

Hormigón  
Armado

# Losas



Ing. Jorge R. Bernal

nobuko

Copyrighted material





Ing. Jorge Raúl Bernal

## Losas



Ing. Jorge Raúl Bernal

# Losas

Estudio de las bases de hormigón armado.  
Diseño, cálculo y dimensionado.

nobuko

Bernal, Jorge  
Hormigón armado: losas - 1a ed. - Buenos Aires:  
Nobuko, 2005.  
356 p.; 25x17 cm.

ISBN 987-584-022-X

1. Construcción-Hormigón Armado I. Título  
CDD 693.54.

**Revisión y corrección**

Ing. Omar Salomón

**Dibujos**

Arqta. Patricia Pellizari

**Diagramación**

Ing. Gustavo Zimmermann

Hecho el depósito que marca la ley 11.723  
Impreso en Argentina / Printed in Argentina

La reproducción total o parcial de este libro, en cualquier forma que sea, idéntica o modificada, no autorizada por los autores, viola derechos reservados; cualquier utilización debe ser previamente solicitada.

© Ing. Jorge Raúl Bernal  
Juan B. Justo 66, Resistencia, (3500) Chaco

© 2005 nobuko

ISBN 987-584-022-X

Agosto de 2005

Este libro fue impreso bajo demanda,  
mediante tecnología digital Xerox en  
**bibliográfika** de Veros S.A. Av. El Cano 4048. Capital.  
info@bibliografika.com / www.bibliografika.com

**En venta en:**

LIBRERIA TECNICA

Florida 683 - Local 13 - C1005AAM Buenos Aires - Argentina  
Tel: 54 11 4314-6303 - Fax: 4314-7135  
E-mail: ventas@nobuko.com.ar

FADU - Ciudad Universitaria

Pabellón 3 - Planta Baja - C1428EHA Buenos Aires - Argentina  
Tel: 54 11 4786-7244

### Consideraciones previas.

En general las losas se encuentran algo postergadas en su análisis y estudio porque se considera su cálculo como una extensión del de vigas. Es habitual escuchar o leer que la losa es una "viga de ancho 1,00 metro".

Lo único que puede tener algo de similar con las vigas es la metodología de dimensionado, pero nada más. Porque todo lo referente a solicitaciones, deformaciones y rigideces difiere totalmente de las vigas.

La denominación de "losas" en hormigón armado siempre está referida a elementos donde una de sus dimensiones (el espesor) es mínima respecto a las otras. Así, dentro de la terminología general de losas, entran entrepisos, escaleras, tanques y cubiertas.

En todos estos elementos hay algo en común; reciben directamente las cargas de servicio (sobrecargas) del edificio. A diferencia de las vigas, columnas o bases que reciben las cargas de otros elementos estructurales. El análisis de carga por este motivo es fundamental y le dedicaremos un capítulo entero.

El diseño adecuado de una losa pasa por conocer todas las posibilidades que se pueden presentar con la combinación acertada de sus apoyos, de la dirección de sus armaduras y del espesor. Así, podemos tener losas unidireccionales o cruzadas, macizas o alivianadas. La elección correcta del tipo de losa trae aparejada esbeltez en el sistema y economía de materiales.

En un edificio de altura, el mayor volumen de hormigón se destina a la construcción de las losas, y por ende el mayor peso propio de la estructura la generan ellas mismas. Por ese motivo se busca de varias maneras que el diseño de las losas resulte el óptimo.

En esta serie de trabajos analizo por separado las losas, las vigas, las columnas y las bases. Es un riesgo ordenar el estudio de esta manera, porque se puede pensar que son elementos independientes. Todo lo contrario. En las estructuras de hormigón existen lugares donde la columna, la viga y la losa conviven en el mismo espacio. Son estructuras monolíticas y así hay que diseñarlas. Alerto evitar la confusión entre estudio teórico de los elementos, que se hace por separado; al diseño estructural que se realiza haciendo participar todos los elementos.

## Bibliografía:

Cirsoc 201 y anexos. Proyecto, cálculo y ejecución de estructuras de Hormigón Armado y Pretensado.

Cirsoc 101. Cargas y Sobrecargas Gravitatorias para el cálculo de las estructuras de Edificios.

Cuaderno 220. Iram (versión en español). Comisión Alemana para el estudio de Hormigón Armado.

Cuaderno 240. Iram (versión en español). Comisión Alemana para el estudio de Hormigón Armado.

A. H. Puppo. Cálculo límite de vigas y estructuras aperticadas de hormigón armado. Instituto del Cemento Portland Argentino. Buenos Aires 1980.

H. Rüsck. Hormigón Armado y Hormigón Pretensado. Ed. Ceca. Barcelona 1975.

Löser Benno. Hormigón Armado, métodos de cálculo y dimensionamiento con tablas y ejemplos numéricos. Ed. El Ateneo. Barcelona.

Anderson Moreira Da Rocha. Novo curso práctico de concreto armado. Ed. Científica. Río de Janeiro.

Leonhardt Fritz. Estructuras de Hormigón Armado. Tomos I, II, III, IV. El Ateneo. Buenos Aires.

Hahn J. Vigas continuas, pórticos, placas y vigas flotantes. Ed. Gili. Barcelona.

Possi Azzaro O. Manual de cálculo de estructuras de Hormigón Armado. Aplicaciones de la norma Din 1045. Instituto del Cemento Portland Argentino.

Manual Práctico del Hormigón Armado. Beton Kalender. Ed. El Ateneo. Buenos Aires.

Huber Alfonso. Datos para el proyectista de Hormigón Armado. Inti.

Losas de concreto reforzado. R. Park y W. Gamble. Editorial Limusa. Argentina.

Nawy Edward. Concreto Reforzado. Ed. Prentice Hall. Río de Janeiro.

G. Franz. Tratado del hormigón armado. Tomos I y II. Editorial Gili. Barcelona.

**INDICE****Capítulo uno: Generalidades y clasificación de losas**

- 1.- Generalidades.(17)
- 2.- Diferencias de flexión entre losas y vigas.(19)
- 3.- Clasificación de losas.(21)
  - 3.1.- Compacidad.(21)
  - 3.2.- Disposición de las armaduras.(22)
  - 3.3.- Apoyos.(24)
  - 3.4.- Continuidad.(24)
  - 3.5.- Forma.(26)

**Capítulo dos: Luces de cálculo, cargas y espesores.**

- 1.- Luces de cálculo.(29)
- 2.- Profundidad de los apoyos.(30)
- 3.- Análisis de cargas sobre losas.(30)
  - 3.1.- Cargas de paredes.(31)
  - 3.2.- Sobrecargas.(32)
  - 3.3.- Pisos, morteros y contrapisos.(33)
  - 3.4.- Peso propio de losa.(33)
  - 3.5.- Transmisión de sonidos e instalaciones.(35)
- 4.- Cargas puntuales.(38)
- 5.- Cargas durante la construcción.(38)
- 6.- Losas macizas y alivianadas.(39)

**Capítulo tres: Losas unidireccionales, dimensionado.**

- 1.- Generalidades.(43)
- 2.- Losas isostáticas.(43)
  - 2.1.- Simplemente apoyadas.(43)
  - 2.2.- Losas en voladizos.(44)
  - 2.3.- Empotramientos por torsión.(46)
  - 2.4.- Empotramientos rígidos.(48)
- 3.- Losas continuas o hiperestáticas.(48)
  - 3.1.- Métodos simplificados.(49)
  - 3.2.- Utilización de las tablas.(50)
- 4.- Reducción de momentos en apoyos.(51)
- 5.- Dimensionado.(51)
  - 5.1.- Equilibrio interno.(51)
  - 5.2.- Metodología de dimensionado.(52)

**Capítulo cuatro: Losas cruzadas.**

- 1.- Generalidades.(55)
- 2.- Métodos de cálculo y clasificación.(56)
- 3.- Métodos clásicos (teoría elástica).(57)
  - 3.1.- Riguroso (ecuación de Lagrange).(57)

- 3.2.- Por diferencia finitas.(60)
- 3.3.- Por elementos finitos.(60)
- 4.- Métodos simplificados.(61)
  - 4.1.- Método de Marcus.(61)
  - 4.2.- Método de las bandas.(61)
  - 4.3.- Método del marco equivalente.(62)
- 5.- Método de los modelos.(63)
- 6.- Método del análisis límite.(63)
  - Líneas de fluencia o de rotura.(63)
- 6.- El efecto torsión en las placas.(64)
- 7.- Levantamiento en las esquinas.(65)
- 8.- Criterios y clasificación del efecto esquina.(67)
- 9.- Forma de evitar el levantamiento.(68)
- 10.- Efecto de la mayoración de momentos.(70)
- 11.- Reacciones de las losas sobre los apoyos.(72)
- 12.- Influencia de la flexión en las cargas.(73)

#### Capítulo cinco: Método aproximado cálculo (Marcus).

- 1.- Introducción.(77)
- 2.- Metodología de cálculo.(78)
  - 2.1.- Distribución de cargas.(78)
  - 2.2.- Deformación de la placa.(78)
  - 2.3.- Momentos centro de las franjas.(78)
  - 2.4.- Coeficientes de  $M_f$  y flechas.(79)
  - 2.5.-  $M_f$  en ambas direcciones.(79)
  - 2.6.- Coeficiente reductor.(79)
  - 2.7.- Momentos en el tramo definitivos.(80)
  - 2.8.- Momentos sin armadura de torsión.(81)
  - 2.9.- Momentos en el apoyo.(81)
- 3.- Reacciones en las losas sobre apoyos.(81)
- 4.- Recomendaciones de las normas.(82)

#### Capítulo seis: Losas cruzadas continuas con armaduras cruzadas.

- 1.- Introducción.(85)
- 2.- Artificio de cálculo solicitaciones.(86)
- 3.- Ejemplo de aplicación.(87)
  - 3.1.- Planteo y datos.(87)
  - 3.2.- Esquema de cargas.(88)
  - 3.3.- Cálculo de solicitaciones en tramos.(89)
  - 3.4.- Cálculo de momentos en apoyos.(90)
  - 3.5.- Momento definitivo en apoyo.(90)
- 4.- Losas cruzadas continuas, momentos.(91)
  - 4.1.- Momentos en el apoyo.(92)
  - 4.2.- Momentos en el tramo.(93)
  - 4.3.- Por relación de luces.(94)
- 5.- Losas con voladizo en un extremo.(94)
- 6.- Recomendaciones.(97)

**Capítulo siete: Teoría de las líneas de fluencia.**

- 1.- Introducción.(101)
- 2.- Ventajas principales del método.(101)
- 3.- Algunas desventajas.(102)
- 4.- Formación de las líneas de fluencia.(102)
  - 4.1.- Proceso de conformación de fisuras.(104)
  - 4.2.- Configuración de las fisuras.(106)
- 5.- Comportamiento del material.(107)
- 6.- Determinación de los esfuerzos últimos.(108)
  - 6.1.- Método de los trabajos virtuales.(109)
  - 6.2.- Método del equilibrio de fuerzas.(111)
- 7.- Losa empotrada en todo su perímetro.(112)
- 8.- Losa con grado de empotramiento intermedio.(112)
- 9.- Ecuación general para losas rectangulares.(112)
- 10.- Losas rectangulares con diferente armadura en cada dirección.(114)
- 11.- Simplificación de cálculo.(115)
- 12.- Roturas en esquinas.(115)
- 13.- Recomendaciones.(117)
- 14.- Aplicación y tablas.(118)

**Capítulo ocho: Método de las bandas.**

- 1.- Introducción.(121)
- 2.- Breve explicación del método.(121)
- 3.- Características generales.(124)
- 4.- Losas continuas.(126)
- 5.- Dos maneras de delimitar las áreas de cargas.(127)
  - 5.1.- Líneas con salida de esquina.(128)
  - 5.2.- Líneas con salida de los bordes.(132)
- 6.- Comparación de ambos procedimientos.(132)
- 7.- Bandas de refuerzo.(133)
- 8.- Losas no rectangulares.(134)
- 9.- Esfuerzo de corte.(135)
- 10.- Torsión en las esquinas.(136)
- 11.- Recomendaciones.(136)
- 12.- Losas apoyadas sobre columnas.(137)
  - 12.1.- Introducción.(137)
  - 12.2.- Tipos de áreas.(137)

**Capítulo nueve: Entrepisos sin vigas.**

- 1.- Introducción.(143)
- 2.- Tipos de entrepisos sin vigas.(144)
- 3.- Terminología.(146)
- 4.- Influencia de los capiteles en solicitaciones.(147)
- 5.- Métodos de cálculo.(147)
- 6.- Método aproximado de las vigas y pórticos sustitutos.(148)
- 7.- Cálculo de solicitaciones.(150)

- 8.- Dimensiones mínimas.(153)
- 9.- Armaduras.(154)
- 10.- Losas sobre vigas planas.(155)

#### **Capítulo diez: Losas nervuradas y casetonadas unidireccionales.**

- 1.- Introducción.(159)
- 2.- Determinación de las solicitaciones.(161)
- 3.- Losas nervuradas unidireccionales.(162)
  - 3.1.- Separación entre nervios.(162)
  - 3.2.- Ancho de los nervios.(163)
  - 3.3.- Sobrecargas.(163)
  - 3.4.- Nervios transversales.(163)
  - 3.5.- Estribos.(164)
  - 3.6.- Armadura en la parte superior.(165)
  - 3.7.- Espesores mínimos de placa.(165)
- 4.- Losas alivianadas unidireccionales.(165)
- 5.- Losas alivianadas en dos direcciones.(168)

#### **Capítulo once: Losas casetonadas de grandes luces.**

- 1.- Introducción.(171)
- 2.- Ordenamiento del estudio.(171)
- 3.- Comportamiento según dirección de nervios.(172)
- 4.- Comportamiento estático según separación de nervios.(174)
- 5.- Determinación de solicitaciones.(174)
  - 5.1.- Nervios paralelos a sus bordes.(174)
  - 5.2.- Nervios oblicuos.(175)
- 6.- Detalles constructivos en los casetonados.(177)

#### **Capítulo doce: Losas semiprefabricadas.**

- 1.- Introducción.(183)
- 2.- Metodología de cálculo.(184)
  - 2.1.- Solicitaciones.(184)
  - 2.2.- Dimensionado.(185)
- 3.- Apuntalamiento.(185)
- 4.- Profundidades de apoyo.(185)
- 5.- Hormigonado.(186)
- 6.- Armadura de repartición.(187)
- 7.- Desapuntalamiento.(187)
- 8.- Nervios transversales.(187)
- 9.- Cargas de tabiques.(188)
- 10.- Voladizos.(189)
- 11.- Vigas placas.(189)
- 12.- Vigas invertidas.(190)
- 13.- Cumbreras.(190)
- 14.- Detalles de terminación de las losas.(191)
- 15.- Recomendaciones del Cirsoc.(192)

**Capítulo trece: Corte y punzonado en losas.**

- 1.- Introducción.(195)
- 2.- Corte sobre apoyos lineales.(195)
- 3.- Tablas de tensiones límites en losas.(196)
- 4.- Corte en losas macizas.(197)
  - 4.1.- Valores promedios en losas.(197)
  - 4.2.- Reglas para el dimensionado.(198)
  - 4.3.- Losas sin armaduras de corte.(199)
  - 4.4.- Losas con armadura de corte.(199)
  - 4.5.- Armadura en los bordes libres.(200)
- 5.- Losas nervuradas.(201)
- 6.- Losas semiprefabricadas.(201)
- 7.- Corte sobre apoyos puntuales.(203)
  - 7.1.- Determinación de la tensión de corte  $\tau_r$ .(203)
  - 7.2.- Verificación de la seguridad al punzonado.(205)
  - 7.3.- Aberturas.(207)

**Capítulo catorce: Tanques de agua rectangulares.**

- 1.- Introducción.(211)
- 2.- Clasificación de los tanques.(211)
- 3.- Cargas.(212)
- 4.- Tanque armados en planos horizontales.(215)
- 5.- Tanques armados en planos verticales.(220)
- 6.- Tanques armados en más de una dirección.(223)
- 7.- Tanques con paredes intermedias.(224)
- 8.- Compensación o promedio de momentos en aristas.(226)
- 9.- Paredes que actúan como vigas.(227)
- 10.- Cálculo por líneas de roturas.(227)
- 11.- Recomendaciones.(227)

**Capítulo quince: Escaleras.**

- 1.- Introducción.(233)
- 2.- Tipos de escaleras.(234)
- 3.- Formas de las secciones transversales.(235)
- 4.- Alturas de cálculo.(235)
- 5.- Trazado de la escalera.(236)
- 6.- Primer y último escalón.(238)
- 7.- Cargas y sollicitaciones.(240)
  - 7.1.- Longitudinales simplemente apoyadas.(240)
  - 7.2.- Longitudinales con empotramientos.(241)
  - 7.3.- Cargas en descanso y en tramo.(242)
  - 7.4.- Escaleras transversales.(243)
  - 7.5.- Transversales en voladizo.(244)
- 8.- Escaleras cruzadas.(247)
- 9.- Rigidez flexional en los apoyos.(247)
- 10.- Escaleras de ida y vuelta.(251)

**Capítulo dieciseis: Losas con mallas de acero.**

- 1.- Introducción.(261)
- 2.- Ventajas del sistema.(262)
- 3.- Características mecánicas.(262)
- 4.- Nomenclatura.(263)
- 5.- Formas y colocación de las mallas.(264)
- 6.- Cálculo de las sollicitaciones.(264)
  - 6.1.- Para losas cruzadas.(264)
  - 6.2.- Para losas apoyadas en bordes paralelos.(264)
  - 6.3.- Compatibilización de los apoyos.(265)
- 7.- Alturas de cálculo.(266)
  - 7.1.- Alturas mínimas por deformación.(266)
  - 7.2.- Alturas mínimas por corte.(266)
- 8.- Cuantías.(266)
- 9.- Determinación de la armadura.(266)
- 10.- Tabla de secciones.(267)
- 11.- Empalme de las mallas.(267)

**Capítulo diecisiete: Condiciones de servicio.**

- 1.- Introducción.(271)
- 2.- Evolución en el tiempo.(271)
- 3.- Causas.(273)
- 4.- Regiones de fisuramiento.(276)
- 5.- Tipos de deformaciones.(277)
- 6.- Límites de flechas.(278)
- 7.- Espesor mínimo en losas.(279)
- 8.- Fisuras.(282)
- 9.- Resumen.(283)

**Capítulo dieciocho: Ejemplos prácticos.**

- 1.- Análisis de cargas. Diferentes casos.(287)
- 2.- Losas simples y continuas unidireccionales.(290)
- 3.- Viga incorporada a la losa.(291)
- 4.- Momentos de apoyo en losas continuas.(294)
- 5.- Losas cruzadas con voladizos en extremo.(300)
- 6.- Losas continuas en damero.(304)
- 7.- Líneas de roturas en losa rectangular.(307)
- 8.- Líneas de roturas en losa triangular.(313)
- 9.- Método de las bandas en losa rectangular.(317)
- 10.- Método de las bandas en losa empotrada.(321)
- 11.- Método de las bandas en losa triangular.(323)
- 12.- Entrepisos sin vigas.(325)
- 13.- Escalera simplemente apoyada.(334)
- 14.- Escalera quebrada.(336)
- 15.- Escalera con descanso en voladizo.(339)
- 16.- Cálculo tanque rectangular.(341)
- 17.- Cálculo tanque elevado sobre columnas.(346)
- 18.- Resolución losas continuas con mallas.(354)

Capítulo uno:

1

## GENERALIDADES Y CLASIFICACION

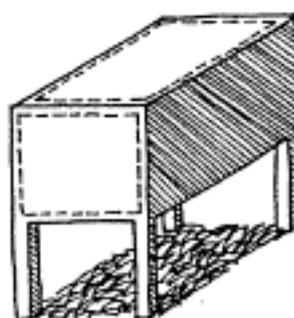
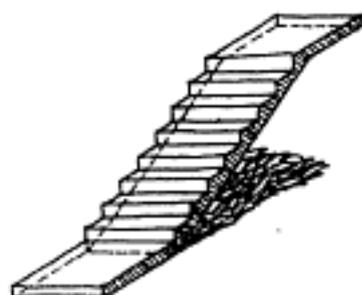
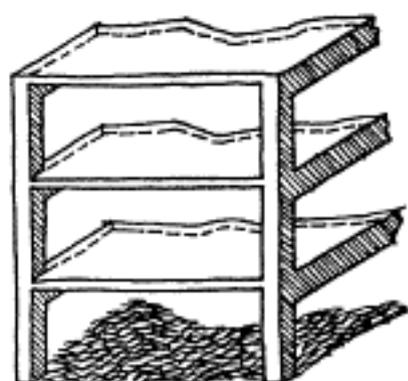
1. - Generalidades.
2. - Diferencias de flexión entre losas y vigas.
3. - Clasificación de losas.
  - 3.1.- Compacidad.
  - 3.2.- Disposición de las armaduras.
  - 3.3. - Apoyos.
  - 3.4. - Continuidad.
  - 3.5. - Forma.



**Capítulo uno: Generalidades y clasificación de losas.****1.- Generalidades:**

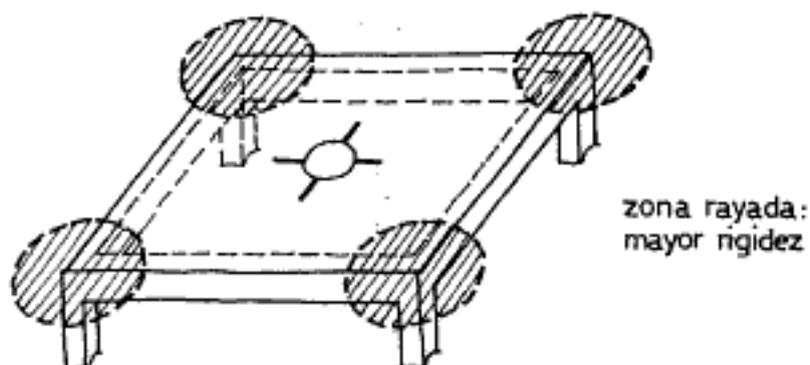
En los edificios cuyo material de estructura es el hormigón armado, las losas se identifican con los entrepisos. Son los elementos superficiales que reciben directamente las cargas, tanto permanentes como variables.

Son las partes de una estructura que se diseñan no sólo para resistir esfuerzos, sino también para cumplir con un destino funcional específico. Así podemos tener losas planas o inclinadas que actúan como cubiertas; losas de accesos o rampas para vehículos; losas planas para los entrepisos y muchos otros destinos más.



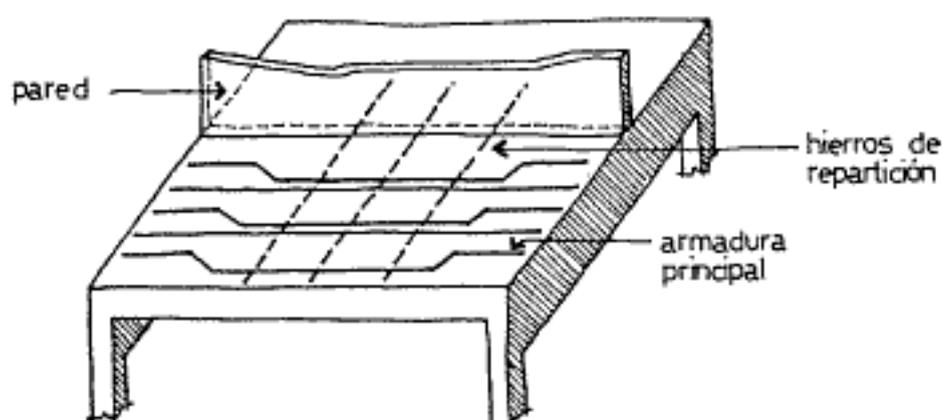
Las losas a diferencia del resto de los elementos estructurales, poseen condiciones de borde muy complejas. De las columnas o vigas podemos decir que sus bordes o extremos son articulados, rígidamente empotrados o elásticamente empotrados, y siempre estaremos hablando de dos extremos únicamente. Mientras que las losas, por ser superficiales pueden tener más de dos apoyos; si ella posee armadura en dos direcciones se apoya en todos sus lados, dispone de cuatro bordes. Y entonces se producen combinaciones de borde que transforman notablemente las formas de trabajo de las losas.

Además, en columnas y vigas, los extremos son puntuales. Es la unión entre la viga y la columna o entre la columna y la base. En las losas, dichas uniones son lineales. Es decir que poseen mayor cantidad de condiciones de borde e incluso éstas pueden llegar a variar a lo largo de los apoyos, como el caso de la figura: una losa cruzada, encuentra una mayor rigidez en las zonas cercanas a las esquinas, donde se une la losa, viga y columna.



Las losas, por ser estructuras superficiales, tienen la capacidad de distribuir los esfuerzos en dos direcciones. Aún en aquellos casos donde se las calculan como simplemente apoyadas, es norma colocar armadura transversal mínima, denominada de repartición, porque se supone que existe distribución transversal de los esfuerzos.

La figura siguiente muestra una pared actuando sobre la losa. No la soporta una única franja, como se supone a veces en el cálculo, sino que existe transferencia de esfuerzos hacia áreas vecinas, por ello se coloca la armadura de repartición.



Todo esto demuestra que el diseño y cálculo de las losas estará distanciado en complejidad y modalidad, respecto al de las vigas.

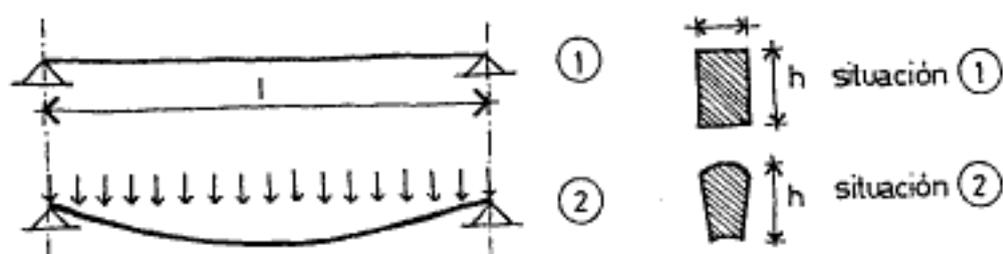
## 2.- Diferencia en el efecto flexión entre losa y viga.

Si bien para simplificar el cálculo las losas se calculan por anchos unitarios, como si se trataran de vigas, el comportamiento de ambas frente a la flexión difiere totalmente.

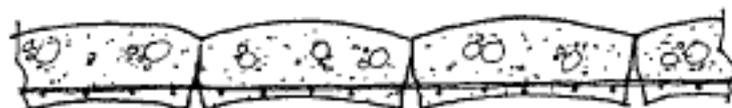
Trataremos de enumerar algunas de esas diferencias.

### 2.1.- Curvaturas transversales.

La viga, por su relativo escaso ancho, se contrae en la zona traccionada y se ensancha en la parte superior. Existe una especie de curvatura transversal en la deformación, denominada "antielástica", dado que es inversa a la elástica longitudinal de la viga. Este efecto lo vemos de una manera exagerada en las figuras siguientes.

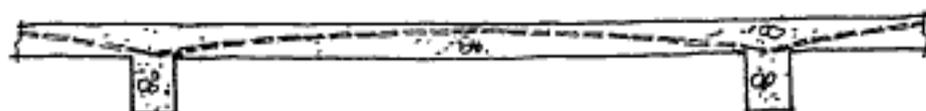


Mientras que en las losas las deformaciones transversales se encuentran impedidas justamente por el extenso "bo". Podemos imaginar que cada franja de losa, se equilibra con la contigua. Se genera así tensiones transversales de tracción y de compresión que es también motivo de la colocación de las denominadas armaduras transversales (hierros de repartición). La figura muestra una idealización del fenómeno.



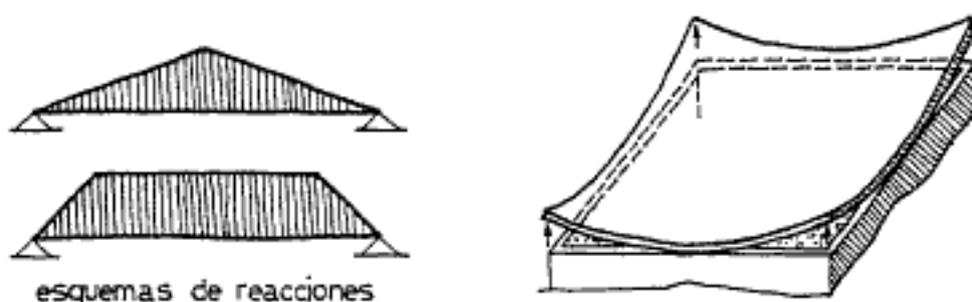
### 2.2.- Acción de membrana.

La mayoría de las losas se encuentran confinadas por condiciones de borde; tales como vigas perimetrales o por otras losas cuando forman un damero. Esas losas tienen restringido el desplazamiento horizontal. Bajo estas condiciones a determinados valores de las cargas se genera un efecto de membrana a la compresión en el interior de la losa que favorece notablemente las resistencias últimas de éstas. En la figura siguiente pretendemos graficar dicho efecto.



### 2.3.- Grado de hiperestaticidad.

Las losas, especialmente las que poseen armaduras cruzadas, presentan un alto grado de hiperestaticidad. Tanto que no se puede hablar de un apoyo uniforme sobre las vigas o paredes. Ya veremos más adelante el llamado efecto de esquina que produce momentos negativos, positivos, torsión y corte en una misma área de la losa. Situación que por su condición de lineal, las vigas no lo sufren.



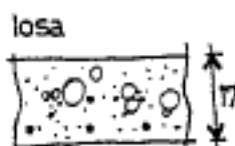
### 2.4.- Alturas mínimas.

Estas son algunas de las tantas diferencias de comportamiento entre losas y vigas que justifican en parte los coeficientes adoptados por los reglamentos para la determinación de alturas mínimas:

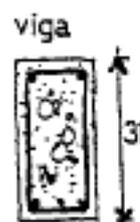
$$\text{viga: } h(\text{mín}) = l/16$$

$$\text{losa: } h(\text{mín}) = l/30$$

Ejemplo:  $l = 5,00 \text{ mts.} = 500 \text{ cm.}$



$$\begin{aligned} \text{viga } h(\text{mín}) &= 500/16 \approx 31 \text{ cm.} \\ \text{losa } h(\text{mín}) &= 500/30 \approx 17 \text{ cm.} \end{aligned}$$



### 3.- Clasificación de las losas.

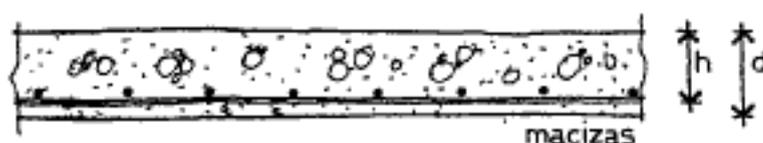
Para ordenar el estudio, es conveniente realizar una clasificación según las características:

de su compacidad  
de las armaduras  
de sus apoyos  
de su continuidad  
de su forma

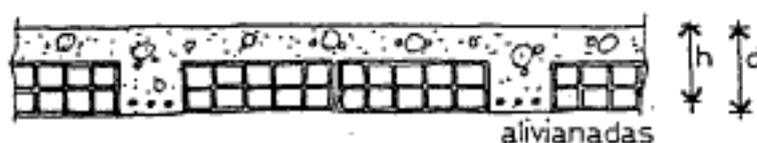
#### 3.1.- Su compacidad.

Es la forma que se constituye transversalmente; de su geometría en corte. Y nos encontramos con diversos tipos:

a) **Macizas:** Ejecutadas totalmente con hormigón y acero.

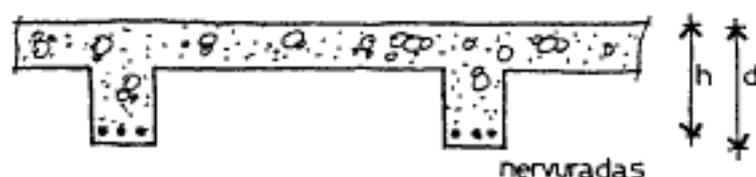


b) **Alivianadas:** Ejecutadas con la incorporación de algún material más liviano que el hormigón, y que se lo coloca en las zonas de tracción.



Habitualmente se utilizan ladrillones huecos que colocados según un cierto orden, pueden formar nervaduras en las losas donde se colocarán los hierros que resisten a la tracción.

c) **Nervuradas:** Cuando las losas alivianadas resultan de gran espesor, es conveniente que los nervios queden separados mediante espacios vacíos. Sin la incorporación de materiales livianos.



#### d) Losas con elementos pretensados:

Las más comunes son aquellas ejecutadas con viguetas pretensadas y ladrillones cerámicos o de hormigón. Este tipo de losas trae aparejada una gran economía de encofrados y puntales.



#### e) Luces entre apoyos.

En el cuadro siguiente se indican las luces máximas habituales para losas armadas en una sola dirección. Luego veremos que estas luces se modifican si las condiciones de borde de la losa varía.

tipo de losa	luces habituales
losa maciza	hasta 5,00 metros
losa alivianada	hasta 7,00 metros
losa nervurada	hasta 10,00 metros
losa premoldeadas	hasta 7,00 metros

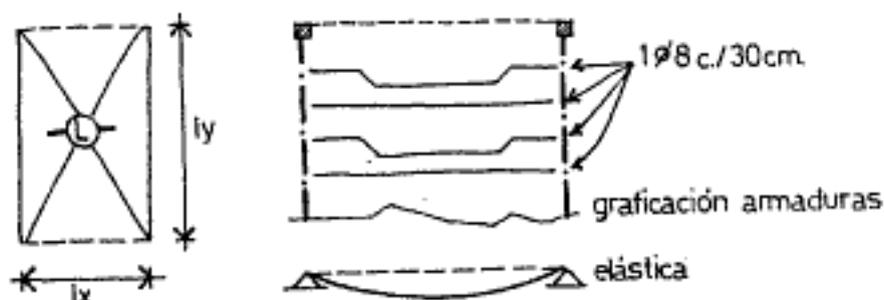
Las cargas que afectan a las losas indicadas en el cuadro, son las comunes para edificios de oficinas o viviendas en alturas, aproximadamente 700 a 800 kg/m<sup>2</sup>.

### 3.2.- Disposición de las armaduras.

El comportamiento de las losas frente a las sollicitaciones depende de la forma y dirección de las armaduras, así tenemos:

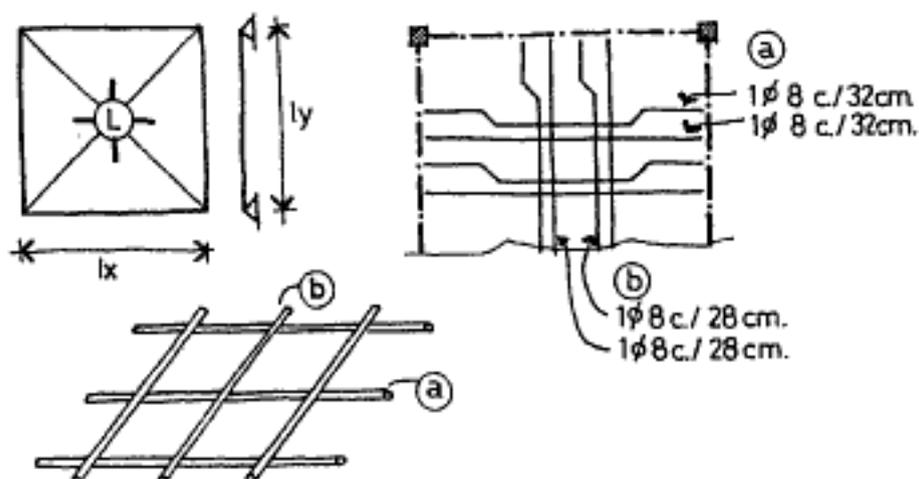
#### a) Losas armadas en una dirección:

Los hierros se orientan en una dirección. En este tipo de losas se encuadran los voladizos y aquellas cuya relación de lados es mayor de 2 ( $l_y/l_x > 2$ ) o las que disponen únicamente de dos líneas de apoyos paralelos. Su elástica es de simple curvatura.



## b) Losas armadas en dos direcciones:

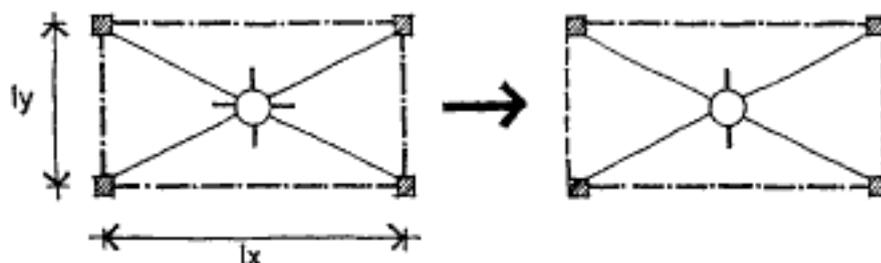
Cuando se disponen más de dos apoyos paralelos, las losas pueden ser armadas con hierros en direcciones cruzadas. Son llamadas también losas cruzadas. Flexionan con doble curvatura y las cargas se distribuyen en ambas direcciones.



El comportamiento estructural de este tipo de placas es complejo. Tanto que en aquellas losas apoyadas en todo su contorno sus esquinas tienden a levantarse. Esto lo analizaremos en profundidad cuando abordemos el tema de las losas con armadura de torsión para evitar el levantamiento de sus esquinas.

El matemático francés, Lagrange fue quien por primera vez, en 1811, durante la corrección de un trabajo realizado por un estudiante de la Academia Francesa de Ciencias, planteó las ecuaciones correctas para el análisis de este tipo de losas.

Si la losa apoyada en todo su contorno, tiene uno de sus lados superior o igual a dos veces el otro lado, se plantea una situación muy particular. Esta losa soporta las cargas como si fuera una losa apoyada únicamente en sus lados mayores. Es que la flexión elegirá el camino más corto para resistir.



### 3.3.- Según sus apoyos.

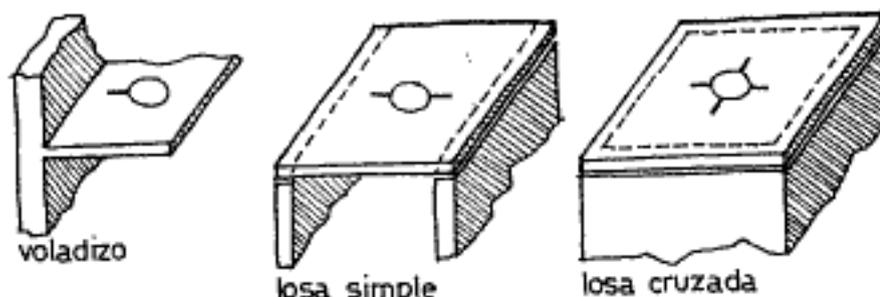
Con los apoyos se diferencian dos grandes grupos de losas:

a) losas sobre apoyos lineales: son las más comunes, y pueden plantearse los siguientes casos:

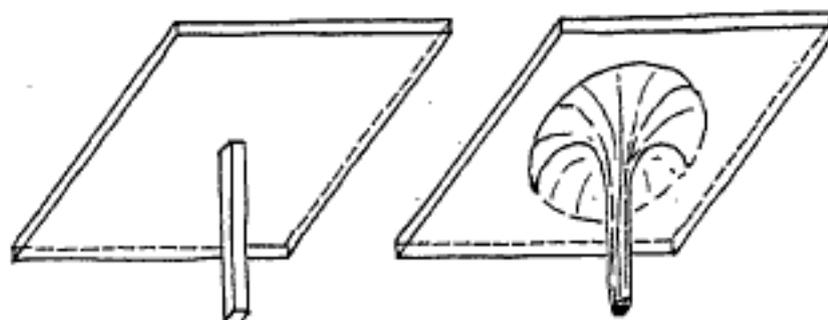
apoyan en uno de sus lados (voladizo)

apoyan en lados paralelos (losa simple)

apoyan en más de dos lados (losas cruzadas).



b) losas sobre apoyos puntuales: (entrepisos sin vigas) apoyan sobre columnas. En algunos casos en forma directa y en otros con un capitel en las columnas. En éste último las losas suelen ser llamadas losas tipo hongos.

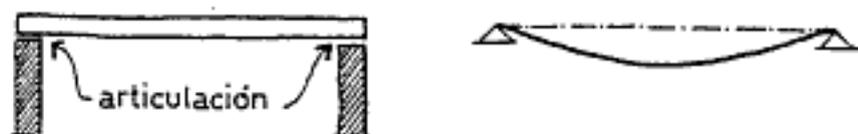


### 3.4.- Continuidad de las losas.

Así como las vigas, las losas pueden ser simples y aisladas o generar continuidad con el resto del sistema estructural.

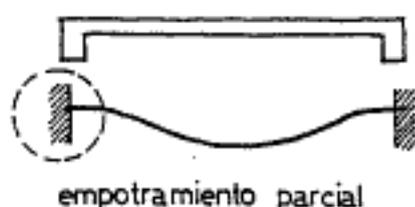
a) Losa simple, con libre rotación.

Se presenta en aquellos casos donde las losas apoyan sobre mampostería. No existiendo monolitismo en el apoyo. Las losas se deforman y giran libremente sin ningún tipo de empotramiento elástico en los apoyos.



### b) Losa simple, con rotación restringida.

La mayoría de las losas se encuentran monolíticamente unidas a las vigas, esta situación genera en los apoyos de las losas cierto empotramiento que resulta favorable para su estabilidad.

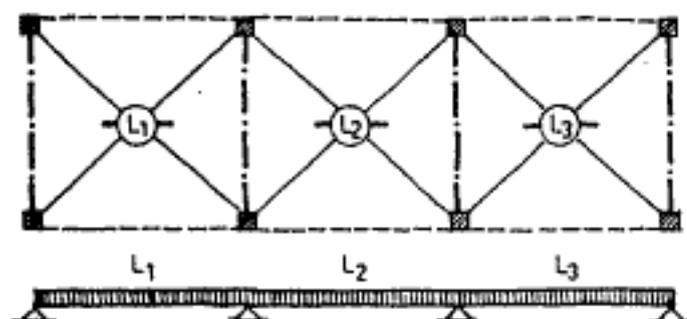


Este empotramiento parcial está dado por la rigidez a torsión de las vigas de apoyo que se reduce bruscamente cuando la viga pasa del Estado I (sin fisurar) al Estado II (fisurada).

Por estas circunstancias, en general, para el cálculo y dimensionado de las simplemente apoyadas, no se tiene en cuenta esta rigidez en los extremos.

### c) Losas continuas en una dirección.

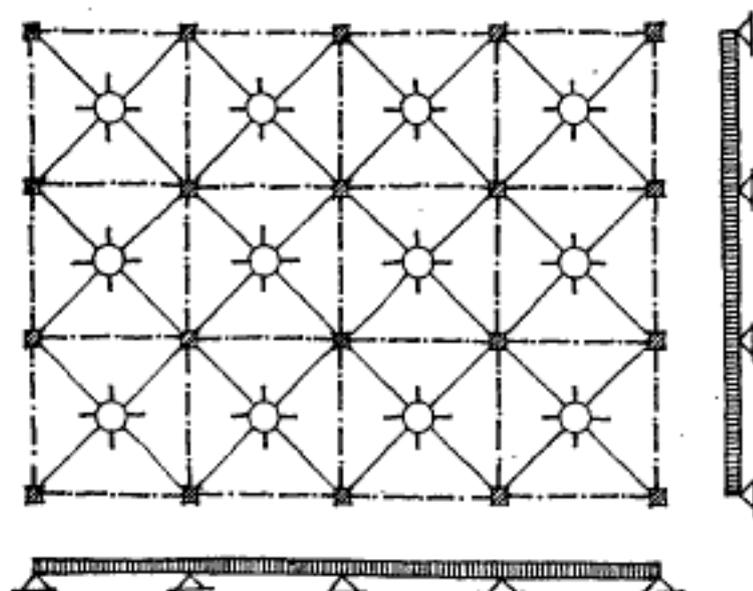
Tanto apoyadas sobre mampostería como sobre vigas, las losas pueden ser diseñadas como continuas en una dirección. El procedimiento para el cálculo de las solicitaciones es similar al de las vigas continuas.



### d) Losas continuas en dos direcciones.

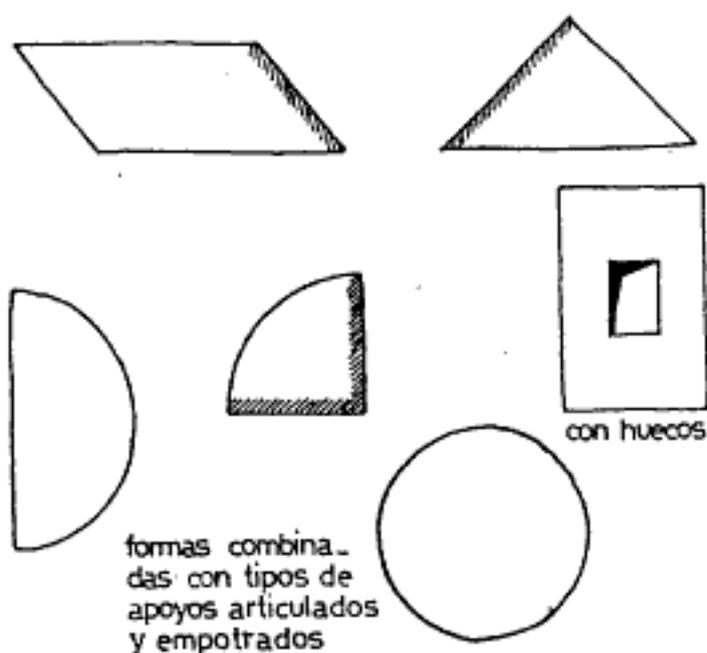
Son las denominadas losas en dameros. Como un tablero de ajedrez, las losas generan continuidad en dos direcciones. Si bien su dimensionado posee complicaciones son las losas de menor espesor y consumo de hierro.

Este tipo de placas son altamente hiperestáticas y por la ductilidad del hormigón y el acero se permiten grandes redistribuciones de momentos. Es por ello que este tipo de losas en muchos casos se las analizan por el denominado "método de las líneas rotura", dado que la capacidad máxima soporte de una losa se detiene cuando se presentan líneas de agrietamiento.



### 3.5.- Formas de las losas.

Las losas por ser elementos superficiales que se ajustan a las plantas arquitectónicas y otras por resultar parte de depósitos, tabiques o escaleras, poseen una gran variedad de formas. Citaremos en las figuras que siguen, algunas de ellas.



Capítulo dos :

2

## LUCES Y CARGAS

### EN LOSAS

1. - Luces de cálculo.
2. - Profundidad de los apoyos.
3. - Análisis de cargas sobre losas.
  - 3.1. - Cargas de paredes.
  - 3.2. - Sobrecargas.
  - 3.3. - Pisos, morteros y contrapisos.
  - 3.4. - Peso propio de losa.
  - 3.5. - Transmisión de sonidos y las instalaciones.
4. - Cargas puntuales.
5. - Cargas durante la construcción.
6. - Losas macizas y alivianadas.



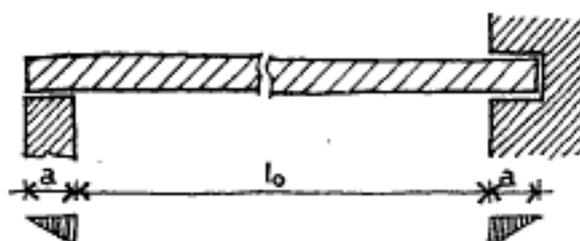
Capítulo dos: Luces de cálculo, cargas y espesores.

1.- Luces de cálculo.

La distancia entre apoyos teóricos que se debe adoptar para la determinación de las solicitaciones, en general depende del grado de rigidez de los apoyos. Así las luces de cálculo se disponen según:

1.1.- Sin restricción al giro.

Es el caso de las losas apoyadas sobre mampostería.



$l_0$ : distancia entre paramentos internos de las paredes  
 $a$  : profundidad del apoyo  
 $l_c$ : luz de cálculo

$$l_c = l_0 + (a_1 + a_2) / 3$$

$$l_c = 1,05 \cdot l_0$$

Se adopta el menor valor.

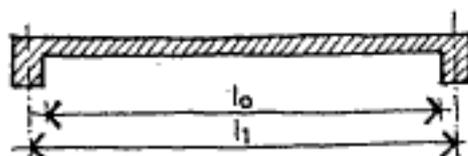
1.2.- Con restricción parcial o total al giro.

Es el caso de las losas apoyadas sobre vigas, éstas le permiten cierta rotación.

$l_1$  distancia entre ejes de apoyos

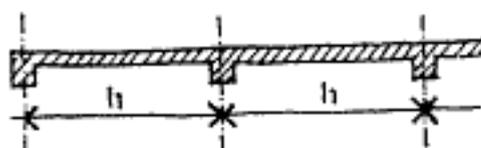
$$l_c = l_1$$

$$l_c = 1,05 \cdot l_0$$



1.3.- En losas continuas.

$$l_c = l_1$$





- a) Cargas lineales de paredes.
- b) Sobrecargas.
- c) Pisos.
- d) Mortero de asiento.
- e) Contrapisos.
- f) Peso propio de la losa.
- g) Cielorraso.

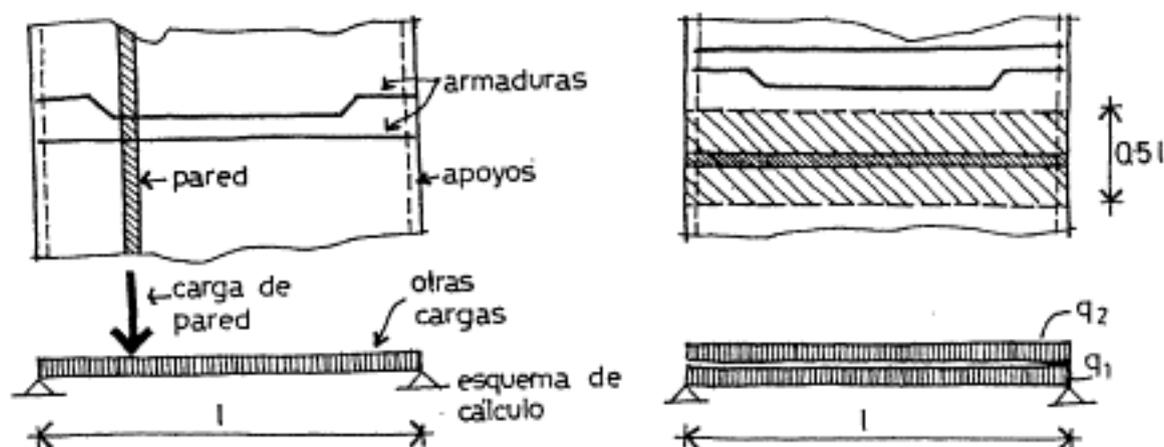
### 3.1.- Cargas de paredes.

En los edificios en altura, las paredes divisorias internas se distribuyen en toda la planta. Algunas coinciden con las líneas de vigas y otras apoyan sobre las losas en diferentes direcciones. En el peso de las paredes con se descuentan los vacíos por aberturas.

Para simplificar el cálculo se consideran anchos de losas resistentes según el tipo de carga y su dirección respecto de las armaduras principales. Así podemos clasificarlas según:

#### 3.1.1.- Lineales (perpendicular a las armaduras):

Las paredes poseen dirección normal al de las armaduras. Para el cálculo de las solicitaciones, se consideran como cargas concentradas, tal como se muestra en la figura.



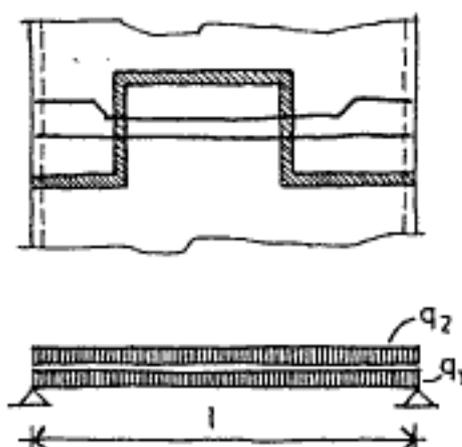
#### 3.1.2.- Lineales (paralelas a las armaduras):

Cuando la pared en toda su longitud es paralela a las armaduras, se considera como distribuida en una faja de una ancho igual:

$$a = 1/2.l$$

### 3.1.3.- Lineales con quiebres:

En aquellos casos donde las paredes se desarrollan en diferentes direcciones, se puede distribuir el peso uniformemente.



### 3.1.4.- Puntuales o en rectángulo.

Para los casos de fuertes cargas puntuales, lineales o rectangulares, el ancho colaborante se puede determinar mediante lo establecido en el Cuaderno 240 de las normas Din 1045 (tabla 2.1.). En capítulos siguientes analizaremos en profundidad la acción de estas cargas.

### 3.2.- Sobrecargas.

Se constituyen por todas las cargas móviles y de servicio que actúan sobre la losa. En el Reglamento Cirsoc 101, se establecen los valores de las cargas y sobrecargas gravitacionales para el cálculo de las Estructuras de los Edificios.

Es de fundamental importancia dejar claramente indicado el destino del edificio. Porque hay muchas ocasiones donde por diversas circunstancias y durante el transcurso del tiempo se cambian o modifican los usos del edificio. En ocasiones algunos edificios han sido calculados y dimensionados para viviendas y luego se utilizaron como depósitos o archivos, cambiando las sobrecargas, motivando fallas o fisuras que alertaron del mal uso de la construcción.



Otra forma muy común de preveer el espesor de la losa es utilizar los valores "m", para alturas mínimas de deformación, tal como se indican en las siguientes tablas:

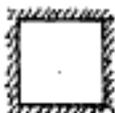
$$h = l/m$$

$h$  = altura de losa  
 $l$  = luz de cálculo  
 $m$  = coeficiente de tabla

losas armadas en una dirección

tipo de losa	esquema	(m)
voladizo		12
simplemente apoyada		30
apoyada empotrada		35
empotrada empotrada		40

losas armadas en dos direcciones

tipo de losa	esquema	(m)
apoyadas en sus cuatro lados		50
empotrada en uno o dos de sus lados		55
empotrada en todos sus lados		60

En caso de losas alivianadas o nervuradas, el peso por metro cuadrado de las mismas se debe calcular teniendo en cuenta el peso de los elementos incorporados entre nervios o los vacíos.

### 3.5.- Transmisión de sonidos y las instalaciones.

Sobre las losas de hormigón armado se coloca una capa de hormigón pobre (generalmente de cascote) denominado contrapiso, con espesores promedios de 10 cm. y lo insólito de esta severa carga sobre las losas es que en muchas ocasiones no es necesaria.

Además, el diseño de los contrapisos (espesores y materiales), en la mayoría de las obras se lo deja en manos de los albañiles o contratistas. No se proyectan los contrapisos teniendo en cuenta sus reales funciones.

Y esto es lo que vamos a analizar seguidamente, indicando las causas y los motivos de la colocación de contrapisos, a efectos de reducir las cargas sobre las losas.

#### 3.5.1.- El sonido y las vibraciones.

Durante el uso de un edificio se generan tres tipos característicos de efectos que los podemos resumir como:

sonidos transmitidos por el aire: son aquellos que se producen dentro de una habitación y cuyas fuentes son ajenas a los elementos estructurales o de cierre del edificio. Por ejemplo el sonido de una conversación.

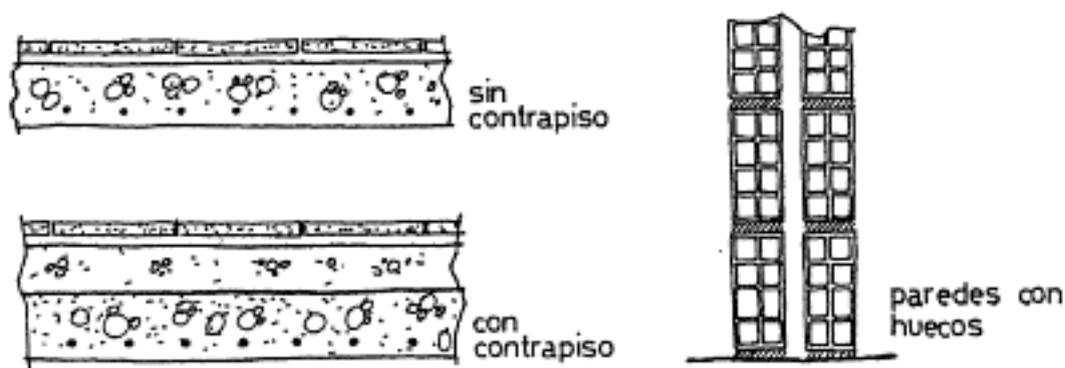
sonidos emitidos por fuentes sólidas: son producidos por elementos propios del edificio, por el ejemplo el impacto de cualquier elemento sólido sobre partes del edificio, por ejemplo, golpear una pared o caminar con pasos firmes sobre un entrepiso pueden crear sonidos que son transmitidos a otros ambientes.

vibraciones: estas no producen sonido. No se encuentran en la zona de frecuencia audible. Las vibraciones y trepidaciones se perciben con el tacto. Los espesores mínimos recomendados por los reglamentos se orientan justamente a evitar este tipo de efectos en las estructuras.

En muchos casos las vibraciones van acompañadas también de sonido. El caminar descalzo o con zapatos de tacos sólidos provocan diferentes efectos; el primero puede generar una vibración no audible y el segundo acompañado por el característico sonido de un taconeo.

Todos estos efectos, los audibles o no son necesarios amortiguarlos en un edificio, especialmente si este es destinado a viviendas. De los sonidos definidos anteriormente, el producido por fuentes sólidas es el más difícil de disminuir. Y es allí donde el espesor de las paredes o de los pisos juegan un papel primordial.

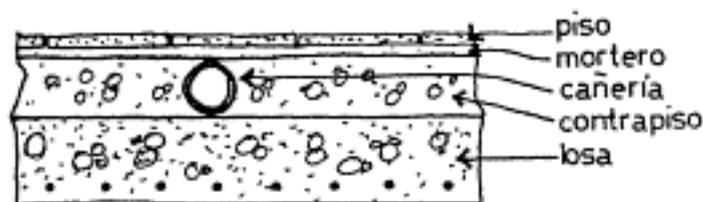
En el caso de las paredes se pueden incluso utilizar cámaras de aire. Pero en los pisos es casi imposible; entonces se recurre a un aumento de su espesor con la construcción del contrapiso.



En todos los casos anteriores el contrapiso es requerido para amortiguar los sonidos entre ambientes de diferentes niveles. Si los pisos fueran de alfombra o de goma, por atenuar los sonidos se pueden evitar los contrapisos.

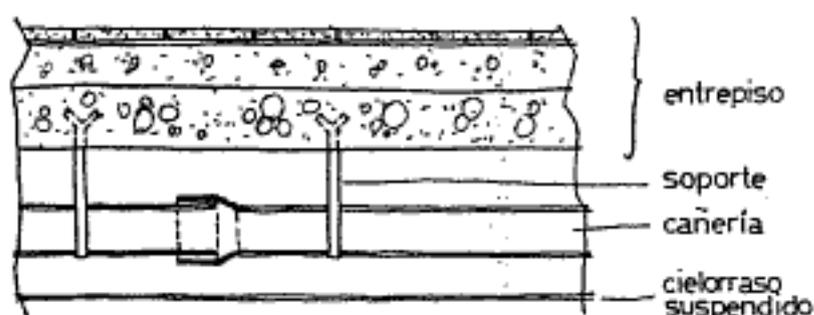
### 3.5.2.- las cañerías.

En los baños o cocinas, donde se concentran la mayor cantidad de cañerías, especialmente las primarias que actúan por gravedad y necesitan pendientes, deben ser cubiertas con contrapisos antes de la colocación de los pisos. En la mayoría de las construcciones, el contrapiso queda definido por el diámetro de cañería que apoya sobre losa.



En el mercado existen piezas especiales de hierro fundido que evitan "levantar" de manera excesiva el contrapiso. Un buen diseño de la instalación sanitaria puede evitar pesos excesivos en los contrapisos.

Otra alternativa es colocar la cañería debajo de la losa y ocultarla mediante cielorrasos suspendidos.



### 3.5.3.- los desniveles.

Los errores constructivos en la mayoría de los casos se los corrigen o "tapan" con revoques o contrapisos, inclusive en algunos con cielorrasos.

En losas mal ejecutadas, o con descensos de encofrados, o mal niveladas, es el contrapiso quien deberá nivelar y corregir todas las imperfecciones, antes de colocarse el piso. Teóricamente una obra bien ejecutada no debe requerir contrapisos para salvar errores constructivos.

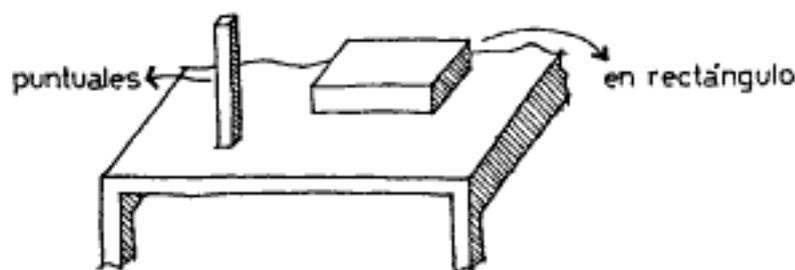


En algunas ocasiones, cuando las deformaciones son muy acentuadas, es necesario disimularlas en la parte inferior de la losa y para ello se recurre a cielorrasos aplicados de mucho espesor que aumentan notablemente la carga sobre la losa.

#### 4.- Cargas puntuales.

En algunas raras ocasiones se pueden presentar cargas puntuales o de tránsito de vehículos, en estos casos, es conveniente diseñar las losas como macizas y con armadura en ambos sentidos, dado que produce un importante efecto de repartición de las cargas.

