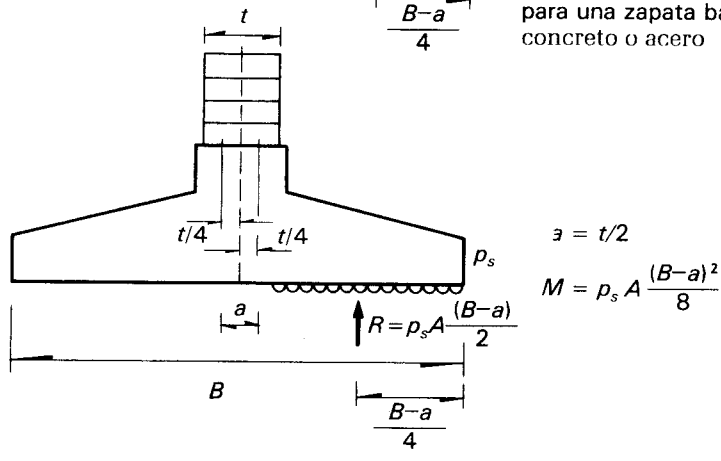


La sección 1-1 es crítica para determinar el refuerzo por flexión paralelo al lado corto. La 2-2 para el refuerzo paralelo al lado largo

a) Zapata de concreto bajo columna de concreto o acero



b) Momento en la sección crítica para una zapata bajo columna de concreto o acero



c) Momento en la sección crítica bajo un muro de mampostería

Figura 7.22. Secciones críticas para diseñar por flexión de zapatas de concreto reforzado.

El momento en la sección crítica resulta así,

$$M = p_s A\left(\frac{B-a}{8}\right)^2 \qquad 7.22$$

en que p_s es la presión del suelo, A el ancho de la sección transversal (unitario para una zapata corrida), B es la dimensión de la zapata en la dirección de análisis y a' es el doble de la distancia entre el centro de la zapata y la sección crítica.

En zapatas corridas y en zapatas aisladas cuadradas es válido diseñar para el momento flexionante total en la sección crítica y proporcionar una resistencia uniforme en dicha sección, o sea, colocar el refuerzo a una separación constante a lo largo de la zapata. En zapatas aisladas rectangulares, sólo para la dirección del lado largo es válido colocar el refuerzo uniformemente espaciado. En la dirección del lado corto se concentran los momentos flexionantes cerca de la columna, por lo que el refuerzo paralelo al lado corto debe ser mayor en la parte central. Con referencia a la figura 7.23, de la cantidad total de refuerzo, A_s, necesario para re-

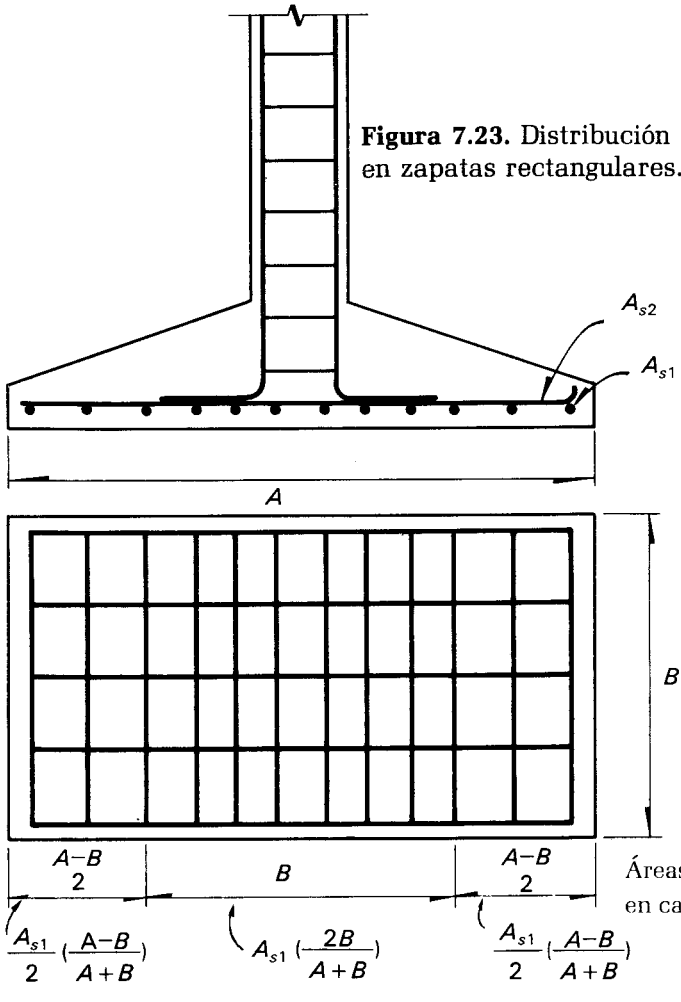


Figura 7.23. Distribución del refuerzo en zapatas rectangulares.

sistir el momento en la sección crítica, una fracción igual a $2B/(A + B)$ se colocará en una franja central de ancho B y el resto se repartirá en las franjas laterales. A y B son respectivamente el lado mayor y menor de la zapata.

El refuerzo estará constituido por un emparrillado de barras cruzadas en el lecho inferior de la zapata y no se acostumbra realizar cortes de refuerzo en las zonas de menor momento. El recubrimiento debe ser mayor que el usual en elementos de concreto, para evitar la corrosión en su contacto con el suelo (no menor de 5 cm libres).

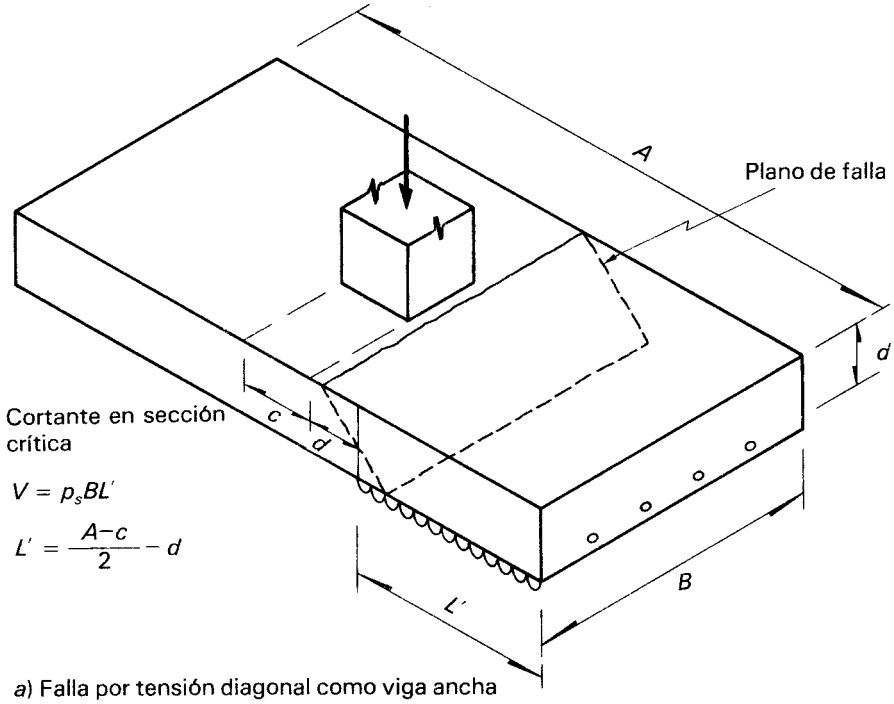
En zapatas escalonadas o con declive pueden resultar críticas secciones más alejadas del paño de la columna, por lo que también éstas deberán revisarse. En todos los casos el refuerzo debe cumplir las cuantías mínimas por cambios volumétricos y por flexión y deberá comprobarse que se cuenta con la longitud mínima de anclaje. Para la revisión del anclaje se considerarán las mismas secciones críticas que por flexión.

La fuerza cortante puede provocar los dos tipos de estados límites ilustrados en la figura 7.24 y que deben revisarse con los criterios siguientes:

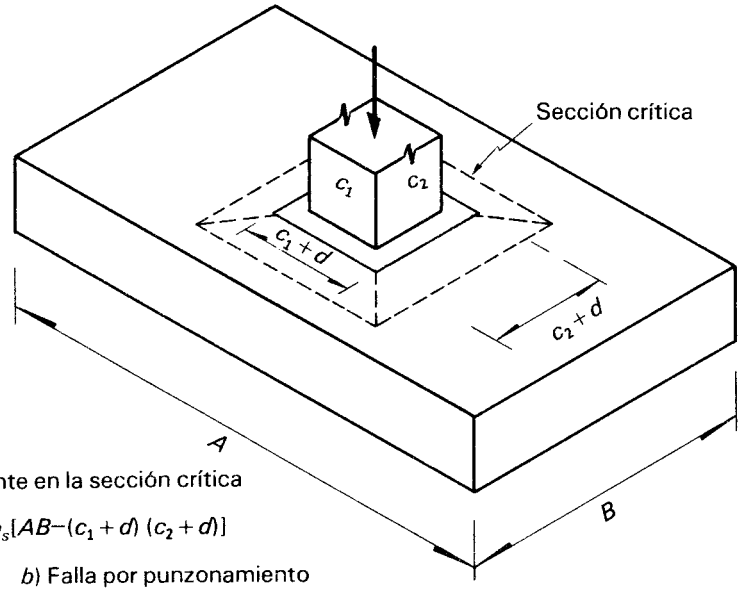
a) La falla por tensión diagonal de la figura 7.24*a* es equivalente a la que puede ocurrir en vigas y se revisa de la misma manera. Se tomará la sección crítica a un peralte efectivo del paño de la columna, muro o pedestal, y se determinará la fuerza cortante total que actúa en dicha sección. La fuerza cortante resistente se determina con los criterios para vigas anchas. Este tipo de falla suele regir en el diseño de zapatas corridas o zapatas aisladas alargadas o sujetas a momentos flexionantes importantes.

b) La falla por punzonamiento ocurre cuando la columna llega a perforar la zapata por una sección de pirámide truncada como la que se muestra en la figura 7.24*b*. La sección crítica para este modo de falla se considera en un perímetro que rodea la columna a una distancia igual a la mitad del peralte efectivo de la zapata, medida desde la cara de la columna. La fuerza cortante de diseño es igual a la presión total del suelo en el área exterior a la sección crítica y la fuerza cortante resistente especificada por los reglamentos de diseño es en general el doble de la que corresponde a la resistencia por falla en tensión diagonal de vigas. Este modo de falla rige el diseño de zapatas aisladas de lados aproximadamente iguales.

El diseño por cortante, para cualquiera de los dos modos de falla descritos, suele definir el peralte de zapata. No se



a) Falla por tensión diagonal como viga ancha



Cortante en la sección crítica

$V = p_s[AB-(c_1+d)(c_2+d)]$

b) Falla por punzonamiento

Figura 7.24. Revisión por cortante en zapatas.

acostumbra colocar refuerzo transversal para incrementar la resistencia en cortante de las zapatas, así que ésta debe ser desarrollada totalmente por el concreto.

Ejemplo 7.3. Diseño de una zapata de concreto reforzado sujeta a carga axial

Una columna de concreto de 60 × 60 cm descarga a la cimentación una carga axial de 150 ton. Se va a desplantar en una zapata sobre un estrato del suelo al cual los estu-

dios de mecánica de suelos han determinado que se puede transmitir una presión máxima $p_R = 28$ ton/m² (presión de diseño para estados límites).

Diseñe la zapata con un concreto de $f'_c = 200$ kg/cm² y un acero de refuerzo con $f_y = 4\,200$ kg/cm²

Descarga de la columna	150 ton
Peso estimado de la cimentación	9 ton (se estima como 6% de la descarga de columna)
Carga total sobre el suelo	159 ton

Carga axial de diseño

$$P_u = F_c P = 1.4 \times 159 = 222.6 \text{ ton}$$

Se usará una zapata cuadrada de lado B
El área necesaria es

$$B^2 = \frac{P_u}{P_R} = \frac{222.6}{28} = 7.95 \text{ m}^2$$

$$B = 2.82 \text{ m}$$

Se usará $B = 3$ m

La presión de contacto para dimensionamiento de la zapata se calcula sin considerar el peso de la cimentación

$$p_u = \frac{1.4 \times 150}{3 \times 3} = 23.3 \text{ ton/m}^2$$

a) Determinación del peralte de la zapata por resistencia a la falla por punzonamiento.

Se usará una zapata de espesor constante.

La sección crítica es un perímetro a una distancia de la mitad del peralte efectivo de la zapata, medida desde el paño de la columna.

La fuerza cortante que actúa en la sección crítica vale

$$V_u = p_u [B^2 - (c + d)^2]$$

$$c = 0.6 \text{ m} \qquad p_u = 23.3 \text{ ton/m}^2$$

Supongamos, $d = 50$ cm $= 0.5$ m

$$V_u = 23.3 [\, 3^2 - (0.6 + 0.5)^2 \,] = 181 \text{ ton}$$

El área de la sección crítica vale

$$S = 4d(c + d) = 50 \times 4(60 + 50) = 22\,000 \text{ cm}^2$$

El esfuerzo cortante último vale

$$v_u = \frac{V_u}{S} = \frac{181\,000}{22\,000} = 8.23 \text{ kg/cm}^2$$

El esfuerzo cortante resistente para la falla por punzamiento según el RCDF vale

$$V_R = F_R \sqrt{f^*_c} = 0.8 \sqrt{0.8 \times f'_c} = 0.8 \sqrt{0.8 \times 200} = 10.1 \text{ kg/cm}^2$$

La sección resulta un poco sobrada. Puede reducirse el peralte. Supóngase $d = 44$ cm

$$V_u = 23.3 [3^2 - (0.6 + 0.44)^2] = 184.6 \text{ ton}$$

$$S = 44 \times 4(60 + 44) = 18\,300 \text{ cm}^2$$

$$v_u = \frac{184700}{18300} = 10.1 \doteq v_R$$

El peralte es correcto

Puede ignorarse la revisión de la falla por tensión diagonal de viga, ya que usualmente no rige en zapatas cuadradas.

b) Refuerzo por flexión

El momento en la sección crítica es

$$M_u = P_u \times \frac{B}{8} (B - c)^2$$

$$M_u = 23.3 \times \frac{3(3 - 0.6)^2}{8} = 50.3 \text{ ton-m}$$

Para una sección subreforzada puede calcularse el área de refuerzo con la fórmula aproximada

$$A_s = \frac{M_u}{F_R\, 0.9d \times f_y} = \frac{5030000}{0.9 \times 0.9 \times 44 \times 4200}$$

$$A_s = 33.6 \text{ cm}^2$$

Si se refuerza con barras #6, $A_b = 2.86$ cm^2, la separación será

$$s = \frac{BA_b}{A_s} = \frac{300 \times 2.86}{33.6} = 25.5 \text{ cm}$$

Se usarán #6 @ 25 cm en ambas direcciones. Esto corresponde a una cuantía de refuerzo

$$p = \frac{A_b}{sd} = \frac{2.86}{25 \times 44} = 0.0026$$

El refuerzo mínimo por cambios volumétricos es $0.002 < 0.0026$. El refuerzo mínimo por flexión

$$p_{mín} = \frac{0.7 \sqrt{f'_c}}{f_y} = \frac{0.7 \times \sqrt{200}}{4200} = 0.00236 < 0.0026$$

El refuerzo propuesto es mayor que los mínimos exigidos por el reglamento.

El peralte total de la zapata resulta

$$h = d + \frac{d_b}{2} + r$$

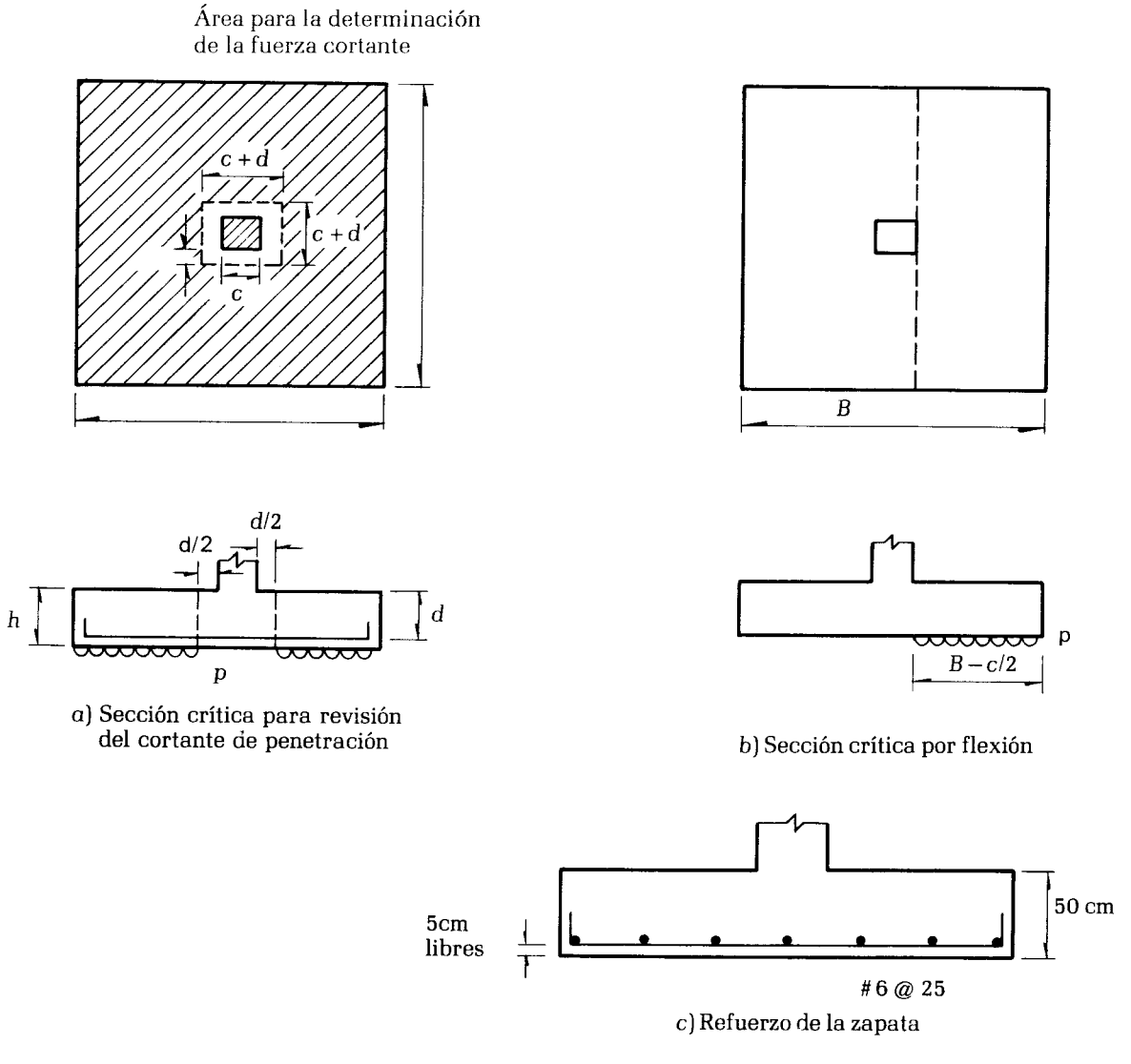
d_b = 1.9 cm, para una barra #6
r = 5 cm por especificación en estructuras enterradas

$$h = 44 + 0.95 + 5 = 49.95 \text{ cm} \doteq 50 \text{ cm}$$

El peso total de la zapata resulta

$$W = 3 \times 3 \times 0.5 \times 2.4 = 10.8 \text{ ton}$$

y es algo mayor que el supuesto en el cálculo, pero la diferencia no influye en el resultado.



a) Sección crítica para revisión del cortante de penetración

b) Sección crítica por flexión

c) Refuerzo de la zapata

Ejemplo 7.4. Diseño de una zapata aislada con carga excéntrica

Las fuerzas que actúan en la base de una columna en condiciones de servicio para la combinación de carga muerta y carga viva son las siguientes:

$$P = 90 \text{ ton}$$

$$M_x = 18 \text{ ton-m}$$

$$M_y = 8 \text{ ton-m}$$

La capacidad del suelo (para diseño por resistencia) se ha determinado como

$$p_R = 20 \text{ ton/m}^2$$

Se diseñará una zapata para transmitir al suelo las cargas de la columna y se empleará concreto con resistencia en compresión, $f'_c = 250$ kg/cm² y refuerzo con esfuerzo de fluencia, $f_y = 4200$ kg/cm²

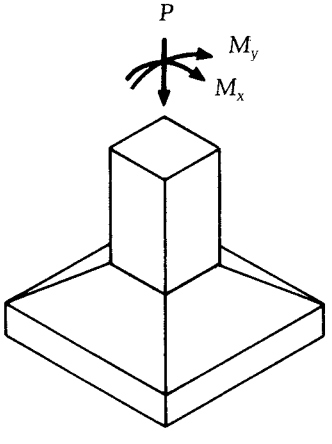
a) Dimensiones de la zapata en planta

Se requiere una estimación inicial del peso propio, para lo cual se supondrá una zapata de 3×3 m con peralte promedio de 40 cm.
El peso de la zapata resulta

$$W = 3 \times 3 \times 0.40 \times 2.4 = 8.6 \text{ ton}$$

La carga total sobre el terreno que debe emplearse para diseño incluirá un factor de carga de 1.4 (RDF).

$$N_u = (P + W)F_c = (90 + 8.6) \times 1.4 = 138.1 \text{ ton}$$



a) Zapata de concreto con carga excéntrica

La carga está aplicada con excentricidades en 'x' y 'y' iguales a

$$e_x = \frac{F_c M_x}{N_u} = \frac{1.4 \times 18}{138.4} = 0.18 \text{ m}$$

$$e_y = \frac{1.4 \times 8}{138.1} = 0.08 \text{ m}$$

La presión sobre el suelo, bajo la hipótesis de una distribución uniforme, se obtiene de la ecuación 7.18 como

$$p_u = \frac{N_u}{(A - 2e_x)(B - 2e_y)}$$

Para las dimensiones supuestas para la zapata en planta, $A = 3$ m, $B = 3$ m, se obtiene para el denominador

$$A' = (A - 2e_x)(B - 2e_y) = (3 - 2 \times 0.18)(3 - 2 \times 0.08) = 7.5 \text{ m}^2$$

Por tanto, en la zona cargada la presión resulta

$$p_u = \frac{N_u}{A'} = \frac{138.1}{7.5} = 18.4 \text{ ton/m}^2$$

Puede considerarse aceptables las dimensiones, ya que

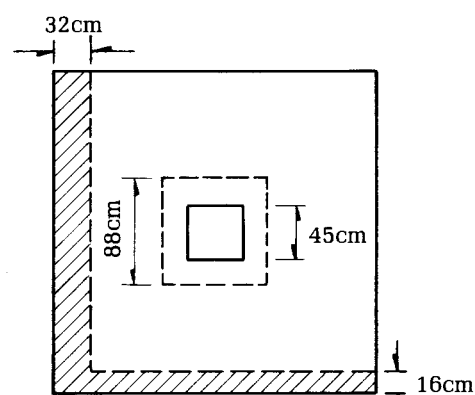
$$p_u = 18.4 < p_R = 20 \text{ ton/m}^2$$

b) Revisión del peralte de la zapata por punzonamiento

Se supondrá inicialmente un peralte variable desde 20 cm en extremo hasta 50 cm en el paño de la columna.

Para el dimensionamiento de la zapata debe descontarse de la reacción del suelo, la que se debe al peso propio de la zapata. La reacción del suelo se recalcula, entonces, como

$$p_u = \frac{F_c P}{A'} = \frac{1.4 \times 90}{7.5} = 16.8 \text{ ton/m}^2$$

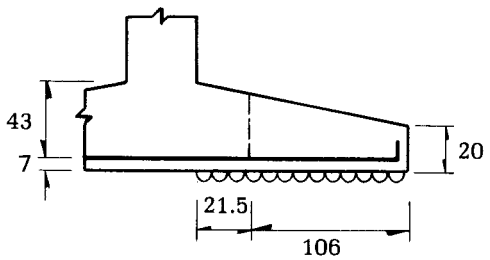


b) Sección crítica por penetración

El peralte de la zapata estará determinado por el estado límite de punzonamiento, para el cual la sección crítica se encuentra a medio peralte del paño de la columna (ver figura *b*). El peralte efectivo se determina restando el recubrimiento del peralte total. En el paño de columna se tiene

$$d = h - r = 50 - 7 = 43 \text{ cm}$$

La sección crítica se encuentra a 21.5 cm del paño de la columna y en ella el peralte total se determina, por variación lineal, como se muestra en la figura c



c) Peralte efectivo en la sección crítica

$$h = 50 - \frac{21.5}{127.5}(50 - 20) = 44.9 \text{ cm}$$

El peralte efectivo en esa reacción resulta

$$d = 44.9 - 7 = 37.9 \text{ cm}$$

y el área de la sección crítica (véase figura *b*)

$$A_p = 4(45 + 43)\,37.9 = 13340 \text{ cm}^2$$

La fuerza cortante que actúa en la sección crítica se obtiene restando de la carga de la columna la reacción en la parte de la zapata que se encuentra en la sección crítica

$$V_u = F_c P - p_u b_1 b_2 = 1.4 \times 90 - 16.8 \times (0.43 + 0.43)^2 = 113.0 \text{ ton}$$

Esta fuerza cortante produce un esfuerzo cortante promedio en la sección crítica de

$$v_u = \frac{113000}{13340} = 8.5 \text{ kg/cm}^2$$

Adicionalmente deben considerarse los esfuerzos cortantes producidos en una cara de la sección crítica por el momento flexionante aplicado en la base de la columna. Se considerará únicamente el efecto de M_x, ya que M_y es menor y es excesivamente conservador superponer los efectos de los dos momentos.

Según las normas, la fracción del momento que produce esfuerzos cortantes está dada por

$$\alpha = 1 - \frac{1}{1 + 0.67\,[(c_1 + d)/(c_2 + d)]^{1/2}}$$

c_1 y c_2 son los lados de la columna que son iguales en este caso, por lo que

$$\alpha = 1 - \frac{1}{1.67} = 0.4$$

$$\alpha M_u = 0.4 \times 1.4 \times 18 = 10.1 \text{ ton-m}$$

El esfuerzo cortante máximo que se produce por este momento flexionante vale

$$\alpha M_u \frac{C_{AB}}{J_c}$$

en que

$$C_{AB} = \frac{b_1}{2} = \frac{45 + 43}{2} = 44 \text{ cm}$$

$$J_c = \frac{db_1^3}{6} + \frac{b_1 d^3}{6} + \frac{db_2 b_1^2}{2} = \frac{37.9 \times 88^3}{6} + \frac{88 + 37.9^3}{6} + \frac{37.9 \times 88 \times 88^2}{2}$$

$$= 18 \times 10^6 \text{ cm}^4$$

Por tanto

$$\alpha M_u \frac{C_{AB}}{J_c} = \frac{10.1 \times 10^5 \times 44}{18 \times 10^6} = 2.5 \text{ kg/cm}^2$$

El esfuerzo cortante total en el lado más desfavorable de la sección crítica vale

$$v_u = 8.5 + 2.5 = 11.0 \text{ kg/cm}^2$$

Según el RDF el esfuerzo cortante resistente vale

$$v_R = F_R \sqrt{f_c^*} = 0.8 \sqrt{0.8 \times 250} = 11.3 \text{ kg/cm}^2 > 11.0 \text{ kg/cm}^2$$

La resistencia por este concepto es satisfactoria

c) Revisión del peralte de la zapata por cortante de viga

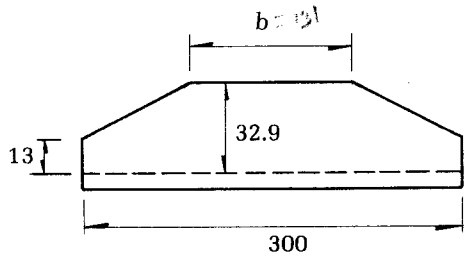
Para este estado límite la sección crítica se encuentra a un peralte del paño de la columna; en esa sección el peralte total vale

$$h = 50 - 30 \times \frac{43}{127.5} = 39.9 \text{ cm}$$

$$d = 39.9 - 7 = 32.9 \text{ cm}$$

La sección a esa distancia del paño es un trapecio con las dimensiones mostradas en la figura *d*, siendo

$$b = c + 2d = 45 + 2 \times 43 = 131 \text{ cm}$$

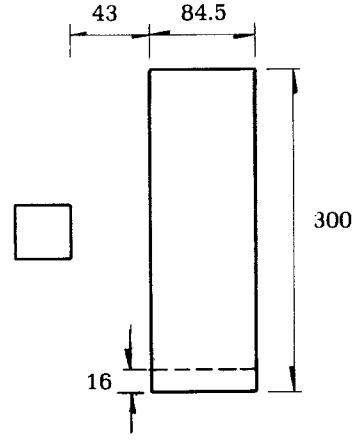


d) Sección crítica por cortante de viga

El área de la sección crítica resulta

$$A_v = 300x13 + (300 + 131)\frac{32.9 - 13}{2} = 8188 \text{ cm}^2$$

La fuerza cortante actuante en la sección crítica se determina por la suma de las presiones aplicadas desde el extremo hasta dicha sección, como se aprecia en la figura *e*



e) Area de zapata para la determinación de la fuerza cortante actuante

$$V_u = 0.845 \times (3 - 0.16) \times 16.8 = 40.3 \text{ ton}$$

La fuerza cortante resistente se obtiene multiplicando el área de la sección crítica por el esfuerzo promedio resistente

$$V_R = F_R A_v 0.5 \sqrt{f_c^*} = 0.8 \times 8188 \times 0.5 \sqrt{0.8 \times 250} = 46.3 \text{ ton}$$

$$V_R > V_u$$

El peralte propuesto es aceptable

d) Refuerzo por flexión

La dirección más desfavorable es la del momento mayor; debido a que la diferencia en las dos direcciones no es grande, se empleará el mismo refuerzo en ambas direcciones.

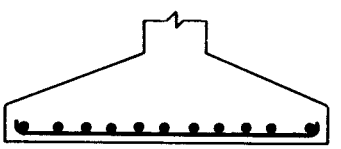
La sección crítica se encuentra en el paño de la columna; en ella el momento flexionante debido a la reacción del terreno resulta

$$M_u = 16.8 \times 2.82 \times \frac{1.275^2}{2} = 38.5 \text{ ton-m}$$

El área de acero necesaria para resistir este momento se determina en forma aproximada como

$$A_S = \frac{M_u}{F_R j d f_y} = \frac{385\,0000}{0.5 \times 0.9 \times 43 \times 4\,200} = 26.3 \text{ cm}^2$$

Si se usan barras #5, la separación en el ancho total de 3 m resulta



#5@20

f) Refuerzo en la zapata

$$s = \frac{B}{A_s} A_b = \frac{300 \times 2}{26.3} = 22 \text{ cm}$$

Se emplearán barras #5 @ 20 cm en ambas direcciones

7.3.4 Dimensionamiento de zapatas de concreto simple y de mampostería de piedras naturales

Se emplean con frecuencia zapatas de concreto simple o de mampostería de piedra en obras menores cuando las descargas de los muros o columnas son bajas y la capacidad del terreno es apreciable. Su dimensionamiento se basa usualmente en reglas empíricas de tipo geométrico, aunque es posible realizarlo con base en la revisión de la resistencia ante distintos estados límite.

Las zapatas de concreto simple se emplean bajo columnas de concreto o acero o bajo muros de mampostería; son de sección constante o escalonada y sus dimensiones están regidas por la resistencia en flexión, para la cual la sección crítica se debe tomar con las mismas reglas que para zapa-

tas de concreto reforzado (figura 7.22). Debe revisarse que el momento actuante en dicha sección no exceda al momento de agrietamiento, con los factores de seguridad correspondientes. El cálculo del esfuerzo máximo de tensión con la fórmula de flexión de resistencia de materiales es en estos casos muy impreciso y del lado de la inseguridad, ya que la hipótesis de que las secciones permanecen planas es inapropiada para relaciones claro a peralte tan bajas como las que tienen estas zapatas. También debe revisarse la posibilidad de falla por tensión diagonal o por punzonamiento, con los mismos procedimientos expuestos para zapatas de concreto reforzado, aunque estos estados límite no suelen regir el dimensionamiento. Una regla empírica que se adopta con frecuencia es que la pendiente de la línea que une al paño del muro o columna con el extremo de la zapata no debe ser menor que la unidad (figura 7.25).

Otro estado límite que debe revisarse es el de aplastamiento. La carga axial transmitida por la columna produce un esfuerzo de compresión en el área de contacto con la zapata y puede ocasionarse una falla local porque se excede de la resistencia del concreto en compresión. Este modo de falla puede ser crítico para zapatas bajo columnas de ace-

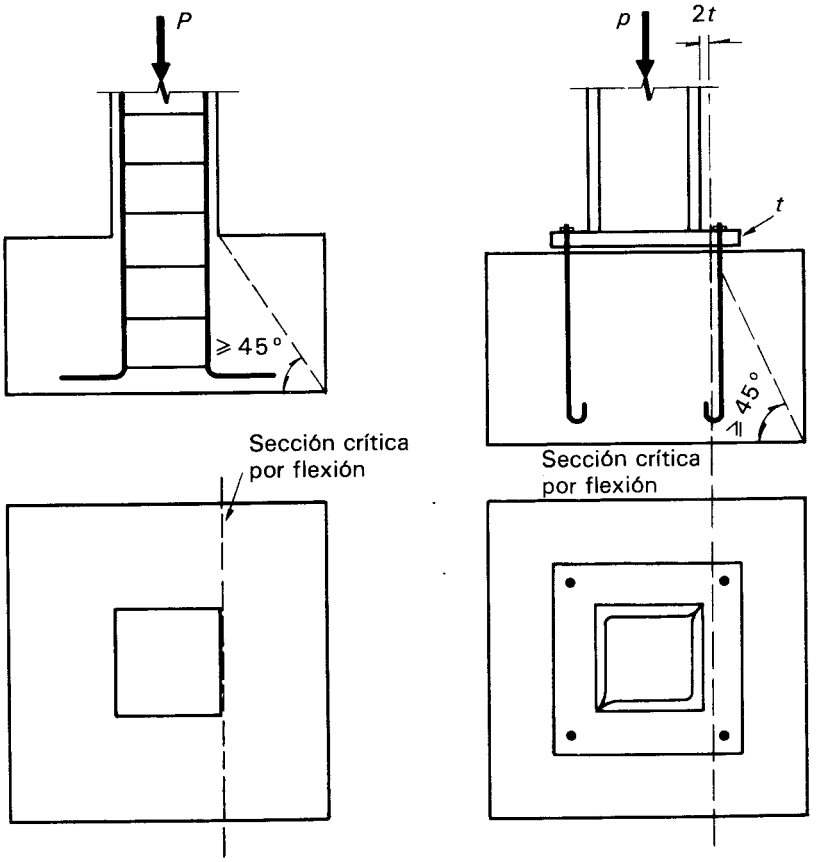


Figura 7.25. Sección crítica en zapatas de concreto simple.

a) Columna de concreto

b) Columna de acero

ro. Cuando las columnas son de concreto, se prolonga el refuerzo longitudinal y transversal de la columna dentro de la zapata y de esta manera no se incrementa el esfuerzo de compresión en el concreto de la columna a la zapata. La resistencia al aplastamiento se calcula multiplicando el área de contacto por el esfuerzo resistente especificado por el reglamento.