Algunas cargas puntuales pueden producir fuertes tensiones de punzonamiento. El análisis en profundidad del problema lo analizaremos en el capítulo correspondiente a corte y punzonado.



#### 5.- Cargas durante la construcción.

En todos los edificios de varias plantas, durante su construcción, se presentan cargas no previstas en el cálculo y que pueden ser más desfavorable que las de servicio normal. En general estas fuertes cargas son atenuadas con adecuados apuntalamientos de las losas.

Las cargas de construcción las podemos clasificar en:

5.1.- Cargas de acopio: En aquellos casos donde el espacio para obrador, máquinas y acopio de materiales es muy reducido, se utilizan las losas como depósitos. Y sobre ellas se acumulan diferentes materiales de obra, todos de elevados pesos específicos que generan fuertes cargas.

5.2.- Cargas de hormigonado: El encofrado de la losa superior se apuntala sobre la inferior. Es decir que toda la carga muerta de la masa de hormigón durante el proceso de hormigonado debe ser soportada por las losas de abajo.

Ambas cargas, que podríamos clasificarlas como accidentales de construcción, desaparecen luego de finalizada la obra. Es por ello que no se las tiene en cuenta en el cálculo, siempre y cuando se realice un adecuado apuntalamiento.

La sección de los puntales, como la separación entre ellos, deberán ser calculados en función de las cargas que reciben.

Una buena costumbre es tratar de hacer los acopios de materiales sobre las líneas o zonas de vigas, así los apuntalamientos se realizan únicamente bajo ellas.

#### 6.- Comparación de los pesos propios de las losas macizas con las alivianadas.

Es conveniente tener una idea clara de la notable diferencia entre los pesos propios de losas macizas y alivianadas. En la tabla que sigue se muestran los valores de cada una de ellas.

d: altura total de losa.  
e: altura capa compresión.  
h': altura del ladrillón.



tabla comparativa de pesos propios de losas

d	maciza	alivianada	e	h'
(cm)	(kg/m <sup>2</sup> )	(kg/m <sup>2</sup> )	(cm)	(cm)
8	192	-	-	-
10	240	-	-	-
12	288	139	3	9
13	312	161	4	9
14	336	183	5	9
15	360	-	-	-
16	384	167	3	13
17	408	189	4	13
18	432	211	5	13
19	456	-	-	-
20	480	203	3	17
21	504	225	4	17
22	528	247	5	17

En la mayoría de los casos la losa maciza posee un valor de peso propio más que el doble. De allí la necesidad de prestar mucha atención al diseño de las losas, principalmente aquellas de gran espesor donde se puede justificar plenamente el uso de elementos huecos para disminuir sus pesos.



Capítulo tres :

# 3

## LOSAS UNIDIRECCIONALES, DIMENSIONADO.

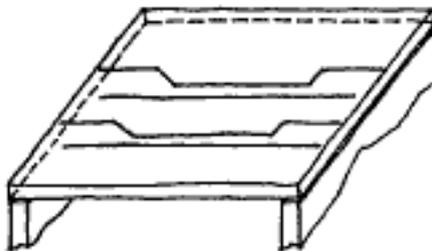
1. - Generalidades.
2. - Losas isostáticas.
  - 2.1. - Simplemente apoyadas.
  - 2.2. - Losas en voladizos.
  - 2.3. - Empotramientos por torsión.
  - 2.4. - Empotramientos rígidos.
3. - Losas continuas o hiperestáticas.
  - 3.1. - Métodos simplificados.
  - 3.2. - Utilización de las tablas.
4. - Reducción de momentos en apoyos.
5. - Dimensionado.
  - 5.1. - Equilibrio interno.
  - 5.2. - Metodología de dimensionado.



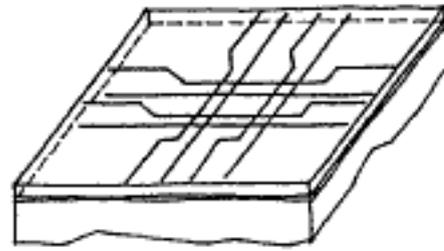
**Capítulo tres: Solicitaciones en losas con armadura unidireccional.**
**1.- Generalidades.**

Como ya lo adelantamos en capítulos anteriores las solicitaciones de las losas depende fundamentalmente de la dirección de las armaduras; hay dos grandes grupos:

- a) armadas en una sola dirección.
- b) armadas en dos direcciones.



losa con  
armadura unidireccional



losa con  
armadura cruzada

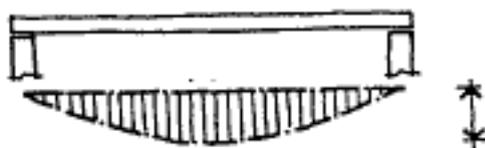
En losas armadas en una sola dirección, sean isostáticas o continuas, el cálculo es similar al realizado para las vigas. Es más, las tablas para el cálculo de solicitaciones en vigas son utilizadas para losas. Aplicándose también las reducciones correspondientes por redistribución de momentos.

La situación se complica sustancialmente cuando se analizan las losas con armaduras cruzadas (placas), dado que las cargas y sus acciones se distribuyen en ambas direcciones. Además entre las placas se pueden distinguir diferentes situaciones según las condiciones de borde imperantes y que las estudiaremos en detalle en capítulos siguientes. En este capítulo estudiaremos exclusivamente a las losas armadas en una dirección.

**2.- Losas isostáticas.**
**2.1.- Simplemente apoyadas (libre giro en apoyos).**

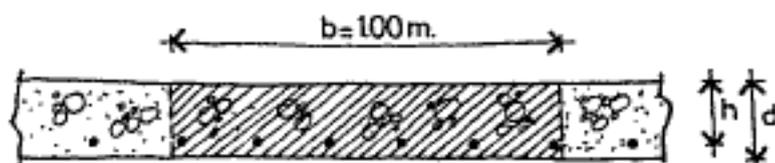
En los casos de losas simplemente apoyadas con carga uniforme sobre mampostería o sobre perfiles metálicos, se determinan los momentos flectores mediante la expresión:

$$M_f = q \cdot l^2 / 8$$



En estos tipos de apoyos la libertad de giro en sus extremos es total, siempre y cuando no apoyen grandes cargas en los bordes de la losa que pueden generar cierto empotramiento.

Las armaduras se calcularán como viga de ancho unitarios ( $b_0 = 1,00$  mt.).



## 2.2.- Losas en voladizos.

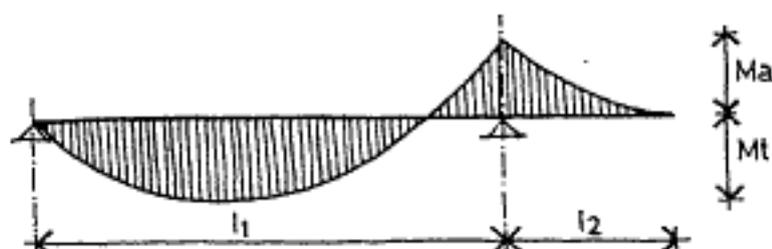
Entre los sistemas isostáticos, se encuentran las losas unidas a otras en voladizos. Esta combinación de losas requiere un tratamiento especial, tanto en el cálculo de las deformaciones como de las solicitaciones.

Los momentos de tramo " $M_t$ " y los de apoyo " $M_a$ ", conviene que posean cierta similitud en su valor absoluto, a los efectos de aprovechar adecuadamente la altura total de losa.

Esta recomendación es factible materializarla en muy contadas ocasiones, dada la imposibilidad de imponer en el diseño general de la estructura relación de luces que satisfagan todos los requerimientos.

De cualquier forma, la relación más adecuada para una cierta igualdad en los momentos flectores es:

$$l_2/l_1 \approx 0,42$$

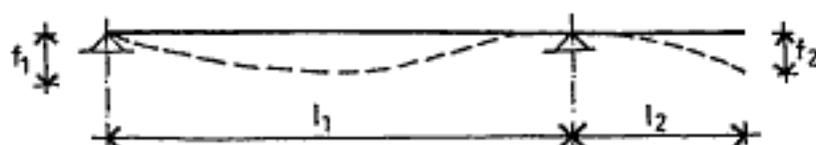


En cuanto al valor de las deformaciones (flecha), son diferentes para el tramo que para el voladizo. Este último, por sus condiciones de borde libre, posee mayor deformabilidad que el tramo. Tal es así que las recomendaciones de los reglamentos establecen alturas mínimas distintas:

para el tramo	$h \leq 11/35$
para voladizo	$h \leq 12/12$

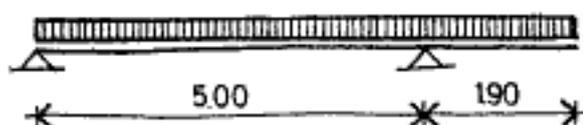
Volcado esto a la relación de luces, para que se obtengan flechas similares tanto en el tramo como en el voladizo, se debe cumplir con:

$$l_2/l_1 \approx 0,34$$



Como resumen de estas consideraciones, es conveniente tomar relaciones de luces que oscilan entre los 0,35 y 0,40.

Por ejemplo, para una losa de 5,00 metros de luz en el tramo, le correspondería un voladizo de 1,90 metros si consideramos una relación promedio de  $l_2/l_1 = 0,38$ .



Los descensos que se producen en los extremos de los voladizos deben ser analizados con mucho cuidado cuando las luces son grandes ( $> 2,50$  mts). Dichos descensos se producen por diferentes circunstancias:

- (1) por la condición elástica del material
- (2) por el grado de empotramiento en el apoyo
- (3) por fluencia lenta del hormigón



La figura anterior muestra un voladizo que se empotra en una losa contigua. Las deformaciones (descenso) que sufre el voladizo luego del desencofrado es la deformación elástica y que depende de la carga actuante. Se suma a dicha flecha la deformación que puede tener la losa adyacente, dado que si es de poca

rigidez, genera un empotramiento muy débil. Inclusive pueden presentarse flechas negativas en el tramo por el fuerte momento generado por el voladizo. Luego con el tiempo, el descenso continua por la fluencia lenta del hormigón.

Algunos autores citan casos de construcciones donde el descenso de voladizos causó inconvenientes muy serios. Así por ejemplo en el caso de la figura siguiente, el voladizo originariamente fue proyectado con pendiente hacia atrás y luego por las deformaciones producidas se invierte la pendiente con las desagradables consecuencias estéticas y de escurrimiento de las aguas.



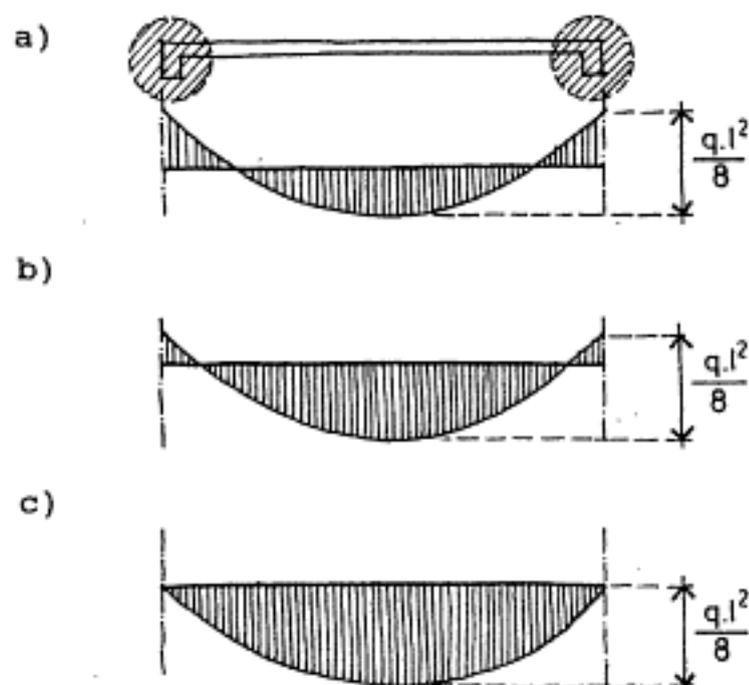
Por todo lo antes dicho, es conveniente analizar el dimensionamiento de las losas no sólo tomando al momento flector como único parámetro, sino también las posibles deformaciones de la misma, temas estos que los estudiaremos detenidamente en el capítulo que trata las condiciones de servicio de las losas.

### 2.3.- Empotramientos por torsión.

Aquellas losas que fueron hormigonadas conjuntamente con las vigas, tienen cierta restricción al giro, por la inercia torsional que ofrecen las vigas. En algunos casos, donde las vigas resultan muy robustas, pueden generar empotramiento y así disminuir el momento en el tramo calculado con la fórmula indicada. En general este efecto favorable no se tiene en cuenta en el cálculo de las solicitaciones. Es decir, se las calcula como isostáticas, siendo que existen empotramientos en los extremos.

La rigidez torsional de las vigas se reduce notablemente en el estado II. El empotramiento desaparece en vigas con luces mayores de 7,00 mts., en una amplia zona central equivalente a  $3/5$  de la luz. En la figura siguiente se indican las distintas posiciones que adopta del diagrama de  $M_f$ :

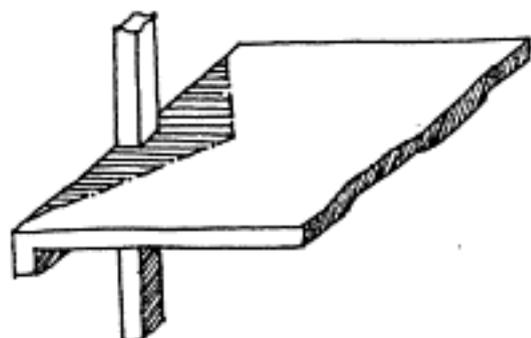
- a) empotramiento en estado I.  
 b) reducción en estado II.  
 c) para el dimensionado de losa.



Como vemos la rigidez torsional de la viga no es aprovechada para reducir los momentos flectores de las losas, de allí que nos ubiquemos del lado de la seguridad.

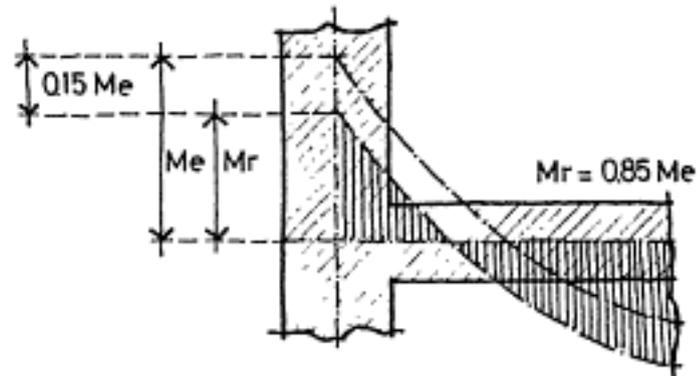
Constructivamente y para evitar fisuras el extremo de la losa se debe armar con  $1/3$  a  $1/2$  de la armadura de tracción.

Algunos reglamentos, entre ellos el ACI, consideran las rigideces torsionales de las vigas para el cálculo de las solicitaciones, incluso la rigidez de la columna. Y aceptan una supuesta distribución de momentos que son tomados por el nudo de columna, viga y losa, tal como se muestra en la figura. Y así de esa manera disminuir los momentos de tramo.



### 2.4.- Empotramientos rígidos.

Para que se produzca un empotramiento perfecto en uno de los bordes es necesario contar con un elemento (columna o tabique) de alta rigidez, situación que se da en muy raras ocasiones. En losas y tabiques de depósitos de líquidos puede plantearse dicho estado. En ese caso, para evitar la fisuración puede disminuirse el momento de empotramiento en un 10 al 15 % y trasladar dicho momento al tramo.



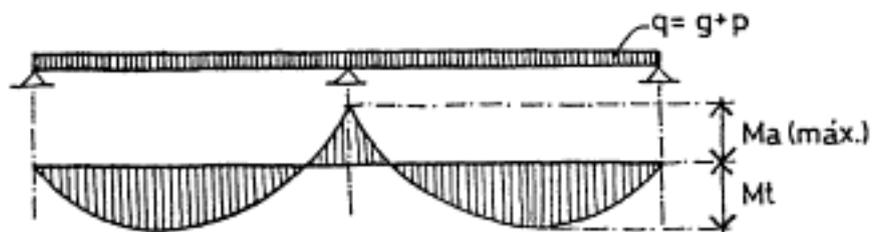
### 3.- Losas continuas o hiperestáticas.

Las solicitaciones de las losas continuas son calculadas de igual manera que las vigas. Dado que se asimilan a éstas en anchos de un metro.

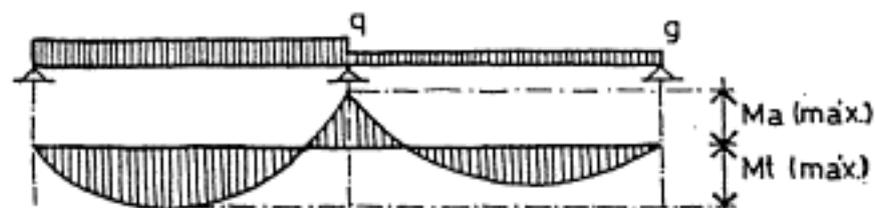
Es habitual estudiar el comportamiento de las solicitaciones en función de la ubicación de las sobrecargas. Como ejemplo, consideramos una sencilla losa de dos tramos donde se plantean los siguientes estados de cargas:

$$q = g + p$$

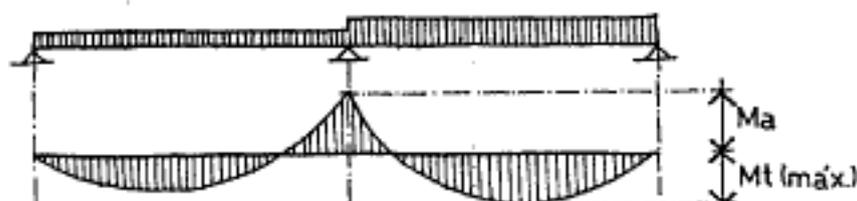
- a) Carga total  $q$  en todos los tramos --> momento máximo negativo en el apoyo.



- b) Carga total  $q$  en tramo izquierdo --> momento máximo positivo en tramo izquierdo.



- c) Carga total  $q$  en tramo derecho --> momento máximo positivo en tramo derecho.



En base a estas consideraciones se confeccionaron tablas mediante las cuales se obtienen los máximos momentos flectores.

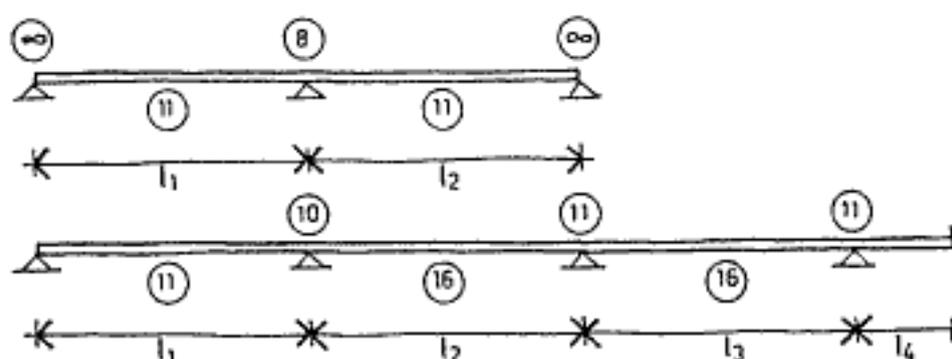
También se pueden utilizar métodos simplificados, permitidos por los reglamentos y que los analizamos seguidamente.

### 3.1.- Método simplificado.

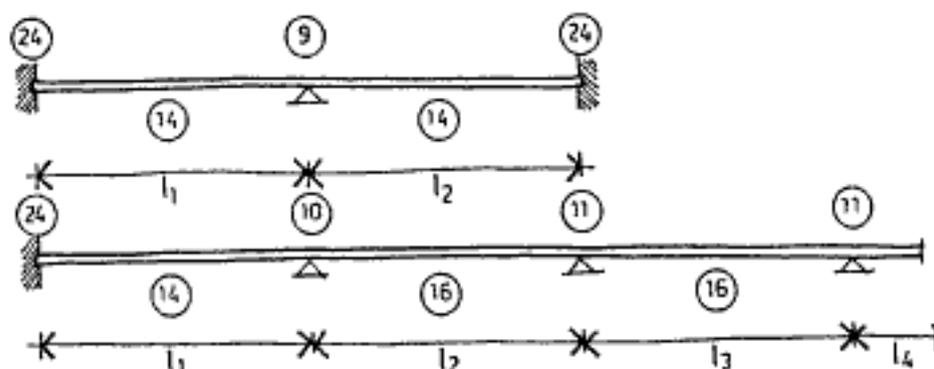
Se pueden utilizar métodos simplificados sobre la base de las siguientes hipótesis:

- Es válido únicamente para losas con dos tramos como mínimo.
- De cada dos luces adyacentes la mayor no excede a la menor en más del 20 %.
- Las cargas son uniformemente distribuidas.
- La sobrecarga es inferior a tres veces la permanente.

- a) Losas con apoyos extremos simplemente apoyados.



- b) Losas con apoyos extremos empotrados en vigas de borde.



El coeficiente "m" que figura en cada una de las partes de la viga se lo incluye en la siguiente expresión para la determinación del momento flector:

$$M = p.l^2/m$$

Es necesario resaltar que la utilización de estos métodos simplificados implica la no consideración de posiciones más desfavorables de las cargas (diagrama envolventes de momentos).

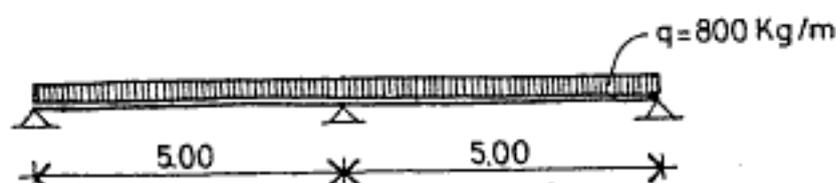
### 3.2.- Comparación de tablas con el método simplificado.

Se utilizan las mismas tablas de vigas continuas. En ellas se incluye la consideración de posiciones desfavorables de las cargas y además en tablas siguientes, la redistribución de momentos por plastificación de apoyos.

Si comparamos los valores dados, para el tramo en el método simplificado, con los indicados en la tabla para losas con dos tramos, observamos que los coeficientes difieren muy poco:

método simplificado:	m = 11,00
según tablas:	m = 10,45

Ejemplo:



a) Losa calculada mediante método simplificado.

$$M_t = q.l^2/11 = 800.5^2/11 = 1.818 \text{ kgm}$$

b) Losa calculada mediante tablas.

$$M_t = q.l^2/10,45 = 800.5^2/10,45 = 1.914 \text{ kgm.}$$

Como vemos las solicitaciones obtenidas mediante el uso de uno y otro método son similares.

#### 4.- Reducción de momentos en apoyos.

Los momentos negativos que se producen en los apoyos se pueden reducir al igual que en las vigas, mediante la redistribución de momentos y también por efecto favorable de ancho de apoyo.

En la tabla 04/34 de "Tablas de Hormigón Armado" se indica la manera de hacerlo.

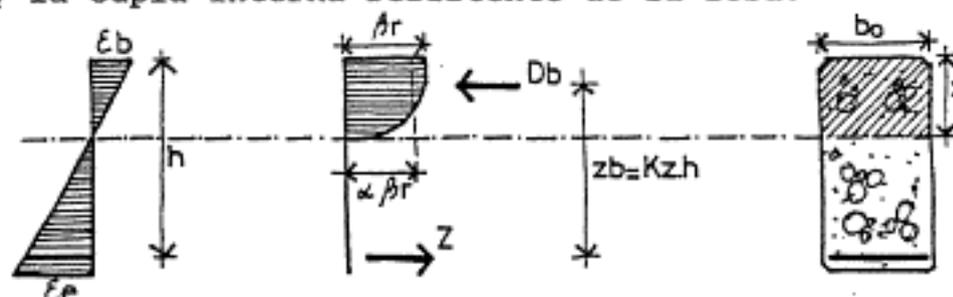
#### 5.- Dimensionado.

##### 5.1.- Equilibrio interno.

El estudio de los materiales que componen al hormigón armado ya lo hicimos en "Vigas de H<sup>o</sup>A<sup>o</sup>" de esta misma serie. Allí analizamos el comportamiento del acero y del hormigón en forma separada y conjunta frente a las diferentes solicitaciones.

Para explicar la metodología del dimensionado de las losas es conveniente hacer una breve referencia a su equilibrio interno. Para ello consideraremos una franja de losa de 1,00 metro de ancho; como si fuera una viga.

Estableceremos las ecuaciones de equilibrio entre los esfuerzos externos (momentos flectores de servicio) y la cupla interna resistente de la losa.



$$z_b = k_z \cdot h$$

$$k_z = 1 - k_a \cdot k_x$$

$$x = k_x \cdot h$$

$$k_a = (8 - \epsilon_b) / [4(6 - \epsilon_b)]$$

$$k_a = [\epsilon_b(3\epsilon_b - 4) + 2] / [2\epsilon_b(3\epsilon_b - 2)]$$

para  $\epsilon_b \leq 2,00$  por mil

para  $\epsilon_b > 2,00$  por mil

Tomando momentos del baricentro de las armaduras:

$$\Sigma M = M_{eu} - D_b \cdot z_b$$

$$D_b = b \cdot x \cdot \alpha \cdot \beta_r$$

$$z_b = k_z \cdot h$$

$$x = k_x \cdot h$$

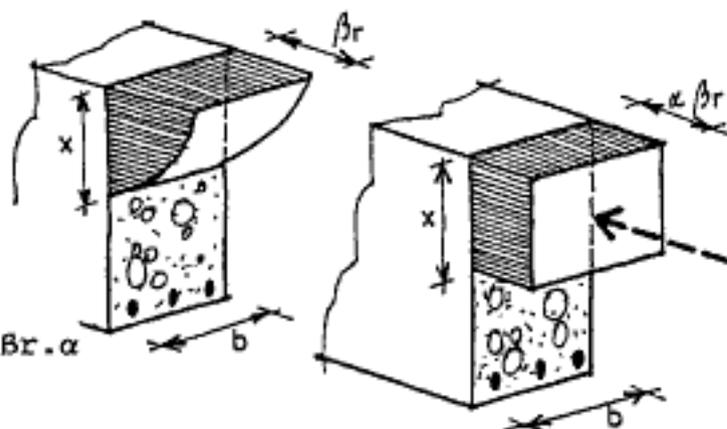
$$M_{eu} = b \cdot h^2 \cdot k_x \cdot k_z \cdot \beta_r \cdot \alpha$$

despejando "h":

$$h = M_{eu} / (b \cdot k_x \cdot k_z \cdot \beta_r \cdot \alpha) = 1 / (k_x \cdot k_z \cdot \beta_r \cdot \alpha) \quad M_{eu} / b$$

$$k_h = 1 / (k_x \cdot k_z \cdot \beta_r \cdot \alpha)$$

$$h = k_h \quad M_{eu} / b$$



## 5.2.- Metodología de dimensionado.

Haremos referencia a las "Tablas de Hormigón Armado" de esta misma serie. Y las pautas a tener en cuenta para el dimensionado se pueden resumir en:

- estudio de las cargas ajustado a lo indicado en el proyecto de arquitectura.
- seleccionar el tipo de losa; maciza, aliviana o nervurada según las luces de cálculo y las cargas.
- determinar una altura superior a la mínima a efectos de evitar deformaciones o fisuras.  
\* tabla H.A. (08/68)
- establecer las luces y condiciones de borde; unidireccional, cruzada, etc. compatibles con las losas y estructuras vecinas.
- la tensión de cálculo del hormigón debe ajustarse a las posibilidades del medio o la región.  
\* tabla H.A. (06/65)
- la losa debe resistir a la flexión y al corte, para ambas se deben realizar verificaciones.  
\* tabla H.A. (11/75)
- las alturas y las armaduras se calculan con los coeficientes "kh" y "ks".  
\* tabla H.A. (09/70)

# Capítulo cuatro : 4

## LOSAS CRUZADAS.

1. - Generalidades.
2. - Métodos de cálculo y clasificación.
3. - Métodos clásicos ( Teoría elástica ).
  - 3.1.- Riguroso ( ecuación de Lagrange).
  - 3.2.- Por diferencia finita.
  - 3.3. - Por elementos finitos.
4. - Métodos simplificados.
  - 4.1. - Método de Marcus.
  - 4.2. - Método de las bandas.
  - 4.3. - Método del marco equivalente.
5. - Método de los modelos.
6. - Método del análisis límite.
  - Líneas de fluencia o de rotura.
6. - El efecto de torsión en las placas.
7. - Levantamiento en las esquinas.
8. - Criterios y clasificación del efecto esquina.
9. - Forma de evitar el levantamiento.
10. - Efecto de la mayoración de momentos.
11. - Reacciones de las losas sobre los apoyos.
12. - Influencia de la flexión en las cargas.

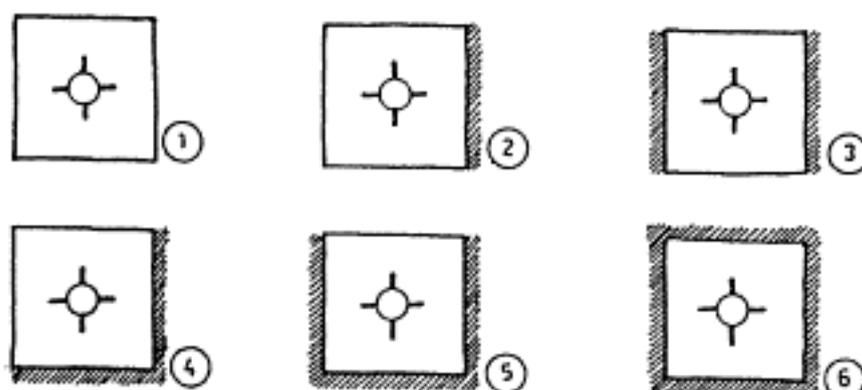


<b>Capítulo cuatro: Losas aisladas con armadura cruzada.</b>
--

## 1.- Generalidades.

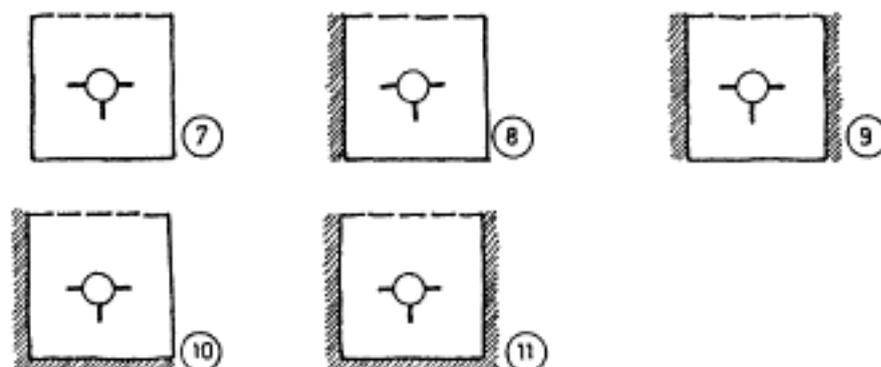
Las losas con armaduras cruzadas, transmiten sus reacciones a los apoyos perimetrales y las armaduras se conforman en función de las características de los apoyos, así podemos tener:

## a) Losas rectangulares apoyadas en todos sus lados.

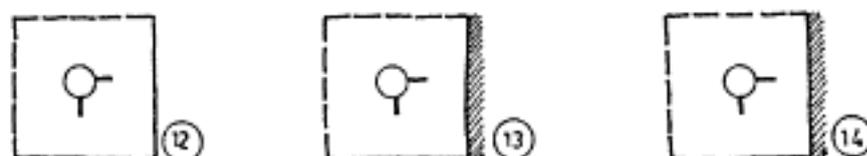


Los números indicados en círculos identifican a cada tipo de losa que los utilizaremos más adelante para referirnos a ellas.

## b) Losas rectangulares con un apoyo libre.



## c) Losas rectangulares con dos apoyos libres.

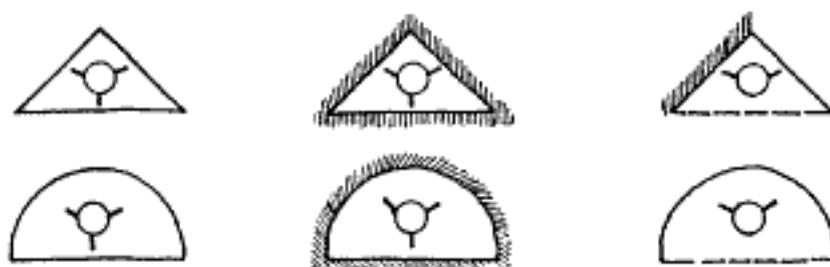


## d) Losas circulares.



## e) Losas triangulares y semicirculares.

Combinando los diferentes tipos de apoyos se puede efectuar una clasificación similar a las anteriores. En la figura siguiente se muestran las más comunes.



## 2.- Métodos de cálculo y clasificación.

Hemos visto en capítulos anteriores que las losas en una dirección se resuelven como vigas, mediante las ecuaciones de la estática si son isostáticas y mediante la teoría de las deformaciones si resultan hiperestáticas.

Pero las losas con armaduras cruzadas hay que analizarlas como placas, porque son altamente hiperestáticas y la metodología utilizada para las de simple apoyo no sirve.

Las dificultades que ocasiona el cálculo de losas con armaduras cruzadas se ven notablemente recompensados por las economías de materiales que se obtienen en su ejecución. En una placa con armadura cruzada, donde las cargas se distribuyen en ambas direcciones, las sollicitaciones se reducen a valores inferiores a la mitad que el de una losa armada en una sola dirección.

Podemos clasificar los métodos de análisis y estudio de las placas de la siguiente manera:

- a) Métodos clásicos (teoría elástica).
  - a1) Riguroso con aplicación de la teoría de la elasticidad (Ecuación de Lagrange).
  - a2) Por modelos elásticos.
  - a3) Método de las diferencias finitas.
  - a4) Método de los elementos finitos.
  
- b) Métodos simplificados:
  - b1) de Marcus.
  - b2) de las bandas.
  - b3) del marco equivalente.
  
- c) Análisis al límite (teoría plástica).
  - c1) Líneas de fluencia o de rotura.
  - c2) Método de los modelos o de laboratorios.

Hemos intentado una apretada clasificación de los diferentes métodos (existen muchos más), pero lo importante es tener el concepto claro que las losas se pueden diseñar por cualquier procedimiento que satisfaga las condiciones de equilibrio y compatibilidad geométrica, si se demuestra que la resistencia de diseño en cada sección es cuando menos igual a la resistencia requerida y que se cumplan todas las condiciones de servicio, incluyendo los límites de deformación.

En lo que sigue haremos una breve explicación de cada uno de ellos. Luego en capítulos siguientes nos extenderemos en detalle en aquellos métodos más usuales.

### 3.- Métodos clásicos (teoría elástica).

#### 3.1.- Método riguroso (ecuación de Lagrange).

Analiza la placa en su condición elástica y supone una serie de hipótesis simplificadoras, tales como:

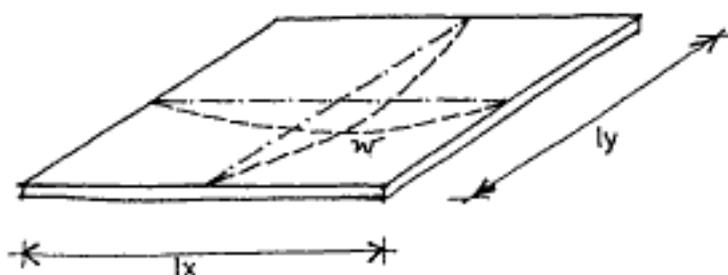
- \* Material homogéneo, isótropo y elástico con validez de la ley de Hooke.

- \* Se cumple la hipótesis de Navier, donde las secciones permanecen planas luego de la deformación.
- \* El plano medio no sufre deformaciones.
- \* La componente de tensión normal al plano medio es nula:  $\sigma_z = 0$ .
- \* Las flechas son pequeñas respecto a su espesor.
- \* No experimenta variación de espesor debido a las deformaciones.
- \* Los cuatro lados apoyan sobre bordes planos y los vértices libremente apoyados no pueden levantarse por efecto de la torsión.

Las solicitaciones y deformaciones se determinan mediante la resolución de la ecuación general de placas de Lagrange:

$$\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = -q/D$$

$$D = \frac{E \cdot h^3}{12(1-\mu^2)}$$



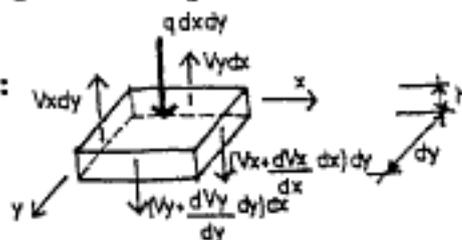
donde

- q: cargas
- D: rigidez a la flexión de la placa
- E: módulo de elasticidad longitudinal del hormigón.
- h: altura de la losa.
- $\mu$ : coeficiente de Poisson del hormigón ( $\approx 1/6$ ).

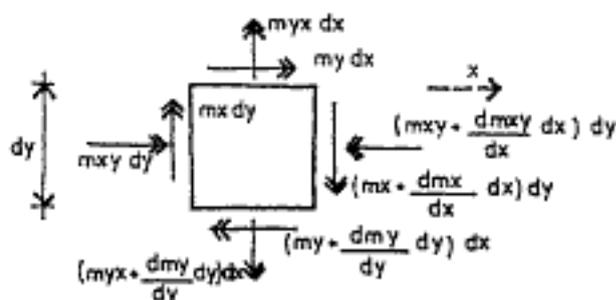
Para resolver esta ecuación se debe hallar una función  $f(w)$  que la satisfaga en todo su recinto y en los bordes.

La ecuación de Lagrange se obtiene de consideraciones del equilibrio de fuerzas y su compatibilidad con las deformaciones, resultando:

Fuerzas de superficies y cortantes:



Vectores de momentos de flexión y torsión:



Los momentos por ancho unitario:

$$m_x = -D \left( \frac{d^2 w}{dx^2} + \mu \frac{d^2 w}{dy^2} \right)$$

$$m_y = -D \left( \frac{d^2 w}{dy^2} + \mu \frac{d^2 w}{dx^2} \right)$$

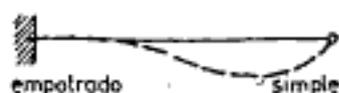
Y los cortes unitarios:

$$V_x = -D \left( \frac{d^3 w}{dx^3} + \frac{d^3 w}{dx dy^2} \right)$$

$$V_y = -D \left( \frac{d^3 w}{dy^3} + \frac{d^3 w}{dx^2 dy} \right)$$

Y las condiciones de borde o frontera se pueden analizar como sigue:

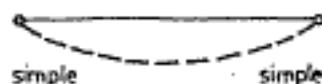
Borde empotrado:



$$w = 0 \quad \text{---> deformación nula.}$$

$$dw/dy = 0 \quad \text{---> rotación nula.}$$

Borde simple:



$$w' = 0 \quad \text{---> deformación nula.}$$

$$m_x = 0 \quad \text{---> momentos nulos.}$$

Borde libre:



$$m_x = 0 \quad \text{---> momentos en "x" nulo.}$$

$$m_y = 0 \quad \text{---> momentos en "y" nulo.}$$

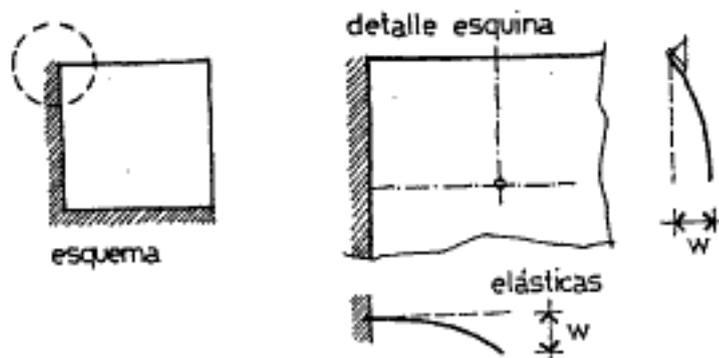
$R_x = R_y = 0$  ----> reacciones nulas.

En general la resolución de placas por éste método es muy complejo y además posee la limitación de ser aplicable a pocas configuraciones de bordes de placas.

### 3.2.- Por diferencias finitas.

El método de diferencias finitas o ecuaciones de diferencias, sustituye la ecuación diferencial de cuarto orden de Lagrange por una serie de ecuaciones algebraicas lineales simultáneas para las deformaciones de un número finito de puntos sobre la superficie de la losa. Una vez determinadas las deformaciones, se hallan los momentos y esfuerzos cortantes.

Se sustituye para ello la placa por una malla que se adapte a su contorno. Se eligen como incógnitas los corrimientos  $w$  en los vértices de la malla. En función de los mismos pueden expresarse las derivadas, y, por tanto, los esfuerzos y la ecuación de equilibrio de la placa.



El método de las diferencias finitas es aproximado, pero se puede mejorar considerando una retícula más fina, con mayor cantidad de puntos a analizar.

### 3.3.- Método de los elementos finitos.

Se divide la placa en un número determinado de áreas (rectangulares, triangulares o cuadriláteros, etc.). Cada elemento individual posee propiedades de deformación por flexión, las que se conocen o se pueden aproximar con cierta exactitud. Se concentran las cargas en las esquinas o nudos de los elementos separados y luego se restablece la continuidad de la pendiente y deformación de la placa en cada punto.

Este método es relativamente reciente y adquirió un notable impulso con el advenimiento de las grandes computadoras que hacen posible su aplicación.

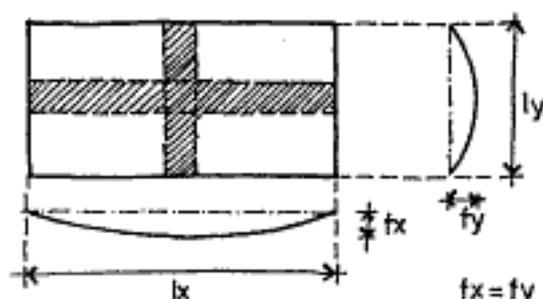
La línea divisoria entre las soluciones por elementos finitos y las soluciones por diferencias finitas se hace difícil de materializar. Se pueden utilizar inclusive ambos métodos en diferentes etapas del diseño, para predecir deformaciones y cambios de esfuerzos en distintos puntos de la losa.

#### 4.- Métodos simplificados.

##### 4.1.- Método aproximado de Marcus.

Para salvar los inconvenientes que se presentaban en el cálculo de las placas por la teoría de la elasticidad, fueron surgiendo una serie de métodos aproximados que simplificaban la tarea. Entre ellos, el adoptado por varias normas fue el de Marcus.

Analiza a la placa como una grilla de vigas independientes entre sí y que toman parte de la carga total ( $q$ ) y las distribuye en ( $q_x$ ) y ( $q_y$ ) según la relación de lados ( $l_y/l_x$ ).

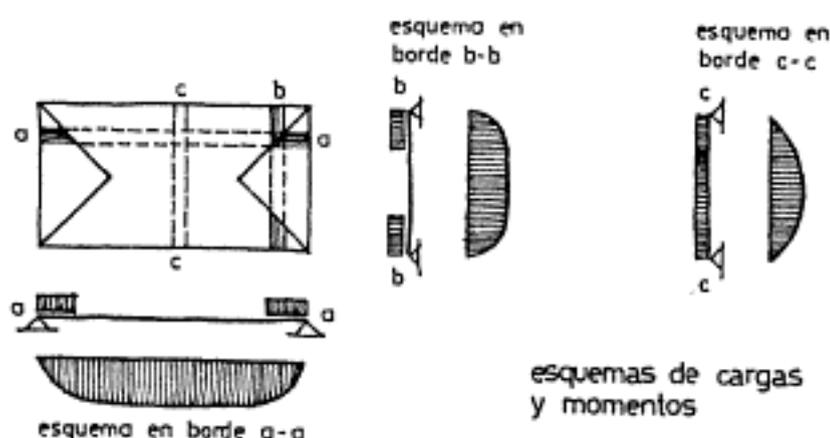


La base de todas los análisis y consideraciones es la coincidencia de las deformaciones en el cruce de las vigas que supuestamente conforman la grilla. En la figura mostramos, que en el centro de la placa, se produce la máxima flecha y es coincidente para ambas vigas ideales.

##### 4.2.- Método de las bandas.

Es un método relativamente nuevo y da al proyectista amplias posibilidades de diseño. Algunos autores le asignan notable interés por su coincidencias con el fenómeno físico. El método es aplicable a todas las situaciones que se pueden plantear en cuanto a condiciones de borde, cargas, huecos y forma de la losa.

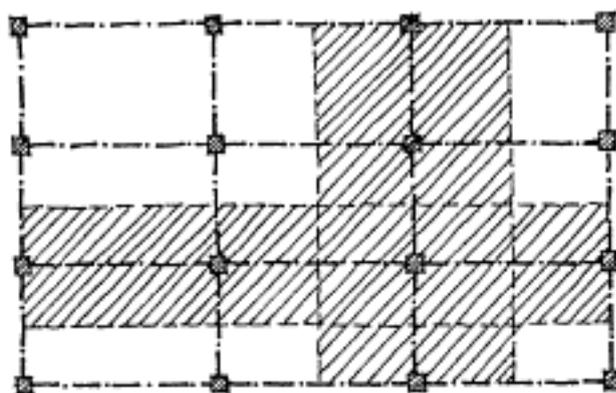
El método consiste en asignar áreas de cargas para cada uno de los bordes de apoyo de la losa y luego establecer un sistema de bandas que actúan como vigas tomando las cargas que le corresponden.



La losa se subdivide en franjas de anchos iguales en ambos sentidos. Cada una de las franjas poseerá un sistema de cargas con las que se determinarán las solicitaciones. Posiblemente el inconveniente de este método es que la armadura variará de una franja a otra.

#### 4.3.- Método del marco equivalente.

Este método a diferencia de los anteriores analiza la losa como parte de un conjunto estructural. Considera una faja o banda de losa incluyendo las vigas y columnas como si fuera un marco bidimensional.



Permite la evaluación y distribución de los momentos flectores positivos y negativos, teniendo en cuenta las variaciones en las longitudes y cargas de varios tramos. Y lo más importante, incorpora racionalmente las rigideces efectivas de las distintas combinaciones que se plantean entre losas, columnas y vigas.

Permite la evaluación y distribución de los momentos flectores positivos y negativos, teniendo en cuenta las variaciones en las longitudes y cargas de varios tramos. Y lo más importante, incorpora racionalmente las rigideces efectivas de las distintas combinaciones que se plantean entre losa, columnas y vigas.

#### 5.- Método de los modelos elásticos o de ensayos a escala.

Años atrás, para obtener las solicitaciones y prever las deformaciones de losas con condiciones de borde o formas complejas, se recurría a modelos que a determinada escala y con materiales adecuados mostraban el comportamiento de la losa frente a las cargas.

Esta metodología fue superada con la llegada de las computadoras que mediante procedimientos numéricos lograron obtener resultados óptimos con rapidez y eficiencia.

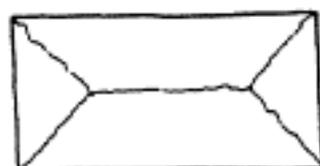
Aún hoy se continúan con los ensayos a escalas reales y en hormigón armado, pero estos trabajos se realizan principalmente en los laboratorios a los efectos de comprobar desarrollos teóricos.

#### 6.- Método del análisis límite (teoría plástica). Líneas de fluencia o de rotura.

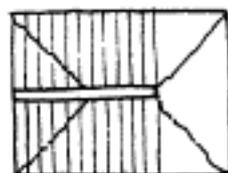
Es el que más se aproxima a las condiciones de cargas y de formas de una placa, dado que analiza a la misma en sus últimas condiciones, con las líneas de fisuras luego de la carga máxima.



losa  
cuadrada



losa  
rectangular



escalera



losa  
triangular

La rotura sobreviene luego de la formación de rótulas plásticas que se desarrollan en forma de líneas en las zonas más solicitadas de la placa. En ellas los momentos flectores alcanzaron el máximo valor.

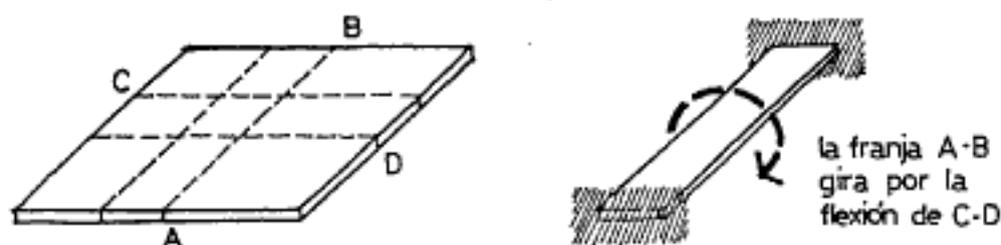
Las placas se agrietan en esas líneas porque el acero alcanzó la fluencia o el hormigón su capacidad máxima resistente a la compresión.

#### 6.- El efecto de torsión en las placas.

En las losas cruzadas se produce un efecto de torsión que crece desde el centro hacia las esquinas. Este fenómeno es necesario visualizarlo de la mejor manera posible, dado que representa la respuesta a una cantidad considerable de efectos favorables.

La bibliografía lo trata de muchas formas diferentes y lo justifican en algunos casos de manera únicamente conceptual como en otras de manera exclusivamente analítica. Pensamos que la primera forma de verlo es la más adecuada, dado que con ella podemos comprender y justificar los análisis teóricos.

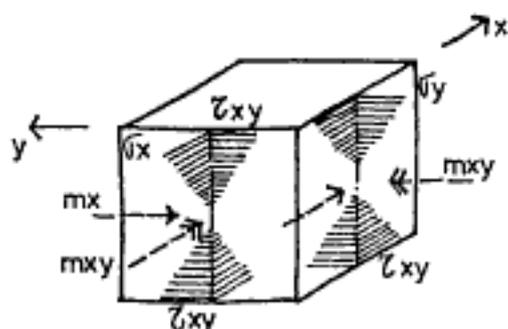
Si idealizamos una franja en la placa, veremos que además de la flexión que soporta según su eje longitudinal, es también sometida a un giro transversal por torsión. Es que las secciones extremas de la franja (A y B en la figura), permanecen fijas, mientras que las restantes giran en mayor grado hacia el centro de la placa.



Este efecto de torsión también podremos visualizarlo analizando dos franjas adyacentes. Poseen diferentes curvaturas y en su deformación oponen resistencia entre ambas; una que tiende a curvarse más que la otra provocando tensiones de torsión y corte en la unión de las dos franjas ideales.



Las consideraciones anteriores las podemos referir a un cubo elemental de placa. En las caras del mismo actúan momentos flectores que producen las tensiones " $\sigma$ " y momentos torsores que producen los " $\tau$ ".



### 7.- Levantamiento en las esquinas.

Una losa, sin anclajes o empotramientos en sus bordes, tiene una manera muy particular de generar apoyos cuando actúan las cargas. Por el efecto de torsión antes explicado, las puntas de la placa tienden a levantarse. A separarse de los apoyos. Y el contacto de la placa se produce en la zona central de sus lados.

Esta cuestión que no está contemplada en las teorías rigurosas de la elasticidad, porque supone bordes indesplazables, da lugar a momentos de tramo mayores que los teóricos.

De manera tal que de presentarse en la práctica este caso es conveniente adoptar uno de los dos caminos siguientes:

- mayorar los momentos que brindan las tablas de elasticidad, así otorgamos mayor rigidez para evitar deformaciones.
- anclar los bordes convenientemente, evitando su levantamiento.

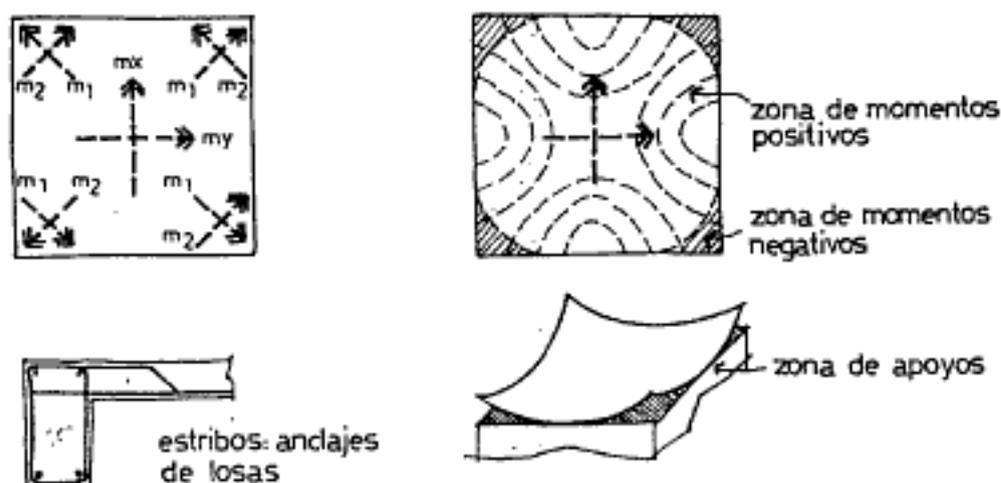
En aquellos casos donde, por ejemplo, las losas fueron hormigonadas conjuntamente con las vigas y son tomadas por los estribos de éstas, se crean anclajes que impiden el levantamiento en las aristas de la losa.

Esa fuerza que la mantiene indeformable, materializada por los estribos, que actúan como tensores, producen en la zona cercana a las esquinas una modificación en la magnitud y dirección de los momentos flectores.

Se originan momentos negativos ( $m_1$ , tracción en cara superior) de dirección diagonal y momentos positivos ( $m_2$ , tracción en la cara inferior) de dirección normal a los anteriores.

Los momentos  $m_x$  y  $m_y$ , normales a los ejes de la placa, modifican sus direcciones al acercarse a las esquinas, hasta transformarse en los  $m_1$  y  $m_2$  anteriormente descritos.

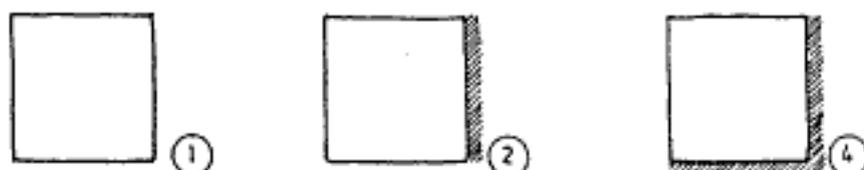
La figura muestra las direcciones de los momentos principales. Vemos que en la zona de las esquinas, además de cambiar su dirección, también modifican su signo.



Por tal motivo es necesario colocar armadura de torsión en las esquinas. También podemos evitar esta armadura aumentando el espesor de la losa. Para ello se calculan las losas cruzadas con momentos mayorados en un 20 a 25 % del teórico. Veremos más adelante que existen tablas de cálculo de losas cruzadas sin armaduras de torsión. Es que en ellas fueron modificados los coeficientes de manera tal de producir un aumento en la rigidez de la placa.

Los anclajes en las esquinas producen, como es obvio, una notable reducción de los momentos principales en la zona central de la losa.

La figura que sigue muestra los tipos de losas cruzadas con levantamiento de esquinas.



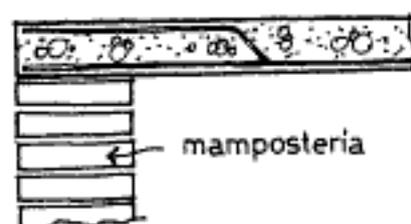
### 8.- Criterios y clasificación del efecto esquina.

No existe unanimidad en cuanto al criterio a adoptar en aquellas losas que por efecto de torsión se producen reacciones negativas en las esquinas. Incluso la lectura que surge de diferentes autores es contradictoria. Es por ello que en los temas siguientes trataremos de realizar cierto ordenamiento para interpretar mejor el fenómeno.

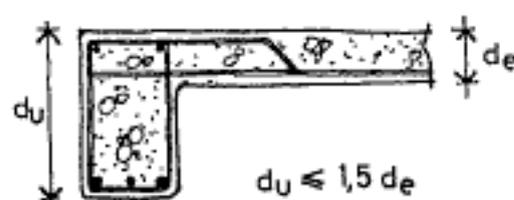
Es conveniente antes que nada, definir y conceptualizar los diferentes apoyos y anclajes de dichas losas.

#### 8.1.- Tipos de apoyos en losas cruzadas.

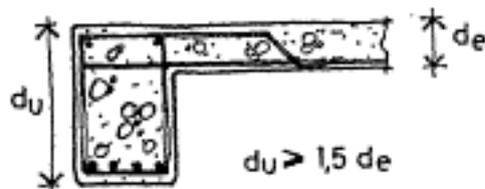
- a) Apoyo libre: La losa no posee ninguna restricción al giro en su borde de apoyo y se encuentra desprovista de anclajes. Puede ser el caso de aquellas losas que se hormigonan sobre mampostería.



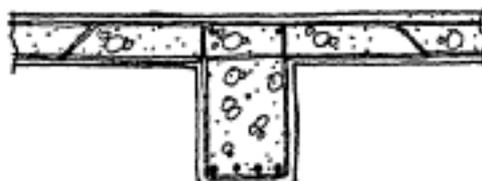
- b) Apoyo simple con anclaje: Esta situación se plantea en losas que apoyan sobre una viga de baja rigidez a la torsión. El anclaje se materia liza con los estribos que unen la losa con la viga, pero no hay empotramiento alguno. La viga acompaña el giro de la losa en el apoyo.



- c) Apoyo simple con anclaje y empotramiento elástico: Es un caso similar al anterior pero con una viga de alta resistencia a la torsión que genera empotramiento en la losa.



- d) Apoyos empotrados: Se presenta en losas en damero, donde la continuidad genera empotramientos elevados en los apoyos.

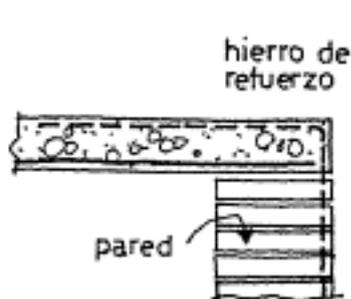


#### 9.- Forma de evitar el levantamiento.

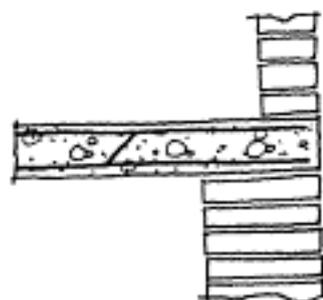
En todos los casos de apoyos libres o simples se puede evitar el levantamiento aumentando la rigidez flexional de la losa, para ello se utilizan coeficientes que aumentan el momento flector, a tal fin existen tablas de cálculo especiales.

En el caso de no realizar mayoración de momentos se puede optar por alguna de las siguientes soluciones:

- a) En apoyos libres: Colocando armadura adicional que tome la mampostería de apoyo o cargas sobre la losa que eviten el levantamiento.

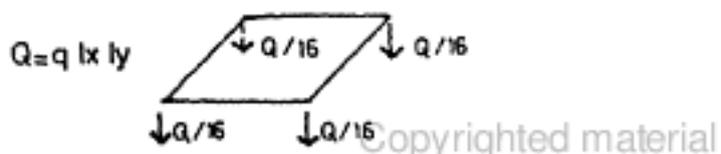


armadura adicional

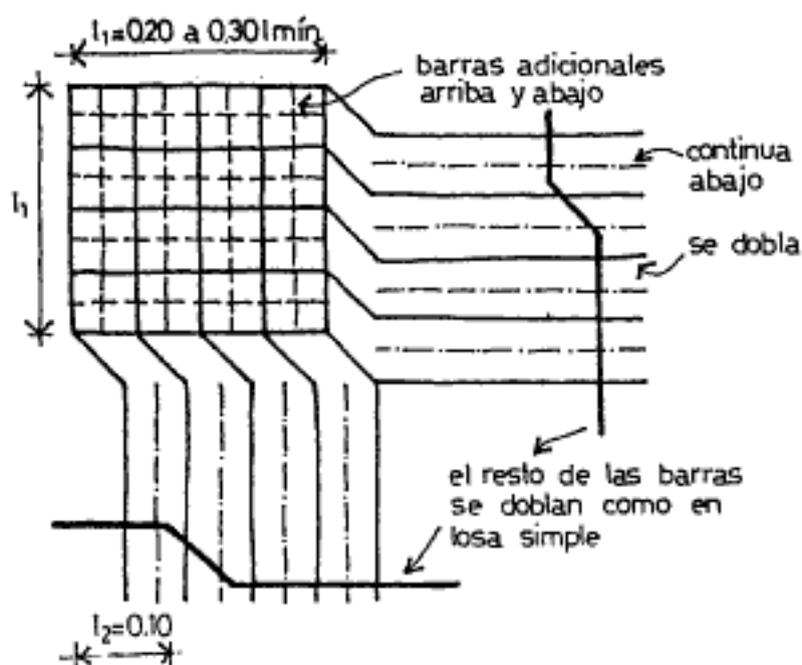


cargas sobre lasos

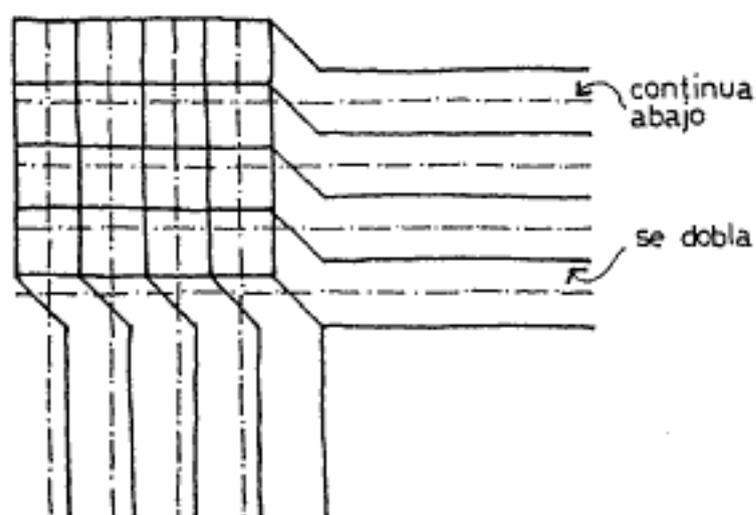
La armadura adicional debe sostener en cada esquina  $1/16$  parte de la carga total que actúa sobre la losa.



- b) En apoyos simples con anclajes: Doblando la armadura de la losa en las esquinas y agregando barras en una longitud de 0,20 a 0,30 de la luz de losa. De esta manera se forma una malla superior e inferior que resulta igual a la del tramo.



- c) En apoyos simples con anclaje y empotramiento elástico: Doblando los hierros de la losa como en el caso anterior, pero sin el agregado de los adicionales.

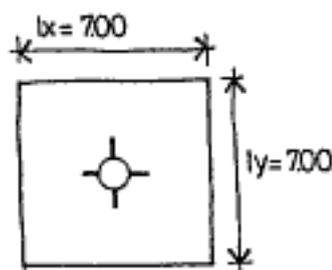


### 10.- Incidencia en la cantidad de materiales por mayoración de momentos.

Entre los métodos indicados anteriormente para anular el levantamiento de las esquinas, se encuentra la mayoración de momentos flectores mediante coeficientes.

Este procedimiento si bien resulta muy cómodo para el calculista, provoca un notable aumento en el insumo de los materiales. Para tener una idea de la magnitud de dichos valores, haremos un ejemplo comparativo.

Los momentos flectores de la losa de la figura se calculan por métodos diferentes:



Datos: cuadrada, lados iguales:  $l_x = l_y = 7,00$  mts.  
 carga total actuante:  $q = 800$  kg/m<sup>2</sup>  
 tensión de cálculo:  $\beta_{cn} = 130$  kg/cm<sup>2</sup>  
 apoyos libres en los cuatro lados.

Los momentos se obtuvieron empleando las tablas de losas cruzadas del libro "Hormigón armado" de B. Löser:

a) Sin armadura de torsión en las esquinas:  
 (por mayoración de momentos):

$$M_x = M_y = 1,94 \text{ tm}$$

b) Con armadura de torsión:

$$M_x = M_y = 1,43 \text{ tm}$$

c) Análisis comparativo:

c1: Para igual altura: (varía la armadura).

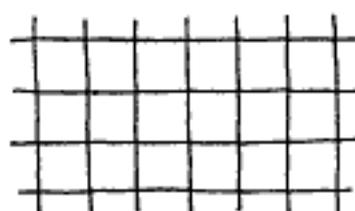
	h (cm)	d (cm)	As (cm <sup>2</sup> )	hierros
con armadura:	11,5	13,0	5,71	1 $\phi$ 10 c/13cm
sin armadura:	11,5	13,0	7,95	1 $\phi$ 10 c/10cm

La cantidad de hormigón que se consume es la igual en ambos casos. Pero con el hierro existen diferencias notables:

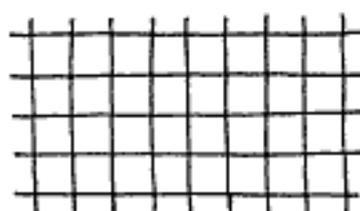
cantidad total de hierros:

con armadura de torsión: 450 kg.  
 sin armadura de torsión: 610 kg.

Se consume un 35 % más de hierro.



1φ10 c/13cm.



1φ10 c/10cm.

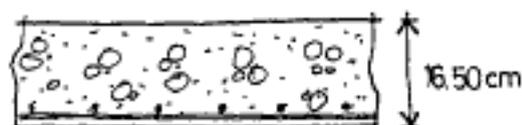
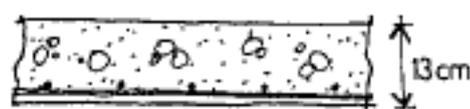
c2: Para igual armadura: (varía la altura).

	h (cm)	d(cm)	As (cm <sup>2</sup> )	hierros
con armadura:	11,5	13,0	5,71	1φ10 c/13cm
sin armadura:	15,0	16,5	5,71	1φ10 c/13cm

diferencia de alturas:  $16,5 - 13,0 = 3,5$  cm

volumen de hormigón :  $7,00 \times 7,00 \times 0,035 \approx 1,70$  m<sup>3</sup>

Se consume un 27 % más de hormigón.

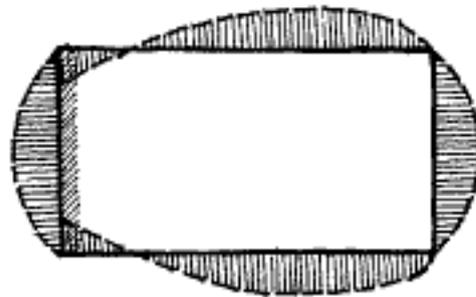


d) Conclusiones:

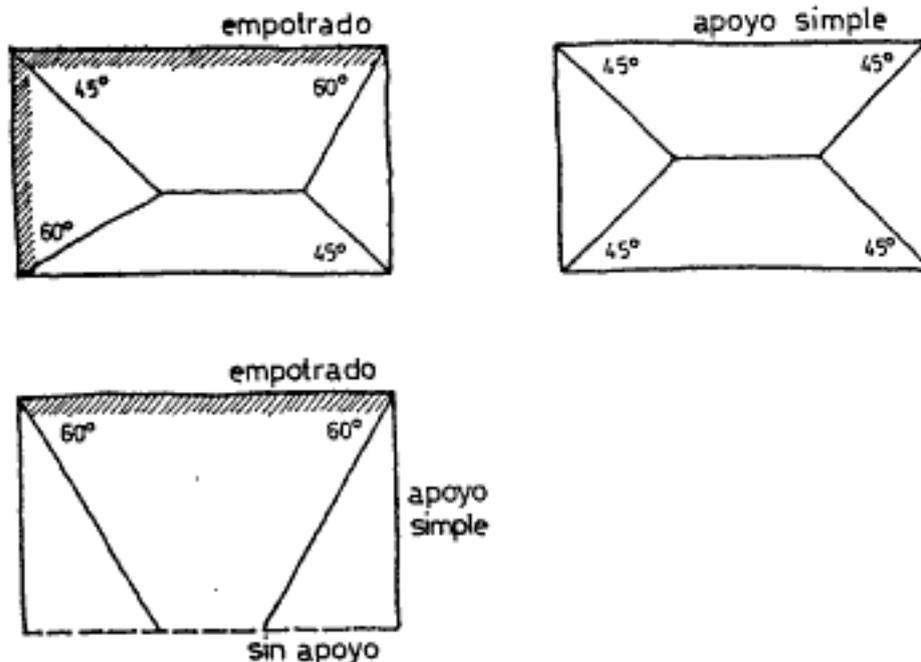
Del análisis realizado se destaca el notable aumento en el consumo de materiales entre uno u otro procedimiento. Esto no tendría significativa importancia si la obra es pequeña, pero en aquellas obras donde las losas pueden resultar repetitivas y los volúmenes de hormigón elevados, es necesario realizar un detenido estudio del sistema a adoptar para el dimensionado de las losas con apoyos libres.

### 11.- Reacciones de las losas sobre los apoyos.

Las reacciones de las losas sobre las vigas que la sostienen son parabólicas, tal como se muestra en la figura. La conformación definitiva real de las mismas no sólo dependerá de las condiciones de borde (empotrado o simple), sino también de la rigidez de la viga, lo que hace muy compleja su determinación exacta.

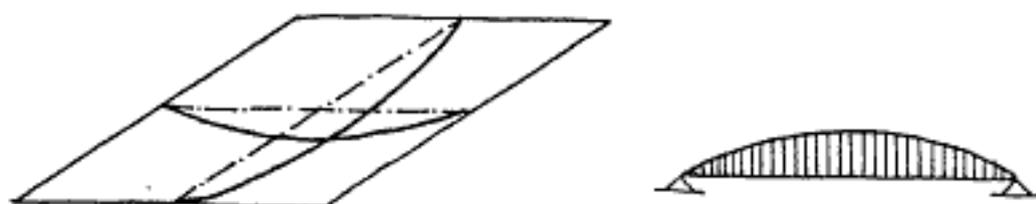


Por ello y dado que se aproxima bastante a la realidad, las normas permiten calcular las reacciones de las losas mediante diagramas de cargas resultantes de la división de la superficie de la placa en trapecios y triángulos. Las ordenadas de cada uno de los trapecios o triángulos de cargas para la determinación de las reacciones se pueden establecer de acuerdo a la siguiente figura.



## 12.- Influencia de la flexión en las vigas de borde.

Las reacciones parabólicas vistas anteriormente, es para el caso de placas que descansan sobre apoyos rígidos indeformables. Es decir las vigas que la sostienen no sufren ningún tipo de movimiento.



Para el caso de apoyos deformables, se produce una modificación del tipo y forma de las reacciones de la losa. Desaparece en parte la torsión en las esquinas y no hay levantamientos. Las reacciones tienden a resultar uniformes y serán perfectamente uniformes cuando el apoyo se deforma igual que la placa.



Veamos el caso particular de una viga de borde con igual rigidez que la losa:

$$\text{Inercia de la placa: } I = 1,00 \cdot d / 12 \quad (\text{m})$$

Si llamamos  $I_x$  y  $I_y$  los momentos de inercia de la viga perimetral en las direcciones  $x$  e  $y$ . Como suponemos que la inercia de la placa es igual al de la viga, podemos hacer:

$$I_x = I_y \cdot I / 2 \quad I_y = I_x \cdot I / 2$$

Suponiendo una losa cuadrada de lados:

$$l_x = l_y = 5,00 \text{ m. y espesor } d = 15 \text{ cm.}$$

$$\text{Inercia de la losa: } I = 15 \cdot 1,00 / 12 = 281,5 \text{ cm}$$

$$I_x = I_y = 500 \cdot 281,5 / 2 = 70.312,5 \text{ cm}$$

la sección de la viga será:

$$b \cdot h / 12 = 70.213,5 \text{ cm}$$

$$h = 12 \cdot (70.213,5) / 20 = 35 \text{ cm} \quad (\text{suponiendo } b = 20 \text{ cm})$$

Esto significa que una viga de 20x35 cm. se deformaría de manera similar a la losa y las reacciones resultarían uniformes.

En este caso de losa cuadrada la carga se distribuye por mitades en ambas direcciones y los momentos serían:

$$M_x = (q/2)l_x^2/8 = q \cdot l_x^2/16$$

$$M_y = (q/2)l_y^2/8 = q \cdot l_y^2/16$$

y la flecha:

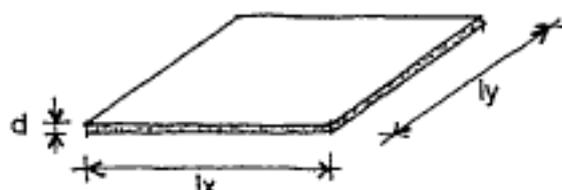
$$f = q(l_x + l_y) / (154 \cdot EI) \quad \text{por ser } l_x = l_y$$

$$f = ql / (77EI)$$

Y si comparamos una placa con apoyo indeformable con otra deformable podemos confeccionar la siguiente tabla:

apoyo deformable	apoyo indeformable
$M = ql^2/16$	$M = ql^2/27,4$
$f = ql / 77EI$	$f = ql / 250EI$

Ejemplo:



$$l_x = l_y = 4,00 \text{ m} \quad d = 10 \text{ cm.} \quad q = 800 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{apoyo deformable: } M = 800 \text{ kgm} \quad f = 1,45 \text{ cm}$$

$$\text{apoyo indeformable: } M = 467 \text{ kgm} \quad f = 0,44 \text{ cm}$$

Como vemos existe una notable diferencia entre los valores. Los momentos flectores y las flechas son muy superiores en las placas con apoyos deformables que en las indeformables.

Los casos reales se encuentran generalmente comprendidos entre estos extremos. Porque rara vez la flexibilidad de la viga de borde es tan grande como para que aparezcan reacciones de apoyo totalmente uniformes.

Capítulo cinco :

5

## METODO APROXIMADO DE MARCUS.

1. - Introducción.
2. - Metodología de cálculo.
  - 2.1. - Distribución de las cargas.
  - 2.2. - Deformación de la placa.
  - 2.3. - Momentos centro de las franjas.
  - 2.4. - Coeficientes de  $M_f$  y flechas.
  - 2.5. -  $M_f$  en ambas direcciones.
  - 2.6. - Coeficiente reductor.
  - 2.7. - Momentos en el tramo definitivos.
  - 2.8. - Momentos sin armadura de torsión.
  - 2.9. - Momentos en el apoyo.
3. - Reacciones en las losas sobre los apoyos.
4. - Recomendaciones de las normas.



**Capítulo cinco: Método aproximado de cálculo de placas.  
(Marcus).**
**1.- Introducción.**

Tal como lo hemos anticipado en capítulos anteriores, el estudio de las placas se puede realizar de diferentes maneras, algunos menos rigurosos que otros. Entre los métodos simplificados o menos rigurosos, el más difundido es el de Marcus. Tanto que las normas alemanas y otras permiten su utilización.

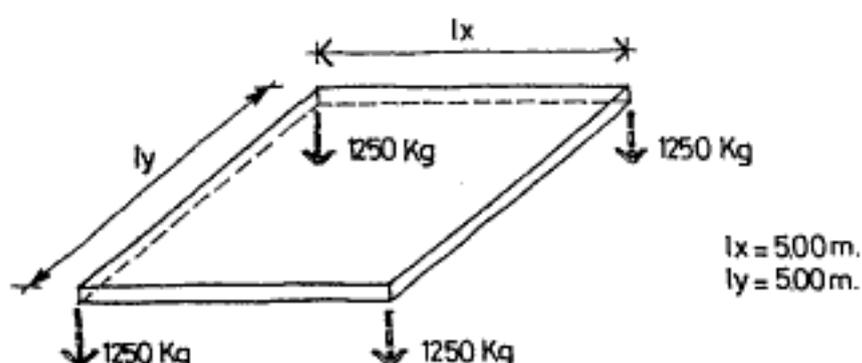
El método se sustenta sobre el supuesto de analizar la placa como una grilla de franjas que se cruzan ortogonalmente. Y obtiene las solicitaciones partiendo de la igualdad de las flechas en ambas franjas en el centro de la placa.

El método de Marcus fue comparado con resultados obtenidos mediante la aplicación de la teoría de la elasticidad y sus valores son muy aproximados, en la generalidad de los casos. La ventaja de éste método es la posibilidad de resolver una gran variedad de placas rectangulares con diferentes condiciones de borde, cosa que resulta algo complicado con las ecuaciones de la teoría de la elasticidad.

El análisis teórico lo haremos suponiendo una placa simplemente apoyada en todos sus bordes y con imposibilidad de levantamiento en las esquinas mediante anclajes a vigas o cargas de paredes. Y de acuerdo a lo establecido en el capítulo anterior, la fuerza o carga necesaria deberá tener por lo menos una magnitud  $1/16$  de la carga total actuante sobre la losa.

Por ejemplo en la losa que se indica a continuación se muestra la fuerza de anclaje necesaria para evitar el levantamiento de esquina:

$$q = 800 \text{ kg/m}^2 \quad Q_{\text{tot}} = 20.000 \text{ kg.} \quad Q_{\text{tot}}/16 = 1250 \text{ kg.}$$



## 2.- Metodología de cálculo.

### 2.1.- Distribución de las cargas.

La figura que sigue muestra una placa rectangular apoyada en su perímetro. Analizamos dos franjas de igual ancho que se cruzan ortogonalmente.

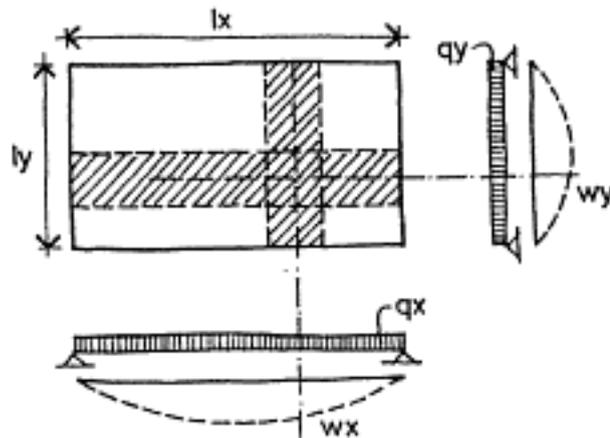
La carga total "q" se distribuye en cada una de las franjas en "qx" y "qy".

$$\text{donde resulta: } q = q_x + q_y$$

### 2.2.- Deformación en el cruce de las franjas.

En el cruce la flecha es idéntica para ambas franjas:

$$w_x = w_y$$



y si suponemos a la placa simplemente apoyada en todos sus bordes, sin ningún empotramiento, tendremos:

$$w_x = c_x \cdot q_x \cdot l_x^4 / (384 \cdot E \cdot J) \quad w_y = c_y \cdot q_y \cdot l_y^4 / (384 \cdot E \cdot J)$$

en este caso particular de bordes simples es:

$$c_x = c_y = 5$$

### 2.3.- Momentos en el centro de las franjas.

Los momentos máximos correspondientes a cada una de las franjas se establecen según:

$$M_x = q_x \cdot l_x^2 / m_x \quad M_y = q_y \cdot l_y^2 / m_y$$

Analizaremos los " $m_x$ " y " $m_y$ " para cada uno de los tipos de losas.

**2.4.- Coeficientes de momentos y flechas.**

Para cada una de las situaciones particulares de borde de la placa, y considerando las franjas como vigas independientes, se dan coeficientes para la determinación de los momentos de tramo, apoyo y valor de la máxima flecha. Dichos coeficientes los indicamos en la figura siguiente:



$c_x = 5$   
 $m_t = 8$   
 $m_a = 0$

$c_x = 2,07$   
 $m_t = 14,22$   
 $m_a = 8$

$c_x = 1,00$   
 $m_t = 24$   
 $m_a = 12$

$$f = (c_x/384) (q l^4 / EI)$$

$$M_t = q l^2 / m_t$$

$$M_a = q l^2 / m_a$$

**2.5.- Momentos flectores en ambas direcciones.**

De la igualdad entre flechas  $w_x = w_y$  obtenemos la expresión:

$$c_x \cdot q_x \cdot l_x^4 = c_y \cdot q_y \cdot l_y^4 \quad \text{dado que EI es constante a lo largo de la losa.}$$

$$\text{haciendo } \epsilon = l_y/l_x \quad k = q_x/q \quad r = q_y/q \quad c = c_y/c_x$$

$$\text{obtenemos } k = c \cdot \epsilon^4 / (1 + c \cdot \epsilon^4) \quad q_x = k \cdot q$$

$$r = 1 / (1 + c \cdot \epsilon^4) \quad q_y = r \cdot q$$

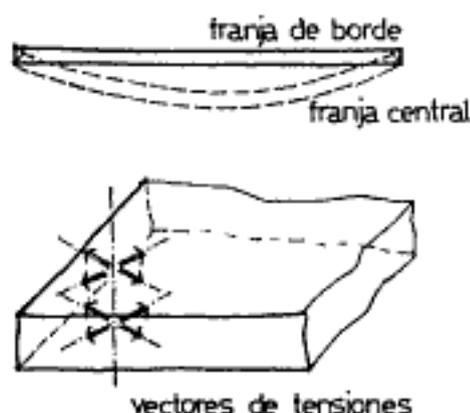
$$\text{de donde: } M_x = k \cdot q \cdot l_x^2 / m_x \quad M_y = r \cdot q \cdot l_y^2 / m_y$$

Estos son los momentos flectores máximos, en el centro de las franjas, calculadas como si cada una de las franjas fueran independientes entre sí, lo cual es alejarnos de la realidad que presenta la continuidad de la placa.

**2.6.- Coeficiente reductor.**

Una placa imaginada como grilla con franjas totalmente independientes entre sí, tiene una mayor deformación que una continua como son las losas con armaduras cruzadas.

La continuidad en el interior de la placa produce un efecto de torsión que hace disminuir el momento flector. De esto algo vimos en capítulos anteriores.



La torsión es fácil imaginarla si observamos que la franja central tiene una curvatura definida, mientras que la franja de borde no se ha deformado por encontrarse apoyada. Ese cambio de curvatura entre franjas adyacentes produce el efecto torsión.

Para tener en cuenta la reducción que los momentos torsores producen en la flexión de la losa, se aplica un factor de reducción menor que la unidad y que responde a:

$$v_x = 1 - k / (0,15 \cdot m_x \cdot \epsilon^2) \quad v_y = 1 - r \cdot \epsilon^2 / (0,15 \cdot m_y)$$

### 2.7.- Momentos en el tramo definitivos.

$$\begin{aligned} \max M_x &= q \cdot l_x^2 \cdot k \cdot v_x / m_x = \alpha \cdot q \cdot l_x^2 & \alpha &= k \cdot v_x / m_x \\ \max M_y &= q \cdot l_y^2 \cdot r \cdot v_y / m_y = \beta \cdot q \cdot l_y^2 & \beta &= r \cdot v_y / m_y \end{aligned}$$

En las tablas 05/42 y 05/57 de esta misma serie, se obtienen los coeficientes "m" de cálculo ( $m = 1/\alpha$  ó  $m = 1/\beta$ ).

Al considerar el efecto favorable de la torsión en la placa, es necesario colocar en las esquinas, armaduras adecuadas para absorber las tensiones provocadas por la torsión, que como hemos visto anteriormente, se traducen en tensiones de tracción en la parte superior y de compresión en la parte inferior. Se invierte el sentido de la flexión en las esquinas. El momento flector positivo a una determinada distancia de las esquinas, se anula para luego cambiar de signo.

Para el cálculo de los momentos flectores de la placa se han despreciado el efecto favorable de empotramiento con las vigas de borde. Esta unión monolítica entre losa y viga en los bordes de apoyos produce un efecto de torsión en la viga, que si bien no se lo calcula, es necesaria considerar sus acciones construc-

tivamente, es decir la colocación de los hierros (perchas) en la parte superior de las vigas y los estribos que además de colaborar al corte actúan frente a esta torsión.

### 2.8.- Momentos sin armadura de torsión.

Si se determina no colocar armadura de torsión en las esquinas, es necesario modificar el momento anteriormente hallado.

Se le aplica en este caso un factor de mayoración:

$$\max M_x = M_x \cdot 2 / (1 + v_x) \quad \max M_y = M_y \cdot 2 / (1 + v_y)$$

En el cuadernos 240 de las Din 1045, se establecen en las tablas 2.3 a 2.5 los coeficientes de mayoración de momentos según las condiciones de borde de cada placa. En la 05/57 de "Tablas" también se indican los mismos coeficientes.

### 2.9.- Momentos en el apoyo.

La determinación de los momentos en el apoyo se establece considerando las cargas correspondientes en cada dirección y aplicando la fórmula establecida por la estática:

para losas con uno de los lados empotrados será:

$$X = - q_x \cdot l x^2 / 8 = - k \cdot q \cdot l x^2 / 8$$


para losas con dos lados empotrados será:

$$X = - q_x \cdot l x^2 / 12 = - k \cdot q \cdot l x^2 / 12$$


### 3.- Reacciones de las losas sobre los apoyos.

Las reacciones de las losas con armadura cruzada se calculan de acuerdo a lo establecido en el capítulo anterior, repartiendo las cargas de acuerdo a la descomposición de la superficie de la losa en trapecios y triángulos, que resultan una simplificación de las curvas continuas de cargas, tal como se indica en la figura.



configuración real



simplificada

### 5.- Recomendaciones de las normas (Cirsoc 201).

Transcribimos a continuación lo establecido en la normativa del Cirsoc.

La determinación de las solicitaciones en losas son similares a las ya analizadas en vigas y establecidas en el capítulo 15 del Cirsoc. Son admisibles procedimientos aproximados que se sitúan del lado de la seguridad. Por ejemplo; para losas rectangulares armadas en las dos direcciones, el cálculo puede efectuarse, aproximadamente, igualando las máximas flechas de dos franjas que se cruzan (Marcus). Para la determinación de las solicitaciones originadas por cargas puntuales, lineales y rectangulares, se puede calcular el ancho colaborante de la carga de acuerdo con el Cuaderno 240.

Los momentos de tramo determinados según la teoría de las placas, deben incrementarse adecuadamente (ver cuaderno 240) en los siguientes casos:

- a) si las esquinas no están aseguradas contra el levantamiento.
- b) si en las esquinas en que convergen dos bordes libremente apoyados, no se ha previsto ningún refuerzo de esquina.
- c) si en las esquinas existen aberturas que disminuyen notablemente la rigidez a torsión de las losas.

Puede admitirse que las esquinas están suficientemente aseguradas contra el levantamiento, si por lo menos uno de los lados de la losa convergente a la esquina considerada, está unida al apoyo de la losa, o a la losa contigua, con la rigidez a flexión, o si existe un contrapeso suficiente sobre el apoyo, es decir, por lo menos  $1/16$  de la carga correspondiente a la losa.

## LOSAS CRUZADAS CONTINUAS.

1. - Introducción.
2. - Artificio de cálculo solicitaciones.
3. - Ejemplo de aplicación.
  - 3.1. - Planteo y datos.
  - 3.2. - Esquema y cargas.
  - 3.3. - cálculo de solicitaciones en tramos.
  - 3.4. - Cálculo de momentos en apoyo.
  - 3.5. - Momento definitivo en apoyo.
4. - Losas cruzadas continuas, momentos.
  - 4.1. - Momentos en el apoyo.
  - 4.2. - Momentos en el tramo.
  - 4.3. - Por relación de luces.
5. - Losas con voladizos en un extremo.
6. - Recomendaciones.



<b>Capítulo seis: Losas continuas con armaduras cruzadas.</b>
---

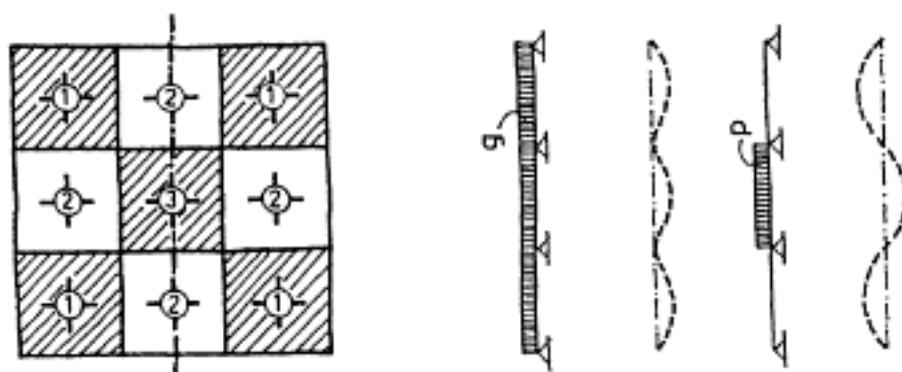
## 1.- Introducción:

Hasta ahora hemos analizado las losas actuando en forma individual con apoyos de libre giro o con empotramientos perfectos. Además, la carga que se consideró para el cálculo de las sollicitaciones es la carga total ( $q$ ), sin entrar a analizar la relación existente entre carga útil ( $p$ ) y carga permanente ( $g$ ).

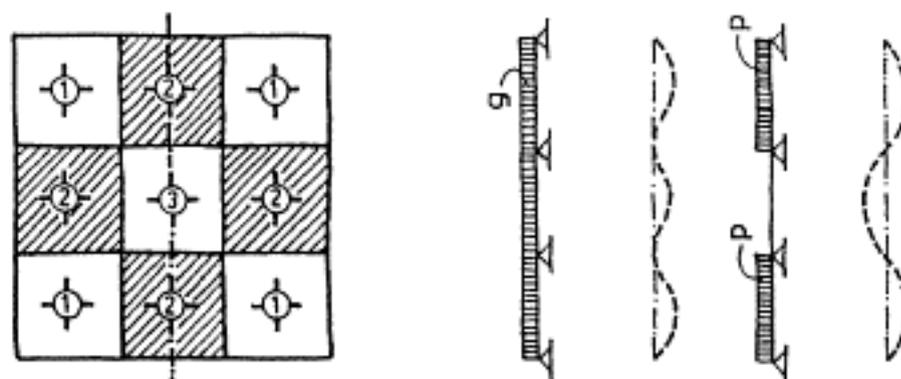
La situación planteada anteriormente cambia cuando se nos presenta un sistema de losas continuas cruzadas, comúnmente denominadas "dameros", porque surge el inconveniente de la correcta determinación de los momentos en función de la posición de las sobrecargas y del grado de empotramiento en los apoyos entre una losa y otra.

En la figura que sigue se muestra un damero de losas continuas, en este caso simétricas, y las posiciones más desfavorables de las sobrecargas. También se indican para cada uno de los casos la elástica. Todos los análisis se refieren a la línea de losas internas.

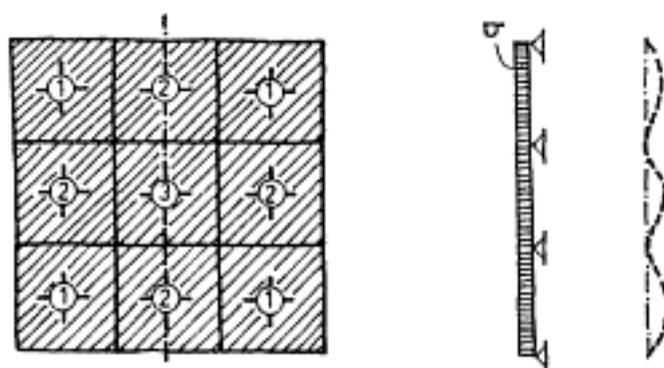
caso (a) ==> losas de esquina y central:  
momento máximo de tramo.



caso (b) ==> losas intermedias laterales:  
momento máximo de tramo.



caso (c) ==> máximo momento en los apoyos.



## 2.- Artificio en el cálculo de solicitaciones.

Existe una particularidad en la elástica del damero, especialmente en los dos primeros casos. Cuando actúa la carga permanente ( $g$ ), la elástica es horizontal en los apoyos. Mientras al actuar alternadamente la sobrecarga ( $p$ ), la elástica se comporta casi como el de una viga simplemente apoyada, con la diferencia que en los tramos donde la sobrecarga es nula, se invierte la elástica.

Para las permanentes, la elástica es similar al de las losas con empotramientos perfectos. Y para las sobrecargas, la elástica se asemeja al de una losa con apoyos simples.

Aprovechando este comportamiento de las elásticas, se recurre a un artificio para la determinación de las solicitaciones en los tramos de losas continuas en damero, que transforma el cálculo de un sistema continuo en uno de losas aisladas. Es decir, que el cálculo de las losas continuas hiperestáticas, queda reducido a un cálculo de varias losas aisladas.

Para ello se considera a las losas continuas como si estuviesen subdivididas por los apoyos intermedios, y que actúan como aisladas. El conjunto de dichas placas se conforma como parte de un tablero de ajedrez, según la posición que adoptan las sobrecargas.

Y las consideramos y analizamos según la siguiente secuencia:

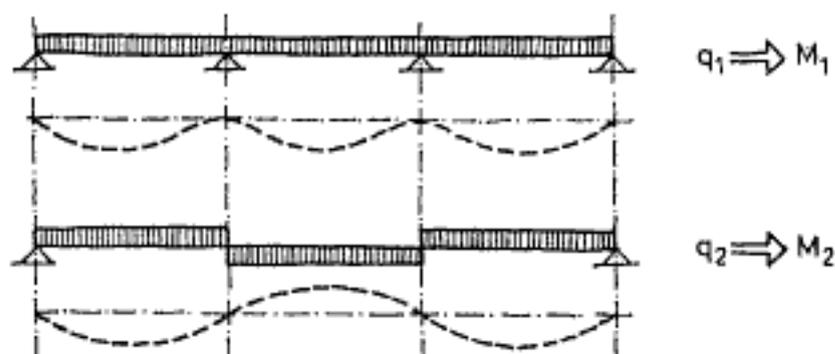
a) la carga total la subdividimos en:  $q = q_1 + q_2$

$$\text{donde } q_1 = g + p/2 \quad q_2 = p/2$$

b) determinamos las solicitaciones como placas aisladas con empotramiento perfecto y actuando una carga:

$$q_1 = g + p/2.$$

La tangente a la elástica en los apoyos es horizontal.



- c) luego calculamos las solicitaciones como placas aisladas simplemente apoyadas y actuando cargas:

$$q_2 = p/2.$$

Esta carga ( $q_2$ ) en el tablero del damero de losas, actúa en forma alternada hacia arriba y abajo. La elástica, en cada caso individual, se asimila a un losa simplemente apoyada. En algunos casos con curvatura positiva y en otras negativa.

Denominamos:

$M_1$  momentos flectores para estado de cargas  $q_1$ .

$M_2$  momentos flectores para estado de cargas  $q_2$ .

- d) para el cálculo definitivo de las solicitaciones en los tramos sumamos los valores obtenidos en los casos anteriores.

$$M_t = M_1 \pm M_2$$

El procedimiento antes indicado tiene validez si las losas tienen cargas y dimensiones aproximadamente iguales.

$$l_x \approx 0,80.l_y$$

### 3.- Ejemplo de aplicación.

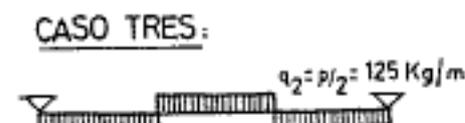
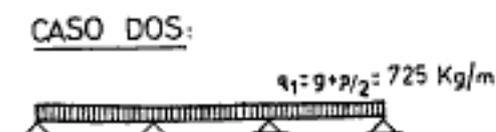
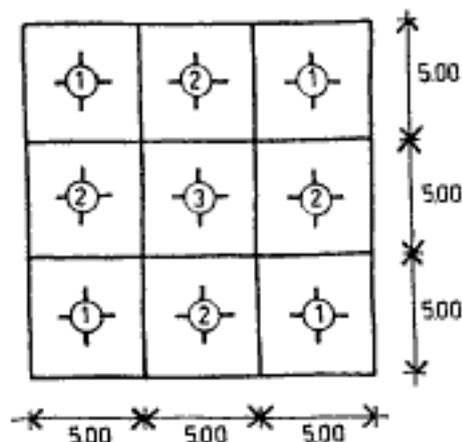
#### 3.1.- Planteo y datos.

Para interpretar mejor lo anteriormente desarrollado realizaremos un ejercicio práctico.

Supongamos resolver un damero de losas tal como se lo indica en la figura.

Cargas actuantes:

permanente	$g = 600 \text{ kg/m}^2$
sobrecargas	$p = 250 \text{ kg/m}^2$
carga total	$q = 850 \text{ kg/m}^2$



## 3.2.- Esquema de cargas.

Para momentos en apoyos: esquema uno.

$$q = g + p = 600 + 250 = 850 \text{ kg/m}^2$$

Para momentos en tramos: esquema dos y tres.

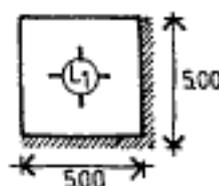
$$q_1 = g + p/2 = 600 + 125 = 725 \text{ kg/m}^2$$

$$q_2 = p/2 = 250/2 = 125 \text{ kg/m}^2$$

## 3.3.- Cálculo de solicitaciones en tramos.

a) LOSA (1):  $\epsilon = l_x/l_y = 1,00$ 

Los coeficientes para la determinación de momentos fueron tomados de las tablas 05.

a1) empotramiento perfecto en dos bordes.  
(carga  $q_1$ )

$$M_x = M_y = q \cdot l_x^2 / m = 725 \times 5^2 / 42,74 = 424 \text{ kgm}$$

- a2) todos sus bordes  
 simplemente apoyados.  
 (carga q2)

$$M_x = M_y = 125 \times 5^2 / 27,17 = 115 \text{ kgm}$$

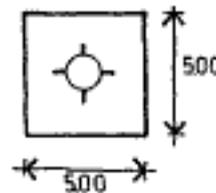
- a3) momentos máximos y mínimos en tramos.

$$\begin{aligned} \text{momentos máximos: } M_x \text{ max} = M_y \text{ max} &= 424 + 115 = \\ &= 539 \text{ kgm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{momentos mínimos: } M_x \text{ min} = M_y \text{ min} &= 424 - 115 = \\ &= 309 \text{ kgm} \end{aligned}$$

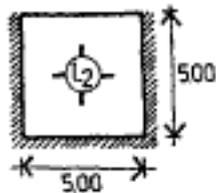
- b) LOSA (2):  $\epsilon = l_x/l_y = 1,00$

- b1) empotramiento perfecto  
 en tres bordes.  
 (carga q1)



$$\begin{aligned} M_x &= q \cdot l_x^2 / m_x = 725 \times 5^2 / 43,86 = 413 \text{ kgm} \\ M_y &= q \cdot l_y^2 / m_y = 725 \times 5^2 / 59,88 = 302 \text{ kgm} \end{aligned}$$

- b2) todos sus bordes  
 simplemente apoyados.  
 (carga q2). Idem (a2).



$$M_x = M_y = 115 \text{ kgm}$$

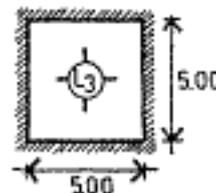
- b3) momentos máximos y mínimos en tramos.

$$\begin{aligned} \text{momentos máximos: } M_x \text{ max} &= 413 + 115 = 528 \text{ kgm} \\ M_y \text{ max} &= 302 + 115 = 417 \text{ kgm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{momentos mínimos: } M_x \text{ min} &= 413 - 115 = 298 \text{ kgm} \\ M_y \text{ min} &= 302 - 115 = 188 \text{ kgm} \end{aligned}$$

- c) LOSA (3):  $\epsilon = l_x/l_y = 1,00$

- c1) empotramiento perfecto  
 en los cuatro bordes.  
 (carga q1)



$$M_x = M_y = q \cdot l_x^2 / m = 725 \times 5^2 / 56,82 = 319 \text{ kgm}$$

- c2) todos sus bordes  
 simplemente apoyados.  
 (carga q2). Idem (a2).

$$M_x = M_y = 115 \text{ kgm}$$

c3) momentos máximos y mínimos en tramos.

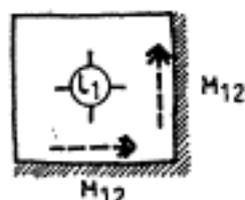
$$\begin{aligned} \text{momentos máximos: } M_x \text{ max} = M_y \text{ max} &= 319 + 115 = \\ &= 434 \text{ kgm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{momentos mínimos: } M_x \text{ min} = M_y \text{ min} &= 319 - 115 = \\ &= 204 \text{ kgm} \end{aligned}$$

### 3.4.- Cálculo de momentos en apoyos.

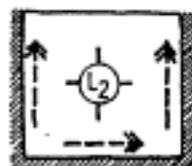
Para la determinación de los momentos flectores en los apoyos se analizan las losas de manera individual con empotramiento perfecto en sus bordes continuos. Luego se calcula el momento negativo de apoyo tomando el promedio, como veremos seguidamente.

a) apoyo L1-L2



$$M(1-2) = - 850 \times 5^2 / 14,77 = - 1438 \text{ kgm}$$

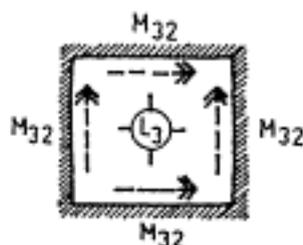
b) apoyo L2-L1  
L2-L3



$$M(2-1) = - 850 \times 5^2 / 16,78 = - 1266 \text{ kgm}$$

$$M(2-3) = - 850 \times 5^2 / 18,15 = - 1170 \text{ kgm}$$

c) apoyo L3-L2



$$M(3-2) = - 850 \times 5^2 / 19,57 = - 1085 \text{ kgm}$$

### 3.5.- Momento definitivo de cada apoyo.

Para cada apoyo tenemos dos valores diferentes de los momentos negativos, de acuerdo a la losa que se

trate. Para la determinación única del momento de apoyo, existen distintos criterios según la magnitud del valor de la diferencia entre momentos.

Para nuestro caso, donde los momentos de empotramiento de las losas no difieren mucho, adoptamos como momento definitivo de empotramiento el promedio.

$$M_e(1-2) = M_e(2-1) = (1438+1266)/2 = 1352 \text{ kgm}$$

$$M_e(2-3) = M_e(3-2) = (1170+1085)/2 = 1128 \text{ kgm}$$

### 3.6.- Esquema definitivo de momentos.

Momentos de tramo:

Losa 1:

$$M_{1x} = 539 \text{ kgm}$$

$$M_{1y} = 539 \text{ kgm}$$

Losa 2:

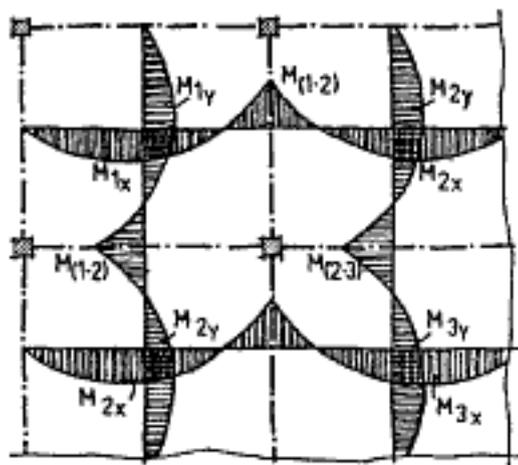
$$M_{2x} = 528 \text{ kgm}$$

$$M_{2y} = 417 \text{ kgm}$$

Losa 3:

$$M_{3x} = 434 \text{ kgm}$$

$$M_{3y} = 434 \text{ kgm}$$



Momentos de apoyo:

$$M_e(1-2) = - 1352 \text{ kgm}$$

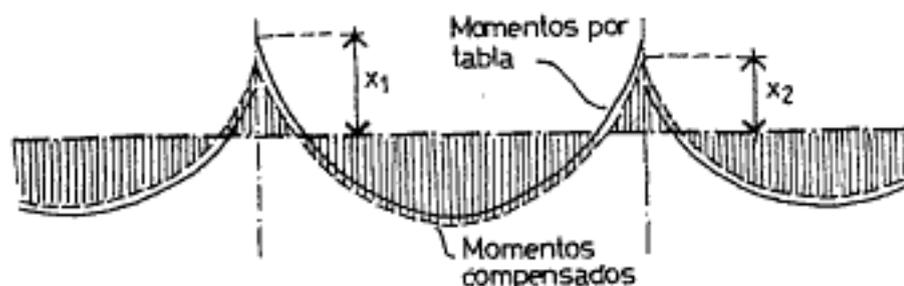
$$M_e(2-3) = - 1128 \text{ kgm}$$

### 4.- Momentos de apoyos y de tramos en losas cruzadas continuas.

En el ejemplo anterior los momentos de empotramiento de las losas que llegan al apoyo son muy similares y no hay problemas en promediar dichos momentos.

Pero cuando existen diferencias de momentos considerables o espesores de losas muy distintos, es necesario establecer algunas pautas para lograr una adecuada determinación de los momentos comunes de apoyo.

Para ordenarnos en el análisis, plantearemos los distintos casos según la intensidad de los momentos y espesores de las losas. Lo haremos por separado, primero analizaremos los apoyos y luego compensaremos los momentos para determinar los definitivos del tramo.

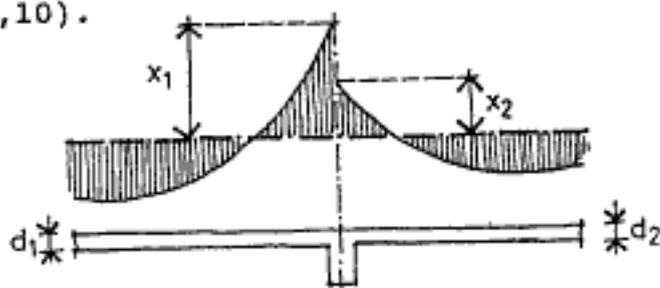


#### 4.1.- Momentos en el apoyo.

Distinguiremos varias situaciones según la relación entre los momentos y los espesores de las losas.

Caso (a):  $X_1/X_2 < 1,50$        $d_1 \approx d_2$       ( $X_1 > X_2$ )

los momentos que llegan al apoyo no difieren en más del 50 % y los espesores son similares ( $d_1/d_2 < 1,10$ ).

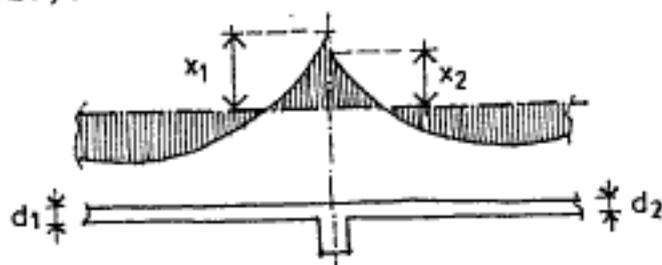


Criterio recomendado: Se promedian los momentos de apoyo y no es necesario corregir los momentos de tramo.

Momentos de apoyo:       $X_a = (X_1 + X_2)/2$

Caso (b):  $X_1/X_2 > 1,50$        $d_1 \approx d_2$       ( $X_1 > X_2$ )

los momentos que llegan al apoyo difieren en más del 50 % y los espesores son similares ( $d_1/d_2 < 1,10$ ).

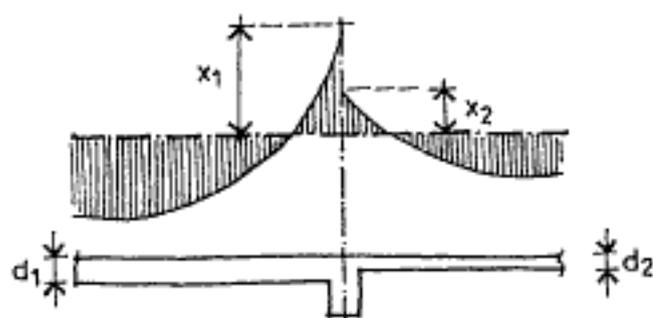


Criterio recomendado: Elegir una de las siguientes opciones:

- b1: Tomar como momento de apoyo el menor ( $X_a = X_2$ ) y se corrigen los momentos de tramo con las tablas 05/61 y 05/62.
- b2: Se renuncia a la continuidad y se toman las losas como simplemente apoyadas.

Caso (c):  $d_1/d_2 > 1,10$                       ( $d_1 > d_2$ )

las diferencias de rigideces entre las losas que llegan al apoyo es elevada.



Criterio recomendado: Los momentos de apoyo se calculan por compensación según las rigideces de cada una de las losas con las tablas 05/60 o por las expresiones:

$$X_a = u_1 \cdot X_1 + u_2 \cdot X_2$$

$$\text{donde: } u_1 = k_2 / (k_1 + k_2) \quad u_2 = k_1 / (k_1 + k_2)$$

$$k = 3EI/l \quad \text{situación de bordes:}$$

$$k = 4EI/l \quad \text{situación de bordes:}$$

#### 4.2.- Momentos de tramo.

Cuando se calculan las losas cruzadas los momentos de tramo y apoyo se corresponden. Pero modificar cualquiera de ellos se produce una redistribución. Esto es lo que sucede con la determinación del momento único en el apoyo. Es un valor que no se corresponde con ninguno de los calculados mediante tablas, entonces tenemos que determinar nuevamente los momentos de tramo.

Para esta redistribución de momentos se utilizan las tablas 05/61 y 05/62 que fueron tomadas del J. Hahn y permiten calcular los momentos en el centro de una losa cuando actúa un momento no equilibrado en el apoyo.

En losa continuas en damero, la variación de este momento es sinusoidal, mientras que la de un voladizo actuando en el borde de una losa es constante.

Este momento no equilibrado es:

$$\delta = X_1 - X_2$$



Y el efecto que produce ese momento residual en los tramos se calcula mediante los coeficientes " " de la tabla.

$$\delta M_x = x \cdot \delta x$$

$$\delta M_y = y \cdot \delta y$$



Estos valores habrá que sumarlos o restarlos, según su signo a los momentos de tramo calculados con las condiciones de borde originales.

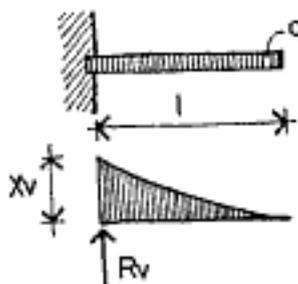
#### 4.3.- Por relación de luces.

Los criterios indicados anteriormente se refieren a las relaciones entre momentos y espesores. Otra forma es aplicar la relación de luces; en general para relación de luces superiores al 1,20 ( $l_1/l_2 > 1,20$ ), se tienen momentos  $X_1$  y  $X_2$  con diferencias superiores al 50 % y estamos en el caso (b) donde ya conviene renunciar a la continuidad de las losas.



#### 5.- Losas con voladizo en un extremo.

El voladizo es isostático y no depende de la configuración de las losas vecinas. El momento flector y la reacción en el empotramiento son independientes de los momentos y reacciones de la losa de tramo que lo sostiene.



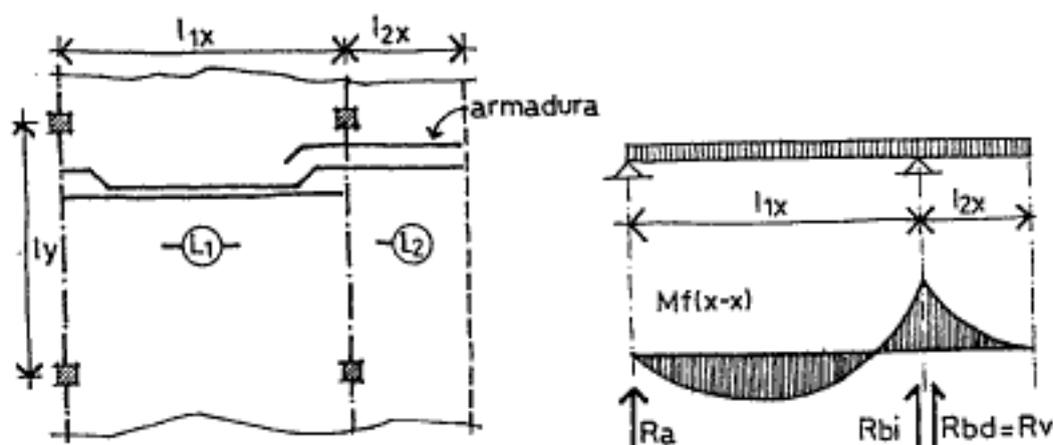
En el apoyo:

$$M_f = q \cdot l^2 / 2$$

$$R_v = q \cdot l$$

Sin embargo el momento flector del voladizo afecta a los momentos de tramo de las losas contiguas. Y resulta necesario una pequeña clasificación para estudiar cada caso en particular.

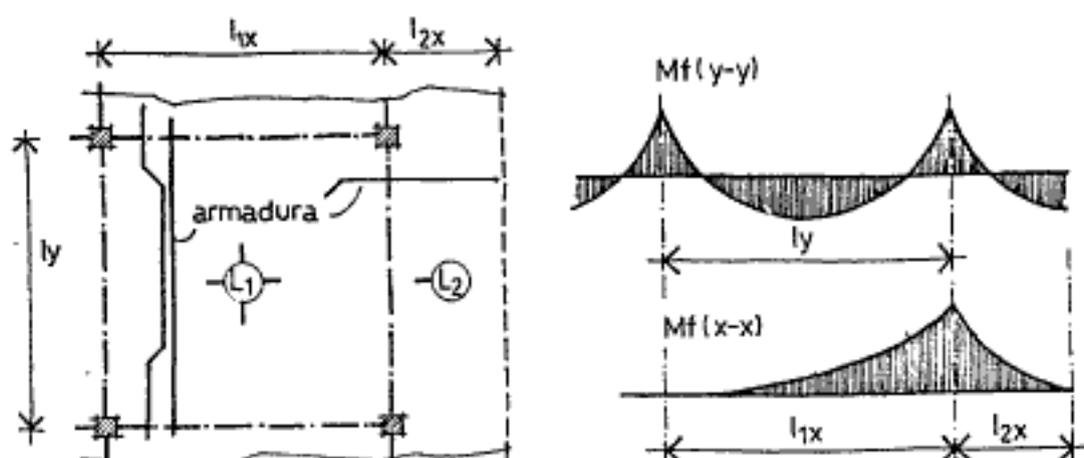
- a) Tramo y voladizo unidireccionales con armadura en una misma dirección.



En este caso se calculan tramo y voladizo empleando las ecuaciones de la estática:

Momento en el apoyo:  $X_v = q \cdot l_{2x}^2 / 2$   
 Momento en el tramo:  $M_t = R_a^2 / (2 \cdot q)$

- b) Tramo y voladizo unidireccionales con armaduras en direcciones perpendiculares.



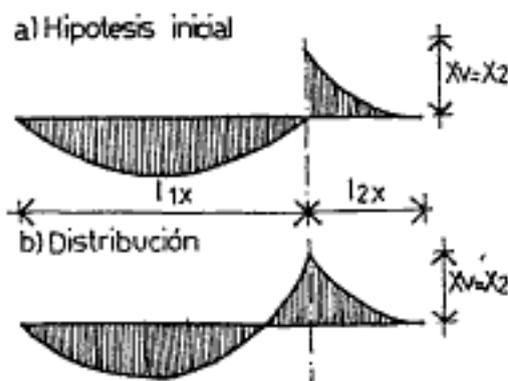
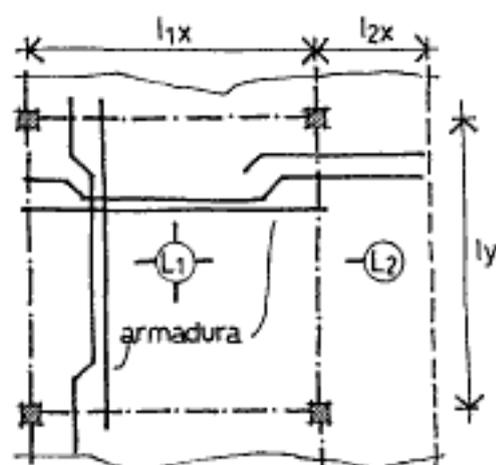
Los momentos en el tramo se dan en dirección perpendicular al del voladizo. Es necesario prolongar los hierros del voladizo en una longitud " $l_{2x}$ ".

Se desprecia el efecto favorable del voladizo en los momentos y reacciones del tramo.

c) Tramo con armadura cruzada y voladizo pequeño.

$$(X_1/X_2 > 1,20)$$

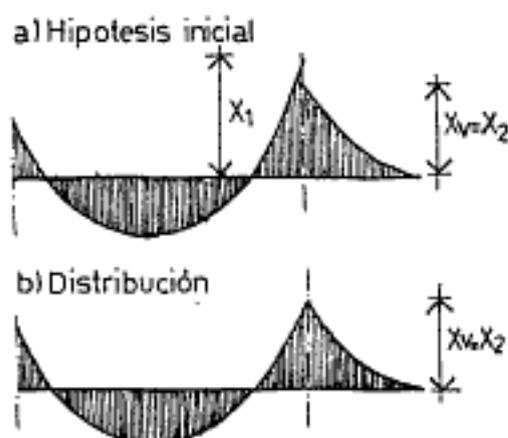
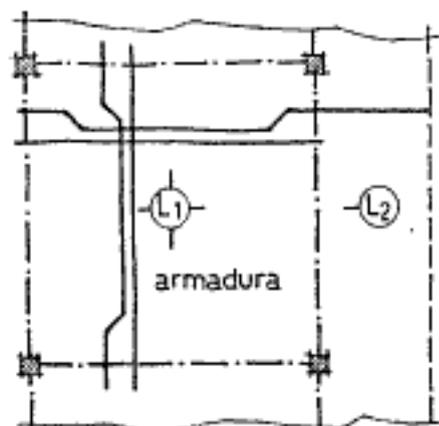
El voladizo no afecta en gran medida al giro de la losa y el apoyo se considera articulado. Se calculan los momentos de tramo con articulación en el apoyo del voladizo y luego se corrigen los momentos de tramo con las tablas 05/61.



d) Tramo con armadura cruzada y voladizo grande.

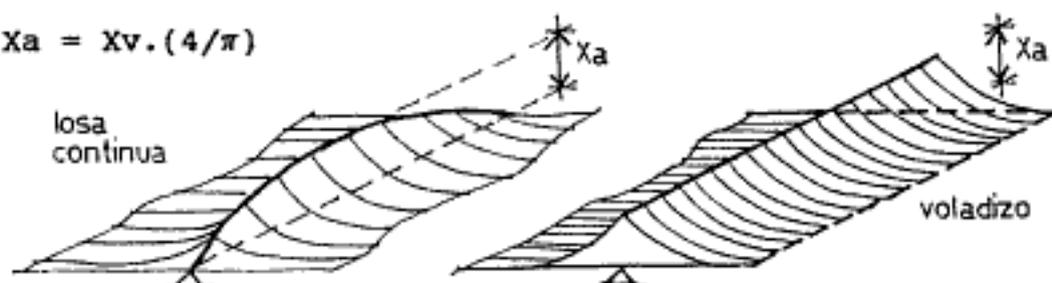
$$(X_1/X_2 < 1,20)$$

El voladizo genera un momento suficiente como para sostener el empotramiento de la losa de tramo. Se considera la losa empotrada en el borde del voladizo.



Como el voladizo genera un momento constante, a diferencia de los apoyos de losas en dameros (momentos de variación sinusoidal), para la utilización de las tablas hay que transformar el momento del voladizo en un sinusoidal equivalente multiplicando por  $(4/\pi)$ .

$$X_a = X_v \cdot (4/\pi)$$



#### 6.- Recomendaciones.

Gran parte de este capítulo trata el cálculo de los momentos de las losas continuas cruzadas mediante métodos simplificados o mediante aproximaciones.

Los límites que se establecen (por ejemplo el de las relaciones  $X_1/X_2$ ), hay que tomarlos con cierta flexibilidad; porque resulta mucho más efectivo reflexionar el comportamiento real de la losa escapando de los coeficientes o límites y adoptar criterios personales según el caso.

Ajustándonos a esta recomendación, podríamos decir también que en el caso de los voladizos, se puede adoptar un criterio general de tomar directamente el momento del voladizo como momento actuante en el borde de la losa y luego redistribuir los momentos de tramo.



## Capítulo siete:

# 7

## TEORIA DE LAS LINEAS DE FLUENCIA.

1. - Introducción.
2. - Ventajas principales del método.
3. - Algunas desventajas.
4. - Formación de las líneas de fluencia.
  - 4.1. - Proceso de conformación de las fisuras.
  - 4.2. - Configuración de las fisuras.
5. - Comportamiento del material.
6. - Determinación de los esfuerzos últimos.
  - 6.1. - Método de los trabajos virtuales.
  - 6.2. - Método del equilibrio de fuerzas.
7. - Losa empotrada en todo su perímetro.
8. - Losa con grado de empotramiento intermedio.
9. - Ecuación general para losas rectangulares.
10. - Losas rectangulares con diferente armadura en cada dirección.
11. - Simplificación de cálculo.
12. - Roturas en esquinas.
13. - Recomendaciones.
14. - Aplicación y tablas.



<b>Capítulo siete: Teoría de las líneas de fluencia para losas cruzadas.</b>
--

**1.- Introducción.**

El estudio de las losas mediante la teoría de las líneas de fluencia o de rotura, no es usual encontrarlo reglamentado en las normativas y códigos internacionales.

Tanto el Cirsoc como las normas Din 1045, no la consideran dentro de sus articulados, dado que en Alemania nunca se permitió el uso de esta teoría.

Sin embargo algunos países la incorporaron a sus reglamentos, especialmente Dinamarca y Suecia que están a la vanguardia. Inglaterra permite su utilización desde el año 1957. El Comité Europeo del Hormigón lo permite siempre que se revisen los estados de servicio. El ACI de los EE.UU., más pragmático, permite cualquier método que cumpla con las condiciones de equilibrio y compatibilidad geométrica, si se demuestra que la resistencia de diseño en todas las secciones es cuando menos igual a la resistencia requerida, y que se cumplan todas las condiciones de servicio, incluyendo los límites especificados para las deformaciones.

La versatilidad de las consideraciones en la teoría de las líneas de fluencia, posibilita una fácil solución a problemas que hasta ahora resultaban difíciles de resolverse con la teoría clásica.

Ya en el año 1967, Moretto en el libro "Curso de Hormigón Armado", decía: "...se multiplican los textos que lo estudian en detalle y las ayudas de cálculo que proporcionan directamente las fórmulas de los momentos para distintas formas de losas, de apoyo y carga...".

El estudio del dimensionado de las losas por el método de las líneas de fluencia, requeriría un extenso tratado. Nosotros nos referiremos nada más que a los conceptos principales.

**2.- Ventajas principales del método.**

Permite la obtención de la carga y momentos de rotura de la losa de manera relativamente simple y los resultados fueron demostrados por innumerables ensayos de laboratorios.

Posiblemente la teoría de las líneas de fluencia encuentre su mayor aplicación en el dimensionado de losas de formas poco usuales o aquellas no tratadas en

extensión por la mayoría de la bibliografía dentro de la teoría elástica. Losas como las triangulares, circulares, o con apoyos especiales se diseñan con mayor facilidad utilizando el método de las líneas de fluencia.

Otra de las ventajas que ofrece es permitir encontrar soluciones para cualquier condición de borde. Desde una situación de simple apoyo, hasta la de un empotramiento perfecto, pasando por cualquiera de los grados intermedios. Para ello, antes de la aplicación del método es necesario establecer el grado de empotramiento de los bordes de losa, que pueden variar desde un empotramiento perfecto ( $r = 1$ ), hasta un apoyo simple ( $r = 0$ ).