Las mamposterías de piedras naturales se emplean casi exclusivamente en zapatas corridas bajo muros también de mampostería. Su dimensionamiento debe tomar en cuenta la gran variabilidad de las propiedades de los materiales (piedra y morteros) y de los procedimientos de construcción; se suele basar en reglas empíricas de tipo geométrico.

La resistencia en compresión del mampuesto nunca llega a ser crítica, porque las presiones admitidas sobre el suelo suelen ser muy inferiores a lo que resiste la mampostería.

El aspecto que rige las dimensiones de la zapata es la posibilidad de falla por tensión en el extremo inferior, de la misma manera que ocurre en zapatas de concreto simple. La determinación cuantitativa de la resistencia se enfrenta a la dificultad de la determinación de esfuerzos en una sección muy peraltada. El problema se suele revisar cumpliendo con el requisito de que la pendiente de las caras inclinadas de la zapata, medida desde el paño del muro o de la cadena de concreto, no sea menor que 1.5 (vertical) a uno (horizontal) como se muestra en la figura 7.26.

En zapatas de lindero, una cara debe ser vertical y la otra inclinada. La posición del muro en un extremo implica una excentricidad de la carga, lo que produce una distribución asimétrica de presiones del suelo y una torsión en el cimiento. Esta situación puede remediarse cuando existen cimientos perpendiculares a la zapata en cuestión, a una distancia tal que la rigidez a flexión del cimiento transversal restrinja la torsión de dicha zapata, como se aprecia en la figura 7.26. Las recomendaciones del RCDF al respecto pueden traducirse en lo siguiente:

La distancia, L, entre cimientos perpendiculares a la zapata de lindero no debe exceder de

$$L = 2 + 6/p_s \qquad 7.23$$

para mampostería unida con morteros de resistencia inferior a 50 kg/cm², ni de

$$L = 2 + 15/p_s \qquad 7.24$$

cuando la resistencia del mortero excede de 50 kg/cm². En las expresiones anteriores p_s es la presión sobre el suelo en ton/m² y L está en metros.

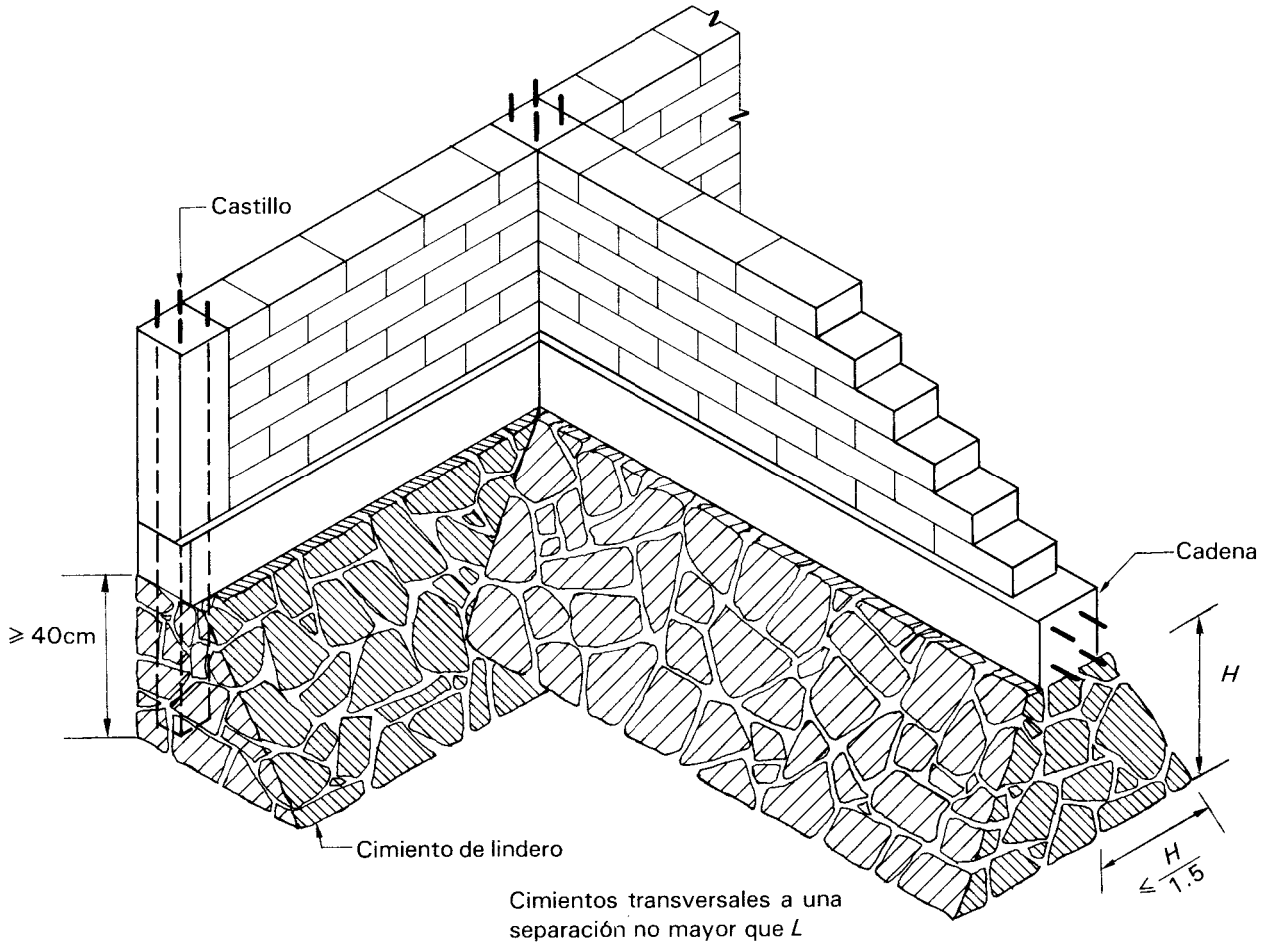


Figura 7.26. Cimientos de mampostería de piedra natural.

Es práctica recomendable colocar una cadena de concreto arriba de un cimiento de mampostería para lograr una repartición uniforme de la descarga del muro y para proporcionar la resistencia a tensión longitudinal que permite la liga entre las diferentes porciones del cimiento. En zonas sísmicas es necesario, además de esta cadena, que el refuerzo vertical colocado en los muros se ancle dentro del cimiento como se muestra en la figura 7.26.

7.3.5 Dados y pedestales

Es frecuente que entre la columna de la superestructura y la zapata enterrada haya un elemento de transición en forma de dado o pedestal, con el fin de evitar enterrar la columna hasta la parte superior de la zapata, lo que podría provocar problemas de corrosión cuando la columna es de acero y de recubrimiento insuficiente en columnas de concreto.

Los dados se refuerzan con los requisitos mínimos de temperatura y recubrimiento. Un aspecto que puede determinar sus dimensiones es el aplastamiento bajo las compre-

siones transmitidas por una columna de acero. Este aspecto se revisa con los procedimientos indicados para zapatas de concreto simple. La figura 7.27 muestra las características usuales de estos elementos.

7.4 LOSAS DE CIMENTACIÓN

7.4.1 Aspectos generales

Las losas de cimentación constituyen un tipo de cimentación somera que cubre toda el área bajo la estructura; se emplean cuando la resistencia del suelo es baja o cuando es necesario limitar en forma muy estricta los asentamientos diferenciales en construcciones particularmente sensibles a éstos.

Existen dos tipos principales de losas de cimentación con diversas variantes.

a) La losa plana, en que las columnas apoyan sobre la losa de cimentación, directamente o por intermedio de capiteles, pero sin que existan vigas de unión en los ejes de columna (figura 7.28). La losa plana puede aligerarse con diversos procedimientos y tiene la ventaja de la sencillez constructiva, pero a costa de volúmenes mayores de concreto.

b) La losa con contratrabes (vigas de cimentación) se emplea cuando los claros y las cargas son elevados y se convierte frecuentemente en una estructura en

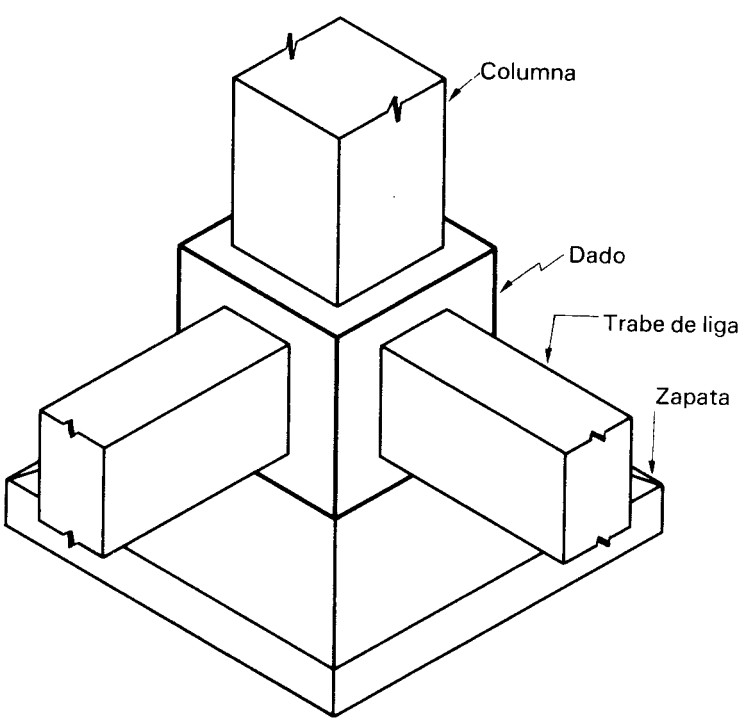
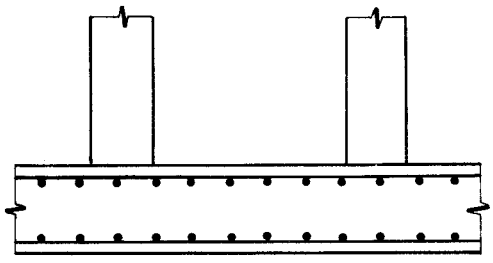
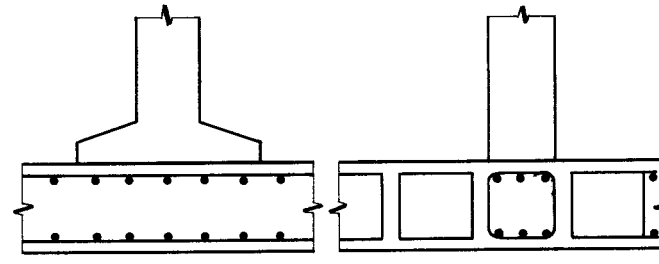


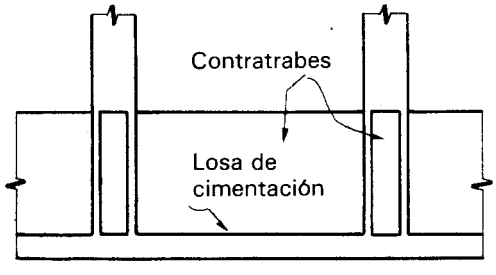
Figura 7.27. Dado en una cimentación de concreto.



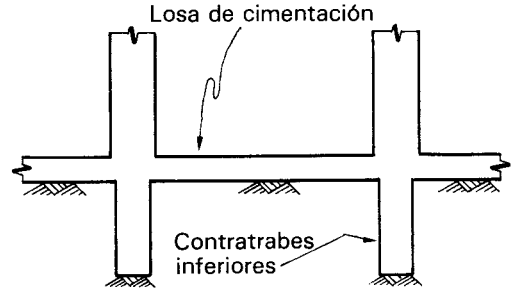
a) Losa plana maciza



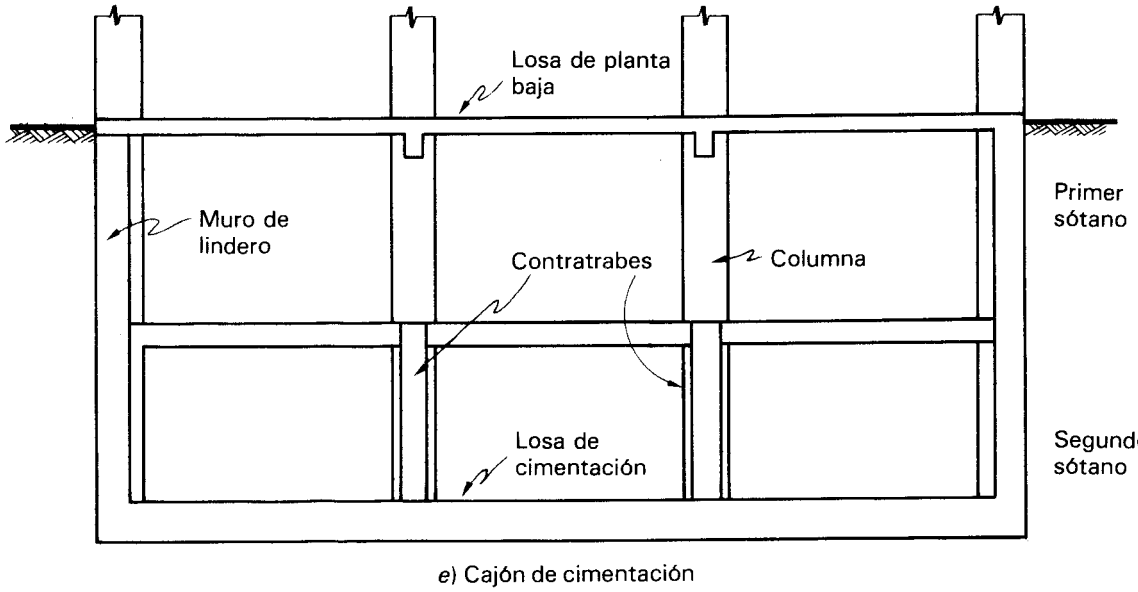
b) Losa plana con capitel *c*) Losa plana aligerada



d) Losa con contratrabes



c) Losa con nervaduras o contratrabes inferiores



e) Cajón de cimentación

Figura 7.28. Diferentes tipos de losa de cimentación.

cajón con losa en la parte inferior y superior de la contratrabe. Otra modalidad es una losa con contratrabes inferiores en la que el lecho superior es plano y constituye un piso utilizable; además es posible evitar el uso de cimbras al vaciar el concreto directamente en zanjas con superficies cubiertas de ladrillo o de concreto palme, para evitar la contaminación del concreto con el suelo.

A pesar de su diversidad de formas, todas estas modalidades pueden analizarse y dimensionarse con procedimientos comunes.

La construcción de una losa de cimentación implica la excavación total del suelo bajo la construcción hasta cierto nivel. Con ello se está liberando el suelo subyacente de la carga de material excavado, de manera que si la construcción de la cimentación y de la edificación se hace con la suficiente rapidez y con las debidas precauciones, la parte del peso de ésta que iguala al del material excavado no producirá incremento de esfuerzos ni hundimientos en el subsuelo. En los suelos saturados y poco permeables, como las arcillas de la cuenca del Valle de México, se aprovecha este principio para realizar cimentaciones flotantes, o por sustitución, en que una cimentación de tipo cajón se coloca a una profundidad tal que sustituye totalmente, o en algunos casos sólo parcialmente, el peso del subsuelo. En estas situaciones, para el cálculo de los hundimientos del suelo y para la revisión de su capacidad de carga debe emplearse la presión neta, p_N, igual a

$$p_N = p_T - p_S$$

o sea, igual a la diferencia entre la presión transmitida por la estructura, incluyendo el peso de la cimentación, p_T, y el peso por unidad de área del suelo excavado, p_S. Por lo contrario, para la determinación de las solicitaciones en la subestructura debe tomarse la reacción del suelo sobre ésta, pero restando el peso de la cimentación misma, como en el caso de zapatas.

7.4.2 Métodos de análisis

El análisis del conjunto suelo-cimentación-estructura se enfrenta a las dificultades que nacen esencialmente de la necesidad de lograr la compatibilidad de deformaciones entre la estructura y un medio continuo de comportamiento altamente no lineal, como es el suelo. Los principios de análisis de cimentaciones continuas se han establecido en el sub-capítulo 7.2. Un procedimiento refinado de análisis de losas de cimentación consiste en modelar el suelo como resortes elásticos bajo la losa y analizar el conjunto estructura-cimentación-suelo con algún método matricial resuelto en un programa de computadora. Esta forma de proceder es conveniente sólo cuando el comportamiento del suelo no se despega excesivamente del lineal. En suelos de alta compresibilidad en que la mayor parte del hundimiento se presenta a largo plazo por fenómenos de consolidación, es preferible recurrir a métodos de análisis menos refinados pero en los que el comportamiento del suelo esté mejor

representado. Para casos como éstos son recomendables los métodos simplificados que se describen a continuación y de los cuales se destacarán las hipótesis en que se fundan y las limitaciones que presentan.