El calculista logra determinar con cierta facilidad la capacidad de flexión para las distintas formas de losas, a condición de que el mecanismo de falla sea conocido o predecible.

Imaginar la disposición del mecanismo de falla obliga a un ejercicio de reflexión sobre el comportamiento de la placa que mejora y alerta la intuición mecánica del calculista. Condición esta última muy difícil de lograr entre los profesionales de la construcción, si no es mediante el permanente razonamiento de los recíprocos esfuerzos internos y externos.

Esta determinación de las líneas de rotura no se realiza mediante cálculos analíticos o ecuaciones pre-establecidas. Hay que imaginar, pensar, probar; hasta lograr la más adecuada. Esta exigencia es una ventaja para la preparación del profesional, dado que lo conduce a pensar en los mecanismos de falla, cosa que en los métodos por la teoría elástica no sucede.

Además el calculista puede, en función del comportamiento de las líneas de fractura, establecer la distribución más correcta de las armaduras en ambos sentidos y hasta cortar barras en lugares de mínimos esfuerzos.

### 3.- Algunas desventajas.

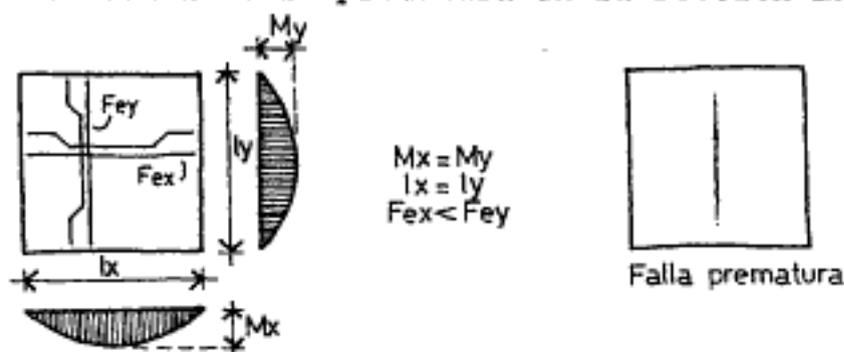
Como se trata de un método plástico, los resultados son de máxima. La carga o el momento flector que se obtienen son los últimos, aquellos que han colocado fuera de servicio al sistema. Es necesario por ello aplicar con todo rigor los controles de deformación y de fisuras.

La teoría supone un comportamiento totalmente rígido plástico; la placa, entre líneas de rotura, perma-

nece plana en el colapso. No se examinan las regiones entre las líneas de articulaciones plásticas para asegurarse que los momentos en dichas regiones no exceden los momentos últimos o máximos de resistencia de la sección. Además no se analizan sus deformaciones ni se tiene en cuenta las fuerzas de compresión provocadas por el efecto arco interno de la placa.

Todas las articulaciones plásticas se producen por efecto de flexión, no se considera el corte. Se supone que la placa está adecuadamente reforzada para este esfuerzo.

Si se emplean mecanismos incorrectos de rotura o relaciones de armaduras  $f_{ey}/f_{ex}$  inadecuadas, surgirán esfuerzos máximos en zonas no previstos. Y esto es fácil explicarlo; en una losa cuadrada con carga uniformemente repartida y lados de iguales características, resultan  $m_x \approx m_y$ . Si por error adoptáramos una armadura en el sentido  $x$  muy inferior a la del sentido  $y$ , la rotura sería prematura en la sección más débil.



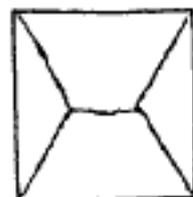
#### 4.- Formación de las líneas de fluencia.

Como ya lo anticipamos, el método de las líneas es posible en la medida que realicemos una adecuada elección de la posición de las líneas de rotura. Para ello, al elegir las líneas de fallas, se deben compatibilizar los siguientes aspectos:

- a) las líneas deben resultar compatibles con las condiciones de borde del sistema. Por ejemplo, no podemos indicar líneas de fallas unidireccionales en placas sobre cuatro apoyos.



incorrecto



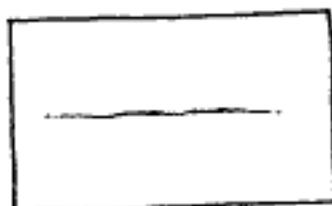
correcto

- b) el mecanismo establecido por las líneas de fallas debe responder a las cargas externas.
- c) el mecanismo de falla elegido es el producido por la carga más pequeña de rotura.

En resumen, la dirección y forma de las líneas de rotura dependen del tipo de cargas, de la forma de los apoyos, del grado de empotramiento, de la relación de lados "lx" y "ly" y de la dirección y sección de las armaduras.

#### 4.1.- Proceso de conformación de fisuras.

Supondremos una losa rectangular simplemente apoyada en todos sus bordes y con armadura isotrópica (igual y constante en ambas direcciones) y la sometemos a ensayo mediante la aplicación gradual de cargas. Las figuras que siguen muestran las fisuras en la parte inferior de la losa.



- a) Al principio del ensayo, la distribución de los esfuerzos internos responderá a la teoría elástica. Inclusive surgirán algunas fisuras en la sección de momentos flectores máximos, pero sin entrar en fluencia el acero.

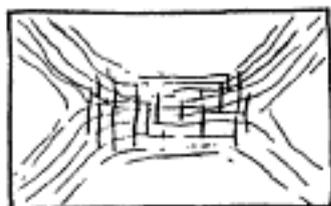


- b) Al continuar aumentando las cargas el acero ingresa en fluencia produciéndose grandes deformaciones y crecen las fisuras. Las secciones plastificadas retienen un momento flector constante. Las fisuras avanzan sobre líneas de máximos esfuerzos.



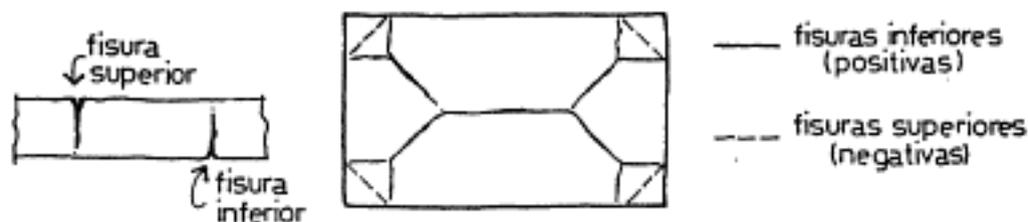
- c) La rigidez flexional se modifica y los esfuerzos siguen redistribuyéndose, las fisuras llegan a conformar el mecanismo de colapso, pero aún existen sectores de líneas en período elástico.

- d) Las cargas siguen en aumento hasta formar familias de fisuras adyacentes a las anteriores y totalmente plásticas. A lo largo de dichas líneas el momento flector es constante. La carga última es aquella que conforma el mecanismo de colapso definitivo, a partir de allí no se pueden aumentar más las cargas.

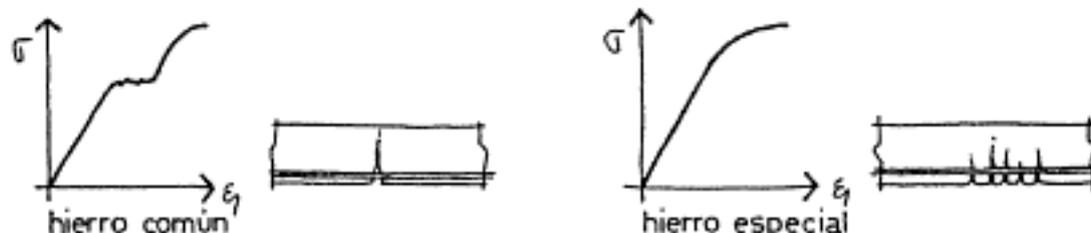


Las líneas de rotura pueden ser positivas o negativas. Según el signo de los momentos que las provocan. Las positivas habitualmente se presentan en los tramos (fisuras abajo), mientras que las negativas se ubican en los apoyos (fisuras arriba).

En nuestros análisis consideramos que las roturas se producen según líneas de ancho nulo. En la realidad las fisuras se producen en bandas de anchos similares al espesor de la losa, tal como se muestra en la figura siguiente.



Respecto al ancho de estas familias de fisuras es conveniente destacar que depende de las características del acero de las barras. En los inicios del uso del método de las líneas de rotura (año 1930), el acero que se utilizaba era el liso común con un marcado límite de fluencia ( $\beta_s = 2.400 \text{ kg/cm}^2$ ) y por este motivo las líneas se formaban de manera bien definida y las zonas de plastificación eran angostas. Actualmente con las barras nervuradas de elevado límite de fluencia ( $\beta_s = 4.200 \text{ kg/cm}^2$ ) y sin un escalón bien definido del escurrimiento, el ancho de las familias de fisuras es mayor.

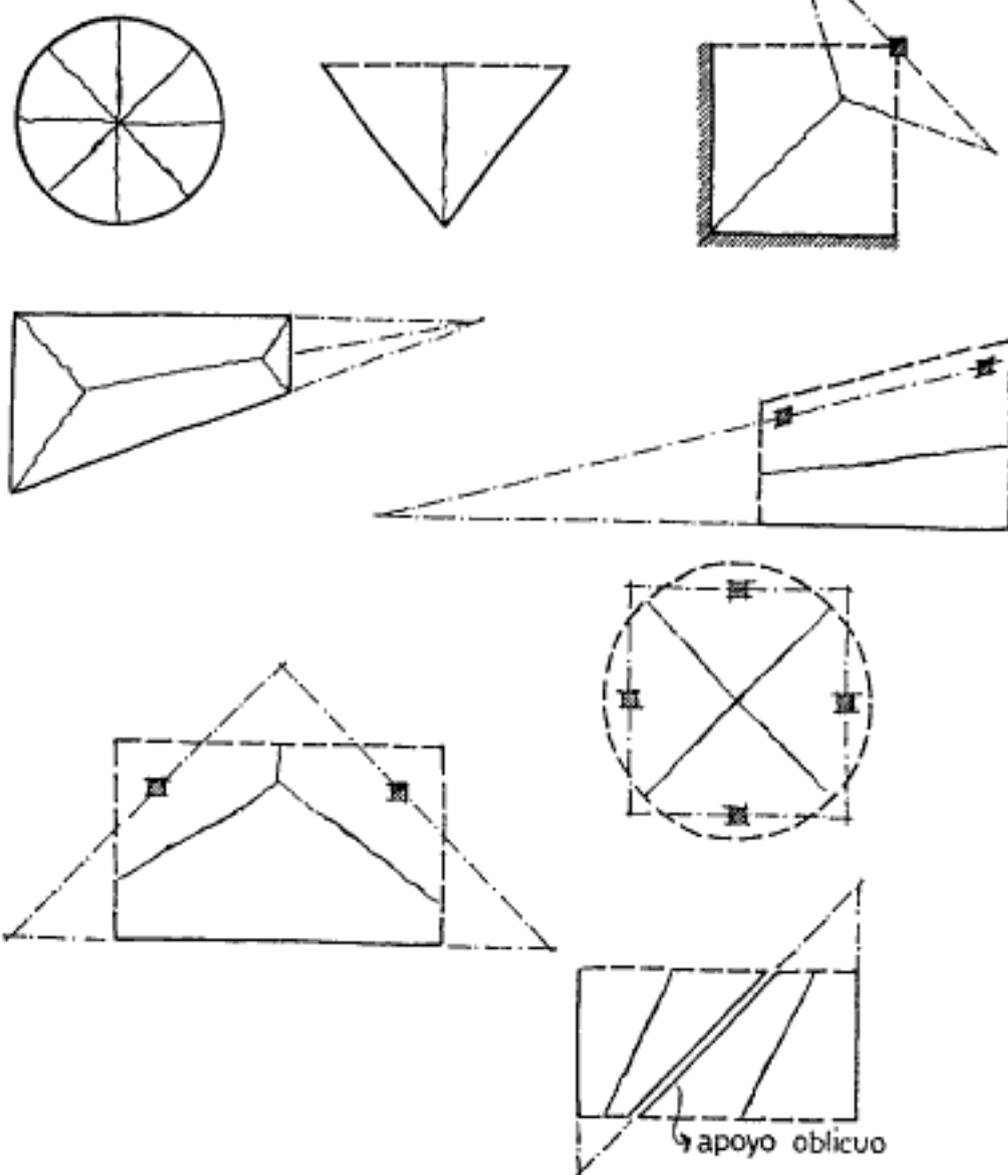


## 4.2.- Configuración de las fisuras.

Para losas uniformemente cargadas se plantean diferentes mapas de fisuras de acuerdo al tipo de apoyo y de sus grado de empotramientos. Seguidamente dibujamos algunas de ellas.

Los símbolos que se utilizan según las líneas y apoyos:

Borde no apoyado (libre):	: - - - - -
Borde simplemente apoyado:	: —————
Borde empotrado:	: //////////////
Columna:	: □
Eje de giro:	: - . - . - . -
Línea de fluencia (fisura superior):	: ~~~~~~
Línea de fluencia (fisura inferior):	: ~~~~~~



Se pueden establecer algunos principios para el trazado de las líneas de fluencia:

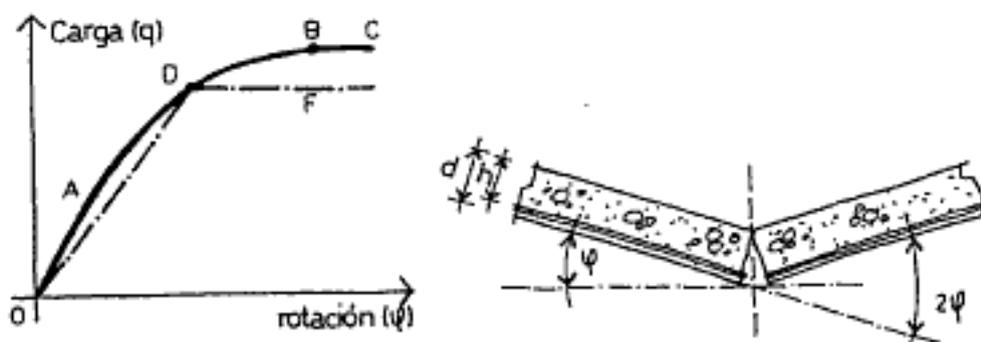
- a) Las líneas son rectas.
- b) En bordes simplemente apoyados se producen ejes de rotación.
- c) En bordes empotrados se generan ejes de rotación y pueden surgir líneas de fluencia.
- d) En losas sin vigas, un eje de rotación pasará sobre la columna.
- e) Se desprecian las deformaciones elásticas.
- f) La forma de rotura de la placa se determina una vez conocidos los ejes de rotación de cada trozo y su respectivo ángulo de giro.

#### 5.- Comportamiento del material.

La teoría supone un comportamiento rígido plástico, esto es, que las porciones de placa sin romper, permanecen planas en el colapso, produciendo sistemas rígidos de fallas planas. Por consecuencia no se consideran las fuerzas de compresión de membrana que actuarán en el plano de la losa o placa.

El material se deforma plásticamente, debido a que la tensión de la armadura traccionada ha llegado al límite de fluencia.

En las secciones transversales de las líneas de rotura se producen rotaciones o giros que lo indicamos con el ángulo " $\theta$ ". Si representamos en un sistema ortogonal las cargas y la variación de dichas rotaciones, tendremos un diagrama real:



sector OD : comportamiento elástico del material.

sector AB : comportamiento semielástico.

sector BC : comportamiento plástico.

Para elaborar un esquema de razonamiento que conduzca al cálculo de las losas, se sustituye el diagrama real por otro idealizado y simplificado, compuesto por dos rectas:

sector OD : elástico

sector DF : plástico

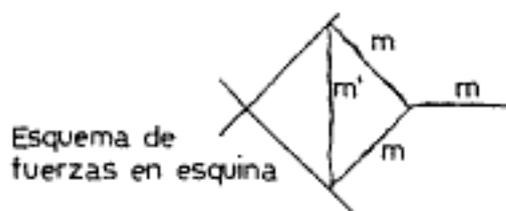
#### 6.- Determinación de los esfuerzos últimos.

Las líneas de rotura se producen por diferentes esfuerzos; momentos de rotura, esfuerzos de corte y esfuerzos nodales.

**Momentos de rotura:** Se refieren a la unidad de longitud y lo indicamos con "m" (positivos) y "m'" (negativos) y lo representaremos como vectores.

**Esfuerzos de corte:** A lo largo de las líneas se supone el esfuerzo de corte nulo porque los momentos son máximos.

**Fuerzas nodales:** En la intersección de las líneas de rotura o de apoyos (nudos) se presentan fuerzas nodales que deben encontrarse en equilibrio.



De estos esfuerzos nos interesa el momento de rotura y su determinación mediante el método plástico se puede realizar de dos maneras diferentes:

- a) Por trabajos virtuales.
- b) Por equilibrio de fuerzas.

Ambos métodos conducen a resultados similares. Como veremos más adelante, en el método de los trabajos virtuales no es necesario conocer las magnitudes y la distribución de las fuerzas cortantes y momentos torsores que actúan sobre la línea de fluencia, debido a que al realizar la suma total de esos esfuerzos sobre la placa se anulan entre sí.

Para el método de equilibrio de fuerzas, sin embargo es necesario conocer todas las acciones sobre las líneas de fluencia porque los segmentos se consideran por separado.

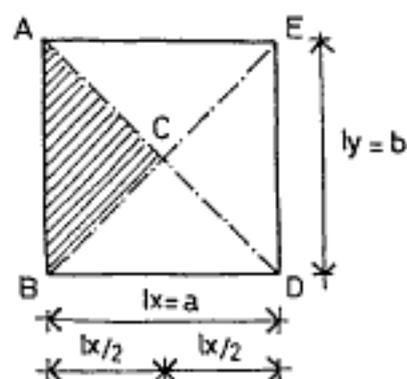
6.1.- Método de los trabajos virtuales.

Analizaremos el caso de losa más simple, apoyada perimetralmente en sus cuatro bordes, sin empotramientos. Los momentos a lo largo de las líneas de rotura son los momentos principales; por lo tanto los momentos de torsión son nulos y en la mayoría de los casos los esfuerzos de corte también, siempre refiriéndonos a los actuantes en las líneas de rotura. Por consecuencia alrededor de las líneas AD y BE sólo actúan momentos "m" por unidad de longitud.

El fundamento del método se basa en el criterio cinemático de la igualdad de trabajo interno con el trabajo externo. En el trabajo interno se desprecia el realizado dentro de la zona elástica. Se toma nada más que el desarrollado sobre las líneas de rotura.

Para que exista equilibrio se tiene que dar la igualdad entre el trabajo externo (Ee) y el trabajo interno (Ei).

$$Ee = Ei$$



El desplazamiento virtual es pequeño y arbitrario y el trabajo virtual es el producto del desplazamiento por la fuerza que lo produce. Suponemos que el centro de la losa desciende "f".

En este caso particular y para la simplificación del estudio, adoptamos una losa cuadrada con armaduras iguales en ambos sentidos (isotrópica).

$$l_x = a \qquad l_y = b \qquad a = b$$

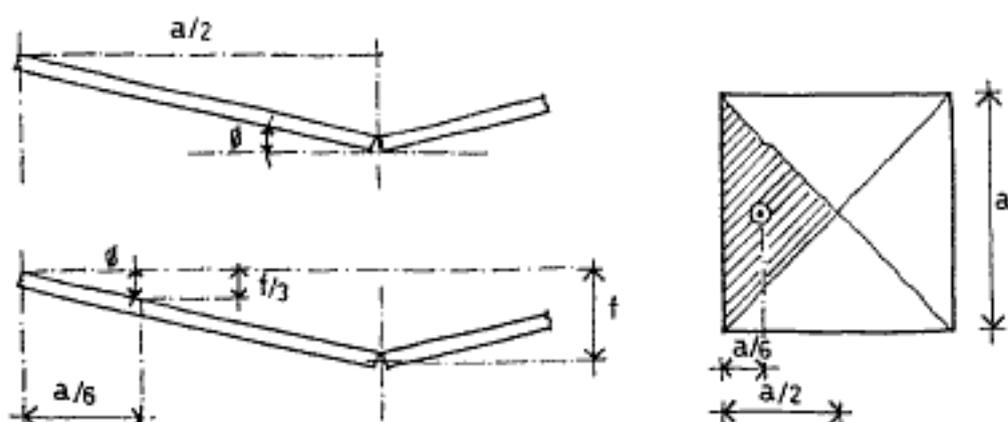
**Trabajo externo (Ee):**

Es el producido por las cargas al crear un desplazamiento en la zona de acción. Si consideramos la zona rayada triangular de la placa y si el desplazamiento de su centro de gravedad es " $\delta$ " ( $\delta = f/3$ ), el trabajo externo será:

$E_e = \text{fuerza} \times \text{desplazamiento}$

$E_e = \Sigma \int q \cdot dx \cdot dy \cdot \delta$       que en el segmento triangular en estudio, resultará:

$$E_e = (q \cdot a^2 / 4) \cdot (f / 3)$$



La expresión ( $f/3$ ) es el descenso que se produce de la sección triangular en su centro de gravedad.

**Trabajo interno (Ei):**

Es el producido por los momentos flectores al generar una rotación.

$$E_i = M_{tot} \cdot \theta = M \cdot a \cdot \theta \quad \text{donde } M_{tot} = M \cdot a$$

Si la rotación es pequeña, podemos asimilar el ángulo a la tangente, entonces:

$$\theta = f / (a/2)$$

donde  $f$  es el descenso producido en el centro de la placa, tal como lo muestra la figura. El trabajo en un cuarto de placa resultará:

$$E_i = M \cdot a \cdot \theta = M \cdot a \cdot f / (a/2) = 2 \cdot M \cdot f$$

En este caso "a" resulta la proyección de las diagonales de rotura. Si igualamos los trabajos (externo e interno) para la totalidad de la placa, tendremos:

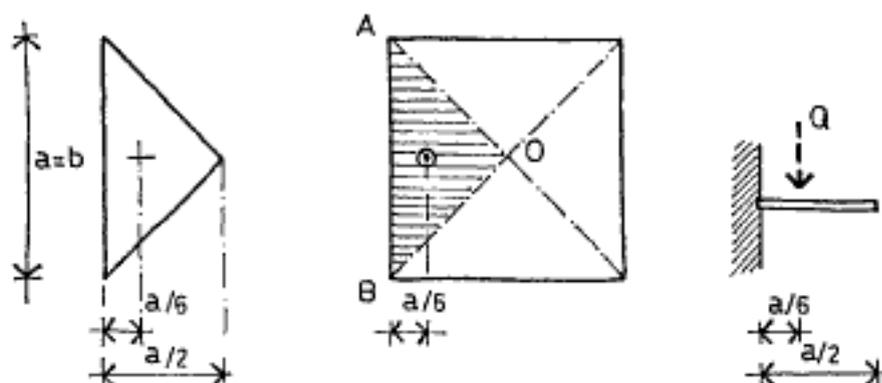
$$Ei = 4.(2.M.f) = 4.(q.a^2.f/12) = Ee$$

de donde, el momento unitario resultará:

$$Mu = q.a^2/24$$

### 6.2.- Método del equilibrio de fuerzas.

Analizaremos el segmento "AOB" y las fuerzas que actúan sobre el mismo.



El momento interno resistente a lo largo de las líneas de fluencia tiene que igualarse con la acción de fuerzas externas.

**Momento interno.**

$$Mi = Mu.a$$

Mu: Momento unitario sobre la línea de rotura.

**Momento externo.**

Tomamos momento del apoyo.

$$Me = Q.(a/6) \quad \text{donde } Q = q.a^2/4$$

$$Me = q.a / 24$$

El momento unitario resultará de igualar las expresiones anteriores:

$$Mu.a = q.a / 24$$

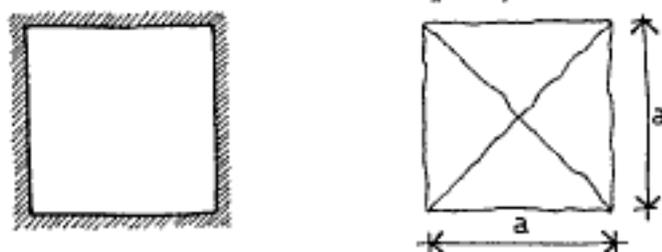
$$Mu = q.a^2/24$$

Similar al anteriormente calculado por el método de los trabajos virtuales.

## 7.- Losa empotrada en todo su perímetro.

Si la losa se encontrara empotrada en todo su perímetro, las líneas de fractura se desarrollarán no sólo alrededor de las diagonales, sino también en los cuatro lados de empotramiento. Y si analizamos todo el proceso de la misma manera que lo hicimos anteriormente llegaremos a la expresión:

$$Mu = q \cdot a^2 / 48$$



Esta expresión es fácil de determinar; al considerar que las longitudes en proyección, sobre los bordes de las líneas de rotura se duplican, respecto a la de la losa simplemente apoyada en todos sus bordes.

## 8.- Losa con grado de empotramiento intermedio.

Si el empotramiento existente en los apoyos es elástico, el momento unitario que actúa en el instante de la fractura se puede determinar mediante la rigidez existente en dichos apoyos.

Al grado de empotramiento en los apoyos lo podemos referir entre dos extremos:

perfectamente empotrado:  $r = 1$   
 articulación libre total:  $r = 0$

Así, el grado de empotramiento depende de la rigidez del apoyo, y queda definido por ( $r$ ).

En función de ello y para una losa cuadrada con carga uniforme ( $q$ ) y con un determinado grado de empotramiento en todos sus bordes, la expresión del momento quedaría:

$$M = q \cdot a^2 / r_i \quad \text{donde } r_i = 24 \cdot (1+r)$$

Al final del capítulo, indicamos una clasificación de los diferentes tipos de losas con la expresión de los momentos unitarios.

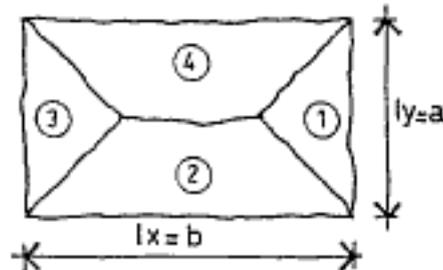
## 9.- Ecuación general para losas rectangulares.

En base a lo estudiado anteriormente, la ecuación general para losas rectangulares con armadura igual en ambos sentidos (losa isotrópica), y con las dimensiones tal como se indica en la figura, resulta:

$$M = (q \cdot ar^2 / 24) \cdot (3 + c^2 - c)^2$$

donde  $ar = 2 \cdot a / (1 + r_2 + 1 + r_4)$

$$br = 2 \cdot b / (1 + r_1 + 1 + r_3) \quad c = ar / br$$



En la figura superior se indica la secuencia de lados para el coeficiente "r" de rigidez.

La obtención de momentos mediante la expresión anterior, en caso de armaduras iguales en ambos sentidos es rápida. Veremos algunos ejemplos:

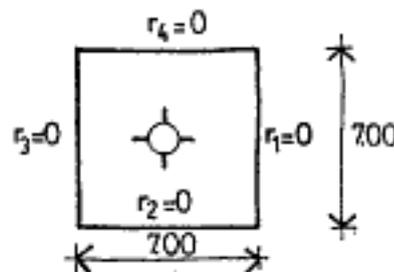
Caso (1): Losa cuadrada de lados simplemente apoyados.

$$lx = ly = 7,00 \text{ mts.}$$

$$q = 800 \text{ kgm.}$$

$$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 0$$

$$M_{\text{máx}} = 1.633 \text{ kgm.}$$



Este valor coincide con la aplicación directa de la fórmula  $(q \cdot l^2 / 24)$ .

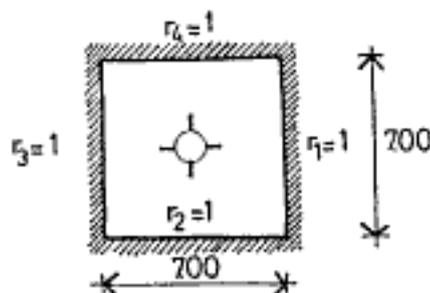
Caso (2): Losa cuadrada de lados totalmente empotrados.

$$lx = ly = 7,00 \text{ mts.}$$

$$q = 800 \text{ kgm.}$$

$$r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = 1$$

$$M_{\text{máx}} = 817 \text{ kgm.}$$



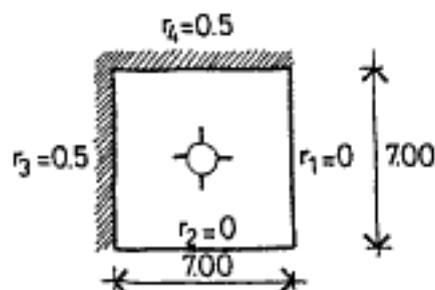
Caso (3): Losa cuadrada con lados empotrados parcialmente. Con la expresión anterior podemos considerar losas donde las vigas de borde poseen suficiente rigidez como para asignarles momentos de empotramientos.

$$lx = ly = 7,00 \text{ mts.}$$

$q = 800 \text{ kgm.}$

$r_1 = r_2 = 0$       (bordes articulados)

$r_3 = r_4 = 0,5$       (bordes parcialmente empotrados)



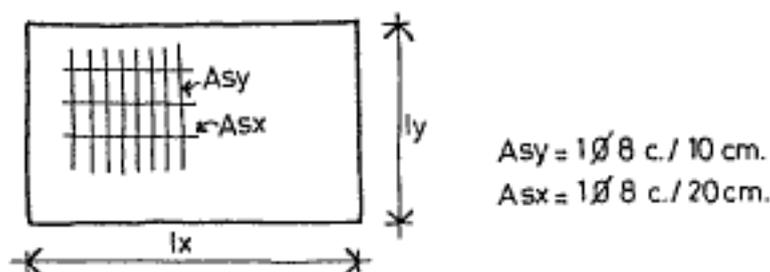
$M_{\text{máx}} = 1.320 \text{ kgm.}$

Vemos que el método nos brinda cierta flexibilidad, especialmente cuando tenemos que adoptar valores parciales de empotramiento. Situación que no nos permiten otros métodos, especialmente el de Marcus.

#### 10.- Losas rectangulares con diferente armadura en cada dirección.

Las losas que están reforzadas en forma diferente en las direcciones perpendiculares (ortotrópicas), poseen distintos momentos resistentes en cada una de las direcciones.

El momento en la dirección "x" es igual a  $M_x$ , mientras que en la dirección "y" resultará igual a  $M_y = u \cdot M_x$ .



En el caso de la figura superior,  $A_{s_y}$  es el doble de  $A_{s_x}$ .

El grado de ortotropía queda definido por la relación:

$$u = A_{s_y}/A_{s_x} = M_y/M_x$$

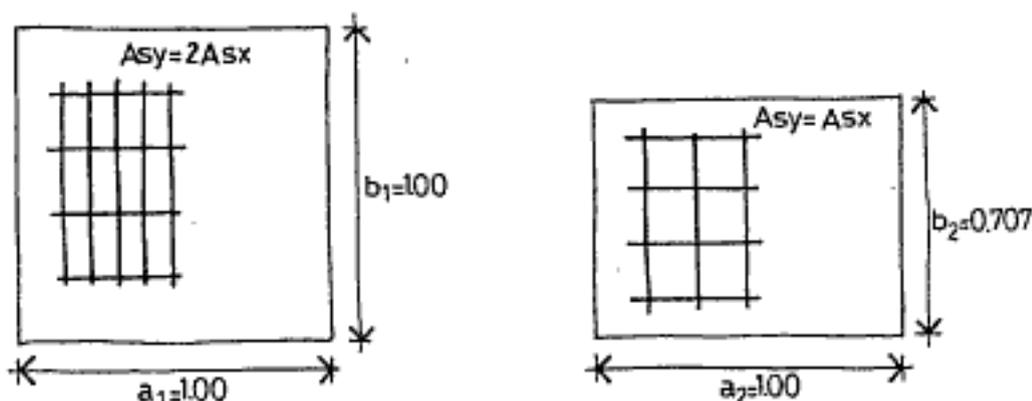
$$u = 2 \text{ (en el caso de la figura anterior).}$$

El momento tiene relación directa con las secciones de armadura. Es directamente proporcional dado que es función de la capacidad interna resistente (cupla interna).

11.- Simplificación de cálculo.

Para simplificar el cálculo de las losas con diferentes cuantías en cada dirección, el estudio se realiza sobre una equivalente, en la que la resistencia y las cuantías en ambas direcciones son iguales (isotrópica). La losa equivalente cambia sus dimensiones de lados, pero iguala las armaduras.

Y esta conversión se puede hacer como sigue:



Se divide la longitud en la dirección "x" o "y", según corresponda, por  $\sqrt{u}$ .

Por ejemplo, si deseamos transformar la losa de la figura de la izquierda, donde la armadura en la dirección "y" es el doble ( $u = 2$ ) de la dirección "x", se divide el valor de la longitud de la dirección "y" por  $\sqrt{u}$ . Así logramos la configuración de otra losa equivalente pero donde las armaduras resultarán iguales:

$$\text{Supongamos } a_1 = b_1 = 1 \qquad u = A_{sy}/A_{sx} = 2$$

$$l_y = b_2 = a_1/\sqrt{2} = 1/\sqrt{2} = 0,707$$

$$l_x = a_2 = a_1 = 1$$

Para comprender mejor el método de las líneas de fluencia, recomendamos al lector analizar los ejemplos que se desarrollan en los capítulos de prácticos.

12.- Roturas en las esquinas.

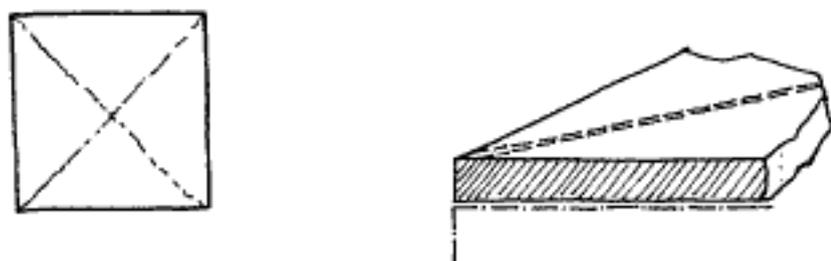
En la intersección de líneas de rotura o apoyos se plantean fuerzas nodales que provocan diferentes configuraciones de las líneas.

La característica más particular de esta situación se plantea en las esquinas, donde se encuentran las líneas de apoyo con las de rotura.

Analizaremos los diferentes tipos de fisuras en las esquinas de una losa cuadrada con carga uniformemente repartida.

a) Línea de fluencia directa a esquina.

En la esquina surgen fuerzas que tratan de levantar la losa. Para que esto no suceda deben existir anclajes suficientes para equilibrar ese esfuerzo. El vértice tiene que estar armado y anclado para resistir la fuerza de levantamiento. Cumplida estas condiciones la fisura llega al vértice tal como se muestra en la figura:

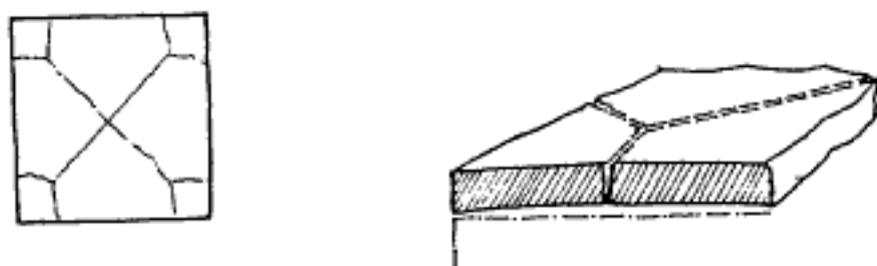


Habitualmente el anclaje se efectiviza con los estribos de las vigas que toman a la losa en sus bordes.



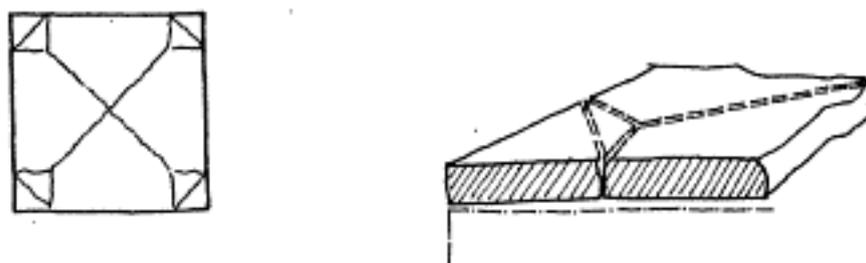
b) Línea bifurcada.

Si no existe anclaje o éste es insuficiente, se rompe la condición de equilibrio y la esquina se levanta. La línea de fisura se bifurca y se forma un eje (a-b) por donde bascula la placa de la esquina.



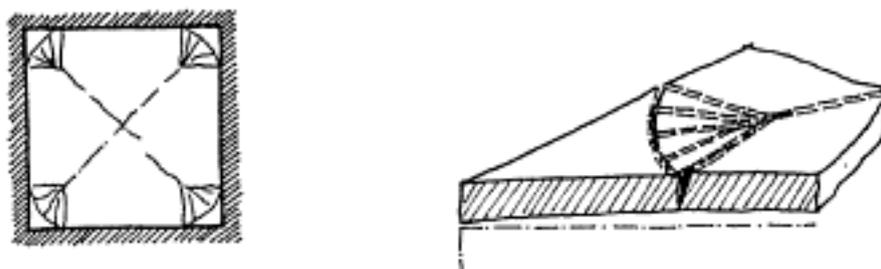
c) Línea bifurcada con línea superior transversal.

Al actuar cargas uniformes en la placa basculante, se producen momentos negativos y aparece una fisura en la parte superior, inmediatamente después de la aparición de las fisuras bifurcadas.



d) Líneas en abanico con fisura superior.

Cuando en la esquina convergen apoyos empotrados, la línea de fluencia principal se ramifica en las cercanías del apoyo con una fisura en el plano superior.



Como vemos los dibujos que pueden presentar las líneas de fluencia también significan diferentes grados de rigidez. El efecto de esquina se debe tener en cuenta en el trazado de las líneas para aplicar de manera adecuada las ecuaciones de trabajos virtuales o las ecuaciones de equilibrio.

13.- Recomendaciones.

Al diseñar losas por líneas de fluencia es necesario evitar las distribuciones de acero de manera uniforme en toda la superficie, dado que se puede presentar fluencia en algunos sectores con la carga de servicio y en otros con cargas menores. Esto se da, por ejemplo, en las losas apoyadas sobre columnas. En el apoyo se producen momentos negativos muy fuertes en valor absoluto comparados con el resto de los momentos. Allí se producirá fluencia con mucha anticipación.

Por lo anterior es conveniente el mayor refuerzo en las zonas donde los momentos son muy superiores al resto del sistema. Es conveniente tener en cuenta para ello la distribución de los momentos en el período elástico.

Respecto al efecto de esquina de losas, la teoría de las líneas de fluencia muestra una disminución de la resistencia debido a la formación de abanicos en las esquinas. Situación que puede corregirse mediante la adecuada aplicación de armadura superior e inferior en esa zona.

Por todo lo antedicho queda claro que no basta con un correcto trazado de las líneas de fluencia, también se requiere de una acertada estimación de las posibles diferencias entre los esfuerzos en zonas cercanas de losa.

La utilización del método de las líneas de fluencia, está bien determinado en aquellos casos donde la conformación de la forma de la losa o las cargas que soporta, no se encuadra en alguno de los modelos desarrollados por la teoría elástica, por ejemplo en losas triangulares o circulares con apoyos combinados.

La teoría de las líneas de fluencia ofrece soluciones con momentos flectores menores a los determinados por la teoría elástica. Al respecto, analicemos una losa cuadrada, simplemente apoyada y con carga repartida:

$$a = b = 6,00 \text{ mts.} \qquad q = 800 \text{ kg/m}^2$$

método elástico:  $M_{\text{máx}} = q \cdot a^2 / 20,04 = 1.437 \text{ kgm}$   
(tablas 05/57)

método de líneas:  $M_{\text{máx}} = q \cdot a^2 / 24,00 = 1.200 \text{ kgm}$

Los espesores de la losa serán por consiguiente menores, y será necesario aplicar con todo rigor los requisitos de condiciones de servicio, especialmente en las deformaciones y fisuras. Es recomendable realizar una mayoración de las cargas en un 15 %.

#### 14.- Aplicación y tablas.

Los estudios anteriores se realizaron tomando modelos de losas rectangulares y cargas uniformes, para otros casos de losas se utilizan las tablas 05 de "Tablas de Hormigón Armado" y su aplicación se muestra en los ejemplos del Capítulo de Prácticos.

## Capítulo ocho:

# 8

## METODO DE LAS BANDAS.

1. - Introducción.
2. - Breve aplicación del método.
3. - Características generales.
4. - Losas continuas.
5. - Dos maneras de delimitar las áreas de cargas.
  - 5.1. - Líneas con salida de esquina.
  - 5.2. - Líneas con salida de los bordes.
6. - Comparación de ambos procedimientos.
7. - Bandas de refuerzo.
8. - Losas no rectangulares.
9. - Esfuerzo de corte.
10. - Torsión en las esquinas.
11. - Recomendaciones.
12. - Losas apoyadas sobre columnas.
  - 12.1. - Introducción.
  - 12.2. - Tipos de áreas.



<b>Capítulo ocho: Método de las bandas.</b>
---

### 1.- Introducción.

La particularidad principal de este método es su sencillez y simplicidad. Inclusive muchos calculistas y proyectistas lo han utilizado de manera intuitiva, como un procedimiento de aproximación al dimensionado.

Hillerborg, su autor, comienza sus estudios en la década del '50 y luego otros investigadores lo terminan de desarrollar y perfeccionar en los años '70. El método trata de ajustar y ordenar esa forma de cálculo intuitivo, ese cálculo que utiliza ciertas bandas resistentes para el envío de cargas a uno u otro apoyo.

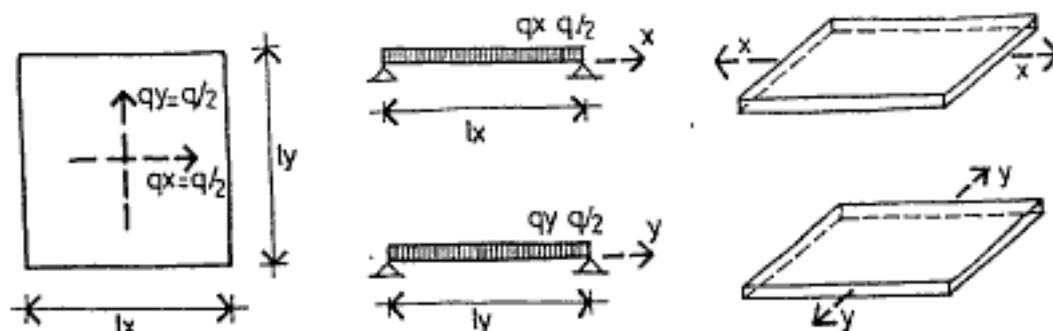
### 2.- Breve explicación del método.

Para una rápida comprensión del método analizaremos una losa cuadrada que apoya en sus cuatro bordes. Actúa sobre ella una carga uniformemente distribuida y estudiaremos las diferentes maneras que esta carga llega a los apoyos. Cada una tendrá, como veremos, distintas respuestas en sus momentos flectores. En la medida que la distribución se acerca más a la realidad, la economía de armaduras y hormigón se optimiza.

Para el análisis comparativo utilizaremos los volúmenes de los momentos flectores en ambas direcciones.

#### Primer alternativa:

La mitad de la carga actúa en cada una de las direcciones "x" e "y". Esto es similar al análisis realizado para el método de Marcus. Los momentos resultantes en cada una de las direcciones se obtienen por los principios básicos de la estática para una carga uniforme por área unitaria.



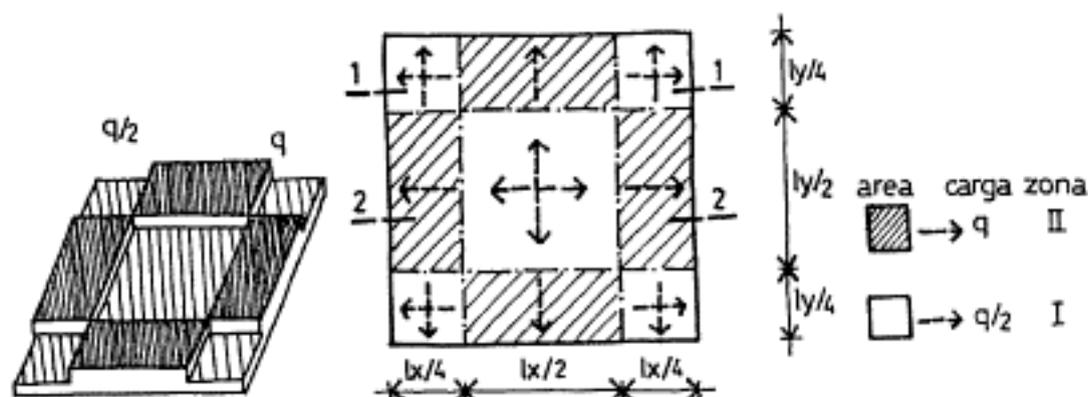
carga en cada dirección:  $q/2$

momento flector:  $M_x = M_y = ql^2/16$

Esta distribución de cargas genera momentos flectores máximos constantes, tal como se muestra en la figura. Es decir no se tiene en cuenta la disminución de momentos por la proximidad de los apoyos.

### Segunda alternativa:

Se divide la losa en zonas y se le asignan diferentes cargas con direcciones específicas de descarga.



carga en zona I:  $q/2$  con descarga en dirección "x".  
 $q/2$  con descarga en dirección "y".

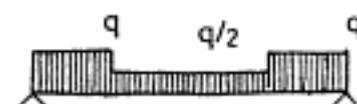
carga en zona II:  $q$  con descarga únicamente "x" ó "y".

Las flechas indican la dirección de dispersión o descarga.

Esquema de carga en corte 1-1:



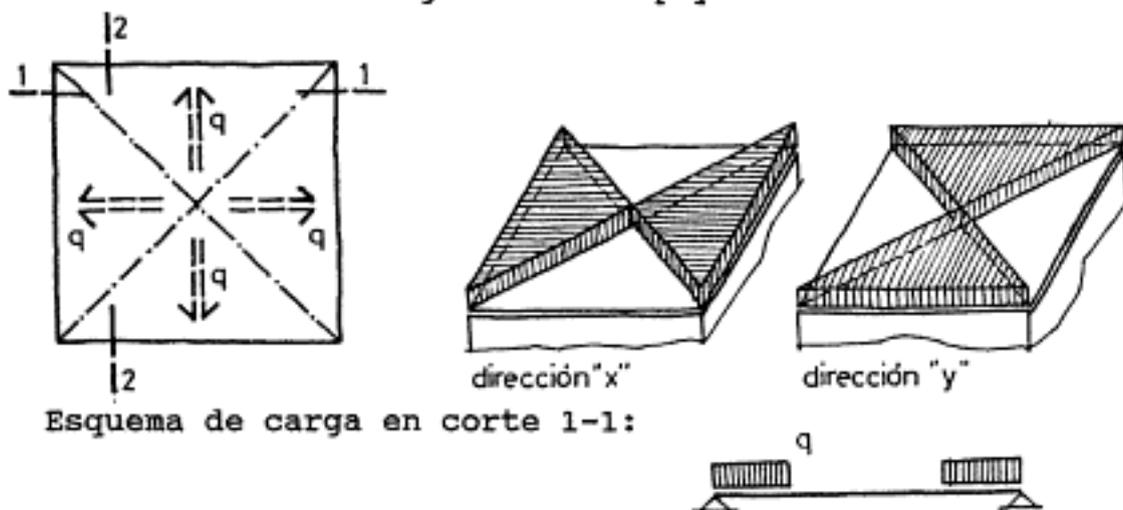
Esquema de carga en corte 2-2:



Los momentos y reacciones se obtienen por las ecuaciones de la estática.

**Tercera alternativa:**

En este caso las regiones quedan delimitadas por las diagonales. Se conforman áreas triangulares y cada una de ellas descargan en sus apoyos laterales.

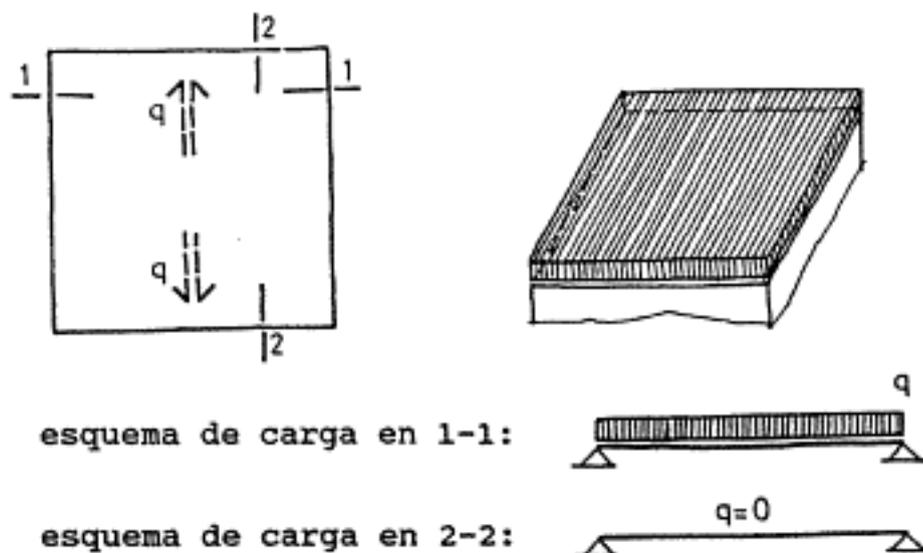


Esquema de carga en corte 1-1:

Esquema de carga en corte 2-2:

**Cuarta alternativa:**

También se pueden cometer errores en la delimitación de las zonas y en la dirección de las descargas. En esta alternativa se adopta la dispersión de las cargas en una sola dirección. En este caso al ignorar los apoyos en una de las direcciones, la losa se transforma en unidireccional con un volumen de momentos muy superior a las alternativas anteriores.



esquema de carga en 1-1:

esquema de carga en 2-2:

Esta alternativa es tan equívoca como la primera dado que ambas poseen el mismo volumen de momentos. No consideran adecuadamente la descarga en los apoyos.

#### Conclusiones:

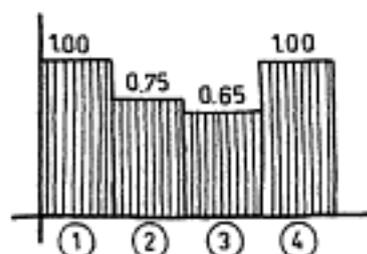
Podemos realizar un análisis comparativo, si suponemos que en todos los casos anteriores se cumple con:

- a) el espesor de la losa es idéntico.
- b) que todas las barras continúan hasta los apoyos.
- c) el "h" en ambos sentidos es igual.

Sabemos que las secciones de las armaduras son proporcionales a las áreas de momentos flectores.

Los volúmenes de momentos de cada uno de los casos será:

Alternativa 1: 1,00  
 Alternativa 2: 0,75  
 Alternativa 3: 0,67  
 Alternativa 4: 1,00



Hemos tomado como referencia de unidad (1,00) al mayor de ellos (alternativa 1).

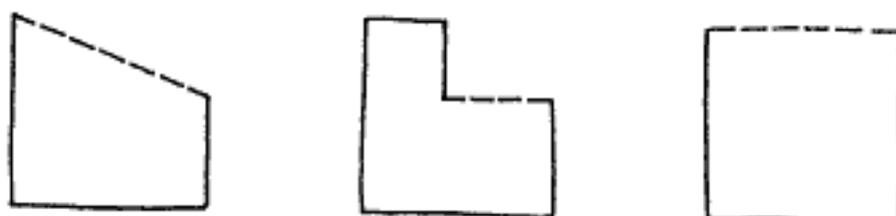
Vemos así que la alternativa correspondiente a regiones triangulares es la más efectiva y económica en cuanto a sección de armaduras a emplear.

Los ejemplos anteriores muestran la facilidad para obtener los momentos de las losas utilizando los elementos de la estática simple y además la variedad de alternativas que podemos armar con las regiones y dispersión de cargas hasta obtener las más convenientes.

Con cierta experiencia y práctica en el uso del método de las bandas no es necesario formalizar las alternativas anteriores para obtener la óptima.

### 3.- Características generales del método.

Posiblemente este método existió desde el comienzo de las losas de hormigón con armaduras cruzadas, los calculistas lo han utilizado intuitivamente para obtener una aproximación de los momentos y reacciones de aquellas losas cuyas condiciones de borde resultaban complejas, tales como losas con huecos, con entradas, triangulares o con bordes libres.



El método, como vimos en los ejemplos anteriores, brinda al calculista o proyectista una total libertad en la elección del criterio de diseño de dispersión de cargas, tanto que en losas totalmente simétricas se puede diferenciar la magnitud de las cargas hacia los apoyos.

Inclusive esta amplia libertad que otorga puede resultar contraproducente si el proyectista no posee buen criterio, dado que cada una de las alternativas posibles tiene diferentes grados de eficiencia. Así se pueden llegar a extremos como losas excesivamente armadas u otras que por equívocos en la dispersión de cargas trabajan al límite con formación de fisuras o excesivas flechas bajo cargas de servicio.

A primera vista tiene la apariencia de un método de aproximación, sin embargo algunos autores señalan que "... es un método riguroso de estado límite, concretamente de estado límite inferior, constituyendo (si las bandas se arman de acuerdo con los momentos) una solución exacta del problema...".

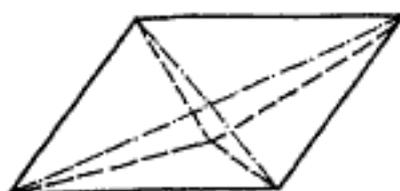
La rápida difusión del método y el interés que genera, se debe a su fácil justificación teórica como por su gran aplicación práctica y, especialmente, por su excelente respuesta al fenómeno físico.

Si bien el método lo publica el sueco A. Hillerborg en el año 1956, pasan muchos años hasta su difusión. En 1968, en Inglaterra, los investigadores Wood y Armer le realizan un profundo análisis teórico acompañado por ensayos de laboratorios y llegan a la conclusión ya anticipada; que si el método es acompañado con una adecuada colocación de la armadura, de acuerdo a las sollicitaciones de las bandas, puede llegar a resultar una solución exacta.

Las diferencias entre el método de las líneas de fluencia y el de las bandas lo podemos plantear en función de las armaduras. En líneas de fluencia la

armadura es constante a lo largo de cada una de las direcciones, mientras que el de las bandas la armadura puede variar entre las mismas; de acuerdo a la intensidad del momento actuante por banda.

En losas armadas según el método de líneas de fluencia, por la uniformidad de hormigón y armaduras, la falla se produce por líneas de roturas, permaneciendo las placas rígidas entre líneas de fluencia. Sin embargo cuando se diseña la losa por bandas, éstas al disponer diferentes secciones de hierro y además si éstos se cortan en función del momento, la falla se produce como una hamaca elástica; toda la superficie se plastifica. Tomando la losa del ejemplo anterior ( $l_x = l_y$ ) y para la alternativa (3), tendremos:



por líneas  
de fluencia



por método  
de las bandas

Para losas isostáticas, inclusive aquellas con huecos o con formas raras, la utilización del método es muy fácil. En losas continuas o con altos grados de hiperestaticidad también puede manejarse el método con cierta comodidad. En estas losas, como veremos más adelante es necesario establecer las líneas de inflexión (cambio de signo de momentos).

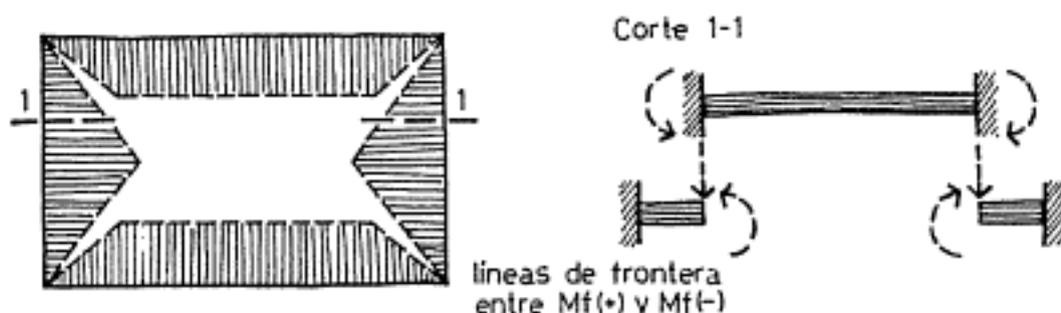
Las losas más complejas de resolver son aquellas apoyadas directamente sobre columnas, para éstas se implementó el denominado método avanzado de las bandas, muy posterior al método simple de bandas que lo analizaremos más adelante.



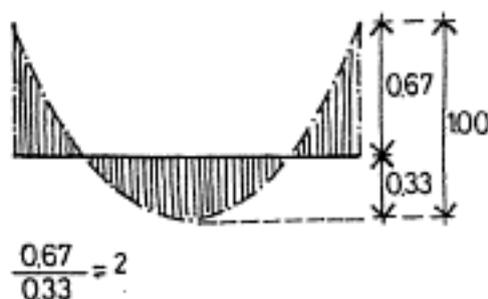
#### 4.- Losas continuas.

En estas losas el cálculo también se resuelve mediante las ecuaciones de la estática. En las zonas rayadas (momentos negativos), los momentos se calculan

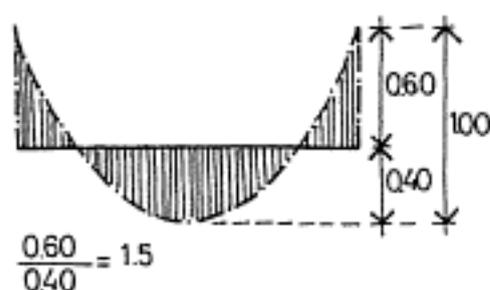
como voladizos con cargas repartidas y concentradas en sus extremos, mientras que en la zona de momentos positivos, el momento se resuelve como una losa empotrada, tal como se muestra en la figura que sigue.



Es conveniente establecer una adecuada relación entre momentos negativos y positivos. Y lo aconsejable es una relación cercana a la desarrollada por la teoría elástica. Aunque algunos reglamentos aconsejan una relación que varía entre 1,00 y 1,50; como vemos bajan algo los momentos de los apoyos y los transfieren a los tramos. En la figura siguiente marcamos los momentos según la teoría elástica de una losa empotrada rígidamente en sus dos extremos y otra con empotramientos parciales.



empotramiento total



empotramiento parcial

El autor del método de las bandas (Hillerborg), más del lado de la teoría elástica, sugiere que los momentos negativos en los apoyos empotrados resulten entre 1,5 a 2,5 veces el valor del momento en el tramo.

Vemos que tanto el método de las bandas como el de las líneas de fluencia, tienen la particularidad de dejar a criterio del calculista la distribución de los momentos.

#### 5.- Dos maneras de delimitar las áreas de carga.

En los ejemplos mostrados al principio apreciamos la delimitación de las áreas de carga mediante líneas inclinadas a los bordes y otras normales a ellas.

Las primeras entran directamente a las esquinas, mientras que las otras lo hacen perpendicularmente a los bordes. Analizaremos por separado la modalidad de uso de cada una de ellas.

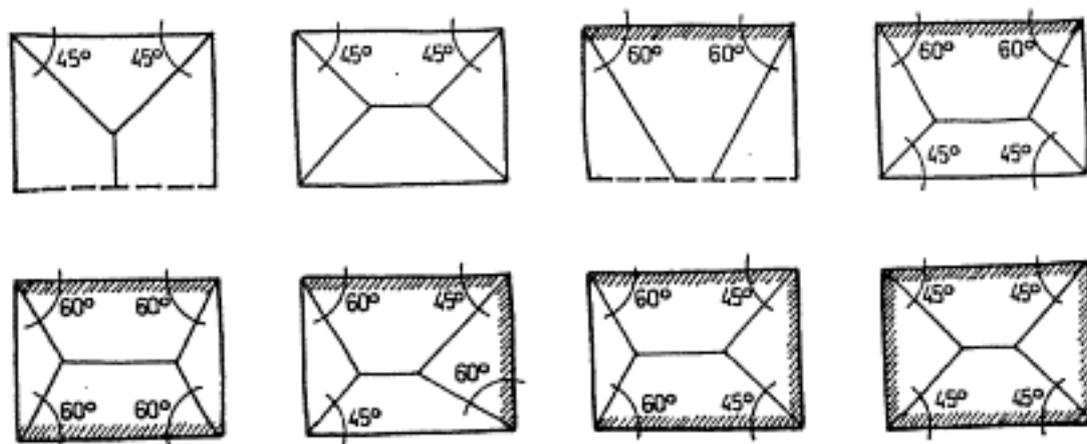
### 5.1.- Líneas con salida de esquina.

Estas líneas pueden originarse en las esquinas formando cualquier ángulo, pero es conveniente seleccionarlos en función del grado de rigidez de los apoyos. Esto lo podremos apreciar mejor en las siguientes recomendaciones:

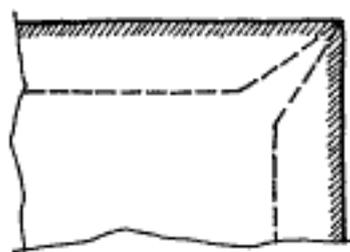
- Ángulos a  $45^\circ$ : Cuando se encuentran dos apoyos de iguales características. Por ejemplo dos apoyos simples o dos apoyos empotrados. También en aquellos casos donde se considere que ambos apoyos posean igual rigidez.
- Ángulos a  $60^\circ$ : O inclusive ángulos mayores cuando se encuentren dos apoyos de diferentes rigideces, por ejemplo un apoyo simple con un apoyo empotrado. La selección de estos ángulos queda a criterio del calculista en función del grado de empotramiento que desee otorgar a cada uno de los apoyos que llegan a la esquina en cuestión.



En la figura que siguen se muestran algunos ejemplos de los ángulos que pueden formar las líneas en su llegada a las esquinas.



En el último caso de losas empotradas en todos sus bordes, algunos autores recomiendan una configuración de dobles líneas de discontinuidad en las cercanías de las esquinas.



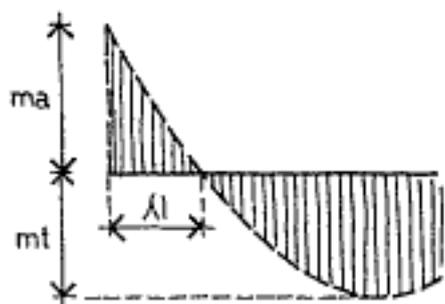
En el caso de tomar valores cercanos a los elásticos en la relación de momentos negativos con los positivos, se puede utilizar la fórmula:

$$\lambda = 0,5 \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{m_a/m_b}} \right)$$

que expresada en tabla obtenemos:

ma momento de apoyo (negativo).  
 mt momento de tramo (positivo).

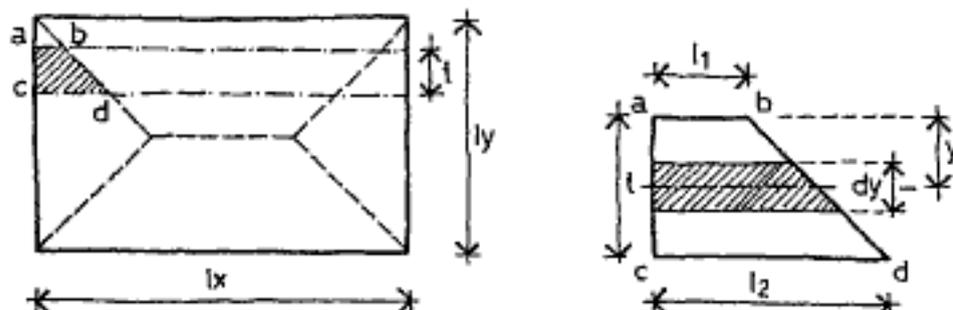
ma/mt	$\lambda$
0,25	0,05
0,50	0,09
0,75	0,12
1,00	0,15
1,25	0,17
1,50	0,18
1,75	0,20
2,00	0,21
2,25	0,22
2,50	0,23



Cuando las áreas de cargas son triangulares, los momentos flectores varían punto a punto, dado que los sectores de carga se amplifican hacia el centro de la losa. En estos casos, como es obvio resulta casi imposible realizar una losa con armaduras que se ajusten a la variación de esos momentos.

Se recomienda en estos casos elegir un determinado número de bandas y calcular el momento máximo promedio de cada una de ellas y con ese momentos dimensionar la armadura que se distribuirá en el ancho de dicha banda.

Para la determinación de dichos momentos promedios por bandas se pueden emplear las fórmulas que siguen:



El "mf" de la faja de ancho "dy" es:

$$m_y = M_y = q \cdot (B \cdot l)^2 / 2$$

donde:  $B \cdot l = l_1 + (l_2 - l_1) \cdot (y/t)$

si la faja estuviera ubicada en el medio de "t"  $y = 0.5t$ :

$$B \cdot l = l_1 + (l_2 - l_1) / 2$$

El momento máximo promedio por ancho unitario en "bd" sobre la banda:

$$M_{\text{máx}} = m_y \cdot dy / t = (q/2t) \cdot [l_1 + (l_2 - l_1) \cdot y/t]^2 dy =$$

$$= (q/2) \cdot c_2^2 \cdot (1,333 - 1,333/(c_1 + 2 + c_3)) = M_p \cdot k$$

$$c_1 = l_1 + l_2 \quad c_2 = (l_1 + l_2) / 2 \quad c_3 = l_2 / l_1$$

$(q/2) \cdot c_2^2$  :  $M_f$  máximo ( $M_p$ ) en la mitad de la franja.

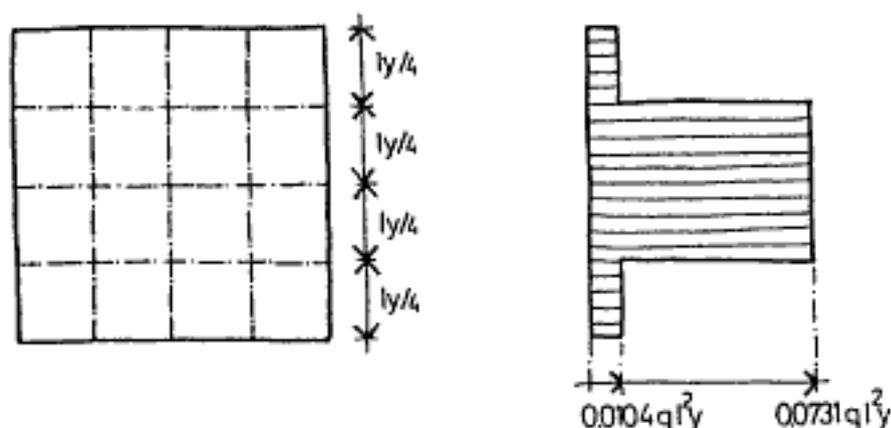
$1,333 - 1,333/(c_1 + 2 + c_3)$  : coeficiente "k"

tabla de coeficientes "k"

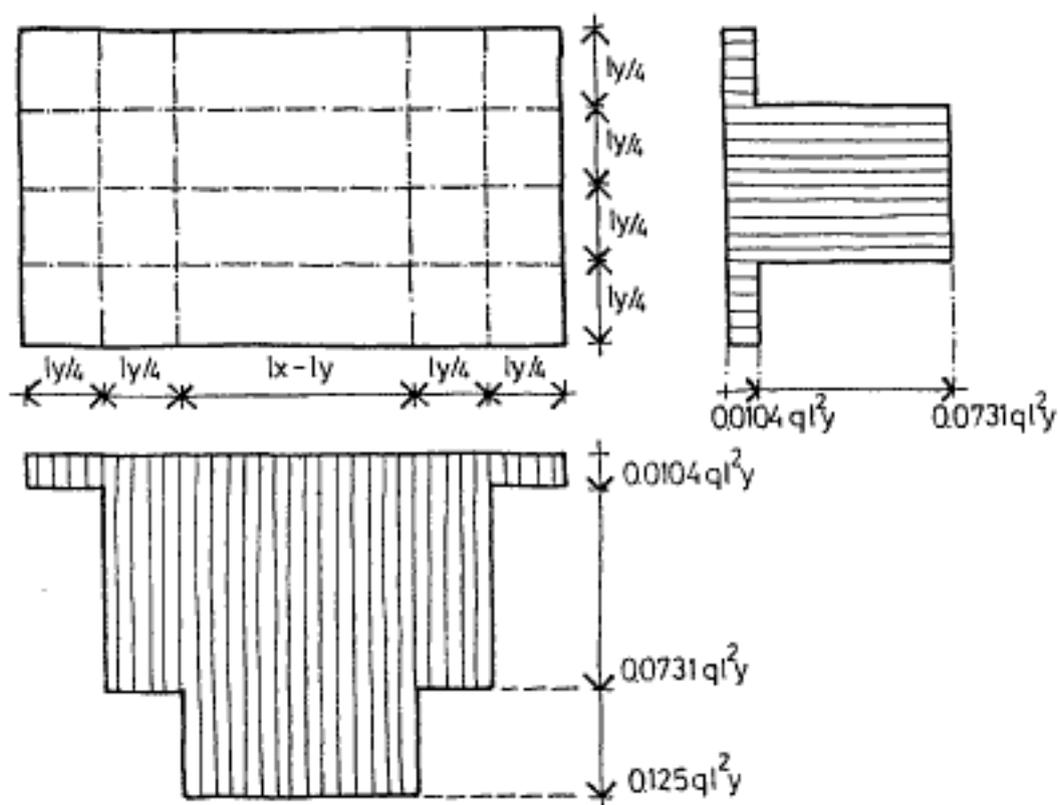
$l_1/l_2$	k
0,00	1,333
0,10	1,223
0,20	1,148
0,30	1,096
0,40	1,061
0,50	1,033
0,60	1,021
0,70	1,010
0,80	1,004
0,90	1,001
1,00	1,000

De acuerdo a las expresiones determinadas anteriormente, en la figura que sigue se indican los momentos flectores por bandas de ancho  $ly/4$ , para una losa simplemente apoyada en todos sus bordes.

a) losa cuadrada:

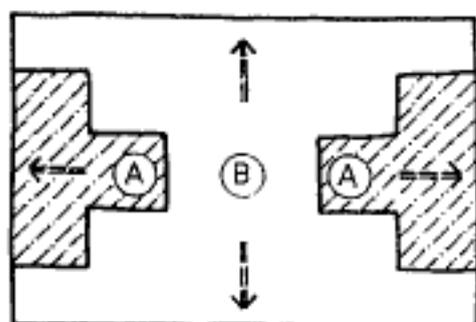


b) losa rectangular:



### 5.2.- Líneas con salida de los bordes.

Para evitar las complicadas expresiones detalladas anteriormente, se pueden diseñar las áreas de carga mediante líneas que formen  $90^\circ$  con los bordes de apoyo. De esta manera se determinan los momentos de manera directa y exacta, dado que no es necesario realizar aproximaciones o promedios.

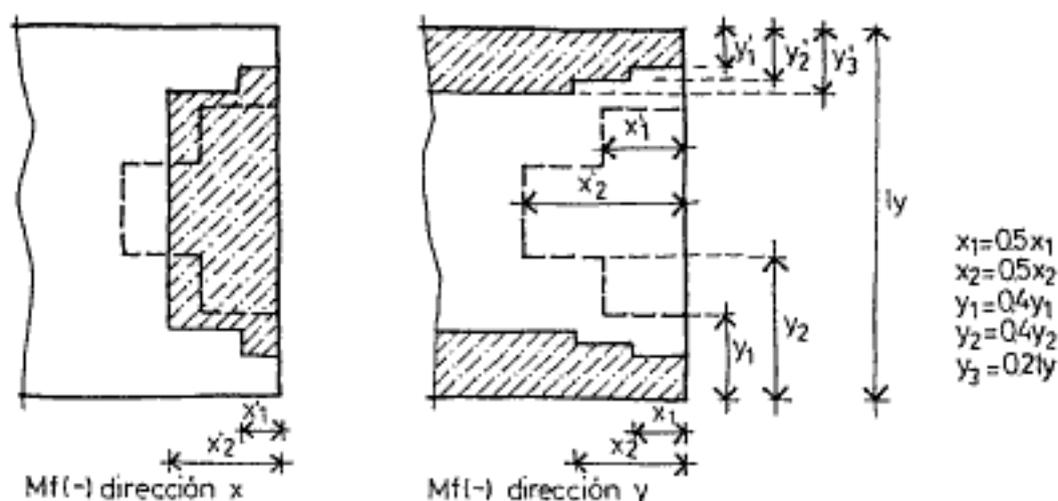


Dispersión de cargas:

Area (A): hacia lado corto

Area (B): hacia lado largo

Y en el caso de losas continuas o con bordes empotrados con líneas de inflexión (cambio de signo de momentos) se puede adoptar la configuración que sigue:



### 6.- Comparación de ambos procedimientos.

Para cotejar el procedimiento de las líneas de salida por esquina con el de salida por los bordes, supondremos que:

- las barras se prolongan en toda su longitud en cada dirección.
- los espesores de losas y brazo de palanca sean los mismos.

Respetando estas hipótesis resultará que el volumen del acero será proporcional a los volúmenes de momentos. Y la tabla que sigue muestra en las columnas:

- $\epsilon$  la relación de lados  $l_x/l_y$   
 $\alpha$  la relación entre el volumen de acero obtenido por el procedimiento de borde con el de esquina.

$\epsilon$	$\alpha$
1,00	1,12
1,25	1,05
1,50	1,01
1,75	0,98
2,00	0,97

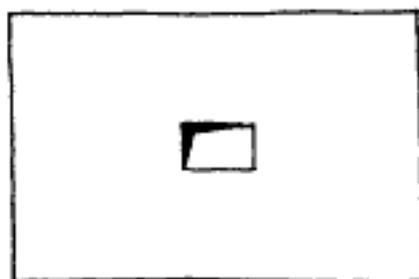
En el caso de losa cuadrada ( $\epsilon = 1,00$ ) el volumen de acero por el método de borde es 12 % mayor que el resuelto por procedimiento de esquina. Para el resto de las relaciones ( $l_x/l_y$ ) las diferencias son muy pequeñas por lo que convendría diseñar por el método de los bordes dado que resulta más simple.

#### 7.- Bandas de refuerzo.

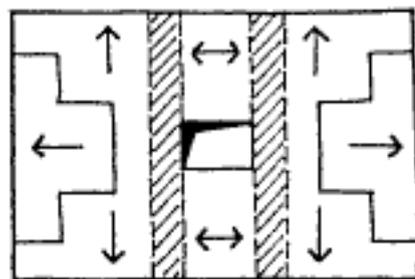
Las losas que posean quiebres, aberturas, esquinas reentrantes y algunas losas sin vigas apoyadas directamente sobre columnas (esto lo vimos anteriormente), se pueden resolver mediante el adecuado diseño de bandas especialmente reforzadas para recibir cargas mayores.

Estas son bandas reforzadas de anchos aproximados que van de los 40 a 80 cm. y actúan como una viga dentro de la losa. Como vimos en capítulos anteriores, se puede aumentar inclusive la altura de estos refuerzos para obtener una mayor cupla resistente interior.

También es útil el método para aquellas losas con bordes libres. En la figura que sigue se muestra un modelo de dispersión de cargas con bandas de refuerzo.

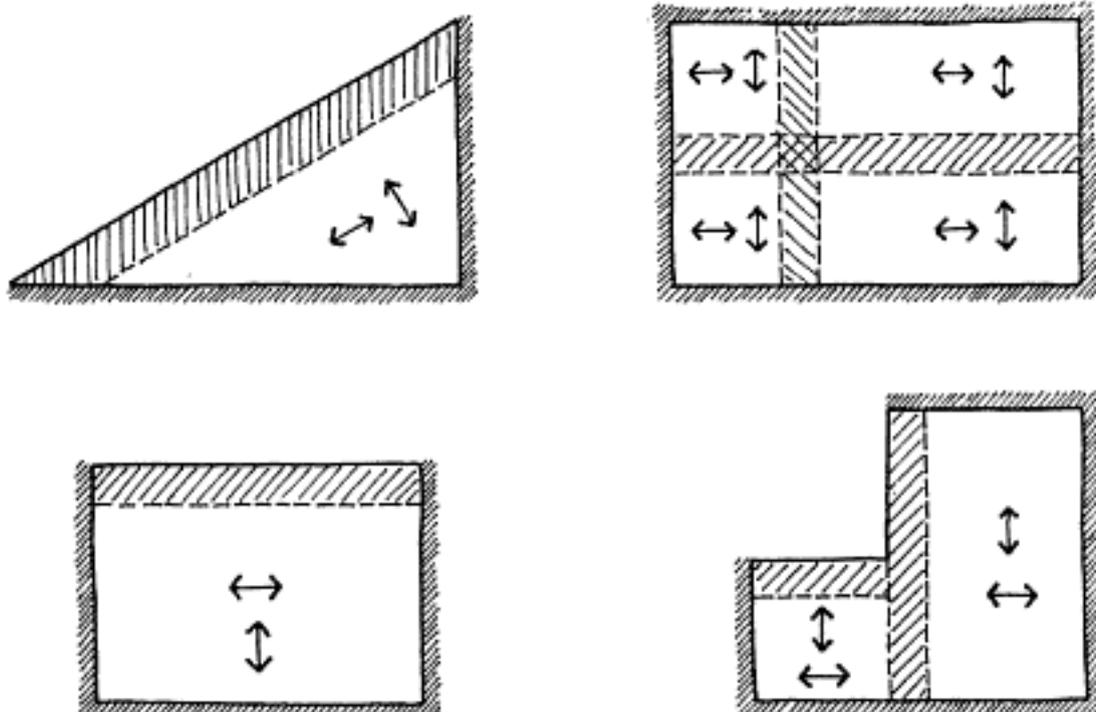


losa con hueco



dispersión de cargas

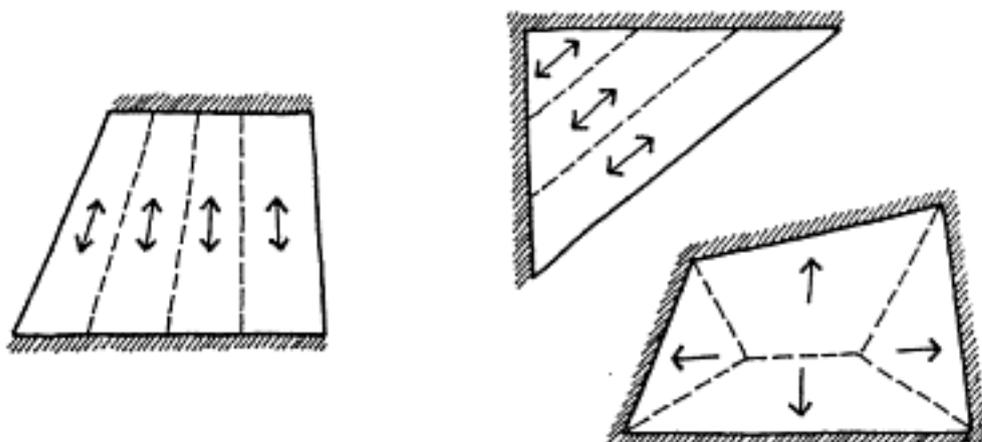
Otros casos de utilización de bandas de refuerzos en losas atípicas:

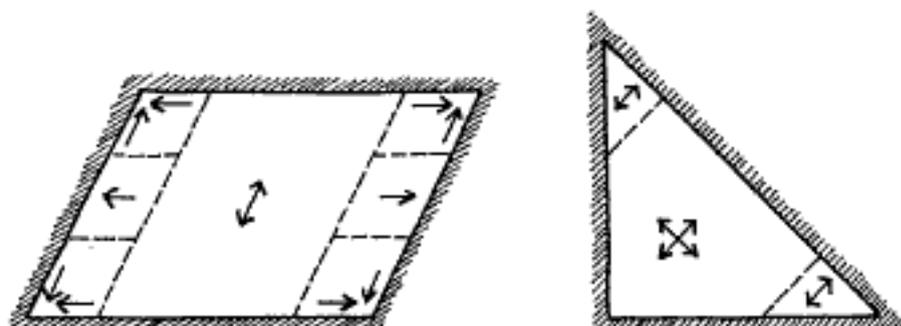


Wood aconseja "... cada caso de diseño debe tratarse según sus características y el proyectista debe tener una cierta habilidad en el manejo de la teoría elástica de distribución de momentos para asegurarse de que tendrá por resultado una distribución razonable de los momentos..."

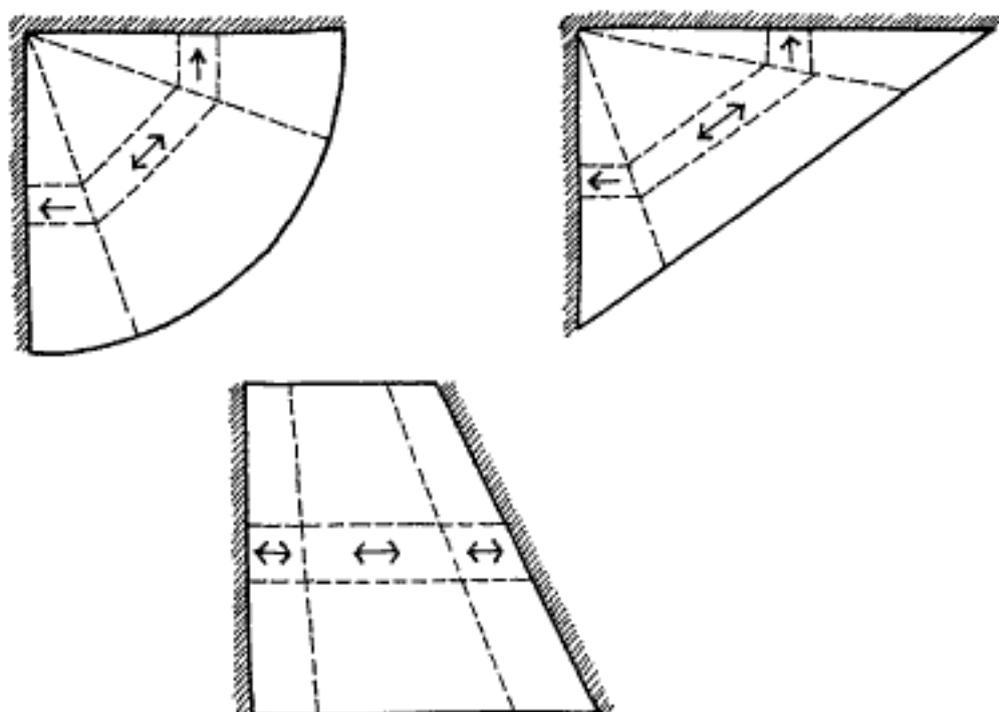
#### 8.- Losas no rectangulares.

Otras de las libertades que brinda el método es la posibilidad de encuentros de bandas fuera de ángulos rectos. Esto nos permite resolver losas con formas cualesquiera, triangulares, oblicuas, trapeciales, etc.





Cuando existan bordes empotrados las bandas se pueden quebrar en las líneas de inflexión de momentos. Y aquí también podemos calcular las bandas internas como simplemente apoyadas, mientras las externas como voladizos con carga uniformemente distribuida y una carga concentrada en los extremos.



### 9.- Esfuerzo de corte.

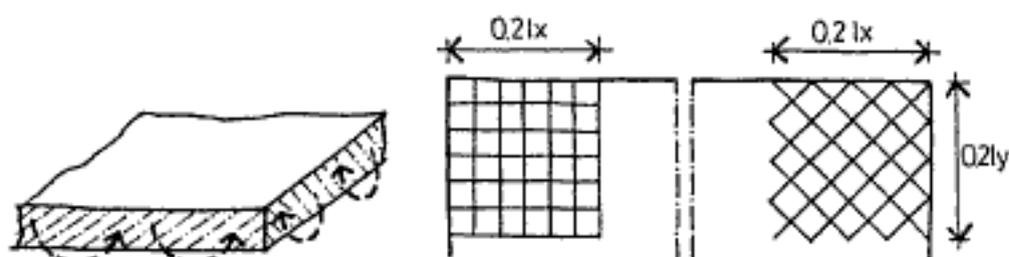
Hemos visto en capítulos anteriores que el esfuerzo de corte de las losas en raras ocasiones supera las tensiones límites admisibles, pero de cualquier forma en las situaciones de elevadas cargas es necesario realizar verificaciones para determinar las tensiones de trabajo al corte bajo cargas de servicio.

En el caso de cargas concentradas, el efecto de punzonado lo analizaremos detalladamente más adelante.

### 10.- Torsión en las esquinas.

El método de las bandas no tiene en cuenta los efectos de torsión por deformación diferencial de las fajas. Todas las acciones son resistidas por la resistencia a flexión de las bandas.

Pero la torsión existirá bajo las cargas de servicio. Y en las esquinas de las losas el efecto de torsión será elevado, especialmente las apoyadas directamente sobre muros o vigas. Cuando uno o ambos extremos se encuentren simplemente apoyados, es necesario colocar armadura inferior y superior en una distancia no menor a 0,20 de la luz de apoyo. La sección necesaria de acero debe ser similar al del tramo en zona de momento máximo. En la figura que sigue se muestran los detalles de ubicación de dicha armadura.



### 11.- Recomendaciones.

El espesor de la losa se determina para otorgarle la suficiente rigidez y evitar deformaciones (flechas) excesivas. Para ellos se pueden utilizar las recomendaciones indicadas en los diferentes reglamentos.

alturas mínimas recomendadas:

losa cruzada con apoyos simples		$\frac{l}{50}$
losa cruzada con apoyos combinados		$\frac{l}{55}$
losa cruzada con apoyos empotrados		$\frac{l}{60}$

En los bordes de apoyos simples se debe colocar acero en la parte superior para evitar agrietamientos por los momentos generados por cargas o elementos restrictivos.

## 12.- Losas apoyadas directamente sobre columnas.

### 12.1.- Introducción.

Si bien las losas sobre columnas se pueden resolver mediante las bandas reforzadas, se ha desarrollado el denominado "método avanzado de las bandas" y trata de manera específica los casos de losas sin vigas.

En este método, como veremos, la losa se divide en áreas limitadas por líneas de esfuerzo de corte nulo y los momentos flectores deberán ser compatibles con estas líneas y en equilibrio con las cargas de servicio.

Este método requiere del calculista una precisa ubicación de las líneas de esfuerzos cortantes nulos, dado que serán las fronteras que conformarán las distintas áreas.

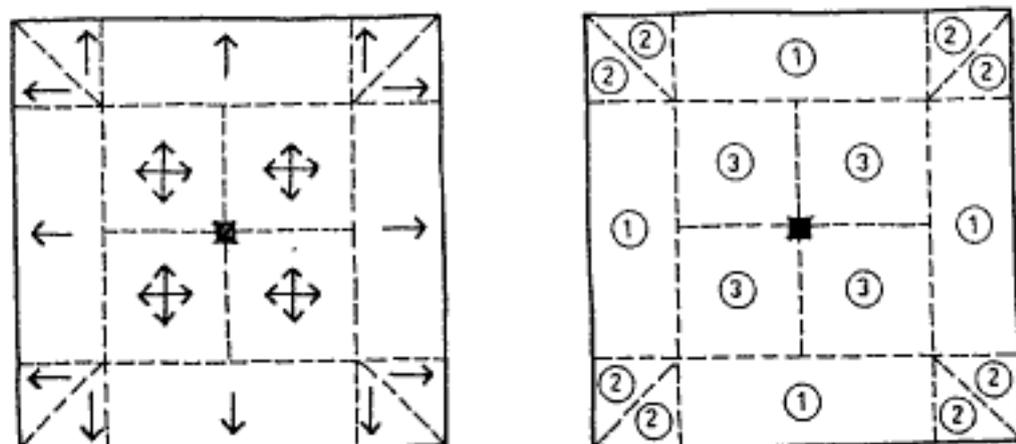
### 12.2.- Tipos de áreas.

En función de las líneas de esfuerzo de corte nulo se pueden establecer tres tipos diferentes de áreas:

Area tipo 1: es de forma rectangular, apoya en un borde y distribuye la carga en una dirección.

Area tipo 2: de forma triangular, apoya en un borde y distribuye la carga en una dirección.

Area tipo 3: de forma rectangular, apoya en una esquina y distribuye la carga en dos direcciones.



La figura anterior muestra la losa dividida en las áreas antes detalladas. Y los diagramas de momentos flectores y el de esfuerzo de corte, que determinan las fronteras entre las áreas.

Los momentos de diseño se calculan mediante las ecuaciones fundamentales del equilibrio, considerando las cargas actuantes y los momentos en los extremos de cada una de las áreas.

#### Area tipo 1:

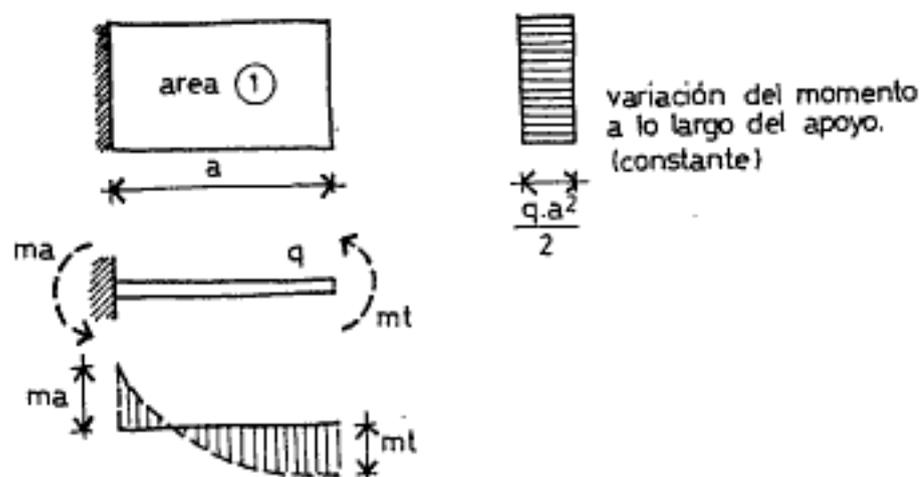
Empotrada en uno de sus extremos y con un momento actuando en el otro. La ecuación de equilibrio:

$$m_a + m_t = q \cdot a^2 / 2$$

donde:

$m_a$  momentos en el apoyo (negativo máximo).  
 $m_t$  momentos en el extremo (positivo máximo).  
 $a$  longitud del área en cuestión.

Si el apoyo externo es simple, el " $m_s$ " será nulo.



#### Area tipo 2:

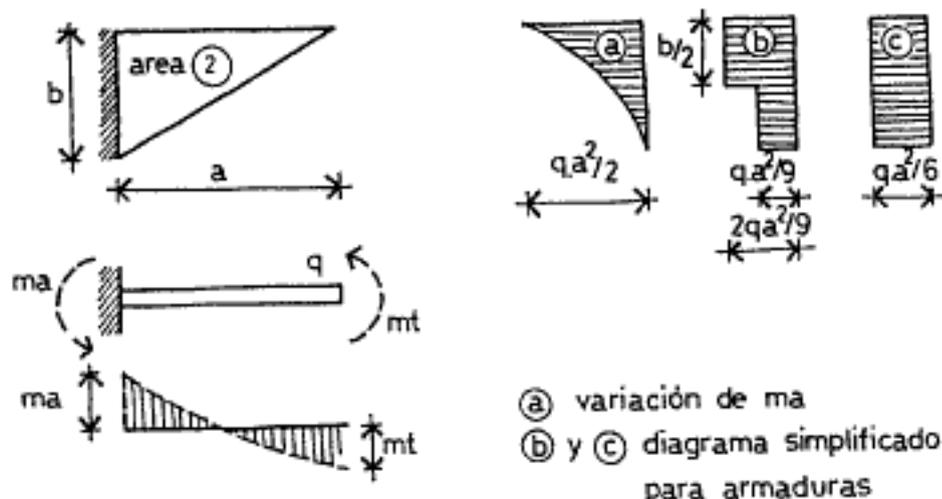
De superficie triangular y con un lado empotrado. La ecuación de equilibrio:

$$m_a + m_t = q \cdot (az/b)^2 / 2$$

donde:

$m_a$  momentos en el apoyo.  
 $m_t$  momentos en el tramo.  
 $az/b$  longitud de la banda en cuestión.

El valor máximo de  $(m_a + m_t)$  se presenta cuando  $z = b$ . En la figura se indica la variación del momento flector, no es práctico una armadura que siga a esta variación, se aconseja colocarla en bandas uniformes para obtener el momento total requerido.



**Area tipo 3:**

Tiene la particularidad de encontrarse totalmente limitado por líneas de cortante nulo, por ello toda la carga la soporta la columna ubicada en uno de los vértices del área.

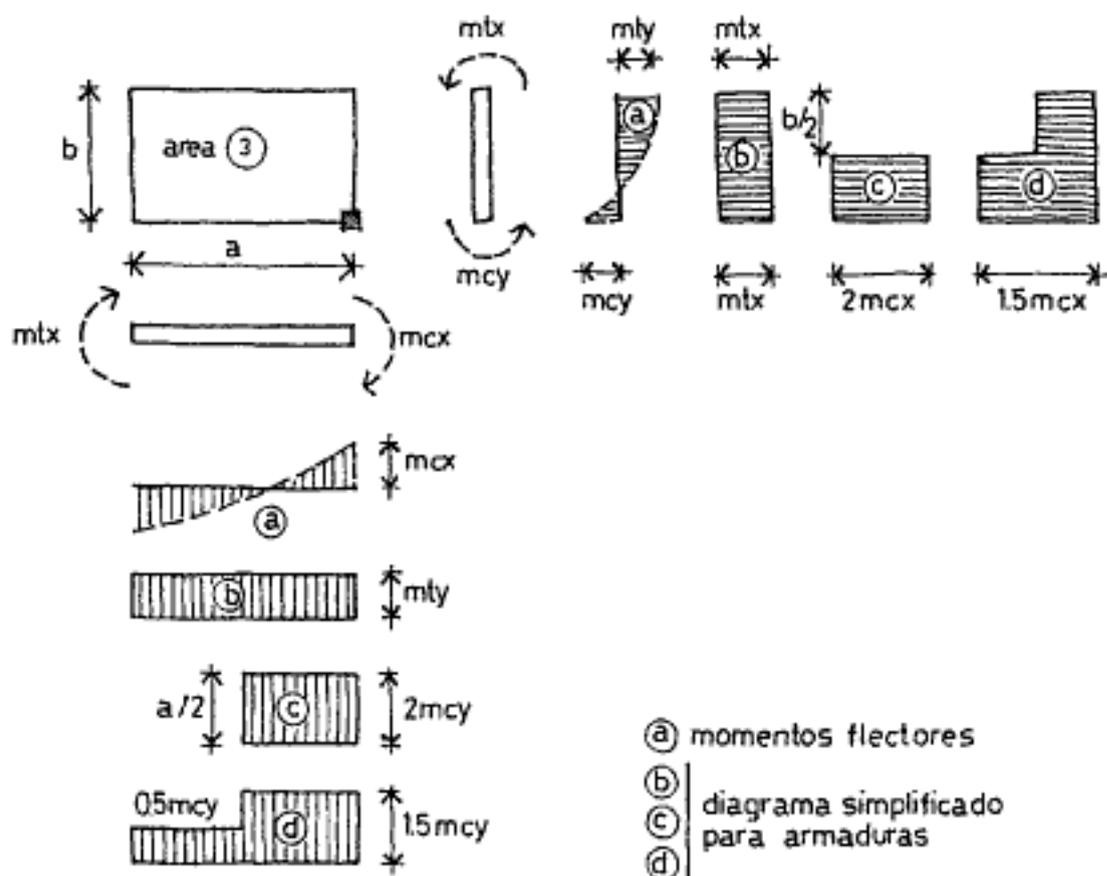
Además el equilibrio del elemento requiere que la carga total sobre su superficie sea soportada en cada dirección. Para una carga "q" uniformemente distribuida, las ecuaciones de equilibrio resultan:

$$m_{cx} + m_{tx} = q \cdot a^2 / 2$$

$$m_{cy} + m_{ty} = q \cdot b^2 / 2$$

donde:

- $m_{cx}$  momentos en la columna (negativo máximo), dirección x.
- $m_{cy}$  momentos en la columna (negativo máximo), dirección y.
- $m_{tx}$  momentos en el tramo (positivo máximo), dirección x.
- $m_{ty}$  momentos en el tramo (positivo máximo), dirección y.
- a longitud del elemento en dirección x.
- b longitud del elemento en dirección y.



# Capítulo nueve : 9

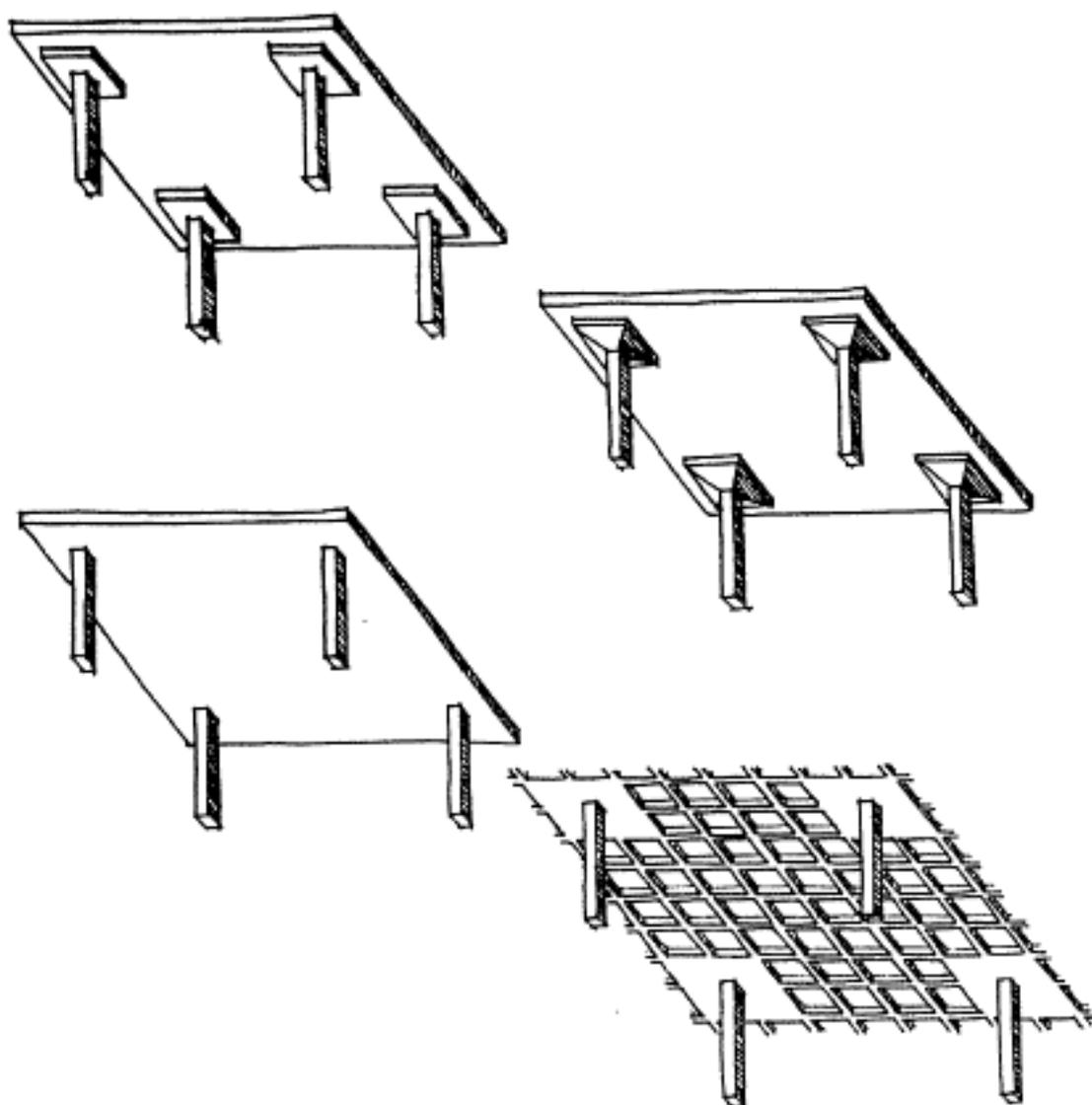
## ENTREPISOS SIN VIGAS.

1. - Introducción.
2. - Tipos de entrepisos sin vigas.
3. - Terminología.
4. - Influencia de los capiteles en solicitaciones.
5. - Métodos de cálculo.
6. - Método aproximado de las vigas y pórticos sustitutos.
7. - Cálculo de solicitaciones.
8. - Dimensiones mínimas.
9. - Armaduras.
10. - Losas sobre vigas planas.



**Capítulo nueve: Entrepisos sin vigas.****1.- Introducción.**

Los entrepisos sin vigas son losas con armaduras cruzadas que descansan directamente sobre las columnas. En estos casos se prescinde de las vigas, que hasta ahora constituían los habituales apoyos lineales.



Estas estructuras poseen una compleja distribución de esfuerzos internos, que los hacen elevadamente hiperestáticas. Su cálculo mediante desarrollos exactos es complejo, por ello los métodos que adoptan las diferentes normas y reglamentos se ajustan a procedimientos aproximados y criterios empíricos avalados por una amplia experiencia.

Estas losas son de mayor espesor que las comunes de simple apoyo o cruzadas sobre vigas y se pueden construir de diferentes maneras:

- a) totalmente macizas (encofrados planos).
- b) alivianadas (encofrados planos).
- c) casetonadas (encofrados especiales).

La decisión de optar por cualquiera de las alternativas depende del espesor de la losa y del análisis de costos de materiales que consumen cada una de ellas.

Las dos primeras (macizas y alivianadas) poseen la gran ventaja del ahorro de encofrados, economía que no sólo se traduce en la madera o elementos metálicos empleados en ellos, sino también en la mano de obra utilizada. La sola posibilidad de un encofrado totalmente plano, sin hendiduras para las vigas, plantea una notable facilidad en su confección. Las losas casetonadas requieren de encofrados muy elaborados y es por ello que se las adoptan cuando el espesor es elevado.

En relación al espesor de las losas se recomienda lo siguiente:

- $d \leq 15$  cm. --> macizas.
- $15 < d \leq 25$  cm. --> alivianadas.
- $d > 25$  cm. --> casetonadas.

En algunos países, los encofrados representan más de la mitad del costo del hormigón. Y entonces la economía obtenida mediante el uso de estas losas es importante.

Otras de las ventajas que presenta es la disminución de las alturas totales entre pisos, dado que resultan eliminadas las vigas. Los techos son lisos y la posibilidad de cambiar ligeramente la posición de las columnas para adaptarse a la distribución del proyecto arquitectónico, puede ser un factor de economía total.

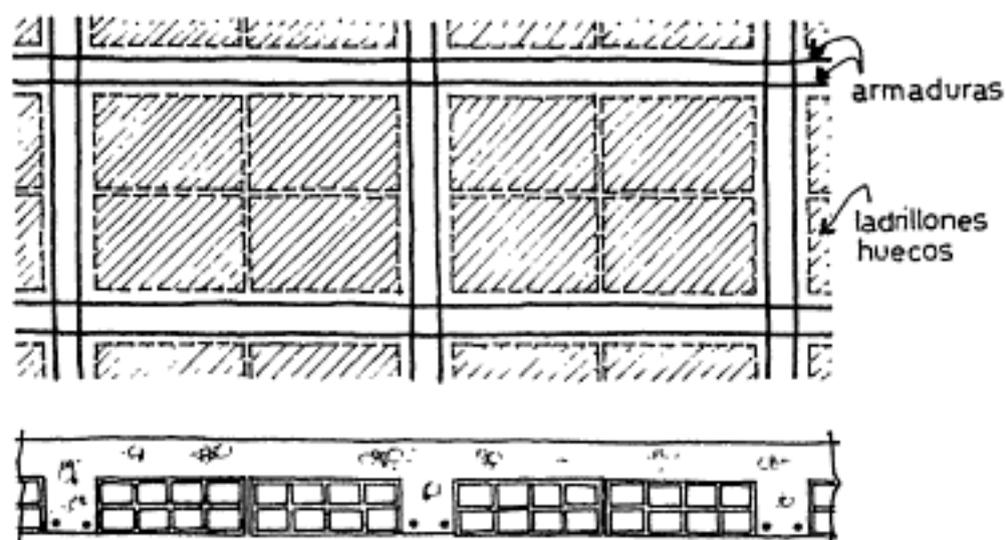
En este tipo de losas sin vigas, las deformaciones debidas a la flexión son mayores que las producidas en las losas convencionales. A iguales condiciones de luz, espesores y cargas, un entrepiso sin vigas acusa deformaciones alrededor de un 30 % más que las losas apoyadas linealmente sobre vigas o paredes.

## 2.- Detalles de los tipos de entrepisos sin vigas.

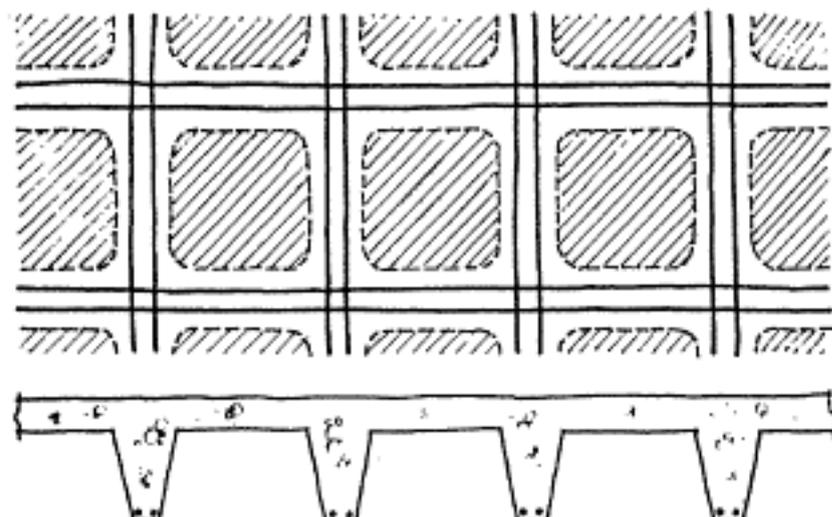
Las losas que componen los entrepisos sin vigas, como ya lo dijimos anteriormente, en general son de mayor espesor respecto a aquellas que disponen apoyos lineales. De allí la conveniencia de alivianarlas.

**entrepisos alivianados:**

Las armaduras al poseer direcciones cruzadas, se agrupan en nervios. Se forman así rectángulos o cuadrados donde se colocan elementos de poco peso, como ladrillos huecos o cajones especiales de plástico u otro material.

**entrepisos casetonados:**

Similar al caso anterior, pero aquí se dejan los vacíos. Este tipo de losas, si bien son las más livianas, tienen el inconveniente de las dificultades que genera la confección del encofrado. Es recomendable diseñar un encofrado de moldes metálicos o de plásticos que resulten recuperables.

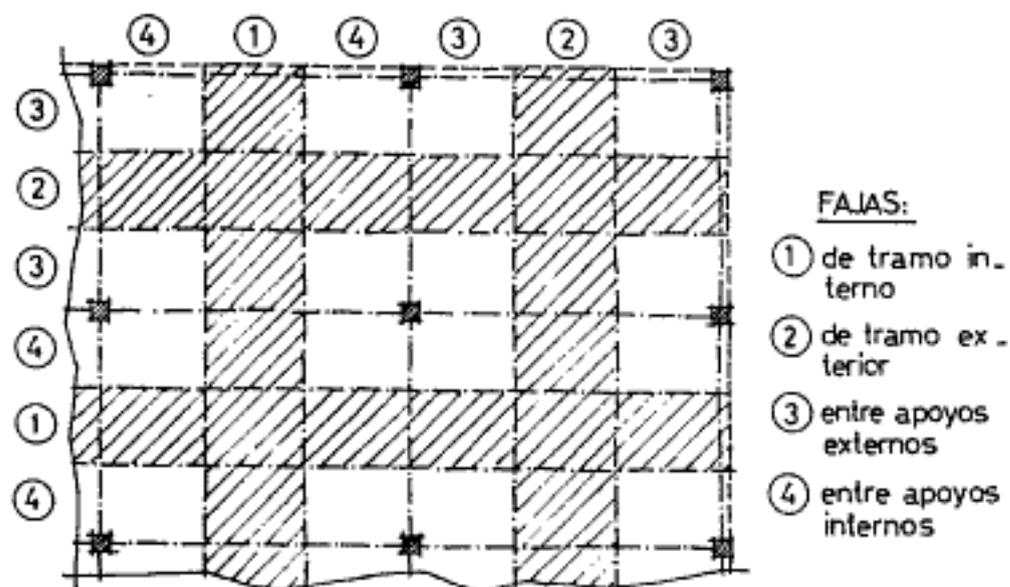
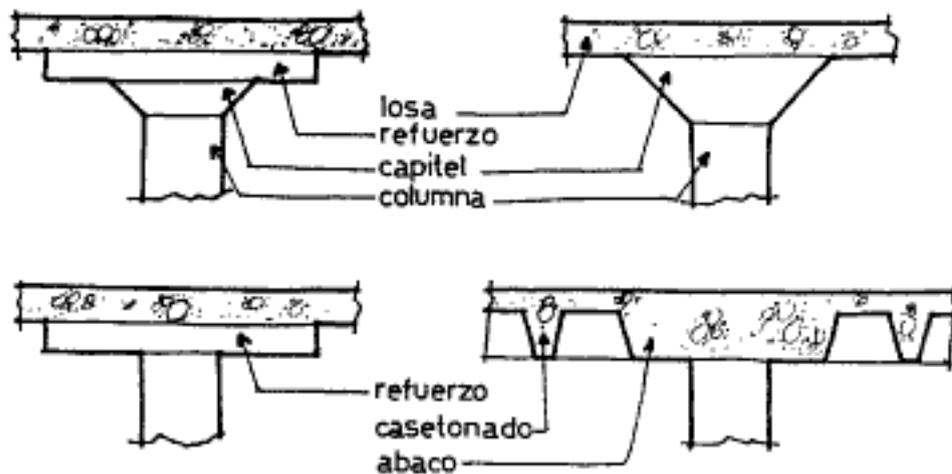


### 3.- Terminología.

En este estudio surgen terminologías nuevas que resultan necesarias definir las con claridad:

**capitel:** ensanchamiento en la cabeza de columna, que sirve de unión entre ésta y la losa. Las columnas pueden llevar o no capitel.

**ábaco:** es la zona de la losa alrededor de la columna que se encuentra macizada, en aquellas losas alivianadas, nervuradas o casetonadas.



faja de tramo interior:

corresponde a las áreas de ancho  $0,60.l$  y que se encuentran en las losas interiores de la estructura.

faja de tramo exterior:

de igual ancho que las anteriores y son las correspondientes a las losas exteriores.

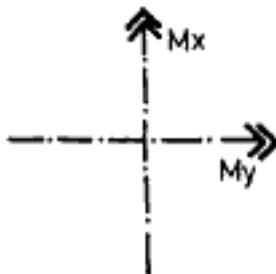
faja entre apoyos internos:

son las bandas o fajas que unen las columnas interiores y tienen un ancho de  $0,20.l$ .

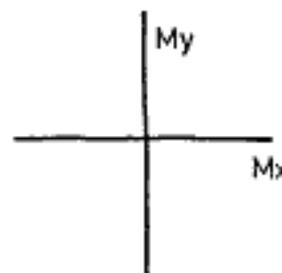
faja entre apoyos externos:

aquellas que unen a las columnas de borde del edificio.

Los momentos flectores, según los autores o reglamentos se designan mediante vectores o según la dirección que originan tensiones, nosotros emplearemos ésta última.



momentos según  
dirección de vectores



momentos según  
dirección de tensiones

#### 4.- Influencia de los capiteles en solicitaciones.

Únicamente se considera la influencia de los capiteles en las solicitaciones cuando se cumpla:

- a) Que el diámetro de los capiteles (refuerzos) sea mayor que  $0,3$  de  $l_{\text{mín}}$  ( $l_{\text{mín}}$  es la luz menor).
- b) Que la pendiente de un cono inscripto en el refuerzo (o la pendiente de una pirámide inscripta) sea con respecto al plano medio de la losa, mayor o igual que  $1:3$ . Ver detalles en 9 "Armaduras".

#### 5.- Métodos de cálculo.

Analizaremos los métodos establecidos por las normas Din 1045, especialmente lo indicado en el Cuaderno 240.

- a) Método aproximado del pórtico o de la viga continua sustituta.
- b) Método derivado de la Teoría de Placas mediante coeficientes.
- c) Losas sobre vigas planas.

Los dos primeros los estudia el Cuaderno 240. El tercero responde más bien a una metodología constructiva que a un método de cálculo.

#### 6.- Método aproximado de las vigas y pórticos sustitutos.

Este método considera vigas continuas o pórticos ideales como elementos sustitutos del conjunto de losas sin vigas y lo hace de la manera que se explica a continuación, según lo indicado en el Cuaderno 240 de la Din 1045.

Los entrepisos sin vigas con capiteles en las columnas serán sustituidos por conjuntos de vigas longitudinales y transversales que se entrecruzan, y que se consideran como vigas continuas o pórticos, como si los transversales tuvieran apoyo constante.

Como ancho de la viga ideal, se usará la distancia entre los ejes de columnas que forman hileras perpendiculares a la dirección de los pórticos en cuestión. Para el cálculo de las solicitaciones de los elementos sustitutivos se debe prever en cada dirección la ubicación más desfavorable de la carga en el tramo.

Para la distribución de las solicitaciones, se dividirán en ambas direcciones:

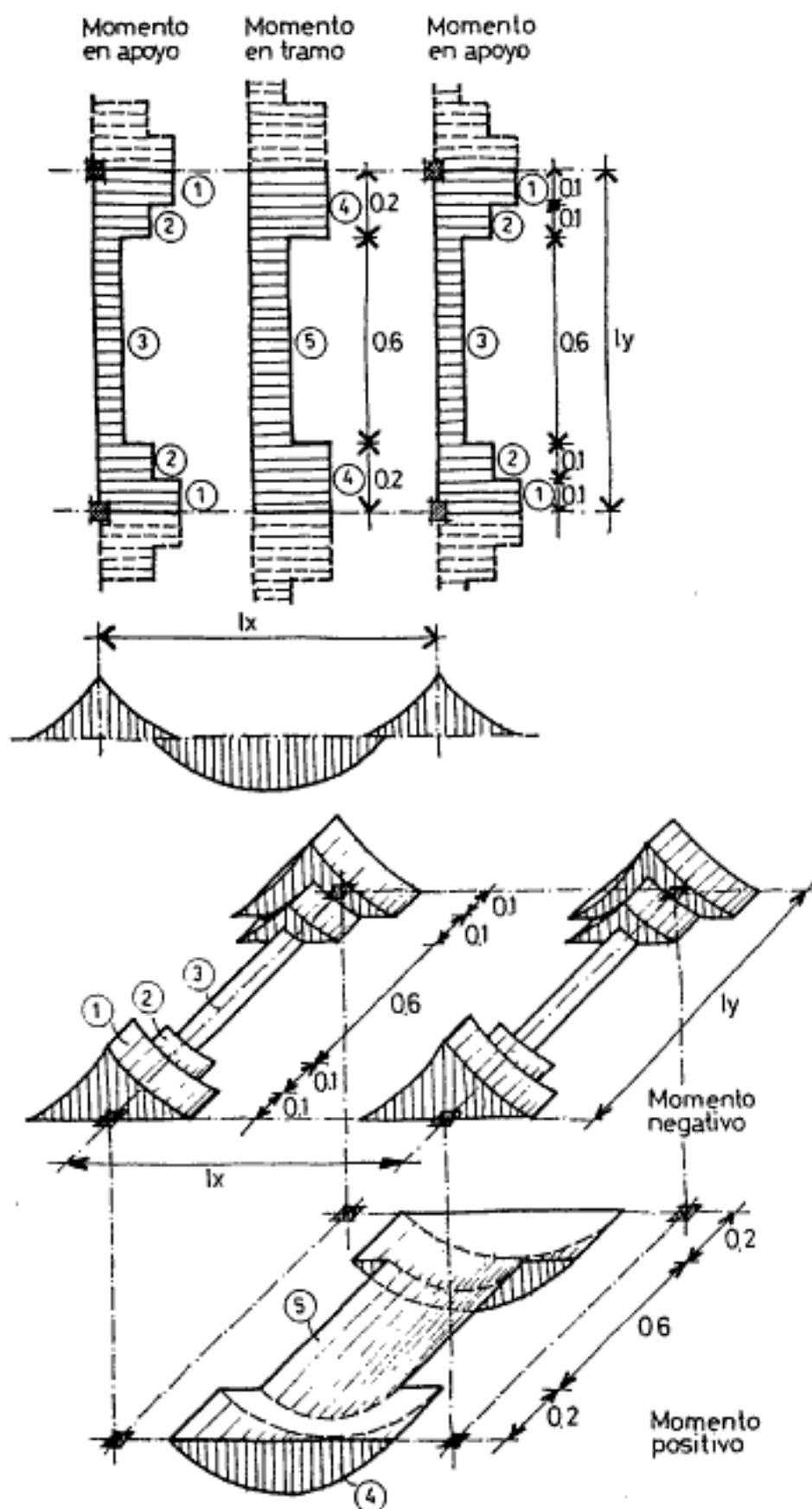
franja interior:  $0,60.l(\text{tramo})$  (una sola interna)  
 franja exterior:  $0,10.l(\text{tramo})$  (dos en cada extremo)

Para comprender y aplicar el método es necesario imaginar los momentos flectores como volúmenes. Por ello en la mayoría de los dibujos se indican los momentos según los ejes "x" e "y".

El método aproximado es posible utilizarlo siempre y cuando se mantenga la relación de luces entre apoyos en  $0,75 \leq l_x/l_y \leq 1,33$

En las figuras que siguen se indica la distribución de las solicitaciones y los anchos de las franjas que se consideran.

Desdoblamos los momentos de apoyo y de tramos para una mejor visualización.

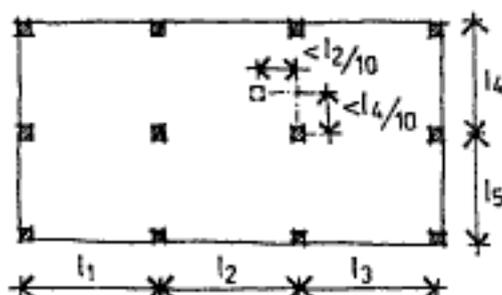


Los máximos valores en cada volumen de momentos se obtienen de:

1	2,10.Ms/lx	4	1,25.Mf/lx
2	1,40.Ms/lx	5	0,84.Mf/lx
3	0,50.Ms/lx		

Todo lo indicado anteriormente se lo analiza paso a paso en los ejemplos prácticos desarrollados en los últimos capítulos.

Estos métodos son aplicables siempre y cuando la losa apoya sobre columnas que forman en planta una malla rectangular. Como excepción se admite un alejamiento del pilar de un 10 % de la luz del recuadro.



#### 7.- Cálculo de solicitaciones en entrepisos sin vigas mediante método aproximado según la Teoría de las Placas.

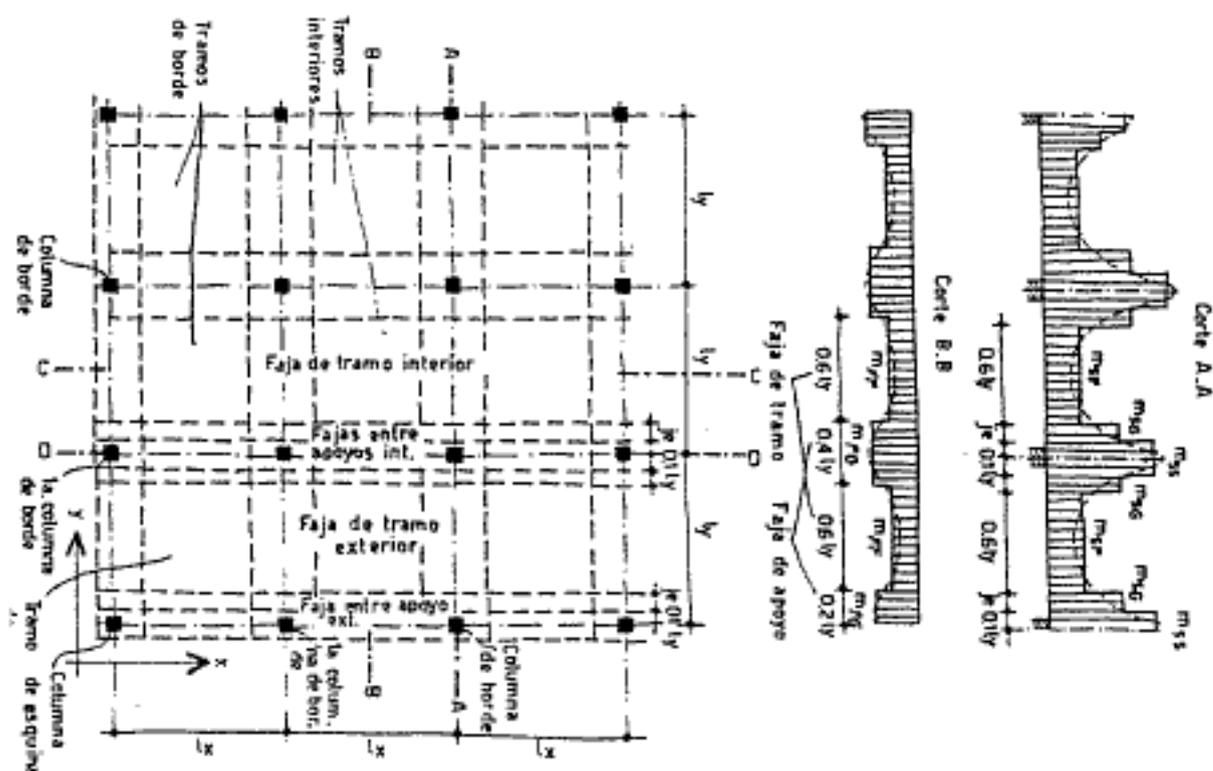
Los momentos en las distintas franjas de entrepisos sin vigas, con columnas rectangulares y carga repartida uniformemente se pueden calcular aproximadamente mediante ecuaciones que desarrollamos más adelante.

En dichas ecuaciones surgen coeficientes que se determinan mediante tablas. Estas tablas son válidas cuando la relación de lados de cada paño y la relación de luces entre tramos contiguos en un sentido es mayor de 0,67.

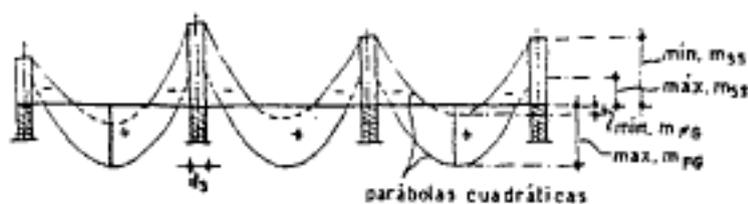
Los valores de los coeficientes fueron calculados mediante la Teoría de las Placas Delgadas considerando un valor de deformación transversal  $\mu = 0,20$  y asegurados mediante ensayos con modelos en losas sin vigas con columnas cuadradas.