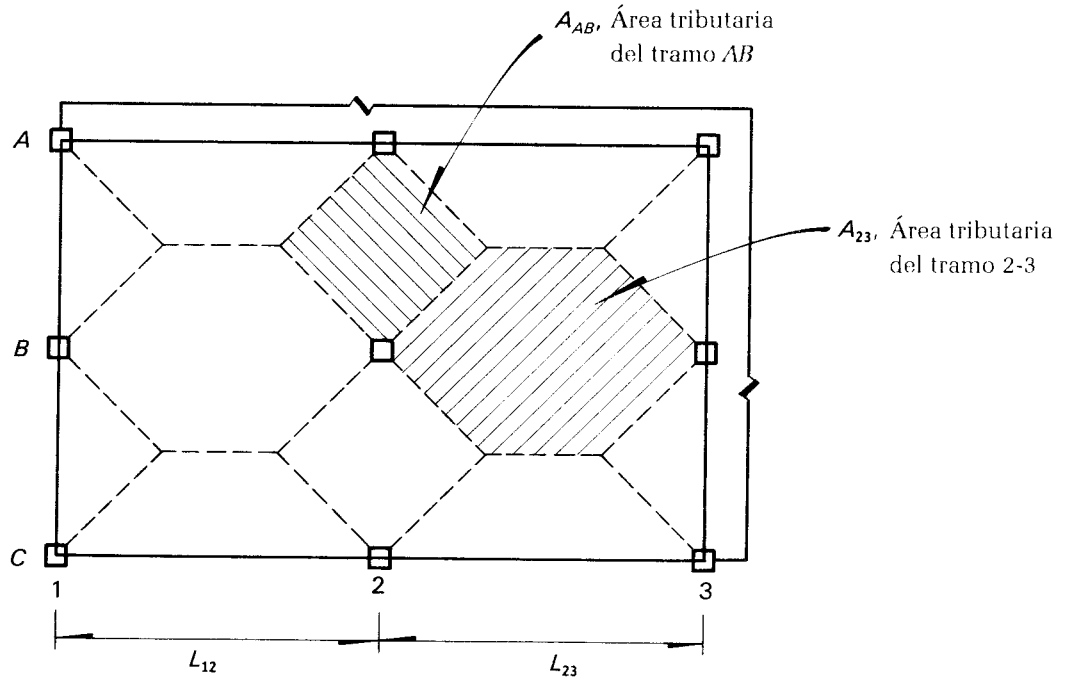
Es necesario inicialmente realizar una revisión global de la cimentación, determinando las cargas transmitidas por la estructura y sus puntos de aplicación. En suelos de mediana o alta compresibilidad es importante que la resultante de las cargas permanentes de la estructura coincida con el centro geométrico de la cimentación, para evitar inclinaciones de la construcción. En caso de que así no suceda, podrá tratarse de corregir la distribución de presiones en el suelo mediante lastre en los cajones de la cimentación o mediante modificación local de los niveles de excavación para igualar la presión neta de las diferentes zonas. Sin embargo, si diversas porciones de una estructura tienen descargas significativamente diferentes, es recomendable su subdivisión en zonas separadas con juntas de construcción desde la cimentación; también en este caso conviene tratar de obtener presiones netas sobre el suelo que sean muy similares.

La presión promedio sobre el suelo (como presión neta igual a la transmitida por la construcción menos la de sustitución en su caso) debe compararse con la capacidad de éste, especialmente en función de los hundimientos esperados. En caso de que la presión resulte excesiva debe evaluarse la conveniencia de buscar un nivel de apoyo más profundo para aumentar la sustitución o de recurrir a una cimentación con pilotes.

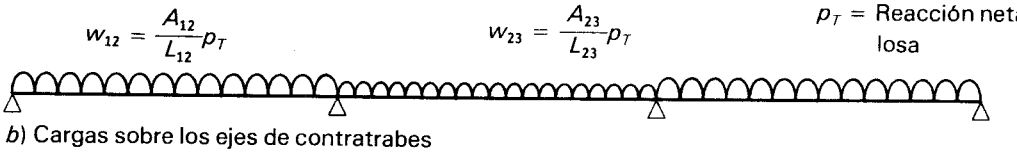
El procedimiento más sencillo para análisis de la cimentación es el de considerarla como *piso invertido:* esto es, suponer que las columnas son apoyos fijos y la losa está cargada con una presión uniforme igual a la carga total por unidad de área transmitida por la estructura. En estas condiciones, el análisis se realiza como el de un sistema de piso, sea por franjas ortogonales en el método del marco equivalente o por áreas tributarias. Con este procedimiento no se obtiene concordancia entre las reacciones del piso invertido y las cargas en las columnas, ni se toman en cuenta las fuerzas internas en la cimentación debidas a los desplazamientos de los apoyos.

Los errores que se cometen en un método como éste, que ignora los hundimientos relativos de los apoyos y considera una distribución uniforme de presiones, no son exagerados cuando la cimentación es muy rígida y cuando la cimentación y las cargas de la estructura son regulares. Los criterios para decidir si la cimentación es suficientemente rígida para poder ignorar los hundimientos diferenciales se han propuesto en el subcapítulo 7.2.5.

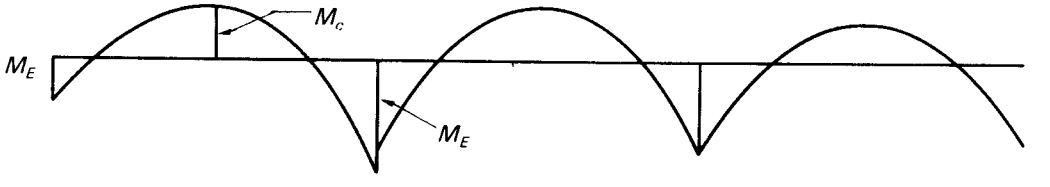
La figura 7.29 muestra esquemáticamente los pasos a seguir en el análisis según el método del piso invertido para



a) Definición de áreas tributarias



b) Cargas sobre los ejes de contratrabes



c) Diagrama de momentos en el eje *B*

Momentos según el método de los coeficientes del ACI para vigas continuas

En claros extremos

Momento negativo en extremo exterior, $M_E = -\frac{wL^2}{16}$

Momento negativo en extremo interior $M_E = -\frac{wL^2}{8}$

Momentos positivos en centro de claro $M_c = \frac{wL^2}{8}$

En claros interiores

Momento negativo en extremos $M_E = -\frac{wL^2}{10}$

Momento positivo en centro del claro $M_c = \frac{wL^2}{16}$

Figura 7.29. Análisis de losas de cimentación con contratrabes, como piso invertido.

una losa con contratrabes. Los momentos flexionantes pueden determinarse en este caso con métodos aproximados como el de los coeficientes del código ACI, ilustrado en la misma figura.

Un procedimiento que cumple con el equilibrio en las columnas y que toma en cuenta además los hundimientos de los apoyos, es el que llamaremos *método de las franjas* y que consiste en los pasos siguientes:

a) Se divide la losa en dos series de franjas independientes entre sí y paralelas a cada uno de los bordes. Cada franja incluirá un eje de columnas, de manera que la intersección de las dos franjas que incluyen una columna define un área tributaria a ésta. Se supondrá que en el área tributaria de cada columna, A_i, actúa una presión constante, p_i, que equilibra la carga de la columna en cuestión, P_i (figura 7.30); por tanto se obtiene

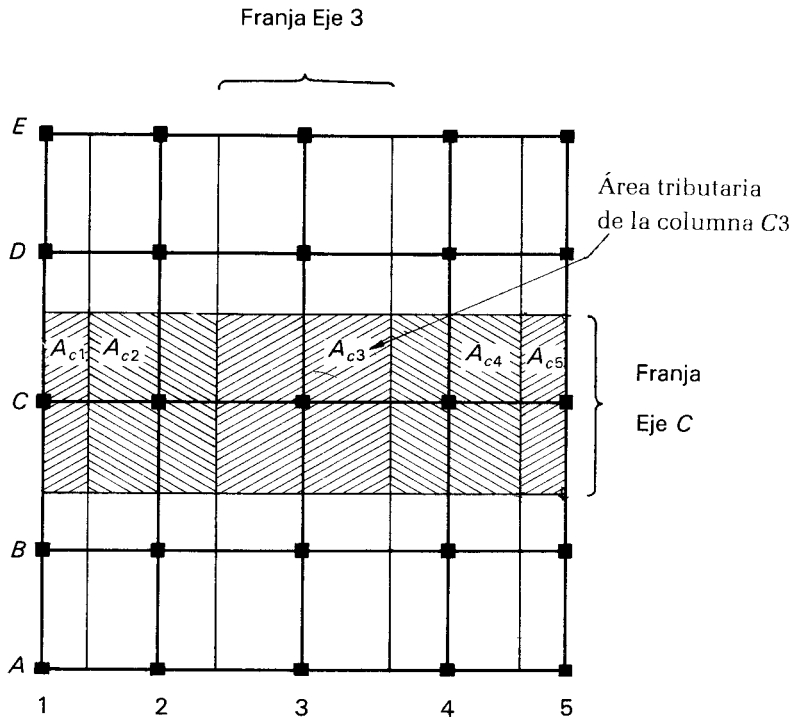
$$p_i = P_i/A_i$$

El ancho de las franjas se elegirá de manera que, *grosso modo,* la distribución de presiones resultantes se asemeje a la que se espera según el tipo de suelo de que se trata; por ejemplo, como la de la figura 7.30*b*, para una cimentación relativamente rígida sobre un suelo muy compresible.

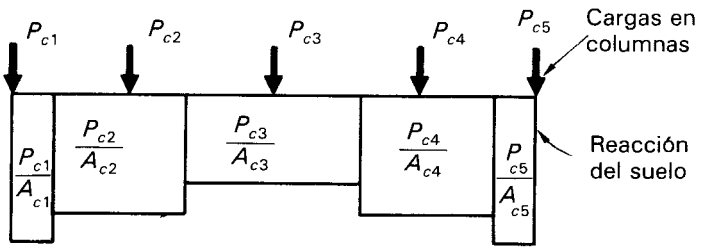
De esta forma, la losa en su totalidad y cada franja en particular quedan en equilibrio. El equilibrio de fuerzas en cada franja se cumple automáticamente, pero para cumplir el de momentos de las cargas externas puede ser necesario tener que ajustar el ancho de alguna franja.

b) Con la distribución de presiones obtenida, se determina la configuración de hundimientos del suelo (empleando para ello la presión neta, o sea, restando de las presiones supuestas en cada zona la presión por sustitución). Se usará algún método adecuado al tipo de suelo en cuestión y se tomarán en cuenta las deformaciones diferidas. Bastará en general determinar el hundimiento en el centro de la cimentación y el de las esquinas para obtener, así, el asentamiento máximo total y diferencial. Si éstos quedan dentro de los límites que se considera pueden ignorarse en el análisis (véase 7.2.2), se procederá a los pasos siguientes; si no, deberá buscarse otra distribución de franjas que dé lugar a asentamientos más uniformes.

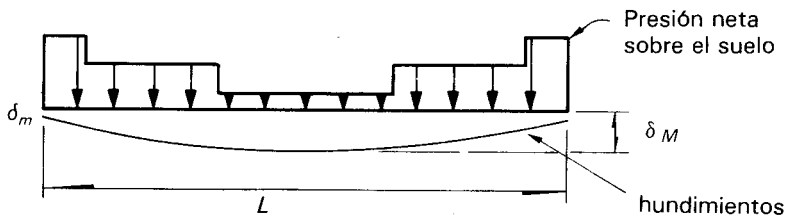
c) Se analizará cada franja como una viga independiente sujeta a las descargas de las columnas y a las presiones totales del suelo determinadas según el



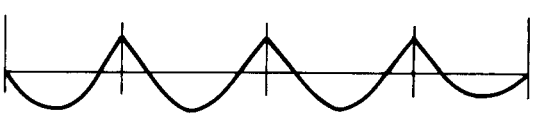
a) Planta de la cimentación



b) Cargas en la franja del eje *C*



c) Hundimientos del suelo



d) Diagrama de momentos en la franja del eje *C*

Distorsión angular máxima

$$\gamma = \frac{\delta_M - \delta_m}{L/2}$$

Figura 7.30. Análisis de una losa de cimentación con el método de las franjas.

punto *a*). Los diagramas de momentos y cortantes se obtienen por simple estática, ya que las reacciones son conocidas.

d) A partir de los diagramas de momentos y de las propiedades de rigidez de cada eje de cimentación, se determinará la configuración deformada de la subestructura y los desplazamientos que resultan en cada apoyo. Si estos movimientos son menores que los admitidos, se sigue el paso siguiente; en caso contrario conviene rigidizar la cimentación o ensayar una distribución de franjas que dé lugar a deformaciones menores de la cimentación. En el cálculo de la rigidez de la franja conviene considerar la de cimentación en el ancho tributario, más la contribución de la estructura con alguna estimación aproximada como las que se han propuesto en 7.2.5.

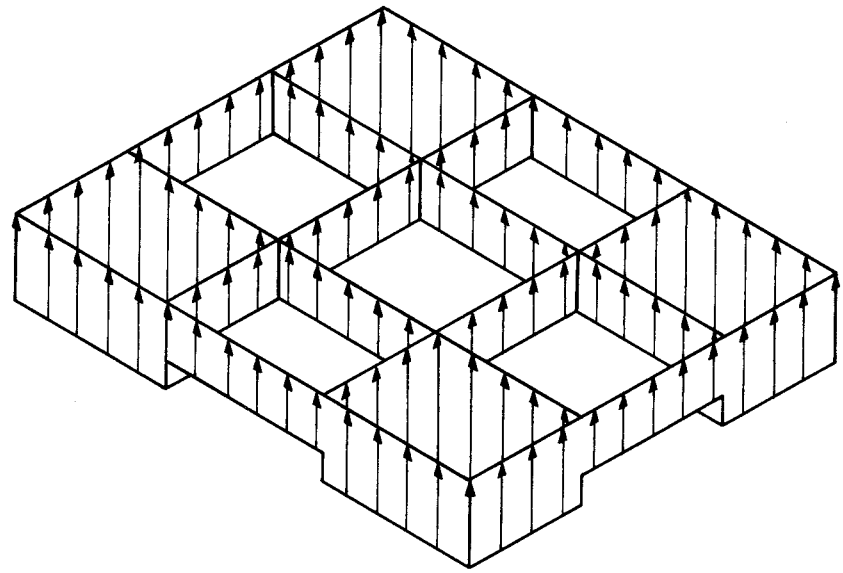
e) Se procede al dimensionamiento de la cimentación con los métodos usuales para sistemas de pisos de concreto. Conviene emplear el método del marco equivalente especificado por el código ACI, distribuyendo los momentos totales entre una franja central y una de columna y los de ésta, en una parte resistida por la contratrabe, cuando existe, y otra parte resistida por la losa.

La revisión de hundimientos del suelo descrita en el paso *b*) y la de deflexiones de la estructura considerada en el paso *d*) pueden obviarse si se comprueba que la cimentación es suficientemente rígida y no va a ser afectada por hundimientos diferenciales, aplicando los criterios expuestos en 7.2.6.

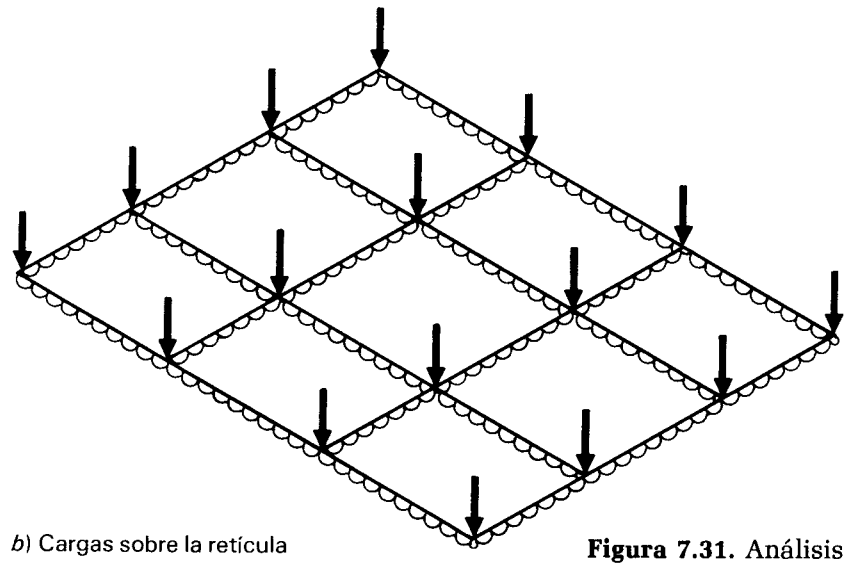
El método de las franjas aquí descrito cumple con los principios de diseño plástico de cimentaciones continuas expuestos en 7.2.5, ya que los hundimientos diferenciales no excederán de los calculados para el suelo o para la cimentación. Al analizar cada franja en forma independiente no se está respetando la compatibilidad de asentamientos bajo una columna dada que pertenece a dos franjas ortogonales. Si los movimientos resultan significativamente distintos en las dos direcciones conviene hacer correcciones en la distribución de presiones en las franjas. Se están ignorando, por otra parte, las fuerzas cortantes que existen en los extremos de las franjas por la interacción con las franjas adyacentes y que pueden alterar las distribuciones de fuerzas internas y los hundimientos. Por estas limitaciones el procedimiento no es recomendable en cimentaciones irregulares y en estructuras importantes.

Los dos inconvenientes anteriores se superan si se elimina la subdivisión en franjas y se analiza la cimentación como una *retícula bidimensional*. El procedimiento sigue pasos similares al anterior:

a) Se supone una distribución de presiones bajo la losa, que sea congruente con el tipo de suelo de cimentación. Por facilidad de análisis conviene suponer una presión uniforme debajo de cada tablero (figura 7.31)
b) Con la presión neta supuesta se determinan los hundimientos en el suelo y se revisa que no excedan de los admisibles
c) Se modela la cimentación con una retícula de vigas que unen las columnas y sometida a una carga igual a la fuerza que actúa en el área tributaria de cada



a) Distribución de reacciones del suelo



b) Cargas sobre la retícula

Figura 7.31. Análisis de la retícula de cimentación.

viga. Esta carga se puede considerar uniformemente distribuida en su longitud.

d) Se realiza un análisis de la retícula, que queda en equilibrio global bajo las cargas externas. En el análisis pueden despreciarse la rigidez torsional de las contratrabes y la rigidez a flexión de las columnas.

Si los desplazamientos relativos de los apoyos quedan dentro de los admisibles, se dimensiona la cimentación con los elementos mecánicos resultantes. En caso contrario, se modifica la distribución de presiones a una que lleve a hundimientos diferenciales menores, o se rigidiza la cimentación.

El procedimiento resulta bastante más preciso que el de las franjas, ya que considera el carácter bidimensional de la cimentación; presenta sin embargo mucha mayor complicación numérica y se presta a una modelación clara sólo para el caso de losas con contratrabes, mientras que su aplicación a losas planas de cimentación se enfrenta a dificultades en la determinación de las rigideces de las vigas ficticias que unen las columnas. El principal problema de este procedimiento y del de las franjas es que no se proporcionan indicaciones sobre cómo modificar la distribución de presiones del suelo sobre la cimentación para fines de lograr que los movimientos diferenciales se reduzcan. El número de iteraciones involucrado puede ser elevado con lo que el trabajo numérico resulta excesivo. El empleo de estos procedimientos se facilita cuando se recurre a programas de cómputo preparados exprofeso.

Un procedimiento que evita la necesidad de las iteraciones mencionadas ha sido propuesto por Flores y Esteva (referencia 7.11) y que se ha adoptado con alguna simplificación adicional en el Manual de Obras Civiles de CFE (referencia 7.7).

El procedimiento se basa en la determinación de un índice de la rigidez relativa entre cimentación y suelo, semejante al de la ecuación 7.14, propuesta en 7.2.5. En función de este índice se determinan correcciones a la distribución uniforme de presiones sobre el suelo y a los asentamientos diferenciales obtenidos con dicha distribución de presiones e ignorando la interacción con la cimentación. Según el valor que resulta para este índice se determinan correcciones a la distribución uniforme de 7.14.

Se identifica como *x* el eje correspondiente al lado corto de la cimentación y como *y* el del lado largo. Los índices de rigidez relativa en ambas direcciones se determinan con las expresiones:

$$R_x = \frac{64\,EI_x}{E_s L_x^3 L_y} \qquad 7.25$$

$$R_x = \frac{64\,EI_y}{E_s L_y^3 L_x} \qquad 7.26$$

En las ecuaciones anteriores L_x y L_y son las longitudes del lado corto y largo de la cimentación, respectivamente. Para el significado y la determinación de las variables que intervienen en las dos últimas ecuaciones, véase 7.2.5.

En función de R_x y R_y y de la relación R_x/R_y se determina un coeficiente por el que se reducen los asentamientos diferenciales calculados para el suelo sujeto a la presión neta uniforme, p_N, en la dirección 'x' y en la dirección 'y'. Los coeficientes de reducción se presentan en la figura 7.32 y están deducidos de los resultados de algunos análisis en que se ha tomado en cuenta la interacción para diferentes tamaños de cimentaciones, número de crujías y rigideces de contratrabes y suelo. De la misma manera pueden determinarse factores por los que conviene modificar la distribución uni-

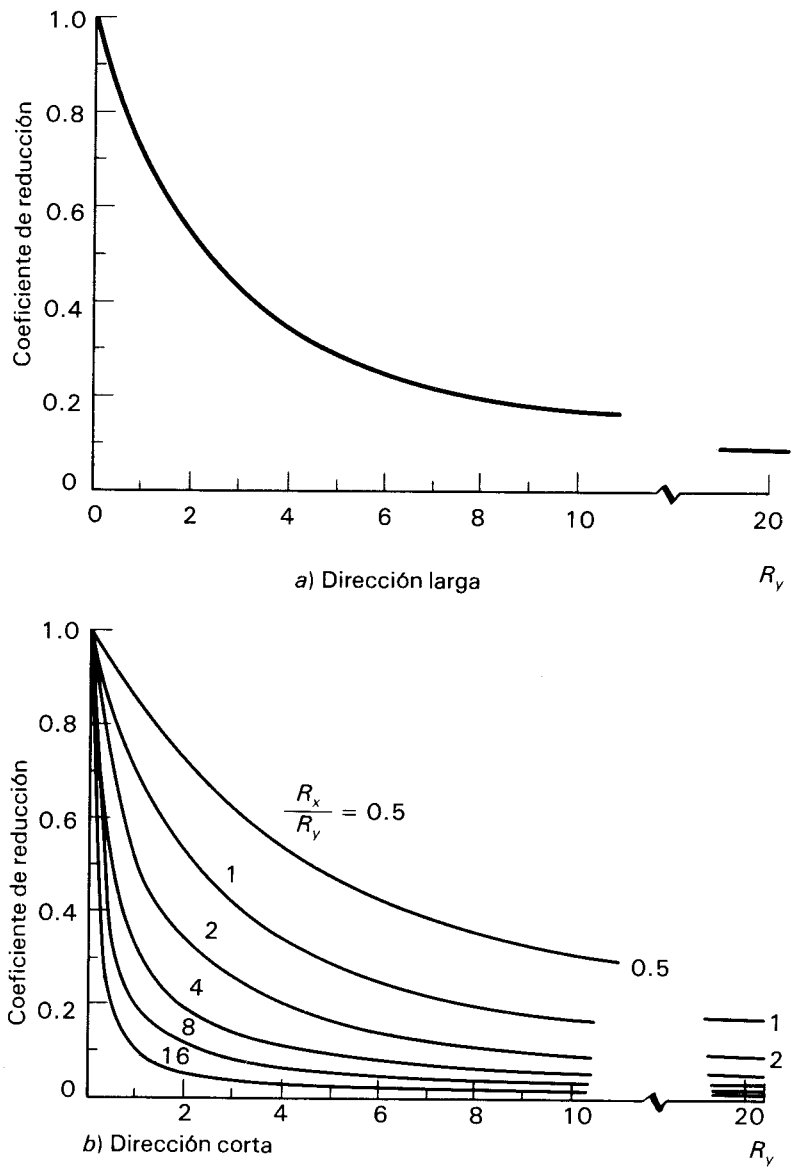


Figura 7.32. Coeficientes de corrección del asentamiento diferencial máximo, para tomar en cuenta la interacción entre suelo y cimentación (de referencia 7.10).

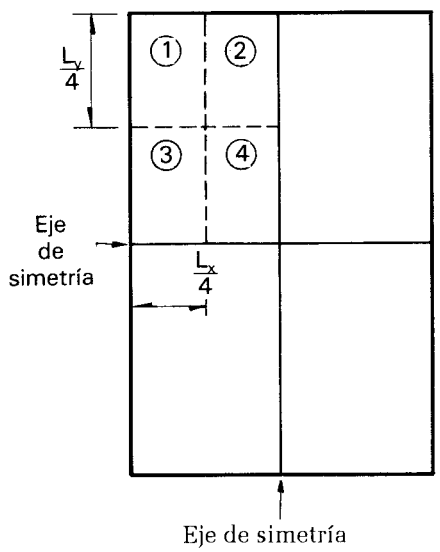
Tabla 7.4 Factores de corrección para la presión en el suelo debajo de diferentes zonas de una losa de cimentación (de referencia 7.6).

R_y \ R_x/R_y	1.0		2.0		4.0	
0.4	1.22 0.99	0.99 0.82	1.28 1.04	0.91 0.76	1.36 1.12	0.83 0.69
1.0	1.41 0.96	0.96 0.66	1.50 1.02	0.88 0.60	1.56 1.08	0.80 0.55
2.0	1.58 0.94	0.94 0.54	1.65 0.99	0.86 0.50	1.70 1.02	0.82 0.46
4.0	1.73 0.92	0.92 0.45	1.78 0.95	0.86 0.42	1.80 0.96	0.84 0.40
10.0	1.84 0.89	0.89 0.37	1.87 0.91	0.87 0.36	1.88 0.92	0.85 0.34
20.0	1.90 0.88	0.88 0.34	1.91 0.89	0.87 0.33	1.92 0.90	0.86 0.33

ancho →

largo ↕

Para cada pareja de valores de R_y y R_x/R_y se presentan las presiones normalizadas correspondientes a la cuarta parte del área de cimentación. Un coeficiente de la tabla multiplicado por la presión neta media actuante (peso de la construcción menos peso de excavación) da la presión neta en la porción de área correspondiente a ese coeficiente. Cada una de estas porciones es 1/16 del área total. Para obtener la presión de contacto debe sumarse a la presión neta así obtenida la presión correspondiente a la excavación.



① ② ③ ④ Coeficientes dados en la tabla para cada caso y en la posición respectiva

forme de presiones en distintos sectores del área de la cimentación. Estos factores se presentarán en la tabla 7.4 en términos, nuevamente, de las rigideces relativas R_x y R_y. El procedimiento es recomendable para construcciones de planta rectangular y con relación largo a ancho no mayor de dos y con no más de cinco crujías en cada dirección.

Con las consideraciones presentadas, el procedimiento de análisis en cuestión se realiza según los pasos siguientes:

a) Se determina la presión promedio causada en el suelo por la estructura y sus cargas.
b) Se calculan los hundimientos en el terreno bajo la presión neta sobre el suelo e ignorando la interacción con la estructura. Bastará determinar los hundimientos diferenciales máximos en las direcciones x y y del área cargada.

c) Se reducen los asentamientos diferenciales calculados en ambas direcciones, multiplicándolos por los coeficientes respectivos obtenidos en la figura 7.32 en función de los parámetros R_x y R_y.
d) Si los asentamientos diferenciales así reducidos son menores que los admisibles puede proseguirse con el análisis de la subestructura. De lo contrario hay que modificar el diseño con una cimentación más rígida o aumentando la profundidad de desplante.
e) Se corrige la presión neta uniforme, p_N, inicialmente considerada, multiplicándola por los coeficientes que se encuentran en la tabla 7.4 para cada una de las 16 porciones de área en que se divide la cimentación y en función de las rigideces relativas R_x y R_y.
f) Se analiza la subestructura bajo la acción de las cargas de las columnas y para la presión de contacto obtenida de la presión neta determinada en el paso anterior más la presión de compensación.

7.4.3 Dimensionamiento

Al igual que para el dimensionamiento de zapatas, se emplean para el de las losas de cimentación los procedimientos normales para dimensionamiento de elementos de concreto. Deben tenerse las precauciones siguientes en las losas y contratrabes de cimentación.

La relación claro y peralte, L/h, de las contratrabes con frecuencia hace que éstas deban dimensionarse como vigas diafragmas (cuando $L/h < 2.5$).

La poca precisión con que puede determinarse la distribución de los momentos y cortantes en las contratrabes no justifica configuraciones de refuerzo muy elaboradas. Es importante tener secciones doblemente reforzadas para contar con alta ductilidad que permita redistribuciones importantes de momentos y para absorber momentos que pueden ser de signo contrario a los determinados en el análisis.

Por las dimensiones normalmente robustas de las losas y contratrabes, hay que prestar atención especial a los requisitos de refuerzo mínimo por cambios volumétricos.

En cimentaciones de losas planas debe revisarse la resistencia al punzonamiento de la losa por parte de las columnas. Suele ser necesario recurrir a ábacos y/o capiteles para evitar espesores excesivos de la losa.

7.5 PILOTES Y PILAS

7.5.1 Tipos y función

Los pilotes son postes que se introducen profundamente en el terreno para transmitir las cargas de la cimentación a los estratos más resistentes. Cuando estos elementos tienen dimensiones grandes en su sección transversal (mayores que 60 cm) se denominan generalmente pilas.

Los pilotes se emplean cuando el terreno superficial tiene baja capacidad de carga, cuando se tienen requisitos muy estrictos de asentamientos admisibles y cuando se quieren evitar cimentaciones muy voluminosas apoyadas en estratos de suelo poco favorables para la construcción, como en obras marítimas o en suelos saturados.

Un pilote desarrolla resistencia por apoyo directo en su punta y por fricción en la superficie de contacto con el suelo (figura 7.33). Los pilotes que se apoyan en un estrato de suelo muy firme, y que por tanto, desarrollan la mayor parte de su resistencia por dicho apoyo directo, se denominan *pilotes de punta.* Los pilotes que quedan totalmente embebidos en estratos de baja capacidad de carga y por tanto desarrollan su resistencia casi exclusivamente por adherencia y por rozamiento entre su superficie y el suelo adyacente, se llaman *pilotes de fricción.*

En muchos casos ambos componentes de la resistencia son significativos y deben tomarse en cuenta, de manera que la profundidad a que se apoyará un pilote será tal que su resistencia total, debida al efecto combinado de los dos componentes de la resistencia, sea la necesaria para las cargas que debe soportar. Además de la capacidad de carga, existen otros aspectos que pueden influir en la selección del tipo de pilote, como son la posibilidad de asentamientos generales de los estratos del subsuelo y las variaciones del nivel freático.

En cuanto a su proceso constructivo, se pueden dividir los pilotes en prefabricados y colados en el lugar (figura 7.34). El proceso constructivo influye en forma importante en el comportamiento de los pilotes; los prefabricados se hincan en el terreno, generalmente por impacto, produciendo el desplazamiento del suelo para dar paso al pilote; esto provoca una perturbación del suelo que altera sus propiedades mécanicas. Además, un pilote prefabricado está sujeto a esfuerzos adicionales que se producen durante su transporte, izado e hincado; especialmente estos últimos suelen ser más severos que los que se presentan una vez colocado el pilote y determinan por tanto sus características estructurales. Los pilotes colados en el lugar requieren una perforación previa que no implica desplazamiento del suelo y por tanto produce una menor perturbación de las propiedades

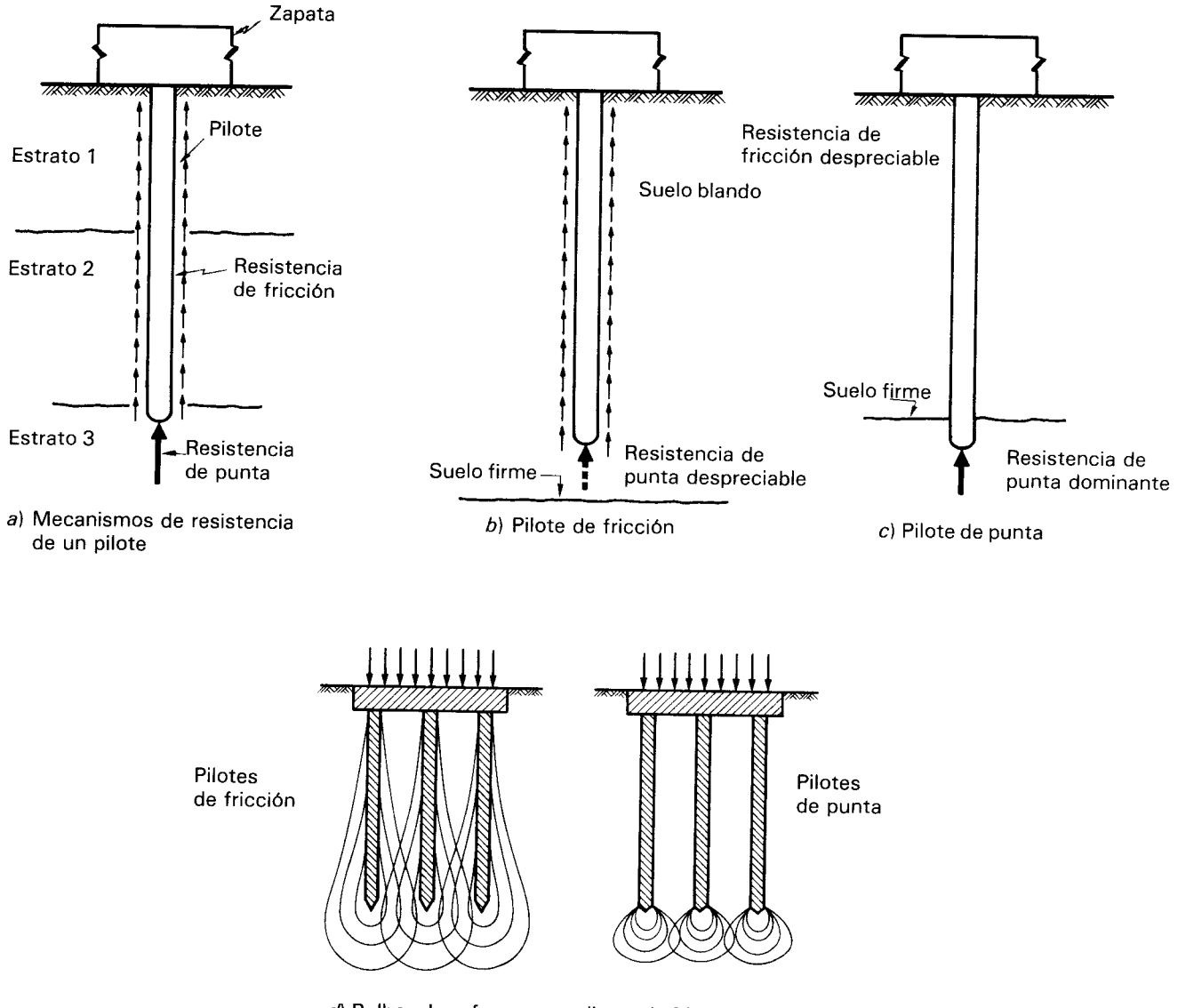


Figura 7.33. Mecanismos de resistencia de pilotes de punta y de fricción.

de éste. Una ventaja de los pilotes prefabricados es que su hincado constituye de hecho una prueba de carga que asegura una capacidad mínima una vez colocados en su lugar.