Para el cálculo de la distribución de momentos, se divide la placa sin vigas en un conjunto de franjas, laterales y centrales, de manera análoga al método aproximado anteriormente descripto.

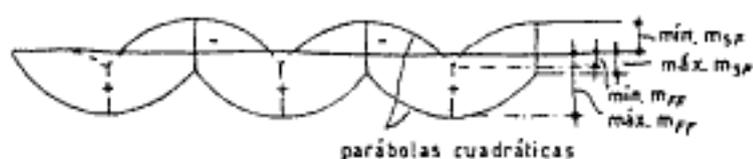
Momentos de apoyo: corte A-A  
Momentos de tramo: corte B-B



Envolvente de momentos en la dirección en la faja entre apoyos (corte D-D)



en la faja de tramo (corte C-C)



Los momentos se calculan con la carga total actuando en cada sentido, en toda la longitud. Los valores de los momentos para la sobrecarga ya tienen en cuenta las posiciones de la carga más desfavorables en cada caso.

Los momentos en las franjas laterales y centrales calculados según las ecuaciones, se distribuirán perpendicularmente a la dirección considerada de acuerdo a la figura anterior, en ella también se indican las designaciones de las franjas laterales y centrales.

El nomenclador que se utilizará será coincidente con el indicado en el Cuaderno 240:

- m momentos de cálculo para la placa (con los subíndices F, G y S).
- F subíndice franja central.
- G subíndice para franja de apoyo.
- S subíndice para columna o comienzo de columna (borde exterior).
- k coeficiente de momentos (con los subíndices F, G, S y los superíndices g y p).
- g peso propio.
- p sobrecarga.
- c factor de corrección que considera la influencia del ancho de columna "ds" sobre el momento "mss".
- l luz de tramo en la dirección considerada.
- lm luz promedio de 2 tramos contiguos en la dirección considerada.
- ds en columnas de sección cuadrada la longitud del lado; en columnas de sección rectangular o circular, la longitud del lado de un cuadrado de superficie equivalente.
- Mso momento de cabeza en columnas de borde.
- Msu momento de pie en columnas de borde.

En el caso de que placa y columna no estén monolíticamente vinculadas, siempre que no se proceda a una verificación más precisa, se calculará el valor mínimo de los momentos "mss" para  $ds/l_{min} = 0,05$  que surge de las tablas, independientemente del valor ds disponible de la columna.

Para un entrepiso sin vigas de sólo dos tramos en la dirección considerada, los momentos de apoyo "msf" en las franjas centrales que hayan sido calculados con los coeficientes k de las tablas deben ser aumentados en un 20 %.

En placas con voladizos más allá de las columnas de borde, se debe calcular adicionalmente, el momento del voladizo. Se puede distribuir el mismo, aproximadamente, de acuerdo a la distribución del momento de apoyo.

Las ecuaciones a utilizar son las siguientes:

- a) momento de apoyo en la franja de apoyo sobre una columna central:

$$mss = kss.c.g.lm^2 + kss.c.p.lm^2$$

- b) momento sobre una columna de borde en sentido perpendicular al borde:

$$mss = (Mso - Msu)/(ds.2,2 + 8.ds^2/l)$$

- c) momento sobre una columna de esquina (para ambas direcciones):

$$mss = (Mso - Msu)/(1,5.ds)$$

- d) momentos de apoyo en las franjas de apoyo restantes:

$$msg = 0,70.mss$$

- e) momentos de apoyo en las franjas de tramo:

$$msf = ksf.g.lm^2 + ksf.p.lm^2$$

- f) momentos de tramo en la franja de apoyo:

$$mfg = kfg.g.l^2 + kfg.p.l^2$$

- g) momentos de tramo en la franja de tramo:

$$mff = kff.g.l^2 + kff.p.l^2$$

#### 8.- Dimensiones mínimas.

Las losas sin vigas deben disponer de un espesor mínimo de 15 cm. Para una determinación aproximada de alturas:

$$\text{losas sin ábacos: } h \text{ mín} = 1/32$$

$$\text{losas con ábacos: } h \text{ mín} = 1/35$$

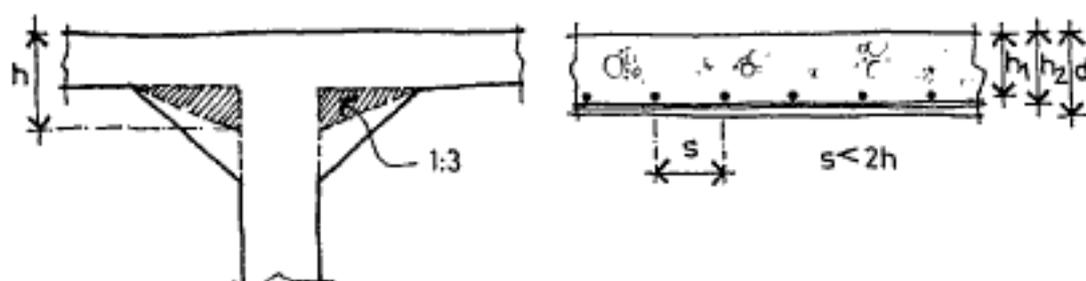
Algunas normas recomiendan limitar la sección mínima de las columnas a 25x25 cm.

### 9.- Armaduras.

En losas macizas la separación entre armaduras en cada dirección, no será superior al doble de "h", ni a 25 cm.

La armadura en la dirección menos solicitada será superior al 25 % de la análoga más solicitada.

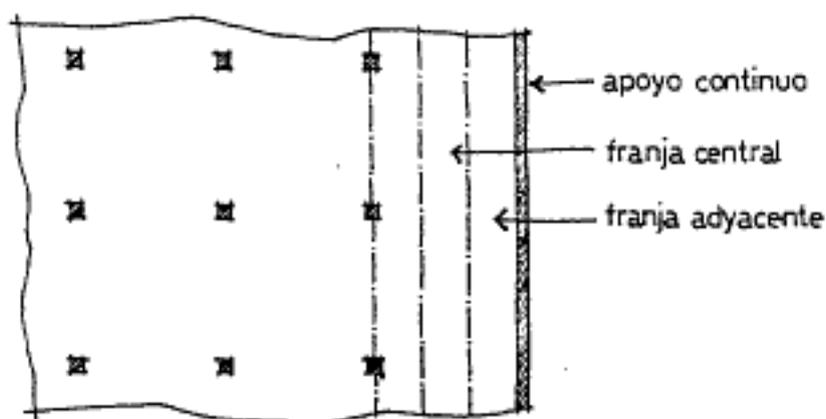
Tanto en las franjas centrales como en las de apoyo, en el caso de losas macizas, las armaduras se distribuirán de manera uniforme en todo el ancho.



Si existieran capiteles o refuerzos de losas con pendientes superiores o iguales a 1:3, se tomará para el dimensionado de la armadura la altura "h" que correspondería a un capitel con pendiente 1:3.

De la armadura inferior necesaria para cubrir los momentos del tramo se debe prolongar, por lo menos el 50 % hasta los ejes de los apoyos.

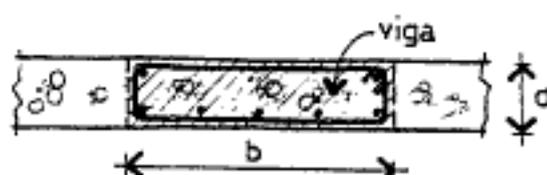
Cuando una losa con apoyos puntuales tiene un apoyo continuo a lo largo de un borde y se emplea el método aproximado, se podrá reducir la armadura en un 25 % en las semifranjas adyacentes al apoyo continuo y en la franja central contigua, con respecto a la armadura de las franjas de un tramo interno.



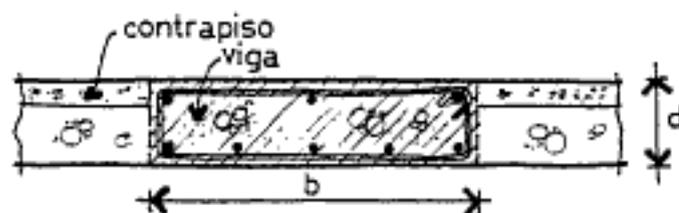
La cuantía de armadura a flexión  $\mu_r$  en la zona del corte circular debe ser como mínimo del 0,5 % para cada una de las direcciones de la armadura superior de losa.

#### 10.- Losas sobre vigas planas.

Cuando se conjugan algunas circunstancias, es posible dimensionar vigas de la misma altura de las losas. Estas situaciones en general se presentan combinadas; altura elevada de losas (losas alivianadas) y reducida luz de cálculo de las vigas.

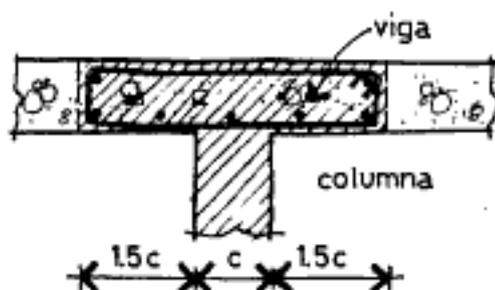


En otros casos se puede aumentar la altura de las vigas tomando en cuenta el espesor futuro de contrapisos a colocar. Así resultan vigas invertidas de gran ancho.

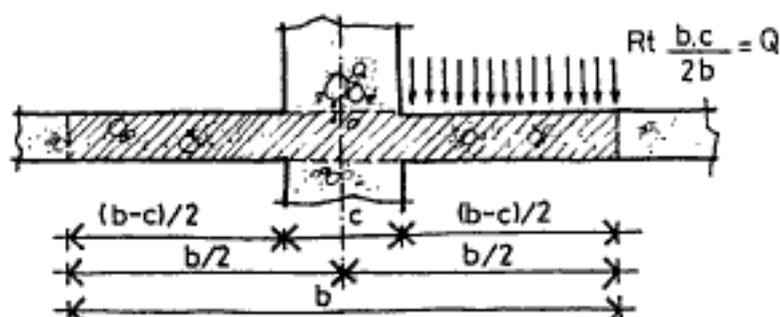


En las vigas planas conviene que el ancho no supere a cuatro veces el de la columna.

Ancho de viga:  $b \leq 4.c$  (c: ancho de columna)



En estas vigas de gran ancho las cargas se transmiten generando esfuerzos en la zona de apoyo, tal como muestra la figura:

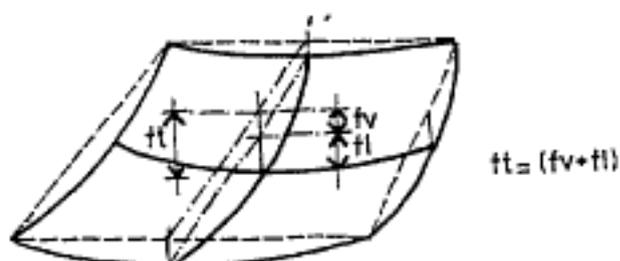


En la zona de apoyos los estribos deben dimensionarse como armadura trabajando a la tracción. La carga sobre esa ménsula virtual:

$$Q = Rt \cdot (b-c) / (2 \cdot b)$$

Rt : carga total de los dos vanos que llegan a la columna.

Es conveniente realizar un cuidadoso control de las deformaciones. Con vigas normales la flecha de la losa es la propia, mientras que en vigas planas se debe tener en cuenta la superposición de las deformaciones.



fv : flecha de la viga.  
 fl : flecha de la losa.  
 ft : flecha total del conjunto.

La reducida altura de las vigas citadas anteriormente las hacen muy sensible a los errores de posición de las armaduras. Cualquier corrimiento o desplazamiento de las armaduras por pequeño que sea, afecta la altura del brazo de palanca resistente.

En los enlaces de losas con vigas planas, los hierros deben doblarse para que pasen por encima de la armaduras longitudinales de la viga.



# Capítulo diez : 10

## LOSAS NERVURADAS Y CASETONADAS UNIDIRECCIONALES.

1. - Introducción.
2. - Determinación de las solicitaciones.
3. - Losas nervuradas unidireccionales.
  - 3.1. - Separación entre nervios.
  - 3.2. - Ancho de los nervios.
  - 3.3. - Sobrecargas.
  - 3.4. - Nervios transversales.
  - 3.5. - Estribos.
  - 3.6. - Armadura en la parte superior.
  - 3.7. - Espesores mínimos de placa.
4. - Losas alivianadas unidireccionales.
5. - Losas alivianadas en dos direcciones.



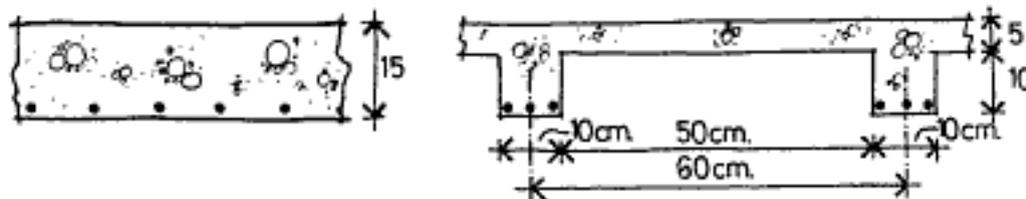
<b>Capítulo diez: Losas nervuradas y casetonadas.</b>
---

**1.- Introducción.**

En los primeros capítulos se realizó una clasificación de todos los tipos posibles de losas y entre ellas se encontraban las losas alivianadas y las nervuradas que ahora las trataremos en profundidad. Con anterioridad se detallaron de manera esquemática la sección transversal de estas losas.

El objetivo de los diferentes diseños de este tipo de losas es disminuir su peso propio, mediante la incorporación de vacíos que eliminan al hormigón en la zona de tracción. Es de destacar que las losas macizas en edificios de altura superan holgadamente el 50 % de la carga permanente. Habitualmente esas cargas se encuentran en el orden de los 600 kg/m<sup>2</sup> y una losa maciza de 15 cm. de espesor tiene un peso de 360 kg/m<sup>2</sup>.

En la figura que sigue se muestra cómo podemos transformar una losa maciza de 15 cm. a una nervada y reducir notablemente el peso propio.

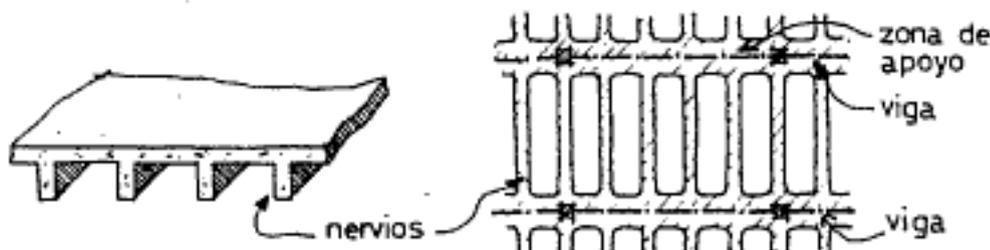


losa maciza  
(p.p. 360 kg/m<sup>2</sup>)

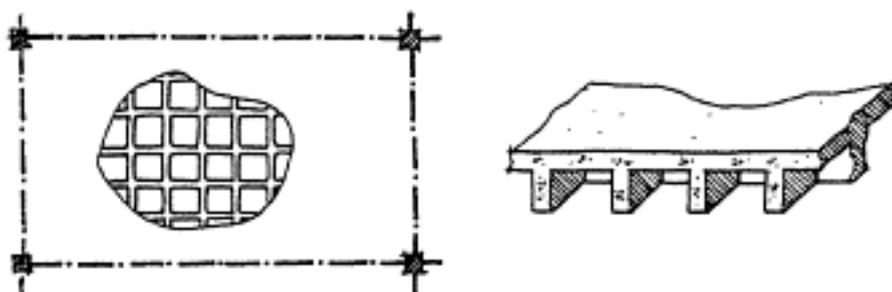
losa nervada  
(p.p. 160 kg/m<sup>2</sup>)

Las losas alivianadas o nervuradas, poseen capacidad resistente para los momentos positivos, no así para los negativos. En el caso de diseñar losas continuas nervadas es necesario un adecuado macizamiento de las mismas en las zonas de apoyo, donde se encuentran los momentos negativos.

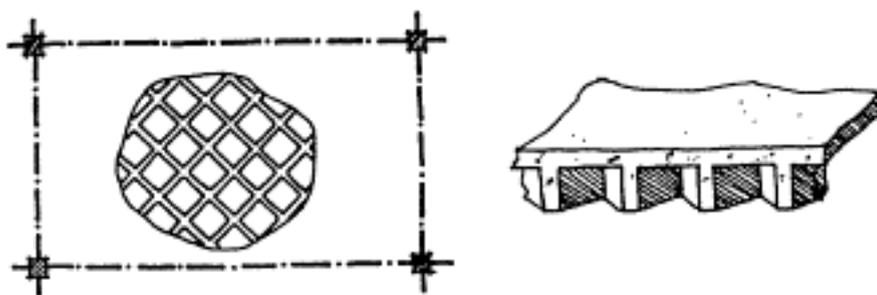
En los dibujos mostramos los diferentes esquemas de las losas que analizaremos:

**a) losas nervuradas unidireccionales:**


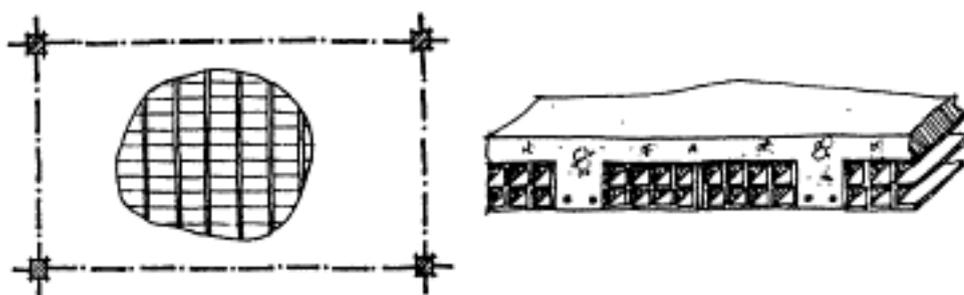
b) losas nervuradas en dos direcciones (casetonados):



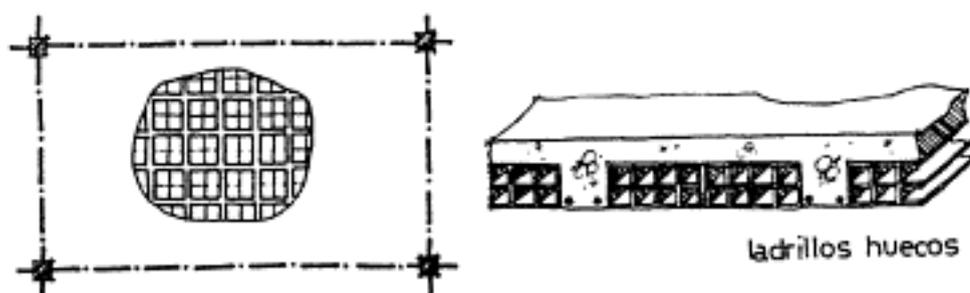
c) losas nervuradas en diagonales:



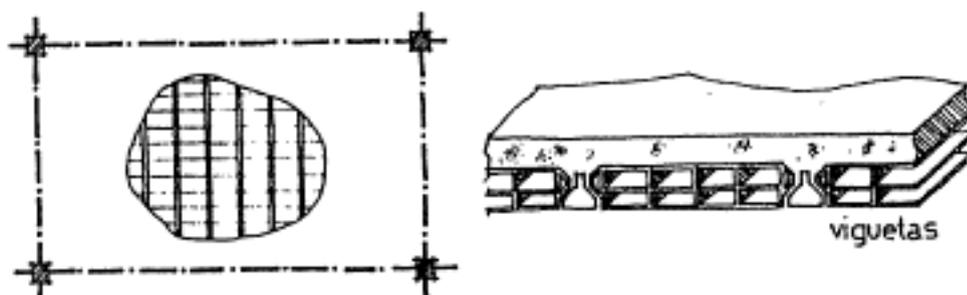
d) losas alivianadas unidireccionales:



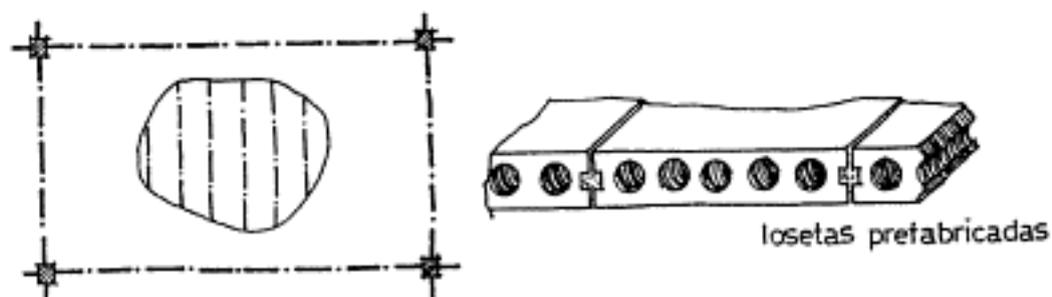
e) losas alivianadas en dos direcciones:



f) losas semi prefabricadas (con viguetas):



g) losas prefabricadas:



Estos dos últimos tipos de losas las estudiaremos en el capítulo 11.

La gran variedad de las distintas clases de losas que se pueden emplear representa un desafío para el calculista. Ahora no es sólo cuestión de calcular las solicitaciones y determinar las dimensiones; sino saber elegir con inteligencia, buen criterio y sentido común el tipo de losa más adecuada para cada necesidad.

El aspecto económico es de riguroso control para marcar pautas en la elección del diseño de losa, según las luces a cubrir, las cargas y la disponibilidad de mano de obra.

## 2.- Determinación de las solicitaciones.

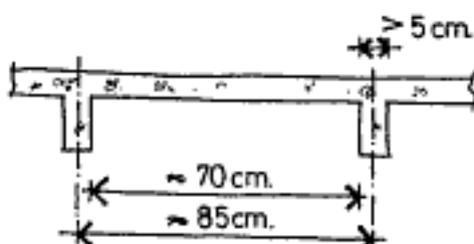
En general para todas las losas alivianadas rigen los mismos métodos de cálculo de solicitaciones que para las losas macizas, tanto para armadura unidireccional como armaduras cruzadas. En capítulos anteriores se establecieron las normativas de cálculo de dichas solicitaciones.

Únicamente aquellas losas que fueron diseñadas con nervios inclinados (en diagonal), tienen una metodología de cálculo diferente que se lo analiza en el capítulo 10.

Respecto al corte, para nervios de pequeño espesor y alturas moderadas se registra una notable resistencia, aún no suficientemente explicada. De cualquier manera en algunos casos, especialmente para nervios separados es necesario una verificación que la veremos más adelante.

### 3.- Losas nervuradas unidireccionales.

Son las que poseen la sección más adecuada para la resistencia a las sollicitaciones de flexión, dado que sus nervios le otorgan una elevada inercia flexional y la capacitan para soportar elevadas cargas con mínimas secciones de hormigón y armaduras. Estas losas, junto con los casetonados, tienen todas las ventajas estáticas respecto de cualquier otra.



Su uso se limita para grandes luces y para casos muy especiales dado que sus costos de ejecución resultan elevados comparados con las restantes losas.

Si bien en éstas losas el consumo de hormigón es mínimo, poseen la desventaja del alto insumo de encofrados y mano de obra. Únicamente en aquellos edificios donde se logra una adecuada modulación estructural y los encofrados pueden ser utilizados en repetidas ocasiones, presentan notables ventajas respecto de las tradicionales.

#### 3.1.- Separación entre nervios:

La separación de los nervios resulta de importancia fundamental para el trabajo estático del sistema. La distancia libre entre nervaduras oscila entre los 100 cm. y los 70 cm., el Cirsoc 201 toma éste último valor.

Con estas separaciones la losa entre los nervios se comporta como una bóveda, eliminando así las sollicitaciones de flexión transversal. Para separaciones mayores es necesario realizar una verificación estática de la losa entre nervios.

### 3.2.- Ancho de los nervios:

No deben resultar menor que los 5 cm. Generalmente se utilizan anchos de nervios que superan los 10 cm. por cuestiones constructivas. La ejecución del encofrado, colocación de las armaduras y el posterior hormigonado en muy pequeños espesores resultan laboriosos y de riesgosa terminación.

### 3.3.- Sobrecargas:

La sobrecarga máxima admisible en este tipo de losas es  $p = 500 \text{ kg/m}^2$ . La sobrecarga debida a vehículos pesados es inadmisibile. Para las cargas concentradas de valores superiores a los 750 kg. es necesario colocar nervios transversales de distribución.

### 3.4.- Nervios transversales:

Para distribuir las cargas en forma uniforme en todos los nervios longitudinales, se deben construir nervios transversales, cuya separación se establece en la siguiente tabla:

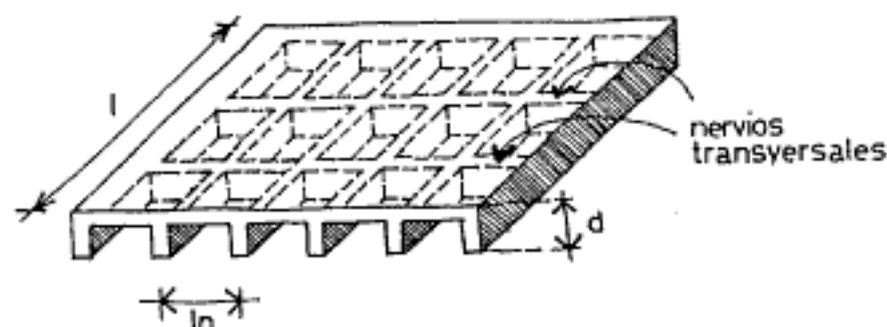
separación entre nervios transversales (lt)

sobrecarga $p$	$l_n \leq l/8$	$l_n > l/8$
$\leq 275 \text{ kg/m}^2$	-	12.d
$> 275 \text{ kg/m}^2$	10.d	8.d

d: altura total de los nervios longitudinales

l: luz de cálculo de la losa nervurada

$l_n$ : distancia entre ejes de nervaduras



Estos nervios transversales se dimensionan según la sobrecarga actuante:

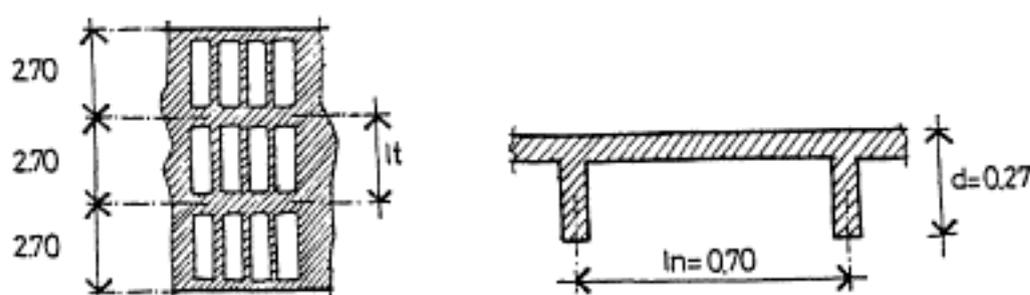
- para  $p > 350 \text{ kg/m}^2$ :  
se deben construir con las mismas secciones que los longitudinales y poseer igual armadura.
- para  $p < 350 \text{ kg/m}^2$ :  
se dimensionan con la mitad de las solicitaciones de las longitudinales.
- para  $p < 275 \text{ kg/m}^2$ :  
se prescinde de nervios transversales si  $l \leq 6,00$  mts.

Para absorber momentos negativos generados por las cargas irregulares o concentradas se dispone en la parte superior del nervio transversal de un 40 % de la armadura inferior.

Ejemplo: supongamos una losa con las siguientes características:

$$\begin{aligned} l &= 8,50 \text{ mts} \\ l_n &= 0,70 \text{ mts} \\ d &= 0,27 \text{ mts} \\ p &> 275 \text{ kg/m}^2 \end{aligned}$$

$$l/8 = 8,50/8 = 1,06 > l_n \quad \text{-->} \\ \text{-->} 10 \times d = 10 \times 0,27 = 2,70 \text{ mts.}$$



### 3.5.- Estribos:

Se pueden eliminar los estribos si se cumplen las siguientes cuatro condiciones en forma simultánea:

- $p \leq 275 \text{ kg/m}^2$
- diámetro de la armadura longitudinal  $\leq 16 \text{ mm}$ .
- armadura de tramo sin escalonamientos.
- $r_{\text{máx}} \leq r_{\text{oll}}$

En caso de no cumplir con estas condiciones se calculan los estribos de similar manera al de las vigas.

### 3.6.- Armadura en la parte superior:

En la losa, transversalmente a los nervios se deben disponer de hierros de trabajo, para la distribución de cargas y evitar fisuramientos por contracción de fragüe. Las normas indican colocar lo siguiente:

3  $\phi$  6 por metro (ADN 420)

4  $\phi$  4,2 por metro (ADN 500)

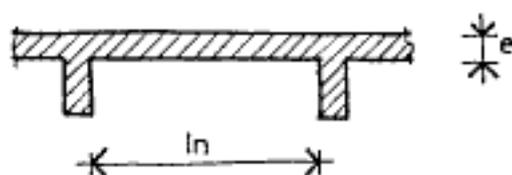
Es de carácter obligatorio la colocación de armaduras en la losa superior en sentido transversal a los nervios. La importancia de esta armadura en el comportamiento de la losa es muy grande y su costo bajo. La armadura transversal reduce la fisuración por retracción y temperatura, reparte las cargas puntuales y absorbe flexiones transversales imprevistas, además solidariza las plantas frente a las acciones horizontales.

La mayor parte de estas razones aconsejan incluso la disposición de armadura superior en ambas direcciones.

### 3.7.- Espesores mínimos de la placa:

Para no realizar verificaciones estáticas en la placa, se deben cumplir con alguna de las siguientes condiciones:

$$e \geq 5 \text{ cm. } \text{ ó } \quad e \geq l_n/10$$



### 4.- Losas alivianadas unidireccionales.

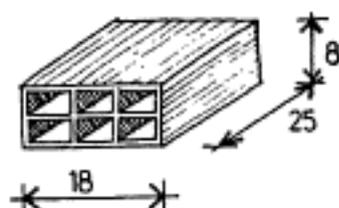
Estas losas deben cumplir con los mismos requisitos establecidos para las nervuradas, con la diferencia que sus vacíos entre nervios son llenados con elementos cerámicos o de cemento comprimido con un alto porcentaje de huecos a los efectos de disminuir peso y utilizarlos como encofrados.

La distancia entre nervios de éstas losas depende de los anchos de los ladrillos y en general se establecen separaciones menores a los 70 cm.

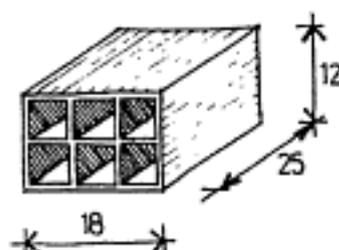
Es común disponer de una separación de  $\approx 50$  cm., que está dada por la combinación de medidas habituales de los ladrillos cerámicos huecos utilizados para formar los vacíos.

La separación entre nervios se puede conformar utilizando dos ladrillos apareados. Las medidas más comunes de los ladrillos cerámicos con alto porcentaje de huecos son los que se muestran en los dibujos que siguen:

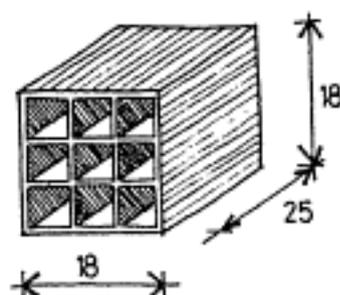
ladrillo  
8 x 18 x 25



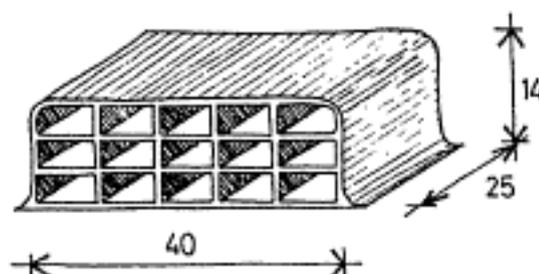
ladrillo  
12 x 18 x 25



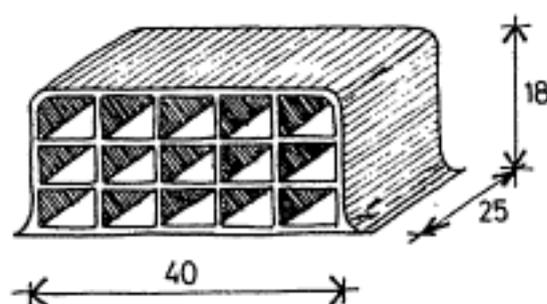
ladrillo  
18 x 18 x 25

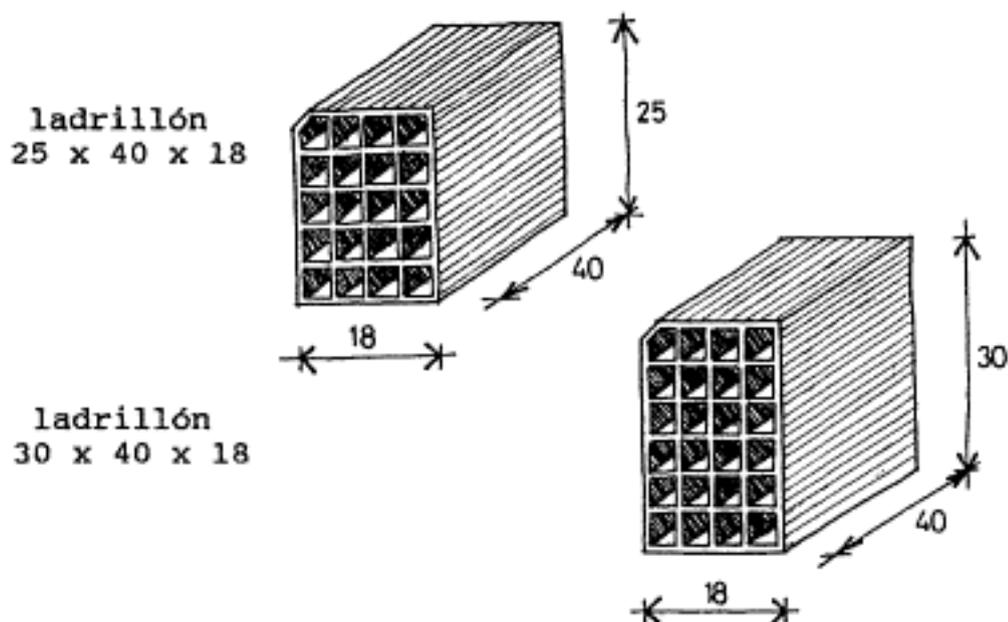


ladrillón  
14 x 25 x 40



ladrillón  
18 x 20 x 40





Es recomendable colocar los ladrillos con las líneas de huecos paralelos a los nervios, así de esa manera no se introduce el hormigón en los vacíos. Además para la correcta ejecución de las losas alivianadas, estos ladrillos, durante su colocación es conveniente unirlos mediante mortero; a los efectos de impedir movimientos o desplazamientos de los mismos durante el proceso de hormigonado.

En algunas regiones del país se consiguen ladrillos huecos especialmente fabricados para su utilización en losas alivianadas. Entre las características de los mismos, los fabricantes destacan su bajo peso y un tamaño reducido de los huecos que limita la entrada de hormigón por los extremos (en losas casetonadas). La variedad de medidas permite construir losas simples o doblemente nervuradas, de distintas alturas y diversas distancias entre nervios. La superficie estriada y las características propias del material cerámico aseguran una perfecta adherencia con el hormigón y el revoque del cielorraso.

Y detalle importante de estos ladrillos es que a los fines del cálculo si bien no se tiene en cuenta, la tapa superior del ladrillo, por su espesor (1 cm) y su resistencia, resulta integrativa de la capa de compresión, colaborando con ella en absorción de los esfuerzos.

Tanto en estas losas alivianadas con ladrillos huecos, como en las nervuradas es necesario verificar la profundidad del eje neutro, que debe permanecer en el espesor de la losa superior. Algunas normas, especialmente la brasilera, permite que el eje se encuentre un poco por debajo de la parte inferior de la losa,

admitiendo cierta resistencia a la compresión de los ladrillos colocados entre nervios.

#### 5.- Losas aliviadas en dos direcciones.

El cálculo de estas losas es similar a las losas macizas con armadura cruzada. No se tendrá en cuenta en el cálculo la rigidez a torsión. Algunos autores aconsejan utilizar el método simplificado de Marcus cuando las separaciones entre nervios es pequeña.

En la ejecución de estas losas, los espacios aliviados o celdas inertes, se constituyen mediante la colocación de ladrillos cerámicos o de hormigón comprimido con alto contenido de huecos. La colocación de estos ladrillos, conformando volúmenes, hace necesario una cuidadosa fijación de los mismos a los efectos de evitar movimientos o roturas durante el hormigonado.

Tanto el cálculo como las disposiciones constructivas son similares a las anteriores. En algunas regiones existen ladrillos especiales para este tipo de losas, que permiten un rápido armado y ejecución. Estos ladrillos son entregados con las denominadas "tapas" que se colocan con mortero para evitar el ingreso del hormigón en los laterales.

# Capítulo once : 11

## LOSAS CASETONADAS DE GRANDES LUCES.

1. - Introducción.
2. - Ordenamiento del estudio.
3. - Comportamiento estático según dirección de nervios.
4. - Comportamiento estático según separación de nervios.
5. - Determinación de solicitaciones.
  - 5.1. - Nervios paralelos a sus bordes.
  - 5.2. - Nervios oblicuos.
6. - Detalles constructivos en los casetonados.



Capítulo once: Losas casetonadas de grandes luces.

1.- Introducción.

En el capítulo anterior hemos tratado las losas nervuradas o casetonadas con pequeña separación entre nervios ( $\approx 50$  cm.), y su análisis y dimensionado es similar a las macizas que por su continuidad, resultaban favorecidas por el efecto de la rigidez torsional (poseen diferentes elásticas las franjas adyacentes), que hacían disminuir los momentos flectores en los tramos. Este efecto favorable se pierde en gran parte en las losas casetonadas con gran separación entre nervios.

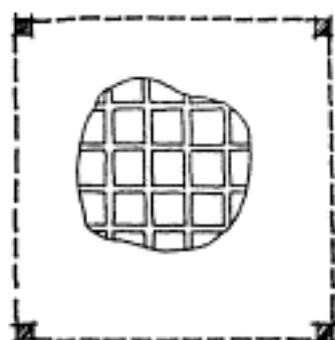
Las ventajas o desventajas que se obtienen con el uso de estos casetonados se deben evaluar exhaustivamente. Dado que si bien se obtienen reducciones en los pesos propios de las losas, se pierde en la rigidez de la misma aumentando los momentos flectores en los tramos.

En muchas ocasiones, el uso de las nervaduras no pasa por una cuestión estática o económica, sino por un aspecto estético que logra mejorar situaciones visuales en losas de grandes luces.

2.- Ordenamiento del estudio.

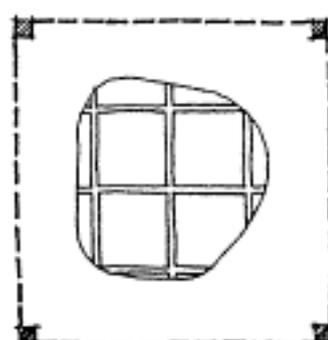
Para explicar de manera sencilla el comportamiento de las losas casetonadas es preciso antes que nada elaborar un esquema simple donde se indiquen las posibilidades que se presentan. En el esquema siguiente se establecen las diferentes disposiciones que se presentan en los casetonados.

a) nervios paralelos a sus bordes



05 05 05 05  
\* \* \* \*

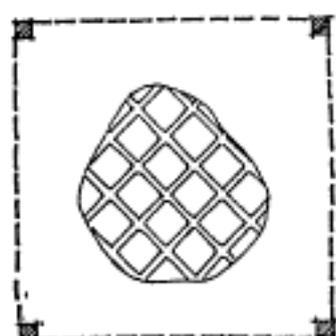
a1) nervios cercanos



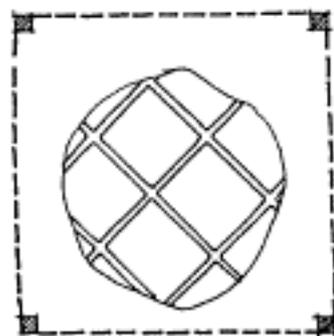
100 100  
\* \* \*

a2) nervios separados

b) nervios oblicuos o paralelos a las diagonales.



b1) nervios cercanos



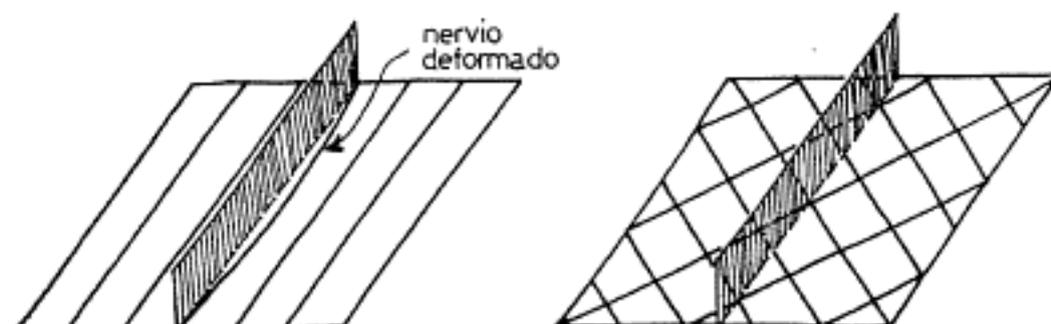
b2) nervios separados

Y en ambos casos, tanto con nervios paralelos como en diagonal, se deben estudiar las condiciones de borde (simplemente apoyadas o continuas) y sus formas (cuadradas o rectangulares), situaciones que iremos analizando paso a paso.

### 3.- Comportamiento estático según la dirección de los nervios.

En los casetonados con nervios paralelos a sus bordes, y separaciones superiores a los 80 cm., la transmisión de los momentos torsores entre un nervio y otro es casi nulo, aumentando así los momentos de tramo. No sucede lo mismo si los nervios se ubicaran en dirección diagonal.

La figura que sigue muestra que una pequeña deformación en el nervio no afecta a los nervios paralelos vecinos, dada la falta de rigidez y la elevada separación entre los nervios.



No sucede lo mismo con los nervios oblicuos. Estos producen trabazón y logran transmitir los momentos torsores a las secciones adyacentes. Esto se intenta mostrar en la figura superior derecha.

Es conveniente destacar que a medida que la separación entre nervios disminuye ( $s < 80$  cm.), la rigidez torsional aumenta y la placa nervurada se asemeja a una placa maciza.

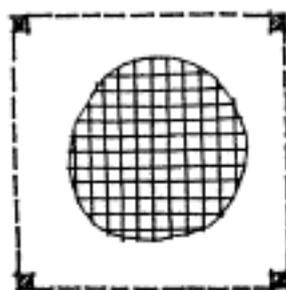
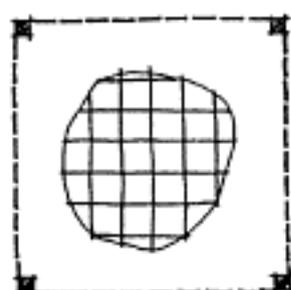
La ventaja de los nervios inclinados se refleja en un mejoramiento de la resistencia de la losa a los momentos flectores en los tramos. Desde el punto de vista estructural, el mejor comportamiento de los casetonados en diagonal reducen la cantidad de material (hormigón y aceros) a emplear.

Sin embargo, en el momento de realizar el análisis para la elección, es necesario tener en cuenta el mayor consumo de mano de obra para la realización de los casetonados en diagonal; dado que presentan mayores dificultades constructivas, especialmente para la preparación de los encofrados y encuentros de losas con viga.

#### 4.- Comportamiento estático según la separación entre nervios.

En losas casetonadas las acciones torsoras se encuentran en los cruces de las vigas, las que actúan con solidaridad mutua obedeciendo la ley de igualdad de las deformaciones en los puntos de intersección. El problema hiperestático es de orden superior, por la existencia de las acciones mutuas entre las vigas de los sistemas que se cruzan; las necesarias ecuaciones de resolución están dadas justamente por las aludidas condiciones de igualdad de las deformaciones. El cálculo puede ser simplificado con las consideraciones de la reciprocidad de las deformaciones elásticas (Betti-Maxwell) y con la descomposición de las cargas uniformemente repartidas en "qy" y "qx", que se suponen actúan en las dos direcciones, en analogía perfecta de las placas.

La losa de la izquierda se comporta como un emparrillado de vigas (grilla) y se calcula mediante métodos basados en la deformación de los elementos. En este caso el concepto y cálculo del entrepiso se divide en losas por una parte y vigas (emparrillado) por otro.



Mientras que las losas formadas con casetonados cuyos nervios se encuentra muy próximos unos de otros (figura derecha), el análisis se puede realizar como losa maciza cruzada utilizando los coeficientes de Marcus.

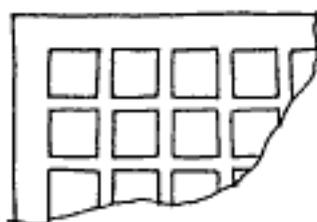
Existen situaciones intermedias en el valor de la separación entre nervios cuya solución aproximada se realiza mediante coeficientes que veremos más adelante.

Las tablas con coeficientes para la determinación de los momentos flectores aproximados, fueron confeccionadas en función de la separación entre nervios.

### 5.- Determinación de las solicitaciones.

Analizaremos por separado las losas con nervios de dirección paralela a sus bordes y aquellas de dirección oblicua, dado que su comportamiento frente a las acciones resultan muy diferentes.

#### 5.1.- Losas con nervios paralelos a sus bordes.



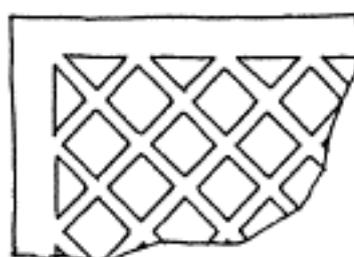
- a) Separación entre nervios:  $s \leq 60$  cm.  
Se comportan de manera similar a las macizas y pueden ser calculadas mediante el método simplificado de Marcus. Se debe tener en cuenta el levantamiento de las esquinas libres. Y para ello colocar armadura de torsión o aumentar el momento flector con los coeficientes de mayoración.
- b) Separación entre nervios:  $60 \leq s \leq 80$  cm.  
Las solicitaciones se determinan de manera similar al caso anterior (método Marcus), pero sin tener en cuenta el efecto favorable de la rigidez torsional, en este caso el coeficiente respectivo de Marcus será igual a uno.
- c) Separación entre nervios:  $s > 80$  cm.  
Se calcula como emparrillado de vigas mediante alguno de los métodos de cálculo de solicitaciones en estructuras hiperestáticas. Existen programas para el cálculo de emparrillados por computador, en general basados en el método matricial para elementos de barra.

En el caso de losas simplemente apoyadas se puede emplear como una aproximación rústica los siguiente:

sin armadura de torsión en esquinas:  $M = q.l^2/13$

con armadura de torsión en esquinas:  $M = q.l^2/16$

5.2.- Losas con nervios oblicuos.



Los valores que se indican a continuación son aproximados y para resoluciones sencillas, que en general están del lado de la seguridad.

a) Losas simplemente apoyadas en su contorno.

a1) Losas cuadradas ( $l_1 = l_2$ )

sin armadura de torsión en esquinas:  $M = q.l^2/25$

con armadura de torsión en esquinas:  $M = q.l^2/27$

Conviene destacar aquí la notable similitud existente entre estos valores y los establecidos por Marcus para losas macizas ( $M = q.l^2/27,5$ ), esta situación es debida a la mejor trabazón existente entre los nervios en diagonal.

a2) Losas rectangulares ( $l_1 = l_2$ ) y  $s > 70$  cm.

Aquí hay que distinguir entre nervios centrales y de borde.

Nervios centrales:

Son aquellos que llegan a bordes opuestos.

Nervios de bordes:

Son los que llegan a bordes contiguos.

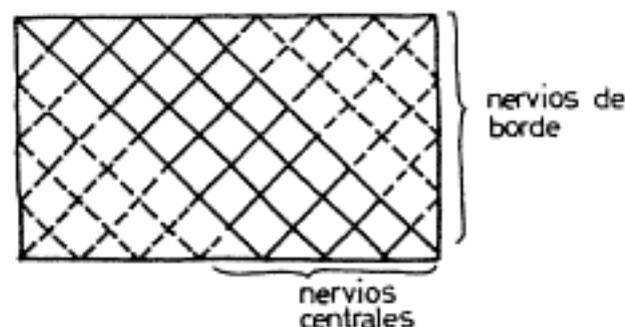


tabla de valores de "m"

$l_y/l_x$	1,00	1,33	1,67	2,00	3,00
nervios centrales	26	19	16	14	10
nervios de bordes	13	11	9	9	7

$$M_f = q \cdot l^2 / m$$

- a3) Losas rectangulares ( $l_1 = l_2$ ) y  $s < 70$  cm.  
 Los momentos  $M_y$  y  $M_x$  se calculan como losa maciza según Marcus y se toma un único momento para todos los nervios:

$$M = 1,20 \cdot (M_x + M_y) / 2$$

El coeficiente 1,20 considera la deficiencia de la rigidez a la flexión. En los casos donde  $s < 50$  cm. dicho coeficiente se puede tomar igual a la unidad y el momento de dimensionado será directamente la media entre  $M_x$  y  $M_y$ .

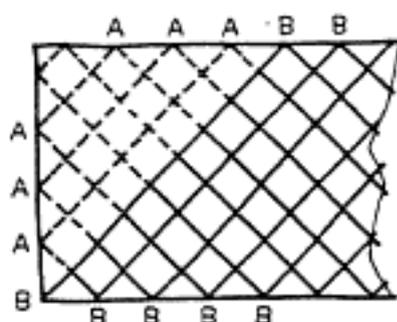
- b) Losas empotradas en los contornos.

En el caso de losas empotradas en sus contornos, el funcionamiento de los nervios oblicuos se ajusta a lo indicado seguidamente:

b1: Nervios separados:

Nervio AA (de borde): Reciben fuertes cargas; los nervios transversales de mayor longitud se apoyan sobre ellos (mayor deformación). Posee momentos negativos elevados en sus extremos.

Nervio BB (central): Son nervios de longitud mayor que los restantes, por ello poseen altos momentos positivos, y en general en sus extremos existe buen empotramiento por resultar cortas las vigas que continúan en la otra losa.



Ambos tipos de nervios poseen similares momentos flectores (unos por cargas, otros por luces) y de acuerdo se resume:

- 1) Para los momentos positivos se deben considerar el mismo valor para todas las nervaduras, inclusive la de los bordes:

$$M = q \cdot l^2 / 32$$

l --> luz menor  
q --> carga total

- 2) Para momentos negativos:

nervios centrales	$M = - q \cdot l^2 / 32$
nervios de borde	$M = - q \cdot l^2 / 18$

Los coeficientes son aproximados, para casos de importancia se debe utilizar la teoría exacta de la hiperestática.

b2: Nervios muy juntos.

Se calcula como losa maciza, mediante Marcus.

Valor  $M_f$  positivo en todos los nervios:

$$M = 1,20 \cdot (M_x + M_y) / 2$$

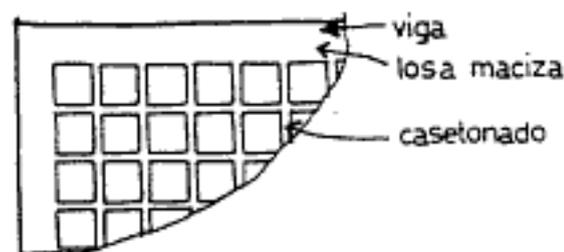
En caso de nervios con espacio < 0,80 mts se sustituye el coeficiente 1,20 por 1,00.

Para los momentos negativos se usan valores de cálculo como losa maciza en región central de apoyo y el 0,50 en la zona de bordes.

Las armaduras en los apoyos se pueden colocar en diagonal o en paralelo, indistintamente.

#### 6.- Detalles constructivos en losas casetonadas.

En las losas nervuradas en dos direcciones (casetonados), es necesario dejar junto a los apoyos, un cordón de losa maciza de un espesor por lo menos igual al del nervio.



El comportamiento estático de estos tipos de losas se encuentran ampliamente probados en la práctica, y es una de los entrepisos donde la relación entre el material empleado y la resistencia lograda es mínimo. La decisión de adoptar una losas de estas características pasa por una cuestión económica; el costo de la mano de obra y de los encofrados es muy alta y en muchas ocasiones limitan su construcción. Está en el calculista ir más allá del simple cálculo o verificación y diseñar sistemas de encofrados que reduzcan los costos de ejecución de estas losas.

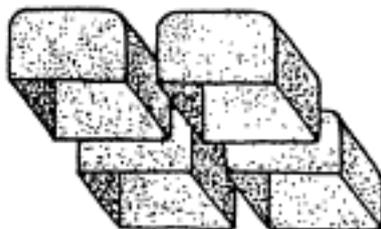
Existen muchas alternativas de encofrados. Nombraremos las más comunes.

Encofrado con moldes de poliestireno expandido:



Tal como muestra el dibujo, se ejecutan moldes que luego son recuperados. Las dificultades que pueden presentar es la remoción del mismo, que se superan con dispositivos especiales de separación.

Encofrados de moldes plásticos rígidos:



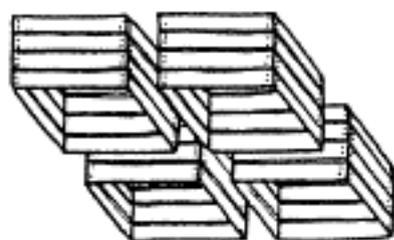
Estos pueden ser recuperados o incorporados como terminación inferior de losa, para evitar todo cielorraso.

Encofrados con moldes metálicos:

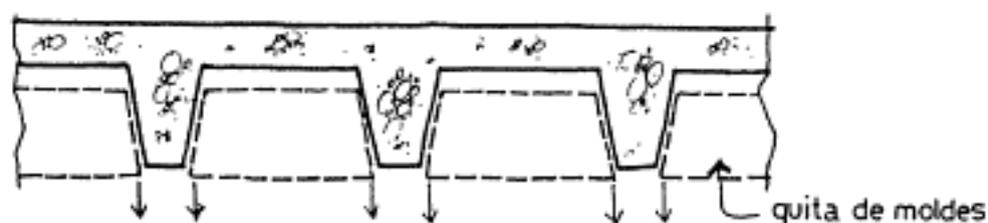


Similares a los de plásticos rígidos, estos moldes en la mayoría de los casos son recuperados y dada su resistencia, permiten ser utilizado de manera casi ilimitada.

Encofrados de madera:



Cuando la separación entre nervios es elevada ( $> 70$  cm) se utiliza la madera para realizar cajones que actúan como encofrados. El diseño de dichos cajones debe ser efectuado de manera cuidadosa para obtener un alto recupero de la madera.





# Capítulo doce : 12

## LOSAS

## SEMIPREFABRICADAS.

1. - Introducción.
2. - Metodología de cálculo.
  - 2.1. - Solicitaciones.
  - 2.2. - Dimensionado.
3. - Apuntalamiento.
4. - Profundidades de apoyo.
5. - Hormigonado.
6. - Armadura de repartición.
7. - Desapuntalamiento.
8. - Nervios transversales.
9. - Cargas de tabiques.
10. - Voladizos.
11. - Vigas placas.
12. - Vigas invertidas.
13. - Cumbreas.
14. - Detalles de terminación de losas.
15. - Recomendaciones del CIRSOC.

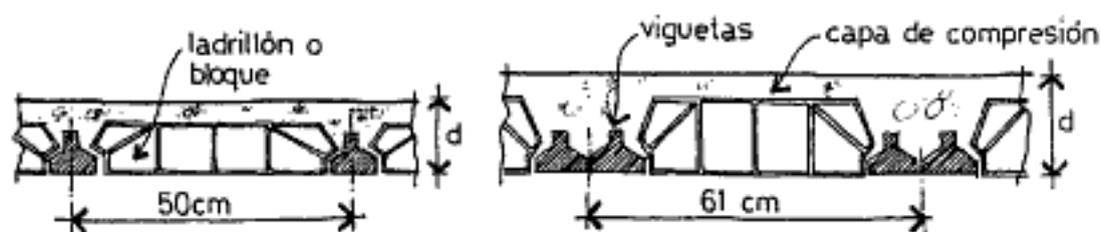


<b>Capítulo doce: Losas semiprefabricadas.</b>
--

### 1.- Introducción.

El alto costo de los encofrados en losas ha obligado al desarrollo de sistemas constructivos donde el uso de apuntalamientos y encofrados se reducen de manera notable. Esto se consigue mediante la combinación de viguetas pretensadas de hormigón con ladrillos de formas especiales.

En la figura siguiente se muestran diferentes combinaciones de ladrillos con viguetas a efectos de obtener resistencias acordes con las solicitaciones externas.



El valor "d" varía en función del tipo de bloque o ladrillo a utilizar:

- para una vigueta d 12 a 25 cm.
- para dos viguetas d 19 a 25 cm.

una vigueta por nervio  
para luces y cargas  
comunes

dos viguetas por nervio  
para luces y cargas  
elevadas

Como indica la figura anterior, el entrepiso de viguetas pretensadas se constituye de los siguientes elementos:

- 1) viguetas pretensadas
- 2) bloques de hormigón o cerámico
- 3) capa de compresión

#### Viguetas pretensadas:

Se fabrican en hormigón precomprimido en sección "T" invertida y armadura de cuantía variable según las series y longitudes. Pesan alrededor de 17 kg. por metro lineal y se consumen entre 1,90 a 2,00 ml lineales de viguetas por metro cuadrado de superficie de losa.

**Bloques cerámicos:**

Son ladrillos cerámicos o de hormigón comprimido de tubos horizontales con pestañas laterales de apoyo en viguetas. Se proveen de diferentes alturas, siendo las más usuales: 9.0, 9.5, 12.5, 13.0, 16.5, 17.0, 18.0 y 22.5. La cantidad por metro cuadrado de losa oscila entre los 7,6 a 8,0 bloques.

**Capa de compresión:**

Tendrá un espesor de 3,0 a 5,0 cm de acuerdo a las sollicitaciones actuantes y el hormigón a utilizar debe ser trabajable para que pueda penetrar en los intersticios entre viguetas y bloques.

Los resultados que se observan a lo largo de varios años de utilización del sistema son positivos e inclusive varios reglamentos ya lo consideran en su normativa.

Los fabricantes someten sus productos a la aprobación de organismos competentes y así garantizan la calidad y resistencia de los mismos.

Entre las ventajas económicas, se pueden citar el mayor rendimiento de la mano de obra y como dijimos antes, la eliminación del encofrado, dado que los mismos ladrillones conjuntamente con las viguetas actúan de encofrado para soportar la capa superior de hormigón. Únicamente se requiere de un apuntalamiento de las viguetas que se establecen en los manuales que proveen los fabricantes.

**2.- Metodología de cálculo.****2.1.- Sollicitaciones.**

La determinación de las sollicitaciones de éstas losas es similar a las macizas ya estudiadas en capítulos anteriores. Caben algunas diferencias que resultan aconsejables destacar.

En la generalidad de los casos las losas construidas con viguetas se calculan y dimensionan como elementos estructurales isostáticos, es decir sin transferencias de esfuerzos entre losas vecinas. Sin embargo, con una adecuada combinación de losas macizas en los apoyos se pueden lograr losas continuas con reducción de momentos en tramos.

Los análisis de cargas se deben efectuar con los pesos propios ajustados a lo indicado en las tablas que proveen los fabricantes de viguetas.

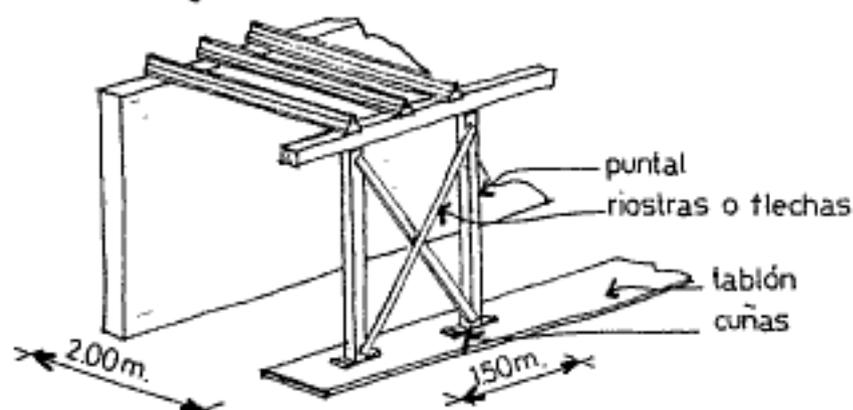
## 2.2.- Dimensionado.

Los fabricantes proveen las viguetas en diferentes longitudes y cuantías. Combinando cada una de ellas con alturas de ladrillos adecuados se obtienen las resistencias necesarias. Es conveniente realizar el dimensionado con la utilización de las tablas de cálculo apropiadas. Aún no existen cuantías normalizadas para todos los fabricantes y las series no son coincidentes entre las diferentes marcas.

## 3.- Apuntalamiento:

Antes de la colocación de las viguetas para evitar deformaciones, se deben realizar apuntalamientos provisionales con soleras de madera a distancias máximas de 2 metros, que dispongan de contraflecha de 1 a 3 mm. por metro de luz, los puntales irán separados de 1,50 mts entre sí.