Existe un gran número de tipos de pilotes en cuanto a su sección, materiales y procedimientos de fabricación. Especialmente en lo referente a este último aspecto, los sistemas suelen estar patentados y los pilotes son construidos por empresas especializadas. Los principios que rigen su comportamiento estructural son los mismos.

La figura 7.35 muestra algunos de los tipos más comunes de pilote. En cuanto al material, éstos suelen ser de madera, de sección circular; de acero, en general de sección tubular o en H, o de concreto reforzado o presforzado de sección circular, triangular, cuadrada o poligonal. Los pilotes de

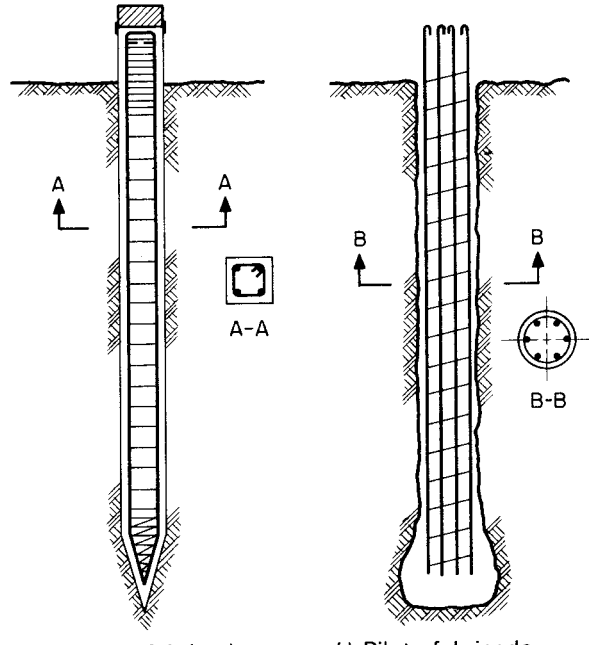


Figura 7.34. Pilotes hincados y pilotes colados en perforación previa.

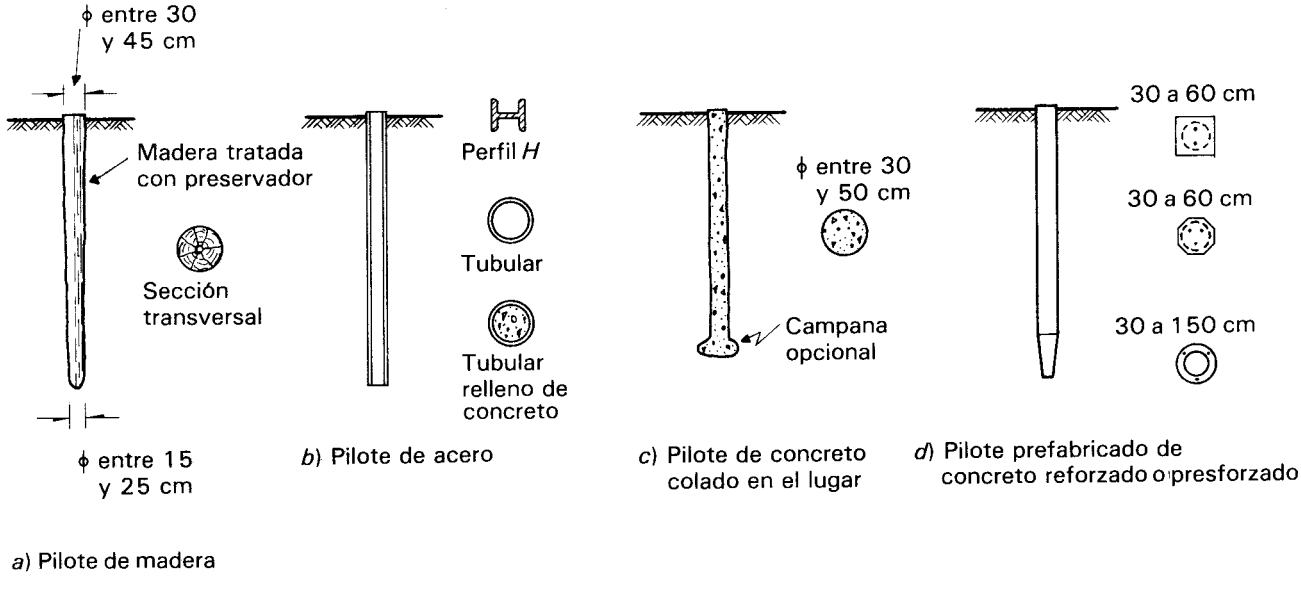


Figura 7.35. Tipos más comunes de pilotes.

madera se usan donde abunda este material y generalmente como pilotes de fricción. Su duración puede ser indefinida si se utilizan en terreno exento de variaciones importantes de humedad, por ejemplo si se encuentran en el agua o en un terreno saturado sin cambios en el nivel freático; sin embargo, su duración puede no exceder de un par de años si se someten a ciclos continuos de humedecimiento y secado.

Los pilotes de acero tienen la ventaja sobre los de concreto de que, por su menor peso y por sus paredes delgadas, en las secciones tubulares o en *H*, facilitan el hincado por el

efecto de cuchilla de sus paredes. Por otra parte, una vez instalados, se forma en sus extremos un tapón de suelo que asegura un efecto de punta similar al que se tiene en una sección cerrada. Por tanto su capacidad de punta se suele determinar con el área total de la envolvente de la sección. La corrosión no es crítica si los pilotes de acero están hincados en un suelo inalterado sin variaciones en el nivel de agua; de lo contrario requieren una protección anticorrosiva.

Los pilotes de concreto garantizan un mejor desempeño en lo referente a durabilidad ante condiciones agresivas. Los prefabricados en planta suelen ser presforzados, ya que requieren menor sección y refuerzo para soportar las solicitaciones por manejo e hincado. Cuando se cuenta con suficiente espacio en la obra, resulta generalmente más económico prefabricarlos en sitio para eliminar costos de transporte. Para facilitar el manejo y el hincado, los pilotes largos se prefabrican en secciones que se conectan con dispositivos diseñados para resistir tensiones que se presentan durante el hincado. Los pilotes colados en el lugar se forman rellenando una perforación previa hecha con equipo rotatorio o por hincado de una camisa metálica que se extrae a medida que se rellena la cavidad. En este último caso puede contarse con una ampliación en el extremo, llamada campana, con la cual se incrementa la capacidad de punta (figura 7.35).

Las pilas son coladas en el lugar en una excavación previa; existen diversos métodos de excavación que incluyen el hincado previo de un cilindro que forma después la pared exterior de la pila.

Los pilotes pueden ser inclinados cuando se utilizan para tomar cargas horizontales importantes y suelen colocarse en grupos debajo de una zapata o cabezal, o de una losa de cimentación.

Aunque la función más común de los pilotes es la de transmitir cargas de compresión a los estratos resistentes del suelo, en ocasiones se emplean también para tomar tensiones. Tal es el caso de una estructura ligera enterrada abajo del nivel freático y que recibe por empuje hidrostático una subpresión mayor que su propio peso (figura 7.36a); se colocan pilotes para que en su trabajo por fricción equilibren las fuerzas que tienden a hacer emerger la estructura. En caso de construcciones muy esbeltas, es probable que las cargas laterales de sismo o viento provoquen momentos de volteo que impliquen la aparición de tensiones en los pilotes de uno de los extremos de la base de la estructura (figura 7.36b) y que este efecto rija la longitud necesaria del pilote.

7.5.2 Criterios de diseño

Los pilotes son elementos estructurales aptos para resistir cargas esencialmente axiales; su capacidad está regida

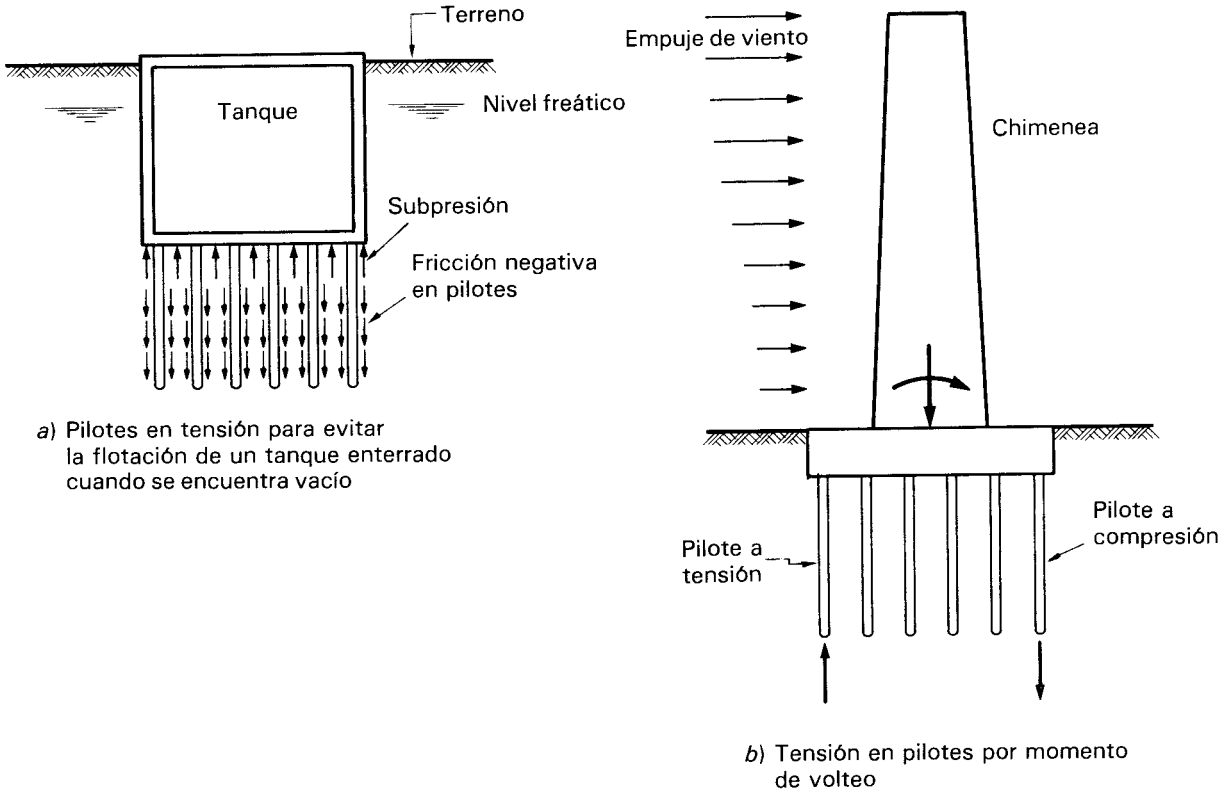


Figura 7.36. Ejemplos de trabajo en tensión de pilotes.

por la carga que puede aceptar el suelo sin que ocurra penetración del pilote y por la carga que es capaz de resistir el pilote mismo sin presentar una falla estructural.

La capacidad para un estado límite de falla en el suelo se determina con procedimientos reconocidos de mecánica de suelos, por ejemplo según los métodos establecidos por el RCDF. En ocasiones, para sistemas especiales de pilotes, es necesario recurrir a pruebas de carga en el sitio a falta de un procedimiento comprobado de cálculo de la capacidad.

En los procedimientos para la determinación de la resistencia de un pilote por capacidad del suelo están involucrados factores de seguridad elevados congruentes con las incertidumbres que se tienen en las propiedades del subsuelo. El dimensionamiento estructural del pilote se realiza con los procedimientos normales para columnas, según el material del que está compuesto el pilote. Se menciona con frecuencia en la literatura que hay que procurar siempre que la capacidad estructural del pilote exceda a su resistencia por capacidad del suelo. Este criterio obedece a que se considera más grave la falla estructural que el vencimiento de la capacidad de soporte del suelo; sin embargo, los factores de seguridad involucrados en los métodos de diseño de columnas dan lugar a una confiabilidad adecuada para los pilotes y no se ve razón alguna por la que éstos deban dise-

ñarse con factores de seguridad mayores que las columnas a las que soportan.

En los pilotes prefabricados e hincados, los efectos de impacto durante el hincado son siempre más desfavorables los que se presentan cuando el pilote se encuentra en su posición definitiva. Debe dársele en este caso al pilote una capacidad mayor que la carga necesaria para hacerlo penetrar en la capa más dura que tendrá que atravesar.

En estos casos, además de que una resistencia a compresión elevada, debe proporcionarse capacidad para resistir fuerzas de impacto y esfuerzos dinámicos por la transmisión de ondas de vibración a lo largo del pilote. Métodos cuantitativos para diseñar los pilotes para estas condiciones pueden encontrarse por ejemplo en la referencia 7.3. Cualitativamente, es importante que el pilote tenga refuerzo longitudinal generoso para absorber las tensiones que se presentan durante el hincado y, especialmente, tenga refuerzo transversal de confinamiento cerca de la punta y del extremo donde se aplican los impactos para que disponga en esas partes de mayor resistencia y de la ductilidad necesaria para disipar la energía introducida por el equipo de hincado. La figura 7.37 muestra unos detalles típicos de refuerzo.

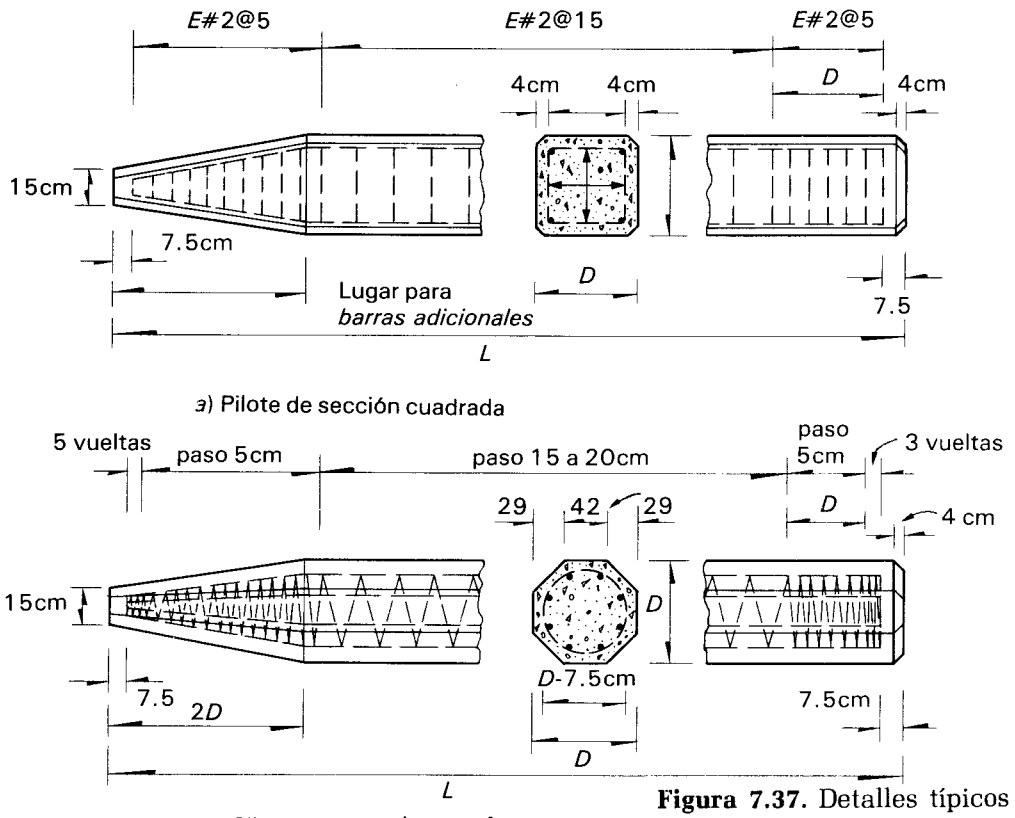


Figura 7.37. Detalles típicos de refuerzo de pilotes de concreto reforzado prefabricados (según la Portland Cement Association).

Aunque la carga transmitida al pilote sea teóricamente axial, es necesario considerar en el dimensionamiento una excentricidad accidental, debido a la incertidumbre en la posición exacta del pilote, a su posible falta de verticalidad y, en pilotes colados en el lugar, a la irregularidad de su sección transversal. Se recomiendan las excentricidades accidentales siguientes:

Para pilotes prefabricados	$t/10$
Para pilotes colados en sitio	$t/8$

en que t es la dimensión del pilote en la dirección en que se considera la excentricidad.

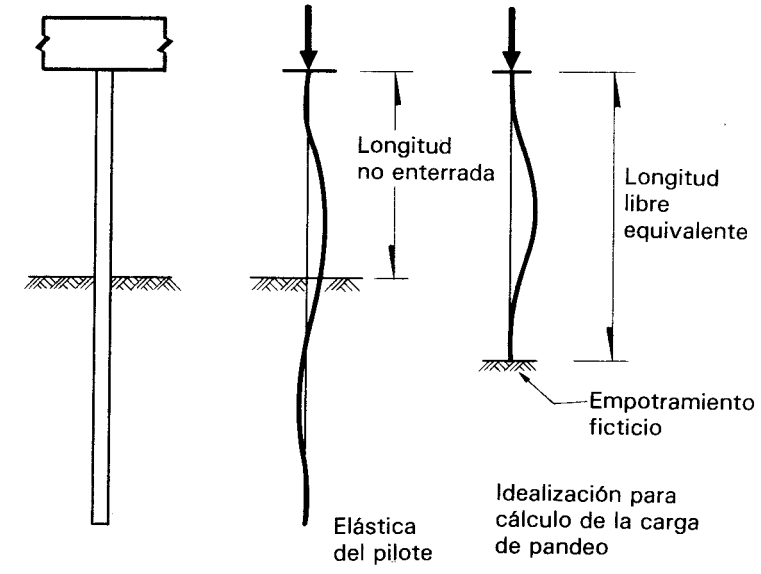
Un pilote enterrado en toda su longitud cuenta con el suficiente apoyo lateral para que puedan ignorarse los problemas de pandeo ante carga vertical, excepto, cuando se trate de un suelo extraordinariamente blando y de pilotes de gran longitud. Por esto los pilotes pueden dimensionarse generalmente como columnas cortas. En estructuras costeras, como los muelles, los pilotes sobresalen del suelo normalmente hasta más arriba de la superficie del agua. El pandeo puede ser una condición crítica en este caso; para su revisión debe tomarse como longitud de pandeo, no sólo la longitud libre sobre el suelo, sino además una longitud equivalente dentro del suelo por debajo de la cual el pilote puede considerarse empotrado (figura 7.38). Esta longitud equivalente suele fijarse con reglas burdas como la de considerarla igual a un determinado número de diámetros del pilote (desde tres para terreno firme hasta quince para terreno muy blando). En realidad dicha longitud debe depender de la rigidez relativa del suelo y pilote.

Davisson y Robinson (referencia 7.13) realizaron análisis de la interacción suelo-pilote, modelando el suelo con resortes independientes y empleando el concepto de módulo de reacción expuesto en 7.2.5. Para suelos cohesivos, como las arcillas, adoptaron la hipótesis de que el módulo de reacción del suelo es constante con la profundidad y obtuvieron resultados que pueden reproducirse con una precisión muy aceptable si se adopta la longitud libre equivalente dada por la expresión siguiente

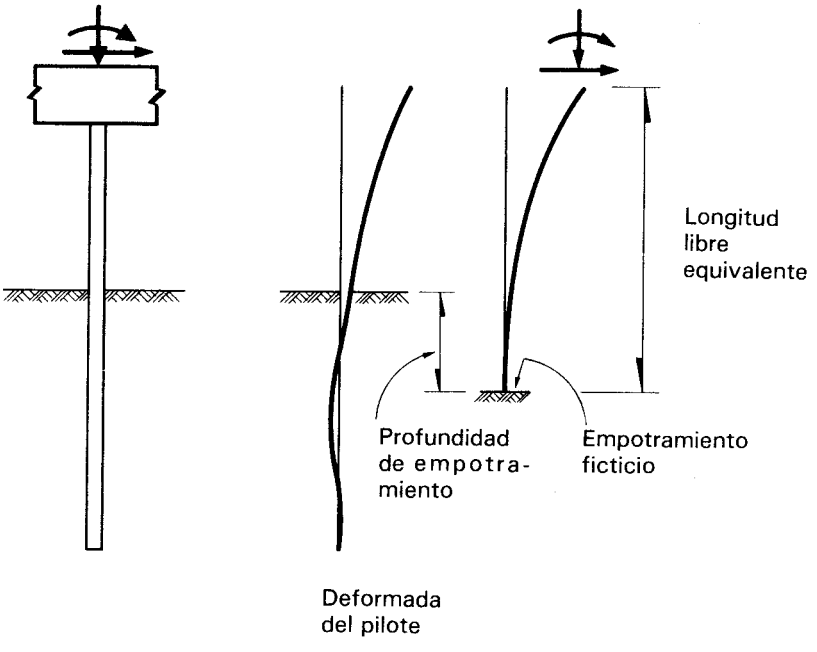
$$L_e = 1.4\left(\frac{EI}{k_s b}\right)^{1/4} \qquad 7.27$$

en que E e I son el módulo de elasticidad y el momento de inercia del pilote, respectivamente, k_s es el módulo de reacción del suelo, que a falta de una determinación directa puede tomarse de la tabla 7.2, y b es el ancho del pilote.

En suelos no cohesivos, como las arenas, la rigidez aumenta con el confinamiento y por tanto con la profundidad



a) Pandeo de un pilote parcialmente enterrado sujeto a carga vertical



b) Pilote sujeto a cargas laterales

Figura 7.38. Longitud equivalente de pilotes para cálculo de la carga de pandeo y del efecto de las cargas laterales.

del estrato en consideración. Para ellos Davisson y Robinson adoptaron la hipótesis de que la rigidez aumenta linealmente con la profundidad x desde la superficie, o sea

$$k_s = n_h x$$

en que n_h es una constante de proporcionalidad. Los resultados de los análisis con esta hipótesis son aproximadamente

los mismos que se obtienen si se toma una longitud libre equivalente

$$L_e = 1.8\left(\frac{EI}{n_h}\right)^{1/5} \qquad 7.28$$

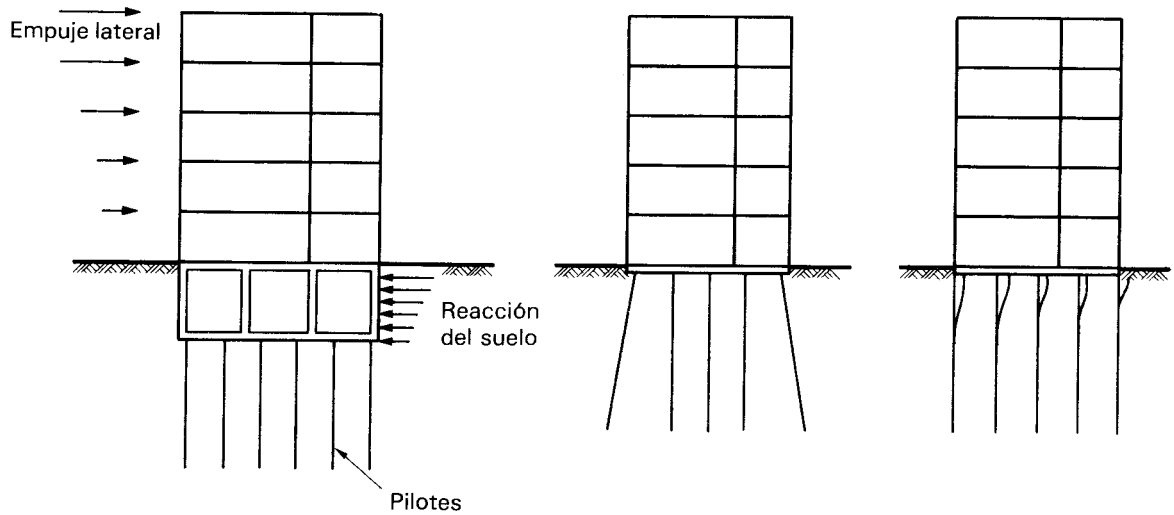
Valores de n_h para arenas de diferente grado de densidad se proporcionan en la tabla 7.5.

Con las ecuaciones 7.27 y 7.28 puede por tanto encontrarse la profundidad a la cual el pilote puede considerarse empotrado, en arcillas y arenas respectivamente, y con la cual pueden realizarse análisis ante cargas laterales y revisiones por pandeo.

Los pilotes pueden verse sujetos a cargas laterales importantes en edificios por efectos de sismo o viento, en muros de de contención por empuje de tierras, y en muelles y diques de alba por fuerzas de oleaje y fuerzas de amarre y choque de embarcaciones. Los pilotes verticales no son elementos eficientes para resistir cargas laterales, de manera que cuando éstas tienen una magnitud apreciable (10 por ciento o más de la carga vertical) es recomendable resistirlas de otra forma. Esto se logra, por ejemplo, enterrando la estructura a cierta profundidad para que el empuje pasivo del suelo sobre la parte enterrada equilibre las fuerzas laterales (figura 7.39) o mediante pilotes inclinados en los que el componente horizontal de la fuerza axial a ellos aplicada equilibra la carga lateral.

Tabla 7.5. Propiedades típicas de suelos arenosos (de referencia 7.4).

Compacidad de la arena	N_s *número de golpes*	*Ángulo rozamiento interno*	n_h, (ton/m³)	
			Arena seca o húmeda	*Arena sumergida*
Muy poco compacta	0-4	30°	155	95
Poco compacta	4-10	30°-35°	230	170
Medianamente compacta	10-30	35°-40°	400	300
Bastante compacta	30-50	40°-45°	750	500
Muy compacta	>50	>45°	1200	730



a) Por empuje pasivo del suelo sobre la cimentación

b) Por pilotes inclinados

c) Por flexión en pilotes verticales (poco eficiente)

Figura 7.39. Mecanismos para resistir cargas laterales importantes en cimentaciones piloteadas.

Para determinar las fuerzas internas inducidas en un pilote vertical por las cargas laterales, se puede recurrir a la misma idealización de la longitud libre equivalente usada para la revisión por pandeo.

7.5.3 Grupos de pilotes

La distribución de las cargas de la estructura a los pilotes se realiza por medio de elementos auxiliares de cimentación, como zapatas, dados o losas continuas. Es conveniente que el elemento de transmisión tenga alta rigidez para que las cargas se distribuyan uniformemente a todos los pilotes. Cuando no es posible contar con una cimentación continua que abarque toda el área de la construcción, la transferencia de carga se hace a través de zapatas aisladas, debajo de las cuales se coloca el número de pilotes necesario para resistir la carga transmitida por la columna correspondiente. En este caso el número mínimo de pilotes que debe colocarse debajo de cada zapata es de tres para evitar problemas de inestabilidad del apoyo, a menos que las zapatas estén ligadas entre sí por contratrabes de alta rigidez a flexión.

Cuando hay losas continuas de cimentación, los pilotes se agrupan en la cercanía de las columnas, en número tal que equilibren la carga de cada columna individual; de esta manera se reducen al mínimo las fuerzas internas inducidas en la losa de cimentación por las reacciones de los pilotes.

El cálculo de las fuerzas que actúan en cada pilote individual de un grupo, bajo una zapata rígida, suele hacerse suponiendo que ésta produce una variación lineal de presiones debajo de ella, de manera que es aplicable la fórmula general de flexocompresión. De esta manera, si existen n pilotes de igual sección debajo de una zapata sujeta a una carga

vertical W, aplicada con excentricidades e_x y e_y con respecto al centroide de los pilotes, la carga en cada uno resulta

$$N_i = W\left[\frac{1}{n} + \frac{e_x x_i}{\Sigma x_i^2} + \frac{e_y y_i}{\Sigma y_i^2}\right] \tag{7.29}$$

en que x_i y y_i son las coordenadas de cada pilote con respecto al centroide del grupo. El caso se aprecia en la figura 7.40.

Si, para resistir la fuerza horizontal V, se recurre a inclinar algunos pilotes un ángulo α, el equilibrio implica la ecuación

$$V = \Sigma P_i \operatorname{sen} \alpha$$

en que la suma se refiere a todos los pilotes inclinados el ángulo α y P_i es la capacidad axial de los pilotes. Los pilotes con esta inclinación contribuirán a resistir una carga vertical $N_i = P_i \cos \alpha$.

Por limitaciones de los equipos de hincado se suele limitar la inclinación máxima de los pilotes a uno (horizontal) por cuatro (vertical), o sea $\alpha \leq 14°$.

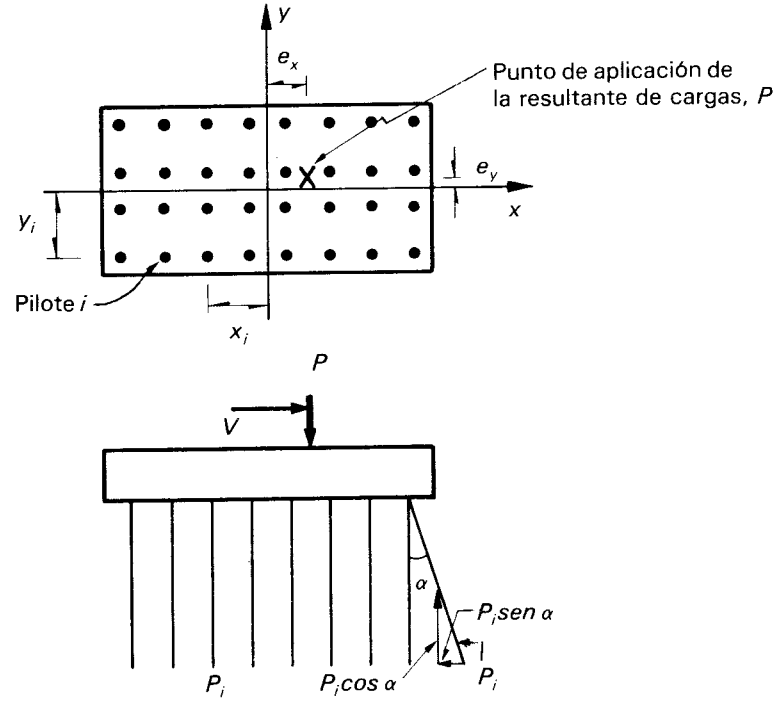
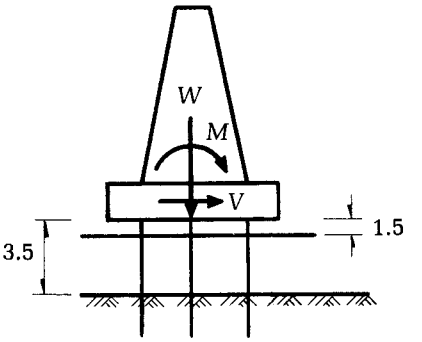


Figura 7.40. Distribución de cargas en un grupo de pilotes.

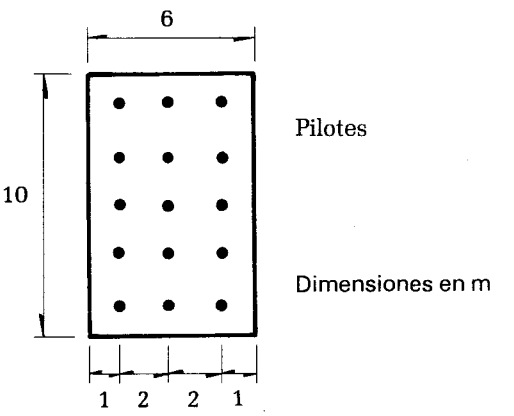
Ejemplo 7.5 Diseño de pilotes bajo una estructura marina

Una estructura costera está soportada por un grupo de pilotes que se encuentran parcialmente sumergidos.