Los puntales deben apoyar sobre superficies resistentes. En caso de apoyar sobre tierra, hay que prever tabloncillos bajo las cuñas, para la repartición de las cargas, evitando así que el aumento de peso al hormigonar hunda el puntal en el terreno.



## 3.- Profundidades de apoyo.

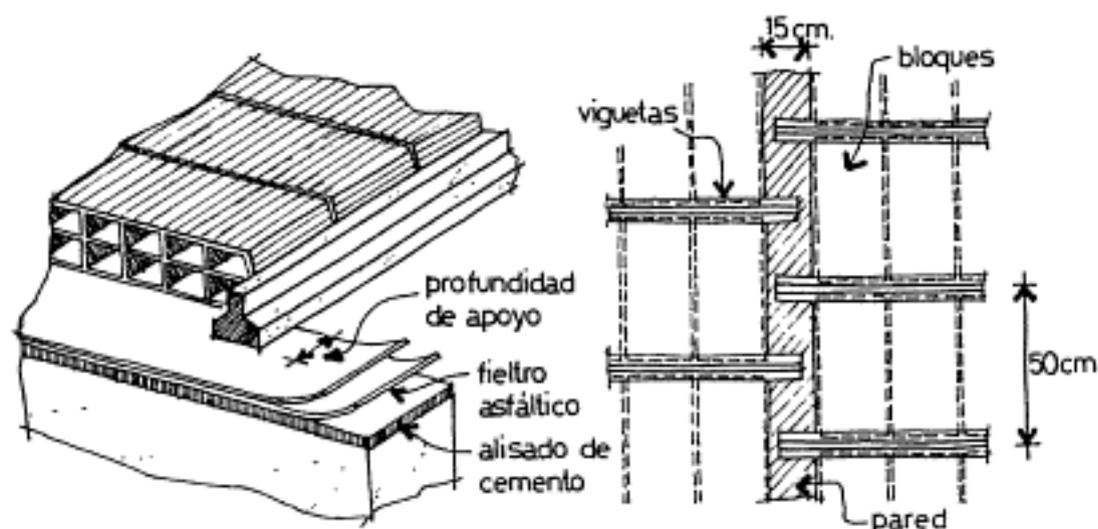
Para los distintos tipos de apoyos se recomiendan las siguientes profundidades:

tipo de apoyo	profundidad
mampostería de ladrillo común o cerámico	10 cm.
sobre viga de hormigón previamente ejecutada	7 a 10 cm.
sobre viga de hormigón ejecutada simultáneamente	5 a 7 cm.

Cuando las viguetas apoyan sobre bloques cerámicos o de hormigón comprimido con los tubos verticales, es conveniente colocar previamente una doble faja de fieltro asfáltico a los fines de evitar, por una parte, que el hormigón fluya por los agujeros del bloque, y de facilitar, por la otra, el libre desplazamiento horizontal de la losa.

Sobre los muros interiores de 15 cm. las viguetas deben colocarse en forma alternada para permitir que la profundidad de apoyo sea de 10 cm. y para no debilitar la viga encadenado si la hubiere.

En la figura que sigue se muestra con detalles los elementos que constituyen una cubierta ejecutada con losas de viguetas pretensadas y ladrillones.



#### 4.- Hormigonado.

Previo al hormigonado de la capa de compresión, se debe eliminar mediante una limpieza total, todos los restos de tierra, cal y otros elementos sueltos que podrían impedir una buena adherencia del hormigón con los ladrillones, y como el material cerámico absorbe mucha agua es necesario mojar abundantemente los bloques.

El hormigón a utilizar debe ser de buena calidad. Los fabricantes de viguetas recomiendan las siguientes dosificaciones en volumen:

- 1 (una) parte de cemento
- 2 (dos) partes de arena
- 3 (tres) partes de piedra chica.

Es decir un hormigón de los denominados 1:2:3. Esto es solo una recomendación o sugerencia; porque en definitiva quien establecerá la dosificación del hormigón a utilizar será el Director de Obra, único respon-

sable del mismo. Durante el hormigonado se debe cuidar el llenado de los nervios y la ejecución de una capa uniforme de un espesor mínimo de 3 cm. o más según lo establecido por cálculo.

Durante el hormigonado y como medida de seguridad se aconseja colocar tablonces para facilitar el tránsito de los operarios.

#### 5.- Armadura de repartición.

Sobre los bloques cerámicos se colocará una armadura de repartición, transversal a la dirección de las viguetas, como mínimo hierros  $\phi$  4,5 mm. cada 30 cm. y en aquellos casos donde se prevea sobrecargas de tipo puntuales es conveniente utilizar hierros de  $\phi$  6 mm.

#### 6.- Desapuntalamiento.

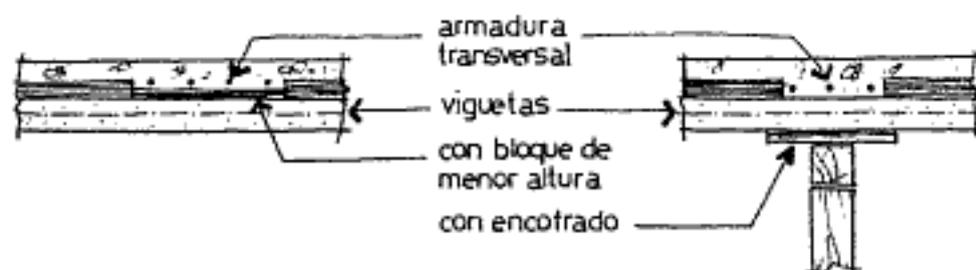
El retiro de los puntales se puede efectuar a los 8 días del colado. Es importante, antes de desapuntalar la verificación del perfecto fraguado del hormigón. El trabajo se realizará bajo la autorización y supervisión del director de obra.

#### 7.- Nervios transversales.

Para luces mayores de 4 metros y sobrecargas que superen los  $200 \text{ kg/m}^2$ , es necesario ejecutar nervios transversales. Estos se materializan utilizando bloques de menor altura para que la armadura inferior apoye directamente sobre las viguetas.

Para el cálculo de la armadura puede seguirse el siguiente criterio:

- a) Para cargas menores de  $350 \text{ kg/m}^2$  se calcula el nervio con la mitad de las solicitaciones que soporta un nervio longitudinal.
- b) Para cargas mayores de  $350 \text{ kg/m}^2$ , con la totalidad de las solicitaciones de un nervio longitudinal.



Puede prescindirse del bloque de menor altura, colocando una tabla bajo las viguetas. Esta forma de trabajo permite ejecutar riostras o nervios más angostos que el largo de un bloque o ladrillón. También pueden ser construidas en la misma zona de apuntalamiento, así no es necesario encofrado adicional.

### 8.- Cargas de tabiques.

Los tabiques pueden llegar a constituir cargas lineales importantes y por ello es necesario distinguir los siguientes casos:

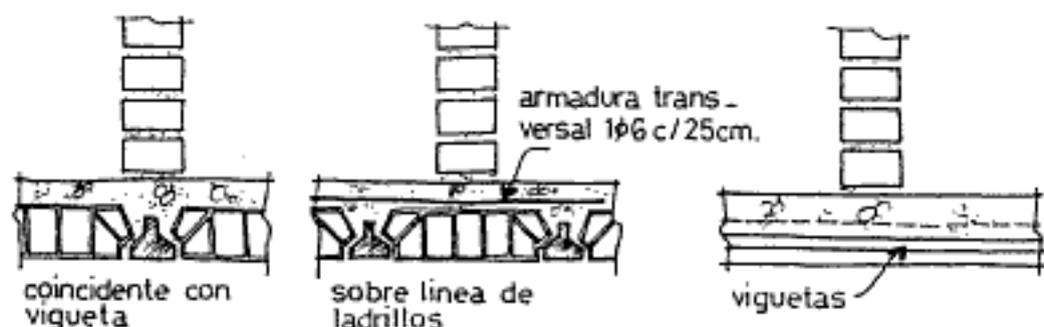
#### a) Tabiques de dirección paralela a las viguetas.

En ese caso para tabiques livianos (hasta  $150 \text{ kg/m}^2$ ), la carga puede ser tomada por una vigueta, reforzándose la zona de apoyo con armaduras que contribuyen a una mejor distribución de las sollicitaciones. Si el tabique coincide con la línea de ladrillones, se deben colocar hierros de repartición en la zona ( $1\phi 6 \text{ c/ } 30 \text{ cm}$  con largos de 1,50 mts.)

Para tabiques más pesados (más de  $150 \text{ kg/m}^2$ ), la carga debe absorberse colocando dos o tres viguetas yuxtapuestas. Deben verificarse las tensiones de compresión en el hormigón en el ancho de cargas y las de tracción de las viguetas que se encuentran debajo del tabique.

#### b) Tabiques de dirección transversal a la vigueta.

En este caso el tabique actúa como carga concentrada, que debe ser tenida en cuenta al determinar los momentos flectores del entrepiso.



tabiques paralelos

tabiques transversales

### 8.- Voladizos.

En los voladizos las tracciones aparecen ahora en la parte superior de la losa y para absorber dichas tensiones, el voladizo debe calcularse como una losa maciza y determinar los hierros que se deben colocar en tracción. Las viguetas pueden continuar en la parte inferior en el largo total del voladizo y a los efectos de crear secciones de hormigón a la compresión, es necesario colocar encofrados y ejecutar una losa maciza; esto cuando la luz del voladizo supere los 1,50 mts., para distancias menores se admite la colocación de ladrillos de menor altura actuando como encofrados. No se debe olvidar de macizar la zona afectada por momentos negativos en la losa vecina.



### 9.- Vigas placas.

Si se calculan vigas placas combinadas con losas alivianadas de viguetas y cerámicos, se requiere de algunos cuidados en su armado para un funcionamiento adecuado. Se pueden presentar dos situaciones:

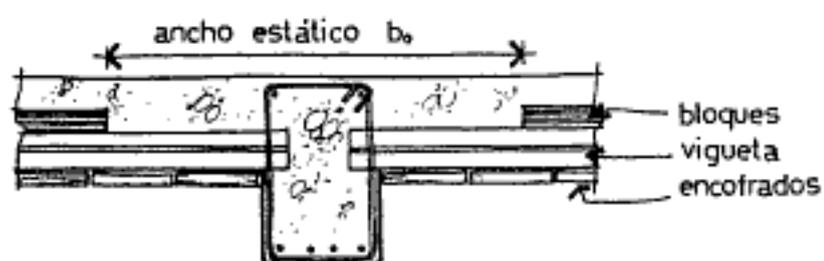
#### a) Viga placa transversal a las viguetas:

En este caso las viguetas se introducen 5 cm. en la viga y se retiran los ladrillos de los bordes de la viga a los efectos de permitir la ejecución del necesario ancho estático que colaborará a la compresión. Si se verifica la posición del eje neutro de la viga se pueden colocar ladrillos de menor altura en la zona del ancho colaborante.

#### b) Viga placa paralela a viguetas:

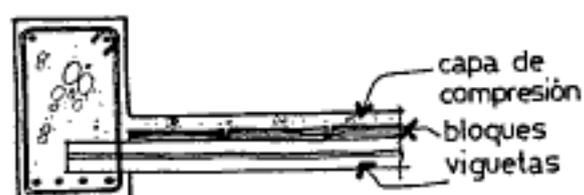
Aquí, al igual que en el caso anterior se deben dejar espacios para el hormigón macizo que irá en el ancho colaborante. Habitualmente se lo realiza utilizando ladrillos de menor altura, previa verificación del eje neutro.

El primer ladrillón vecino a la viga, a ambos lados se apoya directamente sobre ésta, sin necesidad de colocar una vigueta adyacente a la viga placa.



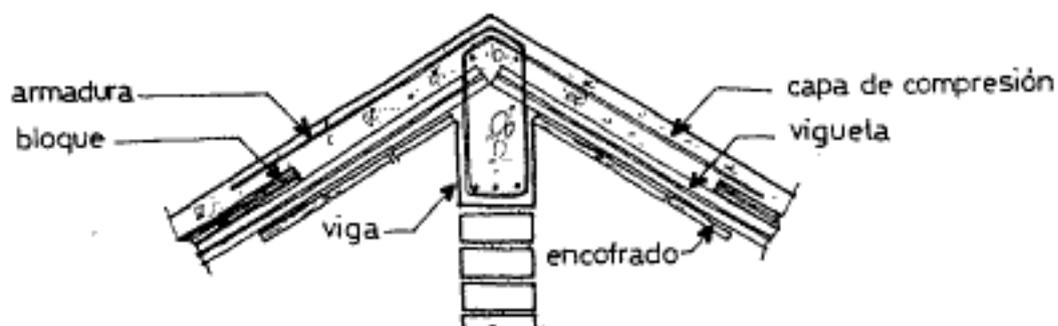
### 10.- Vigas invertidas.

En los casos donde las vigas soportes se ejecutan en forma invertida, las viguetas deben apoyar sobre las armaduras longitudinales de la viga. En estos casos se debe diseñar en forma cuidadosa el encofrado ya que al existir un hueco en el lateral, para la losa; se debilita los tableros de encofrado de las vigas.



### 11.- Cumbreras.

En las cumbreras, por la inclinación de las losas se producen esfuerzos de resbalamiento, para evitarlos es necesario colocar anclajes para mantenerla afirmadas las losas de ambos lados.

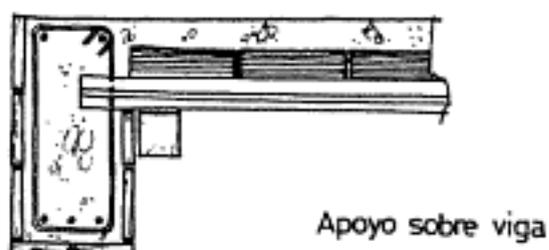
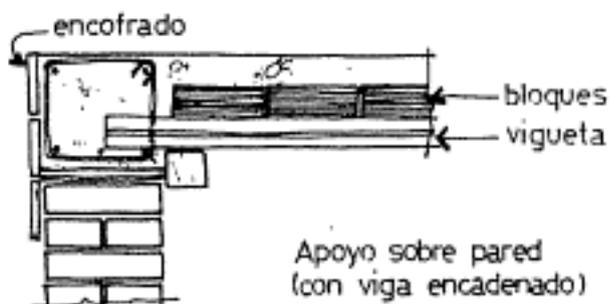
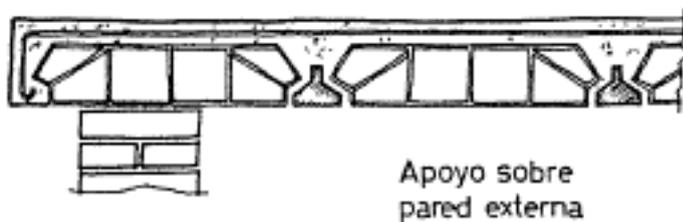
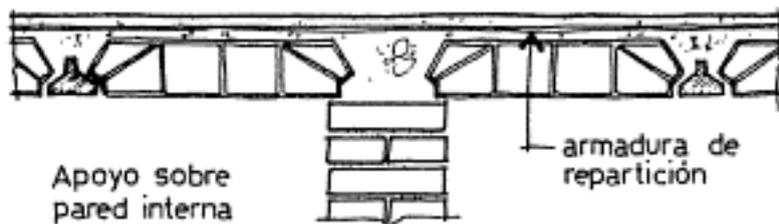


Cuando no existe simetría o losas adyacentes y los esfuerzos de desplazamiento no se pueden equilibrar con las losas opuestas, se deben realizar vigas encadenadas sobre todas las paredes con "dientes" a fin de generar resistencia suficiente.

12.- Detalles de terminación de las losas.

Los dibujos muestran los siguientes detalles:

- a) Encuentro de losas continuas.
- b) Apoyo sobre pared interna.
- c) Apoyo sobre pared externa.
- d) Apoyo sobre vigas de encadenado.
- e) Apoyo sobre vigas.



**13.- Recomendaciones del Cirsoc en losas prefabricadas.**

El Cirsoc dice que un entrepiso formado por elementos premoldeados se podrá considerar como placa portante horizontal, cuando se cumplan las siguientes condiciones:

- a) Si en estado definitivo constituye una superficie plana sin solución de continuidad.
- b) Si los elementos constituyentes están ligados en las juntas en forma tal que puedan transmitir esfuerzos de compresión.
- c) Si las cargas actuantes en el plano de la placa pueden ser absorbidas por efecto de arco o de acción de viga reticulada, conjuntamente con los elementos de borde y los montantes traccionados del reticulado, debidamente armados.

Como vemos, éstas son recomendaciones muy generales. Pero en otros articulados el reglamento destaca la adecuada distribución transversal de las sobrecargas, es decir, la colocación de armaduras transversales para que las juntas no presenten deformaciones desiguales por diferencias de cargas sobre los distintos elementos contiguos.

## CORTE Y PUNZONADO.

1. - Introducción.
2. - Corte sobre apoyos lineales.
3. - Tablas de tensiones límites en losas.
4. - Corte en losas macizas.
  - 4.1. - Valores promedio en losas.
  - 4.2. - Reglas para el dimensionado.
  - 4.3. - Losas sin armaduras de corte.
  - 4.4. - Losas con armaduras de corte.
  - 4.5. - Armadura en los bordes libres.
5. - Losas nervuradas.
6. - Losas semiprefabricadas.
7. - Corte sobre apoyos puntuales.
  - 7.1. - Determinación de la tensión de corte " $\tau$ ".
  - 7.2. - Verificación de la seguridad al punzonado.
  - 7.3. - Aberturas.



Capítulo trece: Corte y punzonado en losas.
---

## 1.- Introducción.

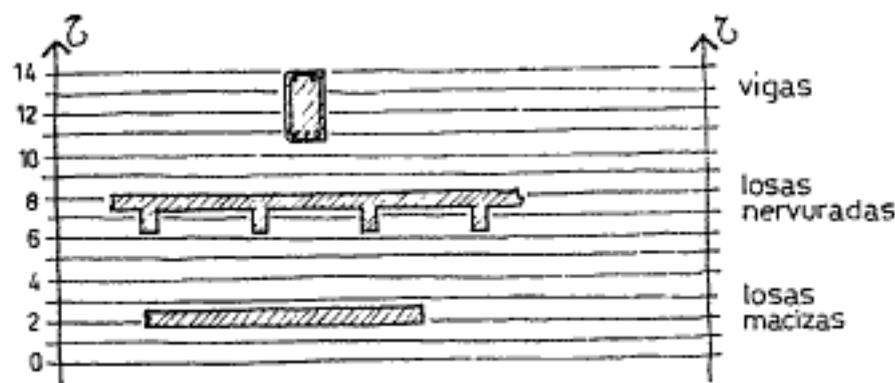
El efecto de corte se presenta en las losas de dos maneras bien definidas; el corte sobre apoyos lineales y el generado en apoyos puntuales.

El primero de ellos se plantea cuando las losas se apoyan sobre paredes o vigas que constituyen los apoyos lineales. En las cercanías de éstos, se producen efectos de corte, que en la generalidad de los casos es reducido, con valores de tensiones que se encuentran por debajo de los límites establecidos por el reglamento.

El otro efecto, llamado punzonado, se origina en las losas sin vigas, que apoyan directamente sobre las columnas, o también en aquellos casos de cargas puntuales que descargan directamente sobre las losas. Las magnitudes de éste fenómeno son considerables y hay que tener un especial cuidado en su consideración y análisis.

## 2.- Corte sobre apoyos lineales.

Es conveniente efectuar un análisis comparativo de las magnitudes del efecto de corte en diferentes elementos constructivos. En el gráfico que sigue mostramos la situación de: una viga; de una losa nervurada y de una losa maciza. Todas integrantes de edificios en altura de viviendas u oficinas con luces y cargas habituales.



elemento constructivo	tensión de corte (kg/cm <sup>2</sup> )
vigas	8 a 15
losas nervuradas	5 a 9
losas macizas	1 a 3

Como vemos del análisis comparativo, las losas macizas soportan alrededor de una décima parte del valor de las tensiones de corte que actúan en las vigas.

Es necesario reiterarlo, el análisis comparativo se realiza con elementos de dimensiones normales. Por ejemplo, vigas de 6 a 8 metros con cargas de unos 2000 a 3000 kg/ml y losas de 4 a 7 metros (unidireccionales o cruzadas) y cargas de 700 kg/m<sup>2</sup>.

Algunos reglamentos no consideran el corte de losas en apoyos lineales. Únicamente lo hacen para el punzonado de losas sin vigas y cargas concentradas.

### 3.- Tablas de tensiones límites en losas.

Se define como valor básico  $\tau_0$ , en elementos solicitados a flexión, a la tensión de corte a la altura del eje neutro de la sección en estado II.

$$\tau_0 = Q/(b.z) \quad z = 0,85.h$$

para losas:  $b = 100 \text{ cm}$ .

La tabla que se transcribe a continuación corresponde a los valores límites permitidos por el Cirsoc.

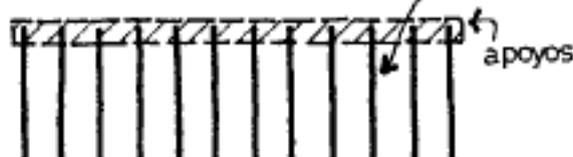
	valores límites $\tau_0$					necesidad de verificar	tipo de armadura
	Øcn 130	Øcn 170	Øcn 210	Øcn 300	Øcn 380		
$\tau_{011}$	2.50	3.00	3.50	4.00	5.00	no	escalonada
$\tau_{012}$	3.50	4.50	5.00	6.00	7.00	no	sin escalonar
$\tau_{02}$	12.00	15.00	18.00	24.00	27.00	si	sin escalonar

La armadura longitudinal escalonada se refiere al corte de los hierros antes de su llegada a los apoyos.

Armadura escalonada:



Armadura sin escalonar:



#### 4.- Corte en losas macizas.

##### 4.1.- Valores promedios en losas.

Para tener una idea de la intensidad del corte en una losa maciza es conveniente realizar el ejemplo siguiente:

losa con armadura unidireccional

$$\begin{aligned} l &= 5,00 \text{ mts} & h &= 14,5 \text{ cm} \\ d &= 16,00 \text{ cm} & q &= 800 \text{ kg/m}^2 \end{aligned}$$

$$Ra = Rb = q.l/2 = 5,00 \times 800 / 2 = 2.000 \text{ kg/ml}$$

$$r_o = Ra / (h \cdot 0,85) = 2.000 / (14,5 \times 100 \times 0,85) = 1,62 \text{ kg/cm}^2$$

Este valor se encuentra muy por debajo de los indicados en la tabla de tensiones límites de corte establecidas por el reglamento. Para llegar a los indicados en la columna de un hormigón de calidad H-170 se necesitan de las siguientes luces:

$r_o$	h (cm)	distancia apoyos
3,00	15,5	9,90 mts
4,50	15,5	14,80 mts

Vemos que las losas deben resultar de significativas dimensiones para que se presente efectos de corte por sobre los límites indicados en el reglamento.

Como es habitual en las losas doblar una barra de por medio en las cercanías del apoyo (1/5 de la luz), analizaremos el esfuerzo cortante que absorben. La losa del ejemplo posee por flexión una armadura de:

$$As = 1 \phi 12 \text{ c/13,5 cm.}$$

Que representa una cantidad de 7,40 barras por metro de ancho. Si levantamos la mitad tendríamos 3,70 barras que toman esfuerzos de corte.

El esfuerzo que resisten dichas barras será:

$$T = (\pi \cdot d^2 / 4) / 2 \times 2400 \times 3,70 = 14.152 \text{ kg/ml}$$

La reacción de la losa sobre los apoyos:

$$Ra = Rb = 5,00 \times 800 / 2 = 2.000 \text{ kg/ml}$$

Notamos con este ejemplo que la resistencia al cortante por el doblado de una barra por medio es muy superior al esfuerzo actuante.

#### 4.2.- Reglas para el dimensionado.

El Cirsoc establece diferentes zonas, de acuerdo a la comparación de las tensiones actuantes con las establecidas en tabla.

Zona (1):  $\text{máx } \tau_0 \leq \tau_{01}$

En losas se puede prescindir de la armadura de corte si:

$$\tau_0 < k_1 \cdot \tau_{01}$$

$$k_1 = 0,20/d + 0,33$$

$$1 \geq k_1 \geq 0,5$$

d: espesor de la losa en metros.

En caso de losas con cargas permanentes, uniformemente distribuidas y total (por ejemplo: relleno de tierra, reacción de suelo, presión hidrostática o cargas similares) y sin cargas concentradas importantes, se puede sustituir el coeficiente  $k_1$  por  $k_2$ , donde:

$$k_2 = 0,12/d + 0,6$$

$$1 \geq k_2 \geq 0,7$$

Zona (2):  $\tau_{01} < \text{máx } \tau_0 \leq \tau_{02}$

El valor básico  $\tau_0$  puede minorarse en todas las secciones al valor de dimensionado  $\tau$  de acuerdo a:

$$\tau = \tau_0^2(\text{exist.})/\tau_{02} \geq 0,4 \times \tau_0$$

Zona (3):  $\tau_{02} < \text{máx } \tau_0 \leq \tau_{03}$

Se debe usar para el dimensionado en toda la zona del diagrama de corte de igual signo el valor básico de  $\tau_0$ .

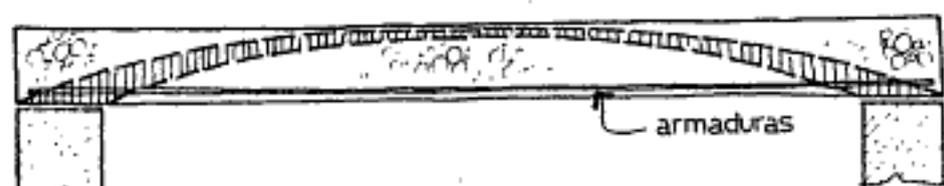
Aquí vale una consideración interesante: tanto  $k_1$  como  $k_2$  adoptan valores inferiores a la unidad para losas con espesores superiores a los 30 cm. y para un  $k_1 = 0,5$  y  $k_2 = 0,7$  la losa debe tener un espesor de 1,20 mts !!.

En muy raras ocasiones se plantean losas con espesores superiores a los 30 cm., casi podríamos decir que losas macizas con dichos espesores estáticamente no existen. Porque una losa con espesores de 30 cm. tiene un peso propio de 720 kg/m<sup>2</sup>. Estas consideraciones estarían orientadas más bien a losas nervuradas o casetonadas, donde sus tensiones de corte son elevadas por las mayores luces que cubren.

#### 4.3.- Losas sin armadura de corte.

Se puede prescindir de la armadura de corte cuando el efecto arco resulte suficiente, para ello la armadura inferior (que actúa como tensor) debe continuar sin interrupción de un apoyo a otro y con anclaje adecuado.

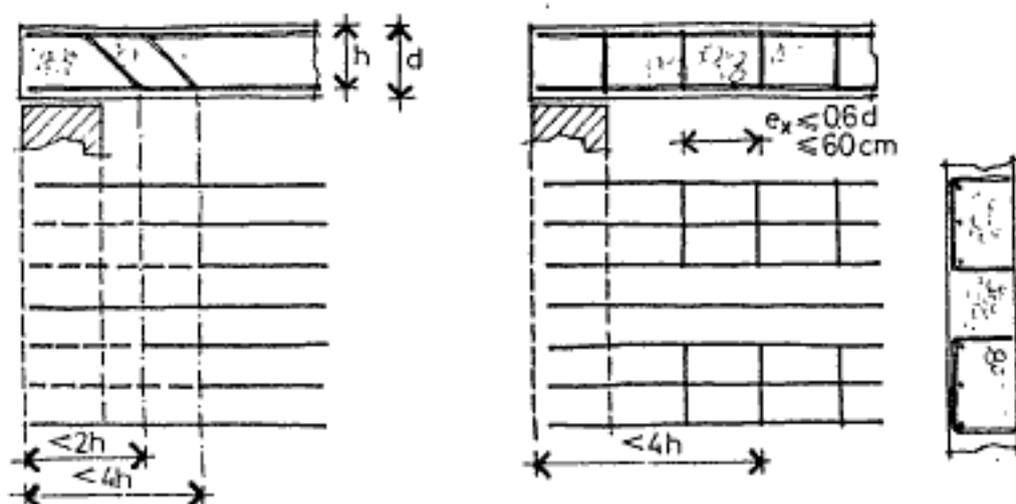
La capacidad portante al corte depende de la cuantía de la armadura longitudinal. Cuando se prescinde de la armadura de corte hay que asegurar que el efecto arco se cumpla, para ello las barras inferiores deben actuar como un tensor y para que esto ocurra efectivamente, las barras deben llegar hasta los apoyos con un adecuado anclaje.



#### 4.4.- Losas con armadura de corte.

Tensiones de corte moderadas:  $\tau_0 \leq 0,5\tau_02$

Es suficiente con levantar barras (una de por medio) o agregar suplementos o estribos abiertos para absorber el esfuerzo de corte.



Tensiones de corte altas:  $\tau_0 > 0,5\tau_02$

Además de las barras levantadas, es necesario agregar estribos con una sección calculada para absorber por lo menos  $\tau_b = 1/8 (\tau_0 + \tau_02)$  y con una separación:

en el sentido "x":

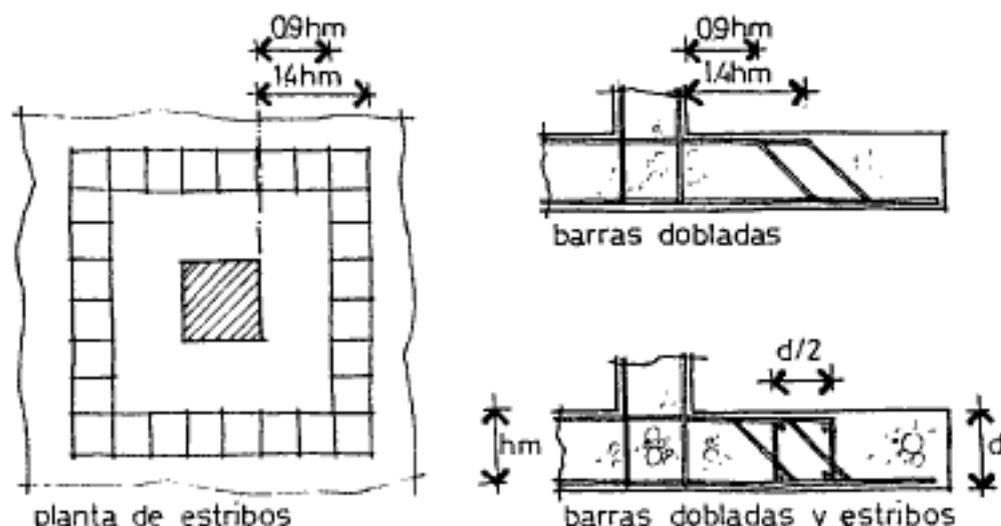
$$e_x \leq 0,6d \text{ pero no más de } 80 \text{ cm.}$$

en el sentido "y":

$$e_y \leq d \text{ pero no más de } 80 \text{ cm.}$$

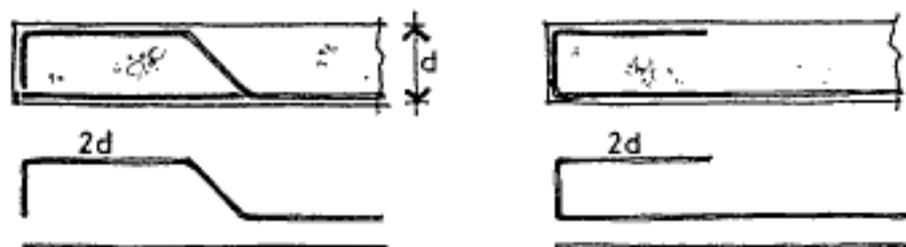
Los estribos deben abrazar por lo menos la mitad de las barras de la capa externa de la armadura. Cuando la separación entre barras levantadas es excesiva, es conveniente colocar una armadura de corte suplementaria. Por ejemplo, en forma de estribos en escalera.

En losas de fundaciones y otras muy especiales, con  $l/h$  muy reducidas ( $l/8 < 8$ ), puede darse el caso de tensiones de corte elevadas y la mejor forma de absorberlas es mediante estribos.



#### 4.5.- Armadura en los bordes libres.

En los bordes o esquinas libres, se pueden presentar cargas que generen desprendimientos por efecto de tensiones de corte. Para prevenir esta situación se coloca una armadura en forma de estribos. La armadura adicional de borde sirve para absorber posibles cargas sobre el borde y tensiones de temperatura y de contracción.



### 5.- Losas nervuradas.

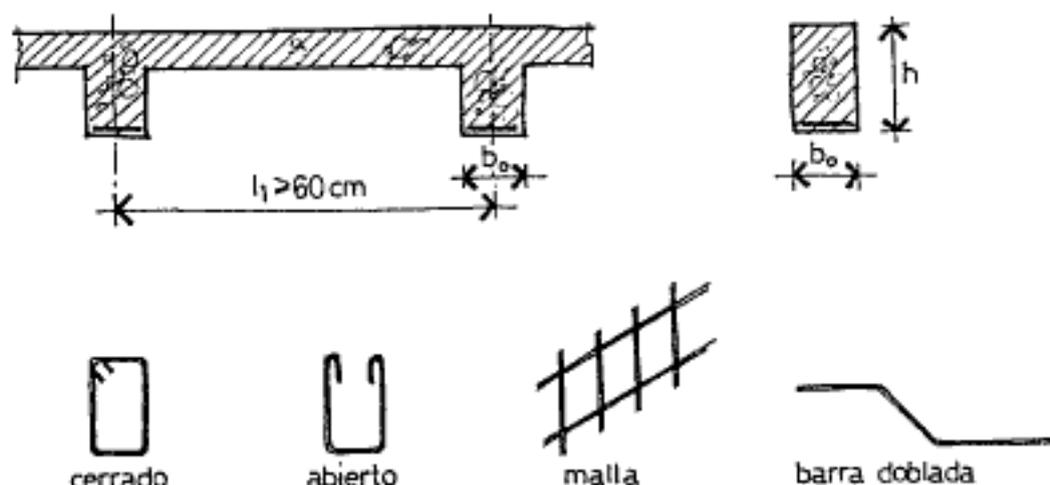
En losas nervuradas aumenta notablemente el valor de las tensiones de corte; por ejemplo en losas superiores a los 4,00 metros de luz entre apoyos y para cargas normales, se alcanzan valores de tensiones de corte que superan los 5 kg/cm<sup>2</sup>. En estos casos la determinación de las tensiones de corte se realiza teniendo en cuenta únicamente la sección del nervio, tal como se indica en la figura.

Para absorber dichas tensiones son necesarios estribos. Algunos reglamentos indican esta armadura cuando la distancia entre nervios supera los 60 cm. o la distancia entre apoyos supera el límite de los 6,00 metros.

En los apoyos se podrá levantar una barra por medio, siempre que haya por lo menos dos barras por cada nervio.

Se puede prescindir de los estribos:

- cuando la sobrecarga no es mayor que 275 kg/m<sup>2</sup>.
- el diámetro de la armadura longitudinal no sobrepasa de 16 mm.
- la armadura de tramo se extiende de apoyo a apoyo.
- si  $\tau_0 \leq \tau_{011}$ .



### 6.- Losas semiprefabricadas.

En losas constituidas por nervios pretensados o aliviadas mediante ladrillos huecos, se ha demostrado que las tensiones tangenciales longitudinales, dependen principalmente de:

- a) La adherencia entre el hormigón "in situ" y el prefabricado. Para esto es fundamental que los ladrillos y viguetas utilizados posean una elevada rugosidad.
- b) La calidad de la puesta en obra del hormigón, especialmente por lo que se refiere a la compactación.
- c) De la retracción y contracción del hormigón. Una elevada retracción produce el despegue de la capa de compresión del hormigón, agravando notablemente la acción del esfuerzo rasante.

En el capítulo que trata de losas prefabricadas se indicaron algunas recomendaciones para un buen funcionamiento de estos elementos.

Es conveniente reiterar el uso de viguetas y bloques que posean una muy buena rugosidad en las superficies en contacto con el hormigón. Se deben colocar bloques cerámicos con ranuras superficiales o bloques de hormigón con superficie áspera.

En cuanto a obtener calidad del hormigón y reducidas retracciones, es necesario lograr hormigones de fácil trabajabilidad con adecuadas granulometrías de los áridos. Previo al hormigonado se debe conseguir una saturación de agua en los bloques y viguetas para que no absorban agua del hormigón.

En algunos casos se construyen "in situ" viguetones de gran ancho, y para obtener aumento de la rugosidad se recomienda lo siguiente:

- \* marcado del hormigón fresco con tela metálica o metal desplegado (el utilizado para cielorrasos suspendidos).
- \* rascado de la superficie del hormigón fresco con un peine de púas metálicas en sentido transversal a la dirección del esfuerzo rasante.
- \* apisonado superficialmente el hormigón después del vibrado con una enrejado metálico.
- \* por tratamiento con chorros de agua.

En general las losas construidas con sistemas semiprefabricados poseen longitudes medianas. En muy raras ocasiones se plantean luces superiores a los 6,00 metros. De cualquier manera en la tabla que sigue se indica de manera aproximada las secciones transversales total de hormigón (vigueta y capa de compresión) por metro de ancho:

ladrillón cm	capa compresión cm <sup>2</sup>	sección total cm <sup>2</sup>
9	3	490
9	4	590
9	5	690
13	3	580
13	4	680
13	5	780
17	3	700
17	4	800
17	5	900

En el caso de viguetas premoldeadas delgadas (por ejemplo I, T, ó secciones huecas con espesor del alma  $\leq 8$ cm) pueden emplearse suplementos de corte de una sola rama como única armadura de corte, cuando la zona comprimida y la armadura flexotraccionada están estribadas por separado.

#### 7.- Corte sobre apoyos puntuales.

Los casos estudiados anteriormente las losas apoyaban sobre vigas o paredes (apoyos lineales), y como vimos, los esfuerzos internos provocados por el efecto de corte no resultaban tan elevados. Incluso en algunas losas no resultaba necesaria armadura de corte.

La situación cambia totalmente para las losas sobre apoyos puntuales (losas sin vigas). Las tensiones que provocan las reacciones de columnas (punzonamiento) son elevadas y requieren de verificaciones especiales. A tal efecto se transcribe el artículo 22.5 del Cirsoc 201.

#### 7.1.- Determinación de la tensión de corte $\tau_r$ .

##### 7.1.1.- Sin refuerzos intermedios. (Sin capitel).

Para la verificación de la seguridad al punzonado de la losa se determinará la máxima tensión de corte  $\tau_r$  en la sección circular con la ecuación:

$$\tau_r = \text{máx}Q_r / (u \cdot h_m)$$

siendo:

$\text{máx}Q_r$  el máximo esfuerzo de corte en la sección circular de la columna.

$u$   $u_0$  para las columnas interiores  
 $0,6 u_0$  para las columnas de borde  
 $0,3 u_0$  para las columnas de esquina

uo	el perímetro de la sección circular de diámetro "dr" alrededor de la columna.
dr	$dr = dst + hm$
dst	diámetro de la columna circular
dst	$dst = 1,13. b.d$ en las columnas de sección rectangular de lados b y d (para el lado mayor no se podrá considerar más que 1,5 veces el valor del lado menor)
hm	la altura útil de la losa en la sección circular considerada, obtenida como valor promedio de la altura útil en ambas direcciones.

### 7.1.2.- Con refuerzos intermedios. (Con capitel).

#### a) Primer caso: $ls \leq hs$

No es necesaria la verificación de la seguridad al punzonado en la zona del capitel. Se determina el valor de  $r_r$  para la losa, fuera de la zona de refuerzo, para una sección circular de diámetro "dra".

$$dra = dst + 2.l_s + hm$$

En el caso de columnas rectangulares de lados b y d:

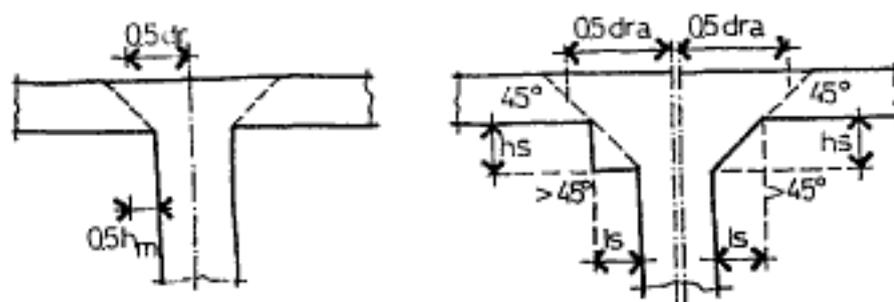
$$dra = hm + 1,13. (b + 2.l_{sx}) (d + 2.l_{sy})$$

En esta ecuación, el mayor de los dos valores entre paréntesis no debe ser mayor que 1,5 veces el valor del paréntesis menor, a los efectos del cálculo.

siendo:

$l_s$  la longitud del refuerzo en el caso de las columnas circulares.

$l_{sx}; l_{sy}$  las longitudes de los refuerzos de las columnas rectangulares.



b) Segundo caso:  $l_s > h_s$  y  $\leq 1,5 (h_m + h_s)$

Se determina el valor de cálculo  $\tau_r$  con  $l_s = h_s$ , tal como lo indicado en el punto anterior.

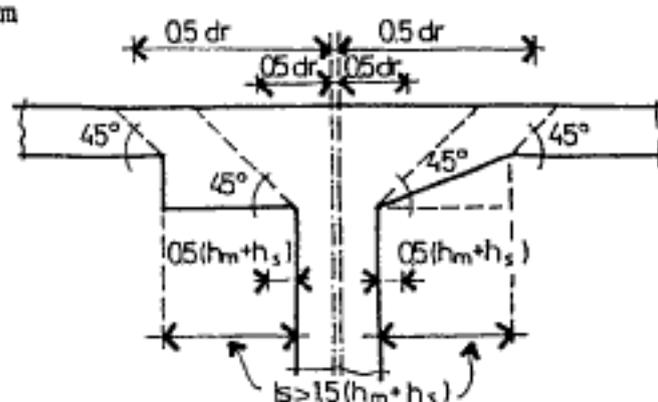
c) Tercer caso:  $l_s > 1,5 (h_m + h_s)$

Se determina  $\tau_r$  tanto en la zona del refuerzo como también exteriormente al mismo, es decir en la losa propiamente dicha. Para ambas secciones circulares se verificará la seguridad al punzonado.

Para la verificación en la zona del refuerzo se aplica la fórmula indicada en 7.1.1 donde  $h_m$  se reemplaza por  $h_r$  y  $d_r$  por  $d_{ri}$ .

$$d_{ra} = d_{st} + 2.l_s + h_m$$

$$d_{ri} = d_{st} + h_s + h_m$$



Losa con refuerzo:  $l_s > 1,5(h_m + h_s)$

## 7.2.- Verificación de la seguridad al punzonado.

El valor de la tensión de corte  $\tau_r$  debe compararse con las tensiones admisibles de corte  $\tau_{o1}$  y  $\tau_{o2}$  multiplicadas por los coeficientes 1 y 2.

Se debe verificar que:

$$\tau_r \leq 2.\tau_{o2}$$

Si  $\tau_r \leq 1.\tau_{o1}$ : no es necesaria ninguna armadura de corte. En esta verificación no será necesario considerar los coeficientes  $k_1$  y  $k_2$  de corte en losa.

Si  $1.\tau_{o1} < \tau_r \leq 2.\tau_{o2}$ : se debe disponer una armadura de corte que debe dimensionarse para un valor  $0,75 \text{ máx} Q_r$ .

Esta armadura deberá inclinarse a  $45^\circ$  o más y se distribuirá en la zona "c" según lo indicado en las figuras. Los estribos deben envolver, por lo menos, una capa superior y una capa inferior de la armadura de la losa.

Los valores 1 y 2, tienen los siguiente valores:

$$1 = 1,30 \cdot \alpha_s \cdot u_g$$

( $u_g$  en %)

$$2 = 0,45 \cdot \alpha_s \cdot u_g$$

Siendo:

$$\begin{aligned} \alpha_s &= 1,0 && \text{para acero AL-220 (I)} \\ &= 1,3 && \text{para aceros ADN-420 (III) y ADM-420 (III)} \\ &= 1,4 && \text{para el acero AM-500 (IV)} \end{aligned}$$

$\alpha_s$  el valor promedio de las armaduras  $a_{sx}$  y  $a_{sy}$  de las dos franjas de la columna que se cruzan sobre la columna considerada, en  $\text{cm}^2/\text{m}$ .

$a_{sx}$

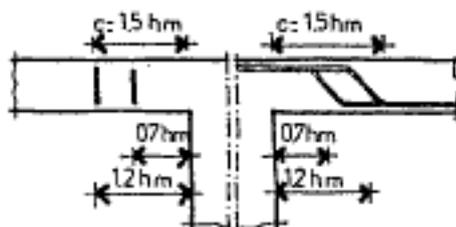
$a_{sy}$

obtenidas de la sección total  $A_s$  de la armadura traccionada en la franja de la columna, en  $\text{cm}$ ., dividida por el ancho de la franja de la columna considerada aún en el caso en que las solicitaciones no se determinen por el método aproximado.

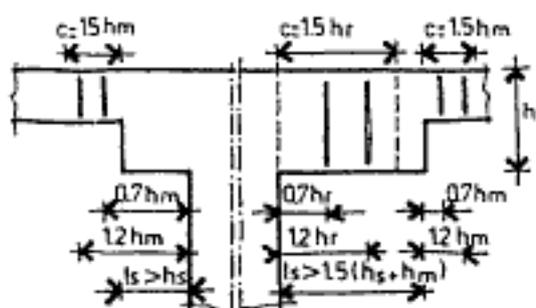
$u_g = a_s/h_m \geq 0,5$  % cuantía existente, pero que debe considerarse en el cálculo con:  
 $u_g \leq 30 \cdot \sigma'_{bk}/B_s \leq 1,5$  %

$h_m$  la altura útil de la losa en la sección circular considerada, valor promedio de ambas direcciones en  $\text{cm}$ .

Losa sin refuerzo en el caso de peligro de punzonado:



Losa con refuerzo en el caso de peligro de punzonado:



### 7.3.- Aberturas.

En caso de aberturas en la losa, en las zonas donde se deben disponer las armaduras de corte, las dimensiones en planta en la dirección del perímetro (en el caso de columnas circulares) o de los lados (en columnas rectangulares), no deben ser mayores que  $1/3 d_{st}$  ni el área total de todas las aberturas debe ser mayor que  $1/4$  de la sección de la columna.

La separación libre entre dos aberturas, en el caso de columnas circulares, debe ser por lo menos  $d_{st}$ , medida en el perímetro de la columna.

En el caso de columnas rectangulares, sólo se permiten aberturas en el tercio central de los lados y a lo sumo en dos lados opuestos.

La tensión de corte determinada con la ecuación:

$$\tau_r = \text{máx} Q_r / (u \cdot h_m)$$

debe incrementarse en un 50 %, si se ha utilizado para las aberturas la máxima superficie permitida.



# Capítulo catorce: 14

## TANQUES DE AGUA.

1. - Introducción.
2. - Clasificación de los tanques.
3. - Cargas.
4. - Tanques armados en planos horizontales.
5. - Tanques armados en planos verticales.
6. - Tanques armados en más de una dirección.
7. - Tanques con paredes intermedias.
8. - Compensación o promedio de momentos en aristas.
9. - Paredes que actúan como vigas.
10. - Cálculo por líneas de rotura.
11. - Recomendaciones.



**Capítulo catorce: Tanques de agua rectangulares.****1.- Introducción.**

Las losas de hormigón armado, además de cumplir con sus funciones específicas de entrepisos o escaleras, también se las utilizan para conformar los tanques de agua en edificios de altura.

Estos edificios, destinados a viviendas u oficinas, poseen tres tipos de tanques de agua:

tanques de bombeo  
tanques de reserva domiciliaria  
tanques de reserva para incendios

Cada uno de ellos tienen capacidades y ubicaciones bien definidas dentro del edificio. Así, los tanques de bombeo habitualmente se los ubican en planta baja o subsuelo; son los tanques donde se acopia el agua para luego ser bombeadas a los de reserva que se ubican en la parte superior del edificio.

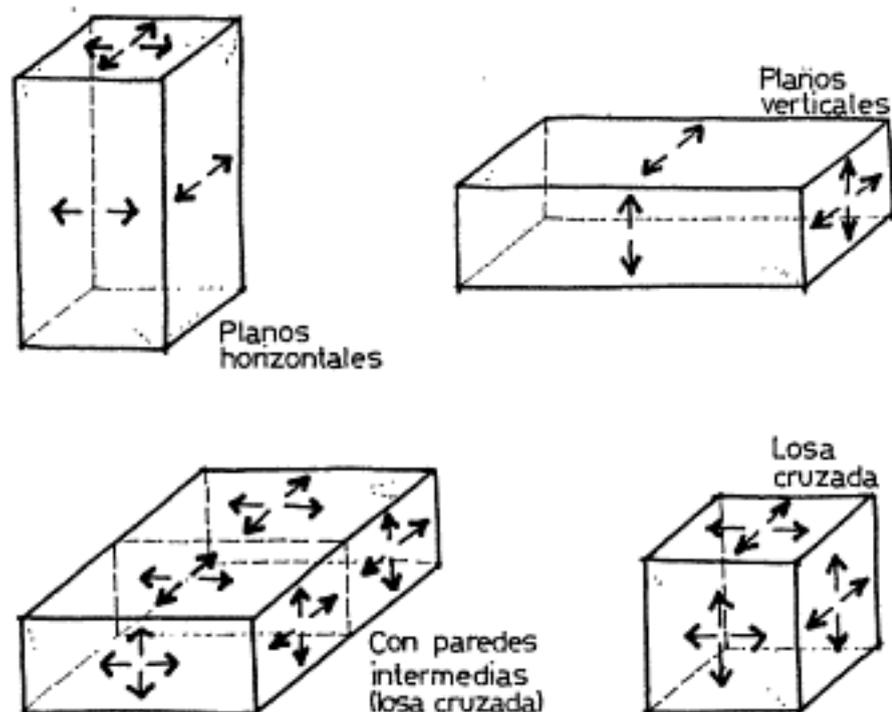
Para el estudio de los tanques de hormigón armado se distinguen dos grupos: tanques elevados y tanques subterráneos. Los elevados son los ubicados en la terraza del edificio y que habitualmente se los apoyan sobre la caja de la escalera o ascensores. Las cargas que actúan en estos tanques son de adentro hacia afuera (presión del agua) y se calculan siempre como tanques llenos. Los tanques subterráneos que en algunas ocasiones resultan ser los tanques de bombeo, el cálculo debe realizarse tanto para tanque lleno como para el tanque vacío, dado que en éstos existe presión externa del suelo.

**2.- Clasificación de los tanques.**

Además de los dos grandes grupos de tanques; elevados y subterráneos, éstos se pueden calcular según la siguiente clasificación que depende de la forma del tanque y la manera de colocar las armaduras:

- armados según planos horizontales.
- armados según planos verticales.
- armados en varios planos.
- con vigas y paredes intermedias.

Esta clasificación responde a la forma rectangular que es habitual en los edificios en altura. En ocasiones muy especiales los tanques poseen otras formas como ser las cilíndricas que no son tratados en este trabajo.



### 3.- Cargas.

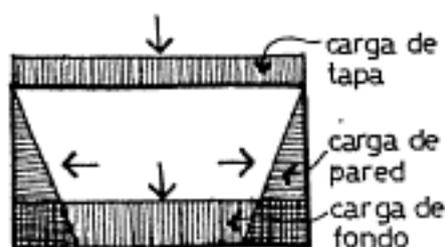
El tratamiento de las cargas es muy singular y debe ser realizado con mucho cuidado, dado que responden a las características particulares de cada tanque y a la posición de la losa dentro del mismo tanque.

#### 3.1.- Cargas en tanques elevados.

Dirección de las cargas:

de adentro hacia afuera:  
en paredes y fondo.

de afuera hacia adentro:  
en tapa.



Para efectuar el correcto análisis de las cargas, es prudente realizar algunas referencias respecto de los volúmenes necesarios de cada uno de ellos indicados por las normas y códigos.

tanques de reserva

uso domiciliario:  $\approx 850$  lts. por departamento.

tanque de reserva

contra incendio:  $\approx 1/3$  del volumen total.

tanque de bombeo:  $\approx 1/3$  del volumen total.

Las cargas actuantes son las siguientes:

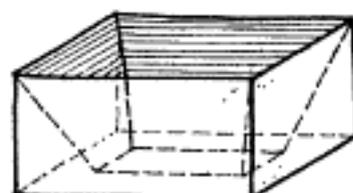
Cargas sobre tapa:  
(verticales)

Únicamente las de peso propio de losa y sobrecargas.



Cargas sobre paredes:  
(horizontales)

Las de presión del agua.

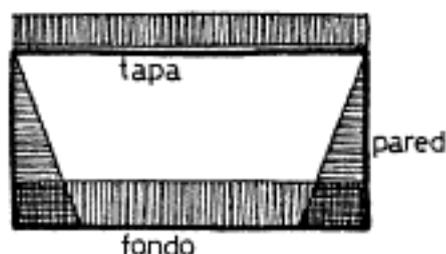


Cargas sobre fondo:  
(verticales)

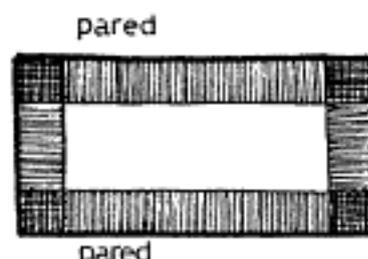
Las de peso propio y carga de agua.



Esquema general de cargas en tanques elevados.



Corte Vertical



Corte Horizontal

Para una rápida estimación del peso propio de los tanques, se acostumbra a considerarlo similar al peso del agua que contienen.

### 3.2.- Cargas en tanques subterráneos.

En los tanques subterráneos se presentan cargas que varían en su dirección (de adentro hacia afuera o viceversa) según se encuentren vacíos o llenos.

#### a) Tanque vacío.

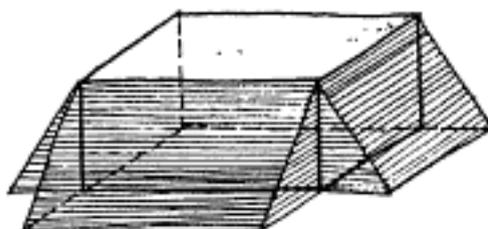
Todas las cargas que se presentan en la situación de tanque vacío tienen la dirección de afuera hacia adentro.

**Cargas sobre tapa:**

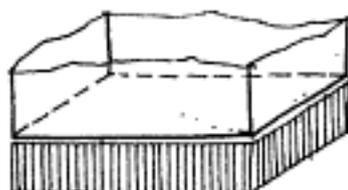
Peso propio, cargas de tapada y cargas accidentales.

**Cargas sobre paredes:**

De presión del suelo o del agua de napas.

**Cargas sobre fondo:**

Generalmente el fondo de los tanques actúa como platea. Por este motivo las cargas para el fondo se analizan como si fuera una fundación.



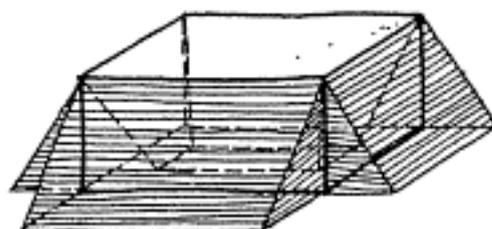
Actúa la presión del suelo y el valor total de esta carga es igual al peso propio del tanque más las cargas de tapadas y accidentales. Porque se supone, en caso de napas freáticas muy altas que el tanque no debe flotar. Es decir su peso debe ser igual o superior al de la fuerza de flotamiento que actúa en situaciones de saturación total o napas superficiales, situación que algunas veces se da en épocas de grandes lluvias.

**b) Tanque lleno:****Cargas sobre tapa:**

Peso propio, cargas de tapada y accidentales.

**Cargas en paredes:**

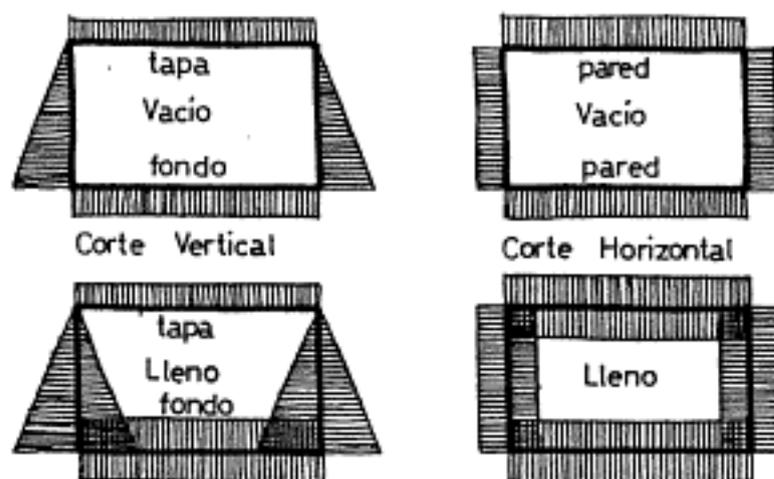
La presión del agua contenida en el tanque y la presión del suelo opuesta.

**Cargas de fondo:**

Actúa la carga de agua de manera uniforme, pero a los efectos del cálculo esta carga se equilibra con la de la reacción del suelo.

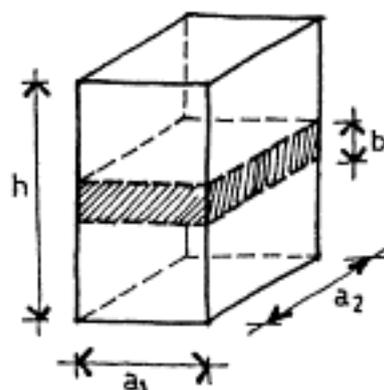


Esquema general de cargas en tanques subterráneos.



#### 4.- Tanques armados en planos horizontales.

En estos tanques "parados", una de las dimensiones es notablemente superior a las restantes. En la figura el valor de "h" es superior al de "a<sub>1</sub>" o "a<sub>2</sub>". Dada esta situación, las losas se arman según la dirección más corta.

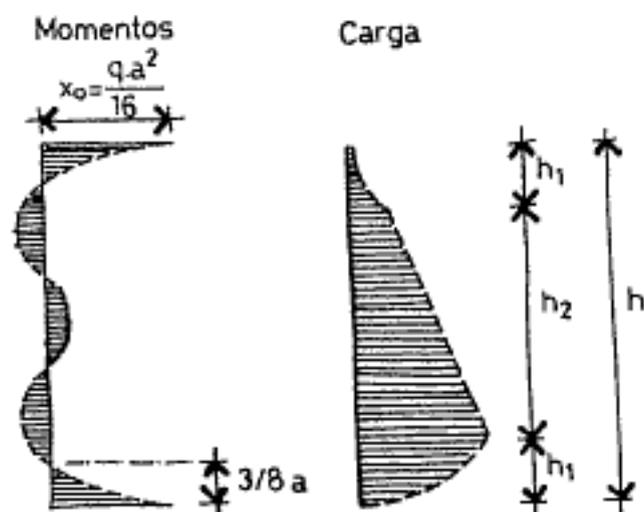


El cálculo se realiza analizando franjas horizontales "b" de 1,00 a 2,00 metros. Se estudian como marcos cerrados.

Las tapas y fondos generan sobre las paredes empujamientos y momentos, según la combinación de cargas. Esta influencia se puede considerarla como sigue:

zona de extremos (h<sub>1</sub>): En las cercanías del fondo y tapa, en lugar de considerarse la carga total "q<sub>0</sub>", se utilizará una carga menor "q<sub>m</sub>", que surge del diagrama curvo de presiones. El quiebre de la línea de presiones triangular se produce a una altura de 3/8 de "a", siendo "a" la menor dimensión entre a<sub>1</sub> y a<sub>2</sub>, tal como se muestra en la figura.

zona central ( $h_2$ ): En esta zona no se tiene en cuenta reducción alguna.



En algunos casos, para simplificar el cálculo y ubicar los resultados del lado de la seguridad, no se considera la influencia favorable de la disminución de cargas por empotramientos en el fondo y tapa. En el encuentro de pared con fondo se debe colocar armadura adicional para absorber los efectos de momentos.

#### 4.1.- Momentos en paredes: dirección vertical.

Los momentos en dirección vertical, y en especial en la unión de las paredes con la tapa y fondo, influyen en cortos tramos " $h_1$ " con una ley de variación exponencial.

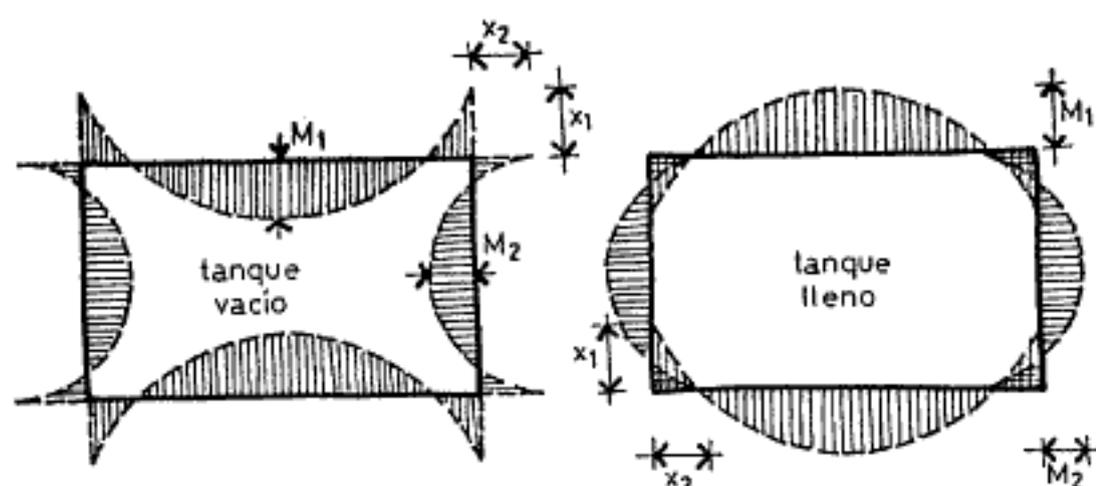
Momento en los extremos de pared.

$$X_0 = q \cdot a^2 / 16 \quad (q: \text{carga promedio de la faja de fondo})$$

También se puede evaluar el momento vertical según Guerrin tomo 6, considerando como si se tratara el tramo de fondo de la pared como una ménsula de 1,00 a 1,50 mts. de altura.