Las dimensiones generales de la base de la estructura son las que se muestran en las figuras *a* y *b* junto con la combinación crítica de cargas que resultan de la superposición de efectos gravitacionales y de viento



a) Esquema de la estructura en elevación



b) Planta

Carga axial en la base = 300 ton
Fuerza lateral = 30 ton
Momento flexionante = 80 ton-m

Los pilotes están hincados en una arcilla limosa medianamente compresible, para la cual se supone un módulo de reacción $k_{s1} = 2$ kg/cm³.

a) Longitud equivalente de empotramiento

Se empleará la ecuación 7.27

$$L_e = 1.4 \left(\frac{EI}{k_s b}\right)^{1/4}$$

en que E es el módulo de elasticidad del concreto que se supondrá igual a

$$E = 15{,}000 \sqrt{f'_c}$$

f'_c es la resistencia especificada del concreto que se considerará de 300 kg/cm². Por tanto

$$E = 15\,000\sqrt{300} = 260\,000 \text{ kg/cm}^2$$

Como estimación inicial se considerarán pilotes de concreto prefabricados de sección circular con diámetro de 40 cm, para los cuales

$$I = \frac{\pi D^4}{64} = \frac{\pi \times 40^4}{64} = 126\,000 \text{ cm}^4$$

Por tanto

$$EI = 260\,000 \times 126\,000 = 3.28 \times 10^{10} \text{ kg-cm}^2$$

b es el ancho de la sección en contacto con el suelo y es igual al diámetro del pilote, por lo que la longitud equivalente vale

$$L_e = 1.4\left(\frac{3.28 \times 10^{10}}{1 \times 40}\right)^{1/4} = 237 \text{ cm}$$

La longitud libre del pilote es, por tanto, la suma del tramo encima del suelo más la longitud equivalente

$$L = 1.5 + 3.5 + 2.4 = 7.4 \text{ m}$$

b) Fuerzas internas de diseño

Los pilotes críticos serán los de las hileras exteriores, en los que se suman los efectos de la carga axial más los del momento flexionante, según la ecuación 7.29

$$P_i = \frac{W}{n} + \frac{Mx_i}{\Sigma x_i^2}$$

n es el número de pilotes = 15

x_i es la distancia de cada pilote al centroide del grupo, por tanto

$$\sum x_i^2 = 5\,[(-2)^2 + 0^2 + 2^2] = 40$$

x_i = 2 m para la hilera más desfavorable, entonces

$$P_i = \frac{300}{15} + \frac{80 \times 2}{400} = 20 + 4 = 24 \text{ ton}$$

La fuerza lateral, V, en la base es absorbida en partes iguales por cada uno de los 15 pilotes y produce un momento flexionante

$$M_i = V\frac{L}{2} = \frac{30}{15} \times \frac{7.4}{2} = 7.4 \text{ ton-m}$$

f'_c es la resistencia especificada del concreto que se considerará de 300 kg/cm². Por tanto

$$E = 15\,000\sqrt{300} = 260\,000 \text{ kg/cm}^2$$

Como estimación inicial se considerarán pilotes de concreto prefabricados de sección circular con diámetro de 40 cm, para los cuales

$$I = \frac{\pi D^4}{64} = \frac{\pi \times 40^4}{64} = 126\,000 \text{ cm}^4$$

Por tanto

$$EI = 260\,000 \times 126\,000 = 3.28 \times 10^{10} \text{ kg-cm}^2$$

b es el ancho de la sección en contacto con el suelo y es igual al diámetro del pilote, por lo que la longitud equivalente vale

$$L_e = 1.4\left(\frac{3.28 \times 10^{10}}{1 \times 40}\right)^{1/4} = 237 \text{ cm}$$

La longitud libre del pilote es, por tanto, la suma del tramo encima del suelo más la longitud equivalente

$$L = 1.5 + 3.5 + 2.4 = 7.4 \text{ m}$$

b) Fuerzas internas de diseño

Los pilotes críticos serán los de las hileras exteriores, en los que se suman los efectos de la carga axial más los del momento flexionante, según la ecuación 7.29

$$P_i = \frac{W}{n} + \frac{Mx_i}{\Sigma x_i^2}$$

n es el número de pilotes = 15

x_i es la distancia de cada pilote al centroide del grupo, por tanto

$$\sum x_i^2 = 5\,[(-2)^2 + 0^2 + 2^2] = 40$$

x_i = 2 m para la hilera más desfavorable, entonces

$$P_i = \frac{300}{15} + \frac{80 \times 2}{400} = 20 + 4 = 24 \text{ ton}$$

La fuerza lateral, V, en la base es absorbida en partes iguales por cada uno de los 15 pilotes y produce un momento flexionante

$$M_i = V\frac{L}{2} = \frac{30}{15} \times \frac{7.4}{2} = 7.4 \text{ ton-m}$$

ya que el pilote puede considerarse empotrado en ambos extremos.

Debe considerarse, además, un momento flexionante adicional debido a una excentricidad accidental que en este caso se tomará como

$$e_{acc} = \frac{t}{10} = \frac{40}{10} = 4 \text{ cm}$$

por ser los pilotes prefabricados

El momento que se ocasiona por el efecto de la carga axial actuando sobre excentricidad accidental es

$$M_{acc} = 24 \times 0.04 = 0.96 \text{ ton-m}$$

que sumado al momento debido a la fuerza lateral da lugar a

$$M = 7.4 + 0.96 = 8.4 \text{ ton-m}$$

Según los criterios del RCDF, similares a los del ACI, los efectos de esbeltez del pilote se toman en cuenta incrementando el momento actuante al multiplicarlo por un factor de amplificación

$$F_a = \frac{C_m}{1 - P_u/P_c}$$

en que C_m es un coeficiente que, para grupos de columnas que pueden desplazarse lateralmente, se toma igual a la unidad; P_u es la carga axial de diseño (que incluye un factor de carga de 1.1 por tratarse de una combinación que incluye acciones accidentales). P_c es la carga crítica de pandeo que vale

$$P_{cr} = \frac{F_R \pi^2 EI}{(L)^2} = \frac{0.75\pi^2 \times 3.28 \times 10^{10}}{740^2} = 443\,000 \text{ kg}$$

de donde

$$F_a = \frac{1}{1 - \dfrac{1.1 \times 24}{443}} = 1.06$$

El momento amplificado resulta

$$M = 1.06 \times 8.4 = 8.9 \text{ ton-m}$$

Aplicando los factores de carga correspondientes a combinaciones con acciones accidentales, las fuerzas internas de diseño son

$$P_u = 1.1 \times 24 = 26.4 \text{ ton}$$

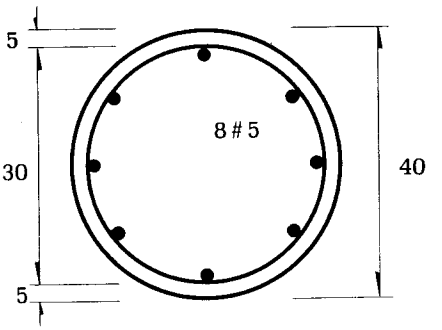
$$M_u = 1.1 \times 8.9 = 9.8 \text{ ton-m}$$

El dimensionamiento puede realizarse a partir de diagramas de interacción en función de las variables adimensionales

$$\frac{P_u}{D_R D^2 f''_c} = \frac{26\,400}{0.75 \times 40^2 \times 0.8 \times 0.85 \times 300} = 0.11$$

$$\frac{M_u}{F_R D^3 f''_c} = \frac{980\,000}{0.75 \times 40^3 \times 204} = 0.10$$

Los diagramas proporcionan la cuantía de refuerzo longitudinal uniformemente distribuido en una circunferencia de diámetro d y en función de la relación d/D, que se tomará, según la figura c igual a 0.75. Se obtiene de dichos diagramas



c) Sección del pilote
Dimensiones en cm

$$q = p \frac{f_y}{f''_c} = 0.25$$

$$p = \frac{0.25 \times 204}{4\,200} = 0.012$$

$$A_s = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi \times 40^2 \times 0.015}{4} = 15.3 \text{ cm}^2$$

Puede usarse

$$8\#5 = 16 \text{ cm}^2$$

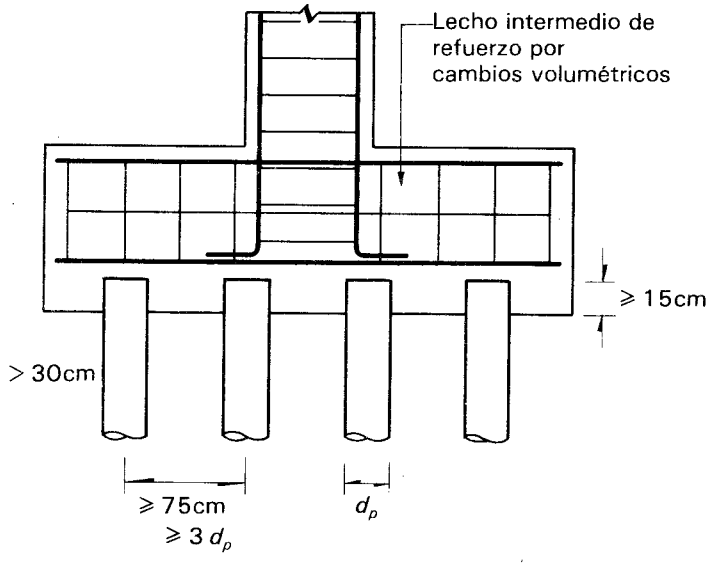
7.5.4 Zapatas y dados sobre pilotes

Como se ha mencionado, para transmitir la carga de la estructura a los pilotes se requieren elementos intermedios que sean capaces de resistir las altas concentraciones de cargas impuestas por los pilotes y las columnas. Estos elementos son zapatas de cimentación y dados, o las contratrabes mismas, en cimentaciones corridas.

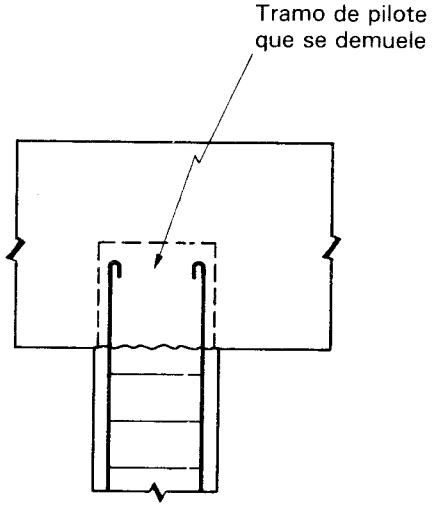
Para lograr una adecuada continuidad es necesario que las cabezas de los pilotes queden ancladas dentro de la za-

pata o dado. Es recomendable que el pilote sobresalga al menos 15 cm del lecho bajo de la zapata y quede ahogado dentro de ésta. En pilotes de concreto reforzado es práctica acostumbrada demoler el concreto en la zona que queda embebida en la zapata y anclar el refuerzo así descubierto al colar el concreto de la zapata (figura 7.41).

Los pilotes se distribuyen bajo la zapata respetando los requisitos de espaciamiento y separación mínima del borde. Es siempre conveniente que, bajo las cargas de servicio, el centro de aplicación de la carga coincida con el centroide de los pilotes. Cuando el número de pilotes bajo una zapata es



a) Disposición del refuerzo y espaciamiento de pilotes



b) Detalle de anclaje del pilote de concreto reforzado

Figura 7.41. Distribución de pilotes bajo una zapata.

alto, las cargas que éstos transmiten se asemejan a una presión uniforme y el diseño de la zapata es idéntico al que se realiza cuando ésta se apoya directamente sobre el suelo. Cuando se trata de pocos pilotes, su efecto sobre la zapata debe considerarse como el de cargas concentradas y debe realizarse el diseño por flexión, por cortante de viga y por cortante de punzonamiento con los mismos criterios expuestos anteriormente. Debe revisarse la posibilidad de punzonamiento de la columna y también de los pilotes. A este respecto es frecuente que, por la distribución relativamente densa de los pilotes bajo la zapata, el área crítica de punzonamiento de dos o más pilotes se sobreponga. En este caso debe revisarse un área crítica común bajo la carga impuesta por los pilotes situados dentro de dicha área de la manera mostrada en la figura 7.42.

Por su notable peralte y por las altas cargas concentradas que tienen que transmitir, es común que las zapatas sobre pilotes se refuercen en ambos lechos y con estribos, colocando además refuerzo en lechos intermedios para cumplir con los requisitos por cambios volumétricos (figura 7.41).

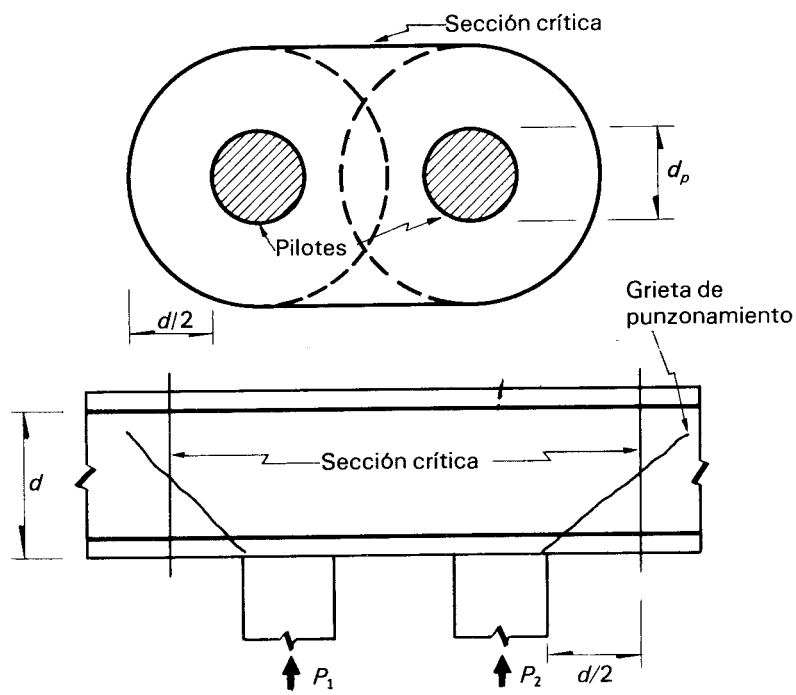


Figura 7.42. Sección crítica por penetración en pilotes próximos entre sí.

REFERENCIAS

7.1 E. Juárez Badillo, y A. Rico, R., "Mecánica de Suelos" dos tomos, 2a. ed., *Limusa*. México.

7.2 C.W. Dunham, "Cimentaciones de Estructuras" 2a. ed., *McGraw Hill*, Madrid.

7.3 J.E. Bowles, "Foundation Analysis and Design", *McGraw-Hill*, Nueva York.
7.4 J.A. Jiménez Salas (editor), "Geotecnia y Cimientos III. Cimentaciones, Excavaciones y Aplicaciones de la Geotecnia". Dos tomos, *Ed. Rueda*, Madrid.
7.5 F.E. Richart, J.R. Hall, y R.D. Wood, "Vibrations of Soils and Foundations", *Prentice Hall*, Nueva Jersey.
7.6 "Diseño y Construcción de Cimentaciones. Normas Técnicas Complementarias del Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal. Con ejemplos". *Instituto de Ingeniería*, México, D.F.
7.7 "Diseño Estructural de Cimentaciones", Cap. C.2.2. del Manual de Obras Civiles *Comisión Federal de Electricidad*, México, D.F.
7.8 E. Rosenblueth, "Seguridad y Diseño Estructural" Cap. 7 de Reinforced Concrete Design. Editado por B. Bresler. *McGraw-Hill*. Traducción al español editada por la Fac. de Ingeniería UNAM.
7.9 R. Meli, y O, Hernández B., "Efectos de hundimientos diferenciales en construcciones a base de muros de mampostería", *Instituto de Ingeniería*, Publ, No. 350, México, D.F.
7.10 A. Flores, V. y L. Esteva, "Análisis y diseño de cimentaciones sobre terreno compresible", *Instituto de Ingeniería*, UNAM, Publ. No. 258, México, D.F.
7.11 Comité ACI 436, "Suggested Procedures for Combined Footings and Mats", *Journal, American Concrete Institute*, v. 63, No. 10.
7.12 "Cimentaciones", Cap. B.2.4 del Manual de Obras Civiles *Comisión Federal de Electricidad*, México, D.F.
7.13 M.T. Davisson y R.W. Robinson, "Bending and buckling of partially embedded piles", *Memorias del VI Congreso Mundial de Mecánica de Suelos y Cimentaciones*, Canadá.

PROBLEMAS

1. Se requiere diseñar una zapata corrida de mampostería de piedra natural debajo de un muro de bloque de concreto de 15 cm de espesor que transmite una carga de 3 ton/m bajo el efecto de las cargas muertas y viva de servicio. La zapata se apoya en una capa de suelo a 0.9 m abajo del nivel del terreno, para la cual se ha determinado una capacidad máxima de 5 ton/m^2. Determinar las dimensiones de la zapata y definir su forma de liga con el muro.
2. Para una situación similar a la del problema anterior, diseñar una zapata corrida de concreto reforzado, si la carga transmitida por el muro es ahora de 8 ton/m. Debe incluirse el dimensionamiento de la zapata.
3. Una columna de concreto transmite por el efecto de cargas verticales más sismo una carga axial de 120 ton y un momento flexionante de 15 ton-m. Diseñe una zapata rectangular de concreto que transmita dichas cargas a un estrato de suelo que se encuentra a una profundidad de 1.3 m para el

que se ha determinado una capacidad de 12 ton/m^2. Haga el dimensionamiento completo de la zapata (rectangular de sección constante).

4. Diseñe una zapata continua bajo columnas de acero espaciadas a cada 4 m, que transmiten cada una carga vertical de 25 ton (por carga muerta más carga viva) sobre un suelo con capacidad de 8 ton/m^2 a una profundidad de desplante de 1.2 m.
5. Una pila de un puente transmite en su base una carga axial de 950 ton y un momento flexionante de 120 ton-m. Se va a cimentar en una zapata sobre pilotes de 20 m de longitud con una capacidad de carga de 30 ton cada uno. Determine el número y posición de los pilotes necesarios.

Nota: En todos los casos las cargas mencionadas son de servicio y la capacidad de carga del suelo se entiende como un valor último y no como una presión permisible.

LA EDICIÓN, COMPOSICIÓN, DISEÑO E IMPRESIÓN DE ESTA OBRA FUERON REALIZADOS
BAJO LA SUPERVISIÓN DE GRUPO NORIEGA EDITORES
BALDERAS 95, COL. CENTRO. MÉXICO, D.F. C.P. 06040
2 14740 000 09 00 544 DP 9200 IE