#### 4.2.- Momentos en paredes: dirección horizontal.

Se analizan los marcos según las fajas elegidas, con las respectivas cargas según el diagrama de presiones. Las paredes se toman de igual espesor (momento de inercia constante en el marco). Esta recomendación cuando las paredes no superan los 15 cm., para espesores mayores la incidencia económica de esta simplificación puede resultar significativa, en esos casos se determinarán espesores diferentes, según el grado de sollicitación de cada losa.



paredes de inercia constante:

Momentos negativos en los apoyos:

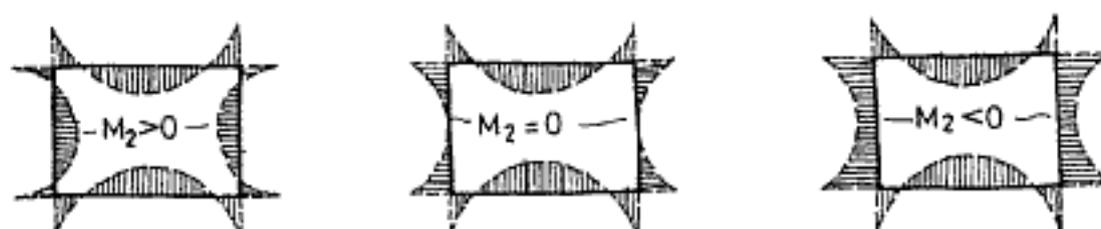
$$X = - q \cdot (a_1 + a_2) / (12 (a_1 + a_2))$$

Momentos positivos en los tramos:

$$M_1 = q a_1^2 / 8 - X$$

$$M_2 = q a_2^2 / 8 - X$$

En la figura siguiente mostramos los momentos flectores y la relación de lados.



$$a_1/a_2 < 1,31$$

$$a_1/a_2 = 1,31$$

$$a_1/a_2 > 1,31$$

paredes con inercia diferente:

I1 inercia según  $a_1$ .

I2 inercia según  $a_2$ .

$$k = (I_2/I_1) (a_1/a_2)$$

Momento negativo:

$$X = - q (a_2^2 + k \cdot a_1^2) / (12(k+1))$$

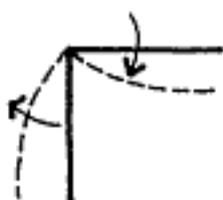
#### 4.3.- Momentos en tapa y fondo.

En general los valores de lados  $a_1$  y  $a_2$  de las losas de fondo y tapa se aproximan bastante y se pueden calcular como losas cruzadas, con las tablas 05.

En cuanto a la situación de empotramiento de las losas debemos considerar la dirección de las fuerzas que actúan en las paredes, en el fondo y en la tapa.

Tanque elevado:

tapa y pared (caso 1):



La losa de tapa y pared tiende a girar en el mismo sentido. El empotramiento es mínimo. Se recomienda tomar los bordes como simplemente apoyados. En la unión de la tapa con las paredes se colocará la mínima armadura destinada a establecer la vinculación necesaria.

fondo y pared (caso 1):



Las rotaciones tienen sentido contrario y producen grandes momentos de empotramientos. En estos casos todos los bordes se toman como empotrados. La armadura corresponderá al momento de empotramiento que se determine según cálculo.

Tanque subterráneo:

La presión sobre las paredes se puede invertir (presión del agua o presión del terreno) y según la dirección actuante, se presentan otros casos de unión.

tanque vacío:

tapa y pared (caso 2):



Debido a la presión del suelo, se generan rotaciones opuestas. La tapa puede considerarse con todos sus bordes empotrados.

fondo y pared (caso 2):



Las rotaciones también tienen sentido contrario. Losa de fondo con todos sus bordes empotrados.

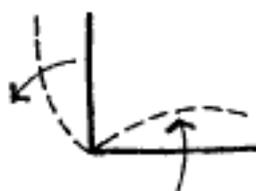
tanque lleno:

tapa y pared (caso 3):



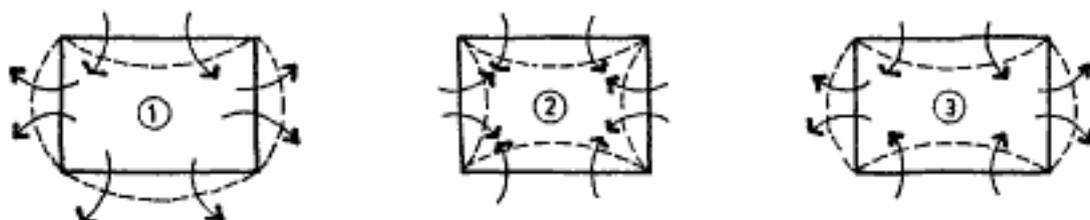
Rotaciones en igual sentido. Losa de tapa simplemente apoyada.

fondo y pared (caso 3):



Rotaciones en igual sentido. Losa de fondo simplemente apoyada.

#### 4.4.- Resumen de los casos analizados.



#### 4.5.- Compensación de momentos.

En las aristas consideradas como empotramientos los momentos negativos que llegan de las losas, en la mayoría de los casos son diferentes. Como sabemos, físicamente estos momentos se amortiguan en función de la rigidez de cada una de las losas. Esa rigidez podemos determinarla tal como se explicó en el capítulo 6 de losas continuas con armaduras cruzadas, mediante la aplicación de las tablas de compensación 05.

Para facilitar el cálculo es conveniente plantear lo siguiente:

- La compensación mediante tablas o cálculo detallado de la rigidez es oportuno únicamente cuando las losas que llegan a la arista poseen diferentes espesores.
- En caso de espesores iguales se puede tomar el promedio de los momentos.

Cuando los espesores o los momentos resultaran muy diferentes quedará a criterio del calculista optar por una arista articulada en vez de una empotrada.

Para visualizar estas situaciones indicamos algunos ejemplos de máxima.

a) espesores muy diferentes:

$$\begin{aligned} d_1 &= 10 \text{ cm.} & \text{y} & & d_2 &= 20 \text{ cm.} \\ l_1 &= l_2 &= & & 500 \text{ cm.} \\ X_1 &= 2,4 \text{ tm} & & & X_2 &= 3,2 \text{ tm} \end{aligned}$$



Como el espesor está elevado al cubo en la expresión de la rigidez, los valores de distribución resultarían:

$$\begin{aligned} k_1 &= 0,50 & k_2 &= 4,00 \\ \mu &= k_2/(k_1+k_2) = 0,89 & \mu &= 0,11 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_a &= X_1.k_1 + X_2.k_2 = 2,4 \times 0,89 + 3,2 \times 0,11 \\ &= 2,14 + 0,35 = 2,49 \text{ tm} \end{aligned}$$

En este caso quedan dos alternativas; tomar el momento  $X_1$  (el menor) como de empotramiento o directamente considerar como articulada la arista.

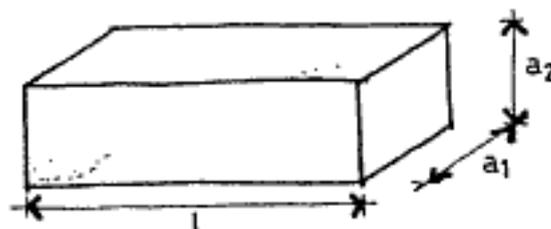
b) momento muy diferentes: Al existir grandes diferencias de momentos de llegada a la arista no es conveniente compensarlos por la redistribución que se hace en los momentos de los tramos. En algunos casos con dicha redistribución se provocan momentos negativos de tramos.

#### 5.- Tanques armados en planos verticales.

Los tanques estudiados anteriormente poseen simetría de cargas en las dos direcciones para cada uno de los marcos de cálculo y por ello las expresiones para la determinación de las sollicitaciones es simple.

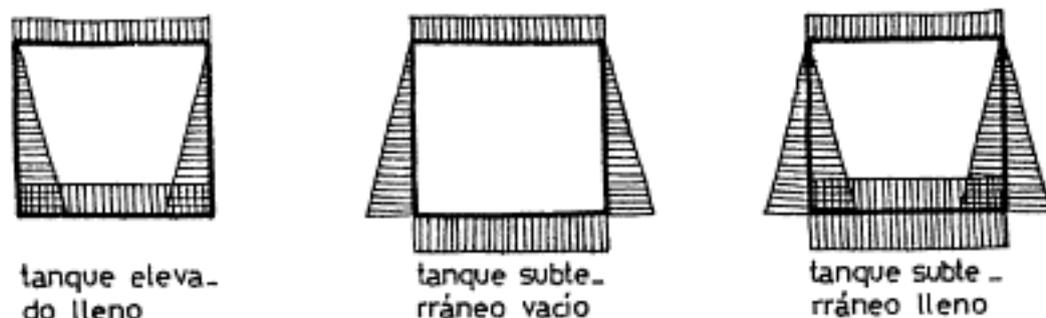
Ahora, cuando los tanques son armados en planos verticales, es decir cuando el largo del tanque es grande en relación con las otras dimensiones, las cargas son simétricas únicamente en uno de los ejes.

Esto lo podemos apreciar en las figuras que siguen.



5.1.- Cargas.

La disposición de las cargas en estos tanques se conforma según como muestra la figura.



Las paredes en los extremos originan empotramientos y producen una disminución de las cargas en las paredes laterales. El análisis de estas reducciones, se puede realizar de manera análoga a la de los tanques verticales.



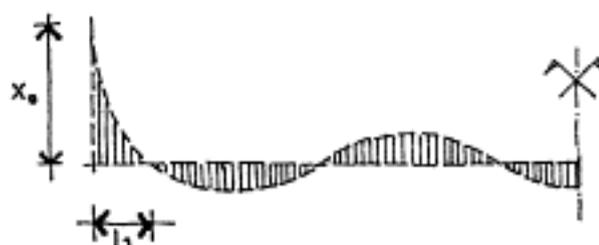
5.2.- Diagramas de momentos flectores.

5.2.1.- Momentos en planos horizontales.

A lo largo del tanque se producen momentos flectores de variación sinusoidal. En los extremos el momento de empotramiento se toma igual a:

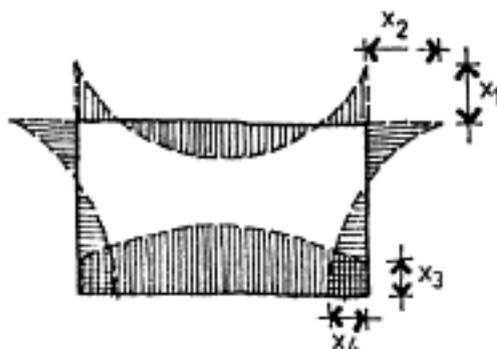
$$X_0 = q \cdot a^2 / 16$$

$$l_1 = (3/8)a$$



## 5.2.2.- Momentos en planos verticales.

La variación de los momentos flectores a lo largo del marco es similar al de un pórtico cerrado. Y es necesaria la determinación de  $X_1$  y  $X_2$  para trazar los diagramas respectivos.



Los momentos  $X_1$  y  $X_2$ , se pueden hallar mediante el método Cross de manera rápida, dada la simetría existente respecto al eje vertical. También se puede aplicar el procedimiento que se detalla a continuación.

denominamos:

$a_1$ : lado mayor.

$a_2$ : lado menor.

$d_1$ : espesor de la tapa.

$d_2$ : espesor de las paredes.

$d_3$ : espesor del fondo.

$q_1$ : carga uniforme actuando en la tapa.

$q_2$ : presión media en los lados.

$q_3$ : presión uniforme en el fondo.

hacemos: (longitudes elásticas).

$$a'1 = a_1(d_1/d_2)$$

$$a'2 = a_2$$

$$a'3 = a_3(d_3/d_2)$$

términos de carga:

$$S_1 = (q_1 \cdot a_1^2/4) \cdot (a'1/a'2) + (q_2 \cdot a_2^2/8,56)$$

$$S_2 = (q_3 \cdot a_3^2/4) \cdot (a'3/a'2) + (q_2 \cdot a_2^2/7,50)$$

haciendo:

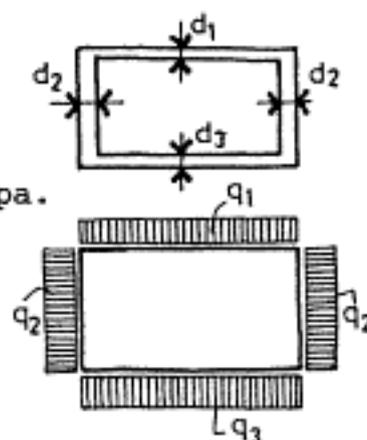
$$m_1 = 3(a'1/a'2) + 2$$

$$m_2 = 3(a'3/a'2) + 2$$

Los momentos serán:

$$X_1 = - (S_1 \cdot m_2 - S_2) / (m_1 \cdot m_2 - 1)$$

$$X_2 = - (S_2 \cdot m_1 - S_1) / (m_1 \cdot m_2 - 1)$$



Las cargas "q" deben ser consideradas positivas cuando actúan de afuera hacia adentro.

En el capítulo.19 se desarrolla un ejemplo práctico donde se indica la aplicación de estas fórmulas.

### 5.2.3.- Solicitaciones en tapas laterales.

Las losas extremas se calculan como simplemente apoyadas o empotradas según las rotaciones que se produzcan entre éstas y las paredes. El análisis es similar al de los tanques verticales.

## 6.- Tanques armados en más de una dirección.

### 6.1.- Tanque con losas de lados similares.

Hasta ahora los tanques se calcularon como franjas o marcos rígidos (en el plano) y se determinaron sus momentos de acuerdo a diferentes expresiones o métodos. En los tanques armados en distintas direcciones, el análisis se debe realizar en el espacio y su complejidad es muy grande. Por tal motivo se adopta una hipótesis simplista considerando al tanque formado por losas planas y calculando a cada una de ellas como independiente.

Para el cálculo de las losas es necesario la determinación de las cargas actuantes y las condiciones de borde.

**Cargas:** El análisis de las cargas no acarrea inconvenientes dado que es similar a los realizados en los casos anteriores.

**Bordes:** En cuanto a establecer las condiciones de borde de las losas es necesario recurrir nuevamente a las rotaciones de las losas en las uniones o aristas.

El análisis de las rotaciones se realiza considerando dos tipos de aristas: verticales y horizontales. Para aristas con rotaciones de sentido contrario le corresponde empotramientos y a las del mismo sentido, articulaciones. El estudio es similar al efectuado con anterioridad.

Los tanques subterráneos al poseer dos estados de cargas; vacío o lleno, es necesario realizar envolventes de momentos.

En la figura siguiente se dibujan las condiciones de borde de cada una de las losas:

líneas cortadas: apoyos simples.  
 líneas continuas: apoyos empotrados.



tanque elevado

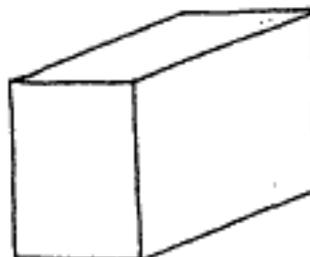
tanque subterráneo  
vaciotanque subterráneo  
lleno

Determinadas las cargas y la situación de borde de cada una de las losas que conforman al tanque se procede al cálculo de las mismas mediante la teoría de Marcus (tablas 05).

#### 6.2.- Tanques con losas de lados muy distintos.

En ocasiones las condiciones de borde no sólo se establecen por el sentido del giro en las aristas. Cuando el tanque posee longitudes de lados muy diferentes, se producen momentos de empotramientos que no se pueden compensar ni promediar, en estos casos se deberán adoptar algunas losas como simplemente apoyadas.

También se dan circunstancias donde la losas se deben calcular como unidireccionales por poseer uno de lados muy corto respecto al otro.



#### 7.- Tanques con paredes intermedias.

##### 7.1.- Hipótesis generales.

Los tanques que superan la capacidad de 4.000 litros, se deben construir con paredes intermedias para permitir la limpieza de uno de los compartimentos, manteniendo con agua el otro, así no se interrumpe el servicio de agua.

Estos tanques se construyen como losas armadas en dos direcciones apoyadas en paredes o vigas intermedias y luego de la determinación de las cargas y condiciones

de borde de cada una de ellas, se procede al cálculo mediante las tablas 05.

A modo de guía establecemos las siguientes pautas generales para el cálculo.

**Losa de tapa:**

Se calcula como simplemente apoyada (por efecto de las rotaciones en la aristas) en los cuatro bordes con armadura cruzada.

**Losa de fondo:**

Se consideran como empotradas en todo el perímetro. El sentido de las cargas dependerá de si el tanque es elevado o subterráneo.

**Paredes verticales:** Se calculan como losas empotradas a los otros tabiques y al fondo y con el borde superior simplemente apoyado o libre según la tapa esté rígidamente unida o solo apoyada en la pared. Esto último ocurre cuando la tapa es pequeña y se prefabrica ubicándola luego en su posición con la ventaja de retirar el encofrado el interior de la cuba fácilmente.

**Tabique divisorio:** su cálculo se realiza como viga pared. Usualmente se encuentran en la condición que su altura total "d", frente a su luz "l", es  $d/l > 0,5$  para los de un solo tramo ó  $d/l > 0,4$  para las continuas. Si ello no ocurre (paredes de poca altura y vanos grandes), se calculan como vigas ( $b_0$  = espesor de pared).

### 7.2.- Diagramas envolventes.

La existencia de un apoyo intermedio, materializado por el tabique divisorio, provoca modificaciones en los momentos máximos, según la combinación de cargas en los tanques. Por ello se establece la necesidad de trazar los diagramas de momentos envolventes.

Envolventes de losa de fondo:



Envolventes de losa de paredes:



### 7.3.- Esfuerzos de tracción horizontales.

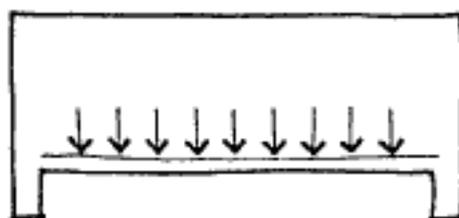
Deben considerarse los esfuerzos de tracción que ejercen las paredes sobre los bordes horizontales de la losa. Debido al empuje del agua se producen tracciones en las paredes, tapa y fondo.



### 7.4.- Esfuerzos de tracción verticales.

Según la combinación de apoyos, parte del tanque se suspende de paredes, generando esfuerzos de tracción verticales.

La carga de las losas de fondo debe ser transmitida a la zona comprimida superior mediante armadura de suspensión (estribos) actuando como tensores.



En todos los casos, además del cálculo resistente de las secciones, se debe realizar la verificación del ancho de fisuras, de acuerdo a las exigencias de impermeabilidad. El procedimiento se indica en las tablas 22 a 25 del Manual de Tablas de H<sup>2</sup>A<sup>2</sup> de esta misma serie.

### 8.- Compensación o promedio de momentos en aristas.

En las aristas donde concurren dos losas con momentos de empotramientos diferentes se adopta el criterio indicado en el capítulo 6 (Losas continuas con armaduras cruzadas). Que se puede resumir en lo siguiente:

En el capítulo 18. se desarrollan ejemplos con las situaciones planteadas anteriormente.

### 9.- Paredes que actúan como vigas.

Los tanques elevados cuando se apoyan sobre columnas, tanto la tapa como la losa de fondo transmiten sus cargas a las paredes. Estas actúan como vigas de gran altura o también denominadas vigas pared. Y se las calculan como lo indican las tablas 04b de "Tablas de Hormigón Armado" de esta misma serie.

En el caso de los tanques estas vigas se encuentran fuertemente arriostradas en todos sus bordes por las losas de tapa, fondo y las otras laterales. Por este motivo las situaciones de alabeo lateral en la zona comprimida no se verifica.

Y en aquellas paredes que no posean suficiente rigidez, especialmente las de apoyo libre en la parte superior (tapas prefabricadas), se verifican los espesores de las paredes por consideraciones de pandeo y de corte.

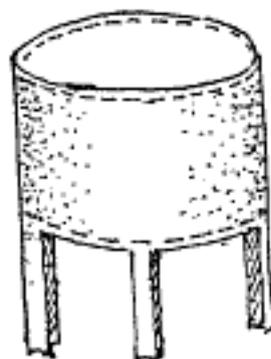
$$\text{por pandeo: } b > 1/8 \quad q \cdot 1,75 / (\beta c n \cdot h)$$

$$\text{por corte: } b > 5 \cdot 1 \cdot q / (\beta c n \cdot h)$$

### 10.- Cálculo por líneas de rotura.

En los casos de losas con formas y cargas singulares, donde la determinación de las sollicitaciones por los métodos elásticos resulta muy engorroso, se pueden calcular mediante líneas de rotura utilizando el formulario indicado en las tablas 05.

Como ejemplo de este tipo de tanques podemos citar a los circulares, donde la tapa y fondo es aconsejable calcularlos por líneas de rotura.



### 11.- Recomendaciones.

#### 11.1.- Ubicación del tanque:

En edificios de altura, se lo coloca sobre la caja de escalera o ascensores, también es habitual disponerlos en otros lugares, por ejemplo, como cubierta de los lavaderos o tenderos.

Es conveniente dejar entre el fondo del tanque y la primera losa bajo éste una altura del orden de 1,50 m para posibilitar el accionamiento de las llaves de paso y realizar las conexiones de cañerías.

El tanque de bombeo se dispone usualmente en el subsuelo, pero en el caso de que el edificio no lo tenga se lo coloca en la planta baja.

#### 11.2.- Fisuración:

Para los tanques de gran capacidad, cuyas dimensiones superan a las usuales para edificios, la limitación de la fisuración se realizará según los artículos 17.6.2 y 17.6.3 del Cirsoc. En los que consideramos, lo habitual es realizar la verificación conforme al Art. 17.6.2. (además de establecer que el interior del tanque cuente con el revoque impermeable efectuado conforme a criterios normativos). Los recubrimientos se dispondrán según la tabla 15 del Cirsoc y no serán menores a 25 mm.

#### 11.3.- Hormigonado:

Los espesores de las paredes del tanque deben poseer espesores superiores a los 12 cm. y la granulometría del agregado grueso acorde para obtener un hormigón trabajable para un encofrado vertical. Los inconvenientes mayores con los tanques de agua no lo presenta su estabilidad frente a las cargas. Sino las filtraciones que se producen luego de llenado.

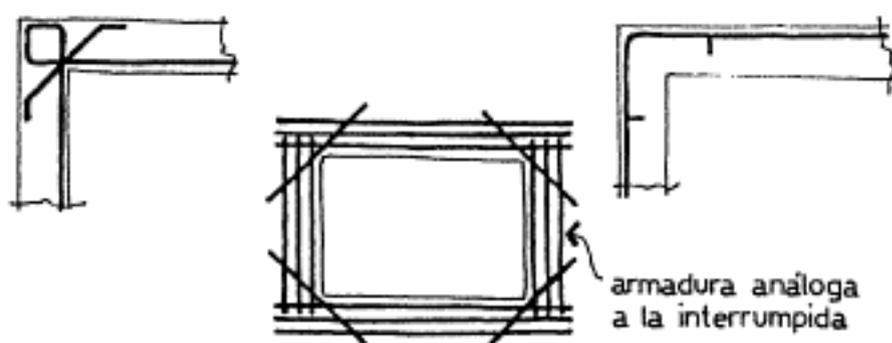
El hormigón a emplear se ajustará a lo indicado en el Cirsoc Art. 6.6.5.2. "hormigón de elevada impermeabilidad".

#### 11.4.- Armadura:

Se tiende a trabajar con reducidas separaciones, no mayores de 15 cm. y barras conformadas sin ganchos terminales.

Para los encuentros de paredes y de éstas con el fondo resulta de aplicación el Art. 18.9.3 del Cirsoc, que recomienda armaduras suplementarias para absorber los esfuerzos de desviación resultantes del cambio de dirección de los esfuerzos de tracción o compresión.

Para las aberturas que se originan por bocas de acceso o de inspección el criterio de armado es disponer a cada lado de la abertura y en los dos sentidos una armadura análoga a la que ha sido interrumpida.



Si se prevee aberturas de mayores dimensiones es necesario una verificación estática de las fajas de borde más recargadas.

La armadura mínima como viga pared en cada cara y dirección es para  $B_s = 42/50$ ,  $1,5 \text{ cm}^2/\text{m}$  ó  $0,05 \% A_b$ ,

#### 11.5.- Curado:

Inmediatamente después del desencofrado de las paredes laterales internas, debe ser llenado con agua, para el ello el apuntalamiento del tanque debe permanecer hasta que el hormigón adquiriera la resistencia definitiva. Un hormigón de tanque mal curado acarrea serios inconveniente. Una evaporación rápida provoca que las fuerzas de contracción excedan la resistencia de cohesión del hormigón fresco. Allí es donde las microfisuras aparecen produciendo planos débiles en toda la masa del hormigón. Como ésta continúa contrayéndose, las fisuras se propagan haciéndose mayores hasta convertirse en fallas visibles.

#### 11.6.- Impermeabilidad:

Para lograr hormigones de elevada impermeabilidad se deben respetar rigurosamente la relación agua/cemento y la cantidad de cemento.

espesores	relación a/c
de 0,10 a 0,40 m.	0,48
más de 0,40 m.	0,45

Contenido unitario mínimo de cemento: entre 320 a 370  $\text{kg}/\text{m}^3$ .

También existen en el mercado ciertos aditivos que proveen impermeabilidad al hormigón. Es necesario leer con atención los folletos que proveen los fabricantes para utilizar las dosis indicadas en los mismos.

**11.7.- Fibras:**

En la actualidad las fibras de vidrio, de asbesto y polipropileno son una excelente solución para resolver e inhibir el agrietamiento del hormigón por contracción y asentamiento plástico. Las fibras mejoran el comportamiento del hormigón, tanto en estado plástico como en el estado endurecido. La cantidad de fibra que se coloca por m<sup>3</sup> de hormigón es aproximadamente de 1,00 a 1,50. y representan millones de fibrillas que funcionan como eslabones que distribuyen mejor los esfuerzos de contracción interna que son los que provocan el agrietamiento y la fisuración. Las fibras interceptan la propagación de las microfisuras y detiene su crecimiento. También provocan retención del agua mejorando el fragüe.

# Capítulo quince : 15

## ESCALERAS

1. - Introducción.
2. - Tipos de escaleras.
3. - Formas de las secciones transversales.
4. - Alturas de cálculo.
5. - Trazado de la escalera.
6. - Primer y último escalón.
7. - Cargas y solicitaciones.
  - 7.1. - Longitudinales simplemente apoyadas.
  - 7.2. - Longitudinales con empotramientos.
  - 7.3. - Cargas en descanso y en tramo.
  - 7.4. - Escaleras transversales.
  - 7.5. - Transversales en voladizo.
8. - Escaleras cruzadas.
9. - Rigidez flexional en los apoyos.
10. - Escaleras de ida y vuelta.



Capítulo quince: Escaleras.
-----------------------------

### 1.- Introducción.

Las escaleras plantean un diseño y cálculo diferente al de los otros elementos estructurales. Las vigas son lineales así como las columnas; las losas son superficiales como las bases, pero las escaleras plantean un espacio tridimensional, especialmente aquellas autoportantes que giran sobre sí mismas generando interesantes volúmenes.

Además las escaleras deben ajustarse a parámetros de longitud, altura, huellas y contrahuellas que se complementan, tanto que fijadas algunas de ellas, las otras se obtienen de fórmulas que estudiaremos más adelante.

Por este motivo el diseño y cálculo de las escaleras plantea dificultades mayores que los restantes elementos.

Las escaleras ejecutada en hormigón armado, en la mayoría de los casos se comportan como losas y se las calcula como tales. La combinación de los tramos y descansos, así como la conformación de sus apoyos ofrecen tantas alternativas que nuevamente estamos frente a un problema de diseño más que uno de dimensionado o cálculo. Elegir la escalera adecuada para cada caso es un desafío mayor que su verificación y cálculo.

Veremos más adelante que la unión de tramos y descansos plantean losas cuya solución requiere del conocimiento y aplicación del método de las bandas o líneas de roturas que estudiamos en capítulos anteriores. O en el caso de las escaleras en "U" (de ida y vuelta) autoportantes el análisis se realiza como elemento reticulado.

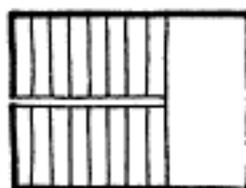
De cualquier manera, todas las escaleras ofrecen dificultades en mayor o menor grado que hacen de su diseño y cálculo algo realmente interesante por la cantidad de alternativas en su solución.

Las escaleras, por la elevada rigidez que se obtienen en sus bordes, deben ser estructuras esbeltas. Pero la realidad nos muestra otra cosa; muchas veces se utilizan las alturas de las contrahuellas para solucionar problemas de cotas de entrepisos o se les incorpora una masa inerte de contrapisos, morteros y pisos similares a los entrepisos. Todas situaciones que las transforman en elementos muy pesados y desagradables a la vista. En general las escaleras están sobredimensionadas porque no se aprovechan las ventajas de las

condiciones de borde. Por ejemplo, una escalera metida en una caja o tabique de hormigón altamente rígido tiene un comportamiento totalmente distinto a la de una con apoyos simples.



apoyada en dos  
bordes paralelos

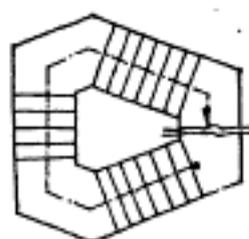
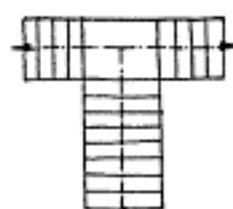
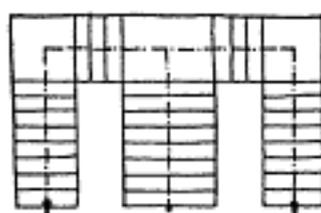
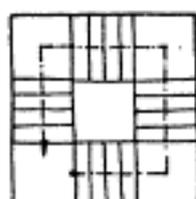
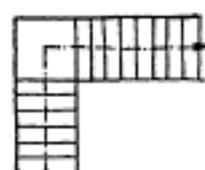
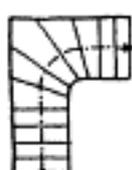
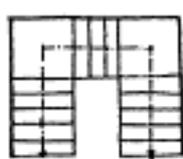
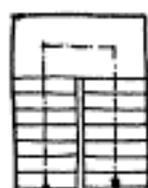


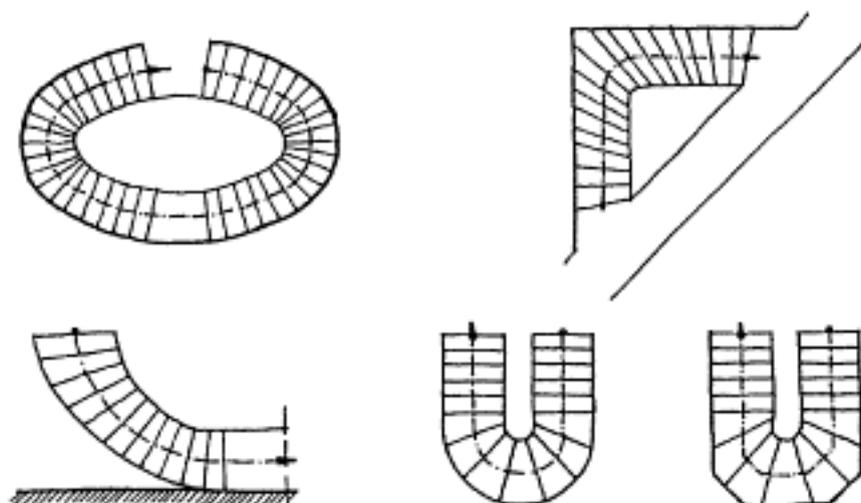
apoyada y empo  
trada en todos  
sus bordes

Los momentos flectores de la confinada poseen valores muy inferiores a los de la simple apoyo.

## 2.- Tipos de escaleras.

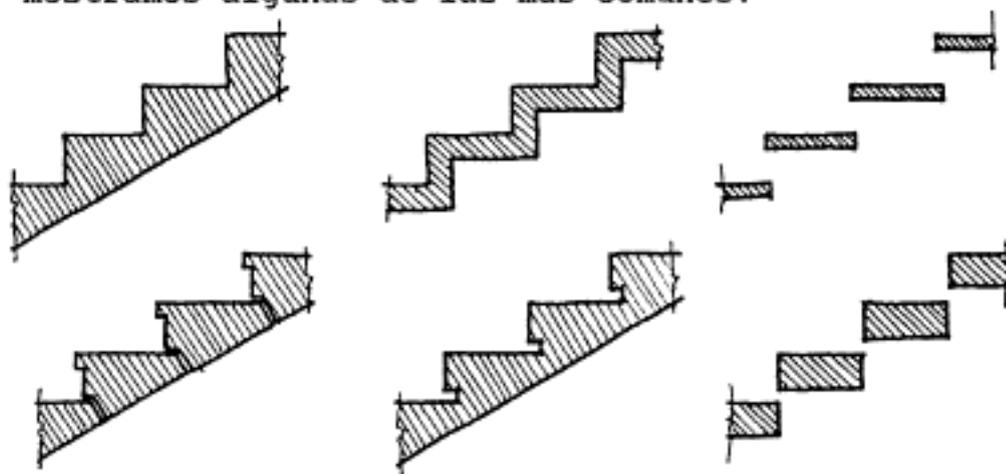
Existe una variedad muy grande de escaleras, tantas que es imposible enumerarlas en este trabajo. De cualquier en los dibujos que siguen se identifican las más usuales.





**3.- Formas de las secciones transversales.**

Son muy variadas las secciones de las escaleras, mostramos algunas de las más comunes.



**4.- Alturas de cálculo.**

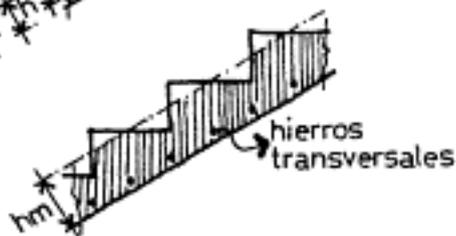
Las alturas de cálculo de las escalera dependen de si éstas se plantean como longitudinales o transversales.

a) Longitudinal:

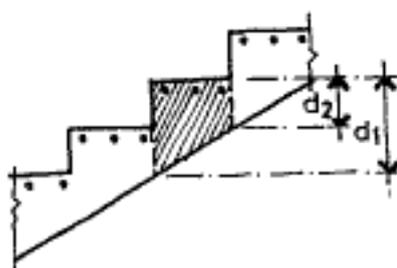


b) Transversal con momento positivo:

$$h_m = h + c/2$$



- c) Transversal con momento negativo:  $(d_1+d_2)/2 = d_m$   
 $h = d_m = 1,5 \text{ cm}$



### 5.- Trazado de la escalera.

La escalera se conforma de una losa en pendiente que responde a la relación de los valores de la huella y contrahuella. Modificando esta relación se cambia la pendiente de la escalera. Para cada destino o función es necesario un tipo de pendiente en especial.

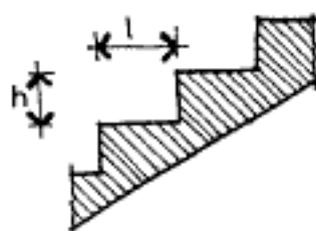
Por esto creemos conveniente indicar los criterios más usuales para el trazado, que se expresan mediante fórmulas generadas por la experiencia en la construcción y uso de las escaleras.

#### 5.1.- Relación entre la huella y contrahuella.

Llamando:

l: huella  
 h: contrahuella

Se plantean las siguientes fórmulas:



- a) de Blondel:  $l + 2h = k$

$k = 59 \text{ cm. para viviendas.}$

$k = 66 \text{ cm. para edificios públicos.}$

- b) de Tournus o Neufert:

$l + 2h \approx 61 \text{ a } 64 \text{ cm.}$

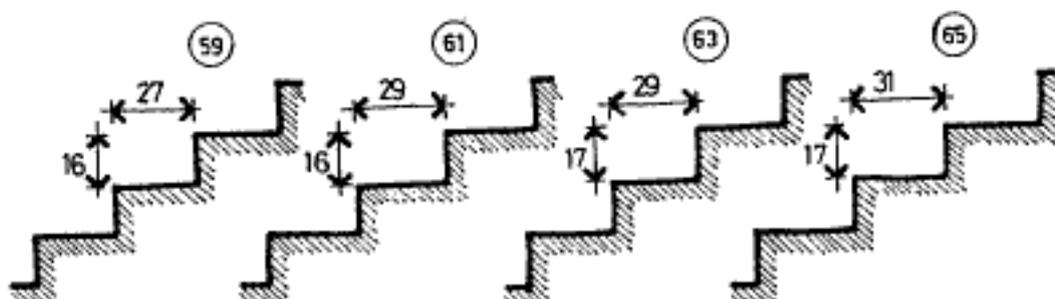
$l - h \approx 12 \text{ cm.}$

Aquí cabe una nota interesante; las fórmulas están basadas en medidas ergométricas del hombre:

Para  $h = 0$  será  $l = 64 \text{ cm.}$  que es el paso común del hombre.

Para  $l = 0$  será  $h = 32 \text{ cm.}$  que es el espacio entre las barras de una escalera vertical.

En las figuras siguientes combinamos las huellas y contrahuellas más comunes aplicando las ecuaciones anteriores:



Damos algunas medidas recomendadas para cada uno de los diferentes destinos que se construya la escalera:

Para monumentalistas (públicas):  $h = 13$  a  $15$  cm.

Para casas habitaciones:  $h = 15$  a  $17,5$

Para edificios de departamentos:  $l = 30$  cm.  
 $h = 17$  cm.

En secundarias de poco uso:  $h = 20$  cm.

No es conveniente que en una escalera exista en una misma línea más de 14 o 15 peldaños seguidos.

Ancho de las escaleras:

Para viviendas: 0,75 a 1,30 m.

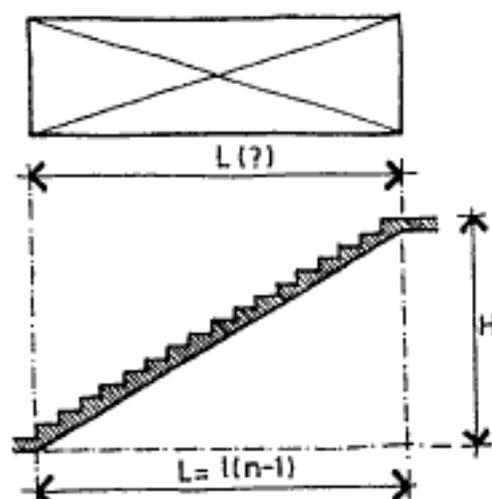
Edificios: 1,90 a 3,00 m.

### 5.2.- Trazado de la escalera.

Para definir adecuadamente una escalera es necesario resolver ciertos parámetros que juntos conforman las características futuras de la escalera.

En el proyecto existen cuatro variables geométricas que condicionan la escalera:

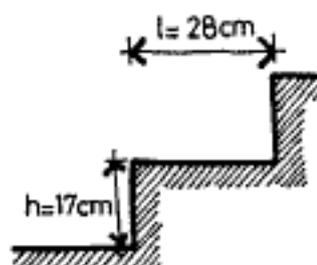
- h: la contrahuella.
  - l: la huella.
  - H: altura de piso a piso.
  - L: longitud de la escalera
- $L = l(n-1)$ .



El escalón es la arista superior de una huella con la contrahuella. Entonces la cantidad de escalones es igual a la cantidad de contrahuellas.

Veamos un ejemplo: Supongamos definido en una escalera los siguientes parámetros:

$$\begin{aligned} h &= 17 \text{ cm} \\ l &= 28 \text{ cm} \\ H &= 2,75 \text{ m} \end{aligned}$$



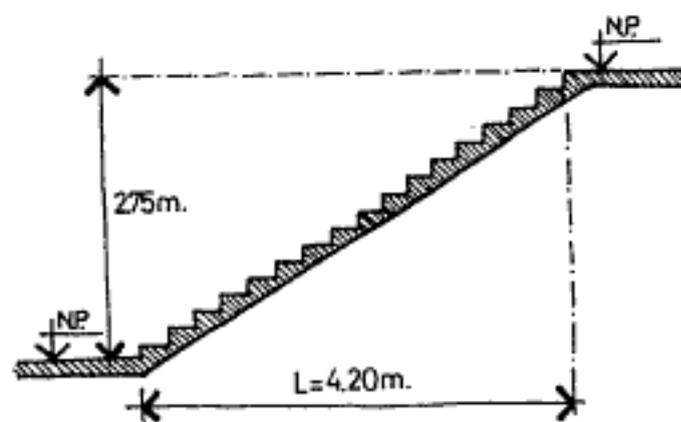
En este caso la incógnita es la longitud de la escalera en proyección "L", y la resolvemos como sigue:

cantidad de escalones (contrahuellas):

$$n = 275/17 = 16,17 \text{ adoptamos } n = 16$$

entonces será:

$$L = l(n-1) = 28(16-1) = 420 \text{ cm.} = 4,20 \text{ mts.}$$



La contrahuella hay que ajustarla luego porque en definitiva quedaría:

$$h = 275/16 = 17,18 \text{ cm.} \approx 17,20 \text{ cm}$$

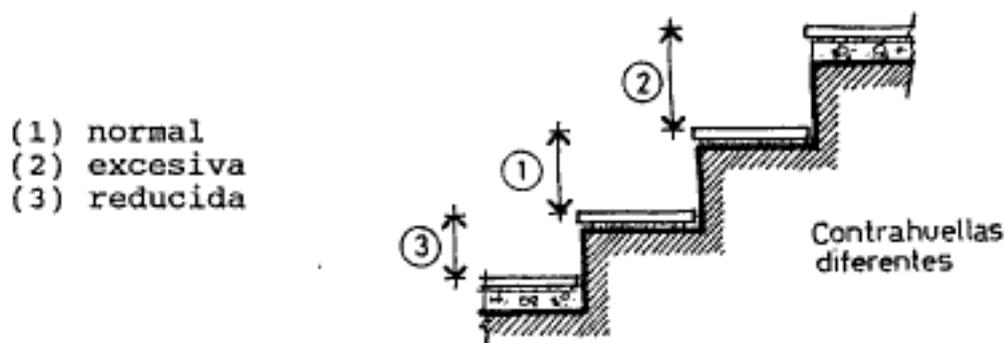
#### 6.- Primer y último escalón:

En edificios en altura, habitualmente se notan errores o diferencia de valores en las contrahuellas, esto se da especialmente en el primer o último escalón. Las circunstancias que motivan el error en los proyectistas o constructores son los contrapisos o espesores de los pisos. En las escaleras no se coloca contrapiso y además los espesores de piso de escalera difieren notablemente de los correspondientes a los entrepisos.

En el dibujo que sigue se muestra el corte de una escalera y los datos a tener en cuenta para evitar errores en el hormigonado y ejecución de la escalera.

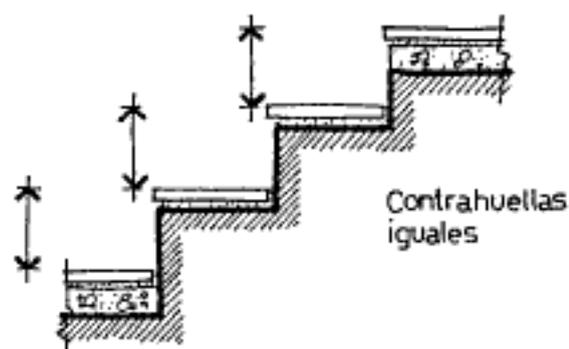
**Escalera incorrecta:**

Se construye la estructura con todos los escalones iguales del primero al último. El resultado es una escalera con contrahuellas diferentes:



**Escalera correcta:**

La estructura de hormigón se la ejecuta en función de los espesores de piso y contrapiso. En este caso todas las contrahuellas resultan uniformes.



En estas consideraciones se supone que los pisos de escalera y entrepisos son similares. En general hay que respetar la siguiente norma: Al primer escalón (contrahuella) se le debe sumar el espesor del contrapiso y al último restarle.

**Ejemplo:**

contrahuella: 18 cm.  
contrapiso: 8 cm.

Contrahuella primer escalón:  $e = 18 + 8 = 26$  cm.  
Contrahuella último escalón:  $e = 18 - 8 = 10$  cm.



## 7.- Cargas y solicitaciones.

### 7.1.- Escaleras longitudinales simplemente apoyadas.

Las escaleras son estructuras inclinadas y las cargas actúan verticalmente. La determinación de los momentos flectores y reacciones se pueden realizar de dos maneras:

a) en proyección:

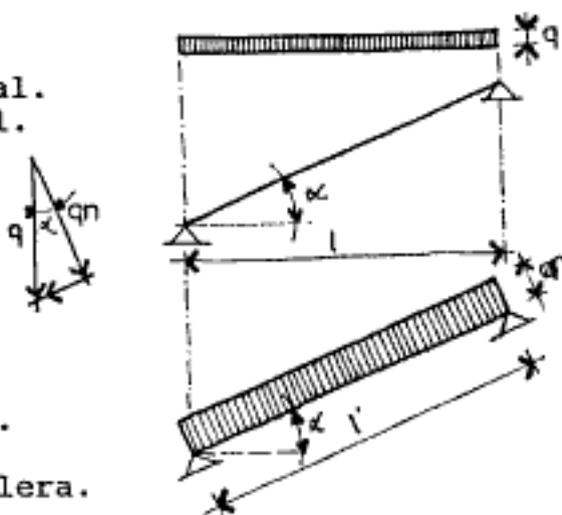
$l$ : longitud de cálculo proyectada en horizontal.  
 $q$ : carga total en vertical.

$$M_f = q \cdot l^2 / 8$$

b) inclinada:

$l'$ : longitud de cálculo de escalera inclinada.  
 $q_n$ : componente de carga normal al eje de escalera.

$$M_f = q_n \cdot l'^2 / 8$$



Los resultados empleando cualquiera de las dos son iguales y los demostramos de la siguiente manera:

$$q_n = q \cdot \cos \alpha / (l / \cos \alpha) = q \cdot \cos^2 \alpha \quad l l = l / \cos \alpha$$

$$M_f = q_n \cdot l'^2 / 8 = (1/8) \cdot q \cdot \cos^2 \alpha \cdot (l / \cos \alpha)^2 = q \cdot l^2 / 8$$

Las reacciones mediante igual consideración se calculan según:

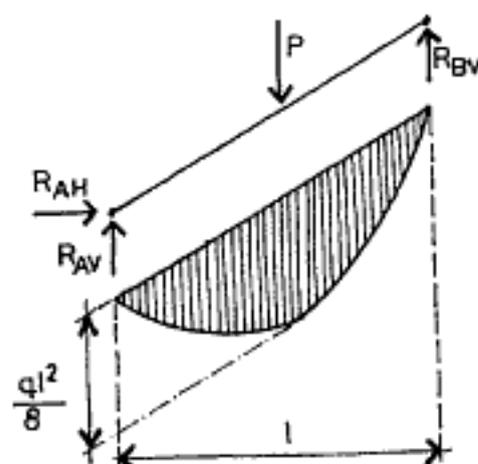
$$R_a = R_b = q l / 2$$

Recomendamos utilizar el primero de los métodos; el de la proyección horizontal, dado que se asimila al de una viga horizontal, pero sin olvidar que las reacciones resultarán inclinadas en los apoyos fijos.

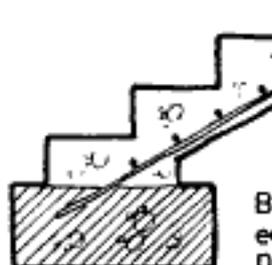
El siguiente ejercicio elemental es útil para conocer el comportamiento de las reacciones en las escaleras: Imaginemos un hombre en una escalera común de barras apoyada sobre un muro totalmente liso. En "B" la reacción es horizontal, mientras que en "A" es inclinada (con componentes verticales y horizontales), de allí la necesidad de sostenerla con un segundo

hombre. Lo mismo pero en otra escala sucede con las escaleras de hormigón; es necesario conocer la dirección de las reacciones en cada uno de los apoyos y determinar si los mismos están en condiciones de absorberlas.

Reiteramos la necesidad de diseñar los apoyos de las escaleras. Si calculamos escaleras articuladas en sus extremos debemos ser cuidadosos en la colocación de las armaduras, porque cualquier desviación en la posición de los hierros provocará una toma o quita de momentos no prevista en el cálculo.



Para las articulaciones se continúan los hierros de abajo. En el extremo superior es conveniente colocar suplementos para que no existan componentes que puedan generar esfuerzos de tracción en el hormigón.

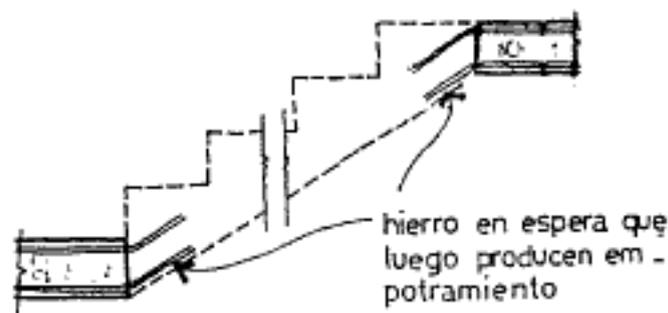


Base o pilotín para equilibrar la componente horizontal.

### 7.2.- Escaleras longitudinales con empotramientos.

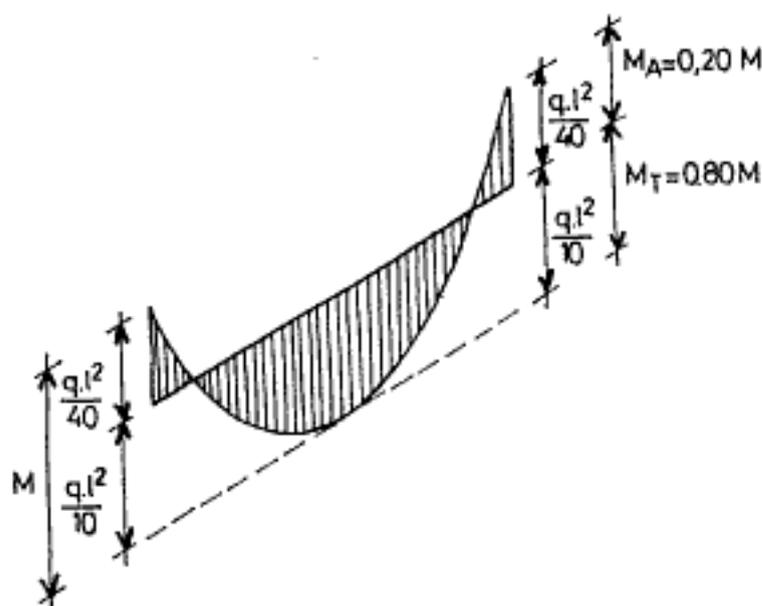
En la unión de las escaleras con los pisos existe habitualmente un pequeño empotramiento que puede ser considerado en el cálculo con las siguientes fórmulas:

Momento de tramo:  $M_t = q \cdot l^2 / 10$   
 Momento de empotramiento:  $M_a = - q \cdot l^2 / 40$



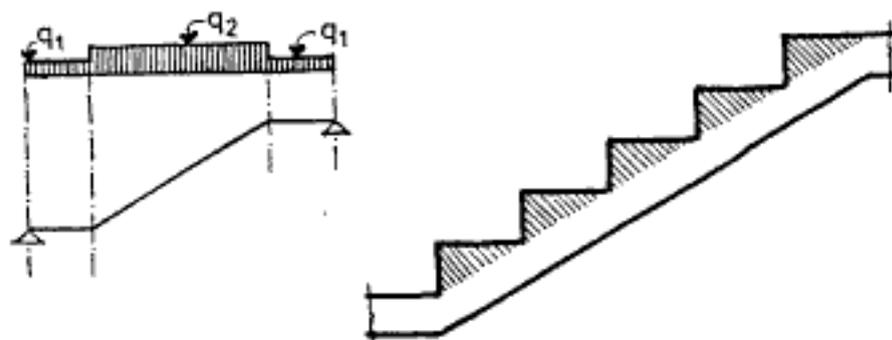
Este empotramiento en la unión de las losas con escaleras se produce porque en la mayoría de los casos éstas se hormigonan después. Para ello se dejan hierros "en espera" y según su cantidad y posición se generan empotramientos de diferentes grados.

El valor  $M_a = q.l^2/40$  es un valor prudente que se recomienda utilizarlo. Así, del total de momentos, el 20 % se envía a los apoyos y el 80% restante a los tramos.



### 8.- Diferencia de cargas en descanso y tramo.

Cuando se plantean escaleras con descansos incorporados el análisis de las cargas se debe realizar por separado, dado que en los descansos no existe la carga de los escalones.

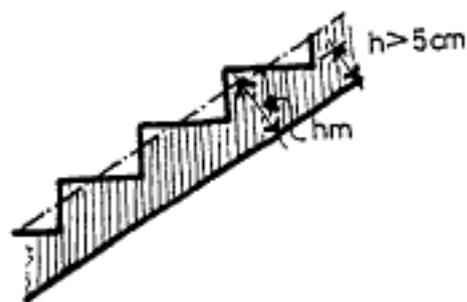


Esta situación de carga no se da en la totalidad de las escaleras, porque algunas por su configuración necesitan de espesores mayores en los descansos y las cargas quedarán equilibradas.

**7.4.- Escaleras transversales  
(apoyo en ambos extremos).**

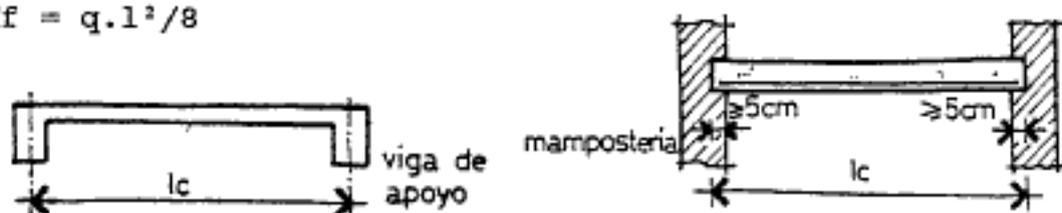
Este tipo de escaleras resultan muy económicas dado que en la mayoría de los casos es suficiente las alturas mínimas para resistir las solicitaciones. Las luces de cálculo son pequeñas y por ende los momentos flectores resultan muy inferiores a los de las escaleras longitudinales.

Para el dimensionado de las escaleras transversales se utiliza el espesor medio "hm", tal como lo indicamos anteriormente.



Por resultar mínimos los momentos flectores es conveniente utilizar espesores de losas de 5 cm. (mínimos reglamentarios)

$$M_f = q \cdot l^2 / 8$$

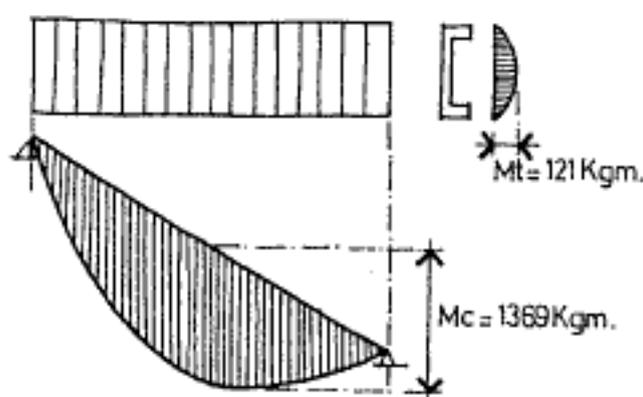


Es notable la diferencia de momentos entre una escalera longitudinal y una transversal y esto lo podemos apreciar en el estudio comparativo que sigue:

Carga:  $q = 800 \text{ kg/m}^2$   
 lc longitudinal:  $lc = 3,70 \text{ m.}$   
 lt transversal:  $lt = 1,10 \text{ m.}$

$$M_c = q \cdot lc^2 / 8 = 800 \times 3,7^2 / 8 = 1.369 \text{ kgm.}$$

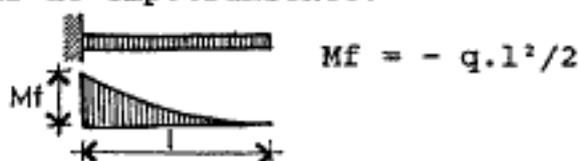
$$M_t = q \cdot lt^2 / 8 = 800 \times 1,1^2 / 8 = 121 \text{ kgm.}$$



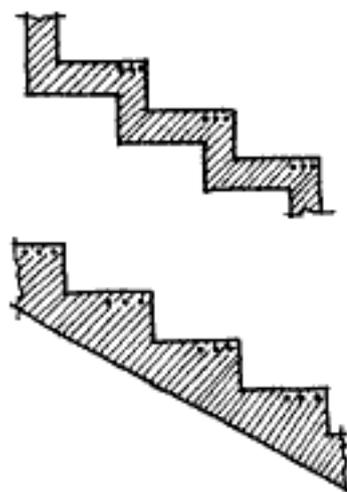
## 7.5.- Escaleras transversales en voladizo.

Se calculan como losas en voladizo. En caso de macizas las armaduras se colocan en los escalones.

Mf de empotramiento:



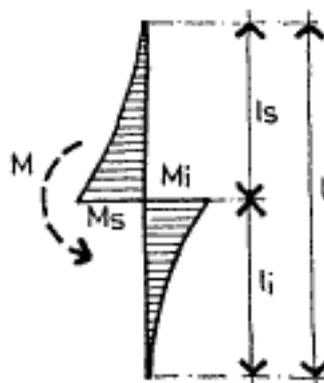
Se debe verificar la acción del momento de empotramiento sobre el apoyo. Este puede ser una viga de hormigón, en ese caso trabajará a la torsión, o mampostería que se deberá verificar las tensiones de trabajo.



Analizaremos por separado los dos casos.

a) Empotradas en mampostería.

En la mampostería de apoyo se presentan momentos cuyos valores y configuración dependen de las condiciones de borde superior e inferior.



Si la mampostería se encuentra fijada en la parte superior e inferior por otras losas o elementos estructurales, el diagrama de momentos flectores es el indicado en el dibujo anterior. La distribución del momento será:

momento parte superior:

$$M_s = M \cdot l_s / (l_s + l_i) = M \cdot l_s / l$$

$$M_i = M \cdot l_i / (l_s + l_i) = M \cdot l_i / l$$

Esfuerzo normal sobre la mampostería resultará:

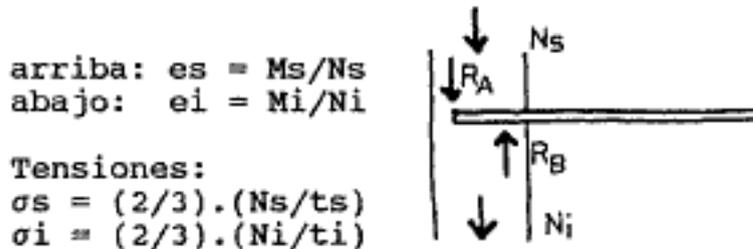
Q: peso de la escalera

N: peso de la pared superior

Y las cargas

superior:  $N_s$  (carga de pared)  
 inferior:  $N_i = N_s + Q$  (pared más escalera)

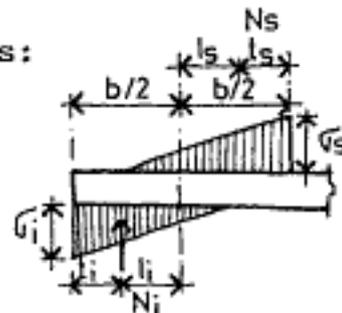
La presión sobre la mampostería cuando  $b/6 \leq t \leq b/3$  dependerá de la excentricidad de la resultante referida al eje del muro:



"t" no puede ser menor que  $b/6$ .  
 Cuando t es mayor que  $b/3$ , tenemos:

$$\sigma_s = (N_s/b) \cdot (1 - 6s_s/b)$$

$$\sigma_i = (N_i/b) \cdot (1 - 6s_i/b)$$

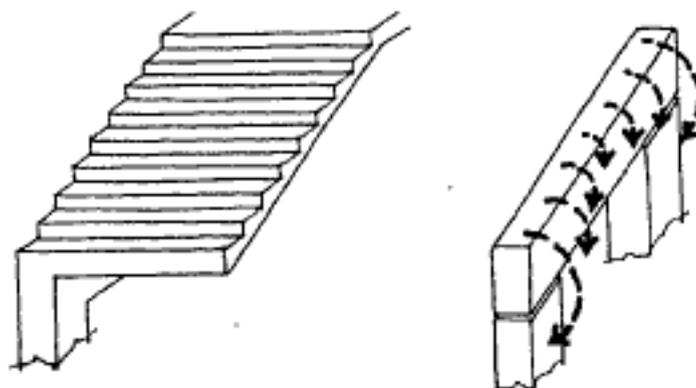


Las tensiones sobre la mampostería no deben superar las siguientes:

Mampostería de primera:  $\sigma_{adm} = 10 \text{ kg/cm}^2$   
 Mampostería de segunda:  $\sigma_{adm} = 7 \text{ kg/cm}^2$

b) Empotradas en vigas de hormigón.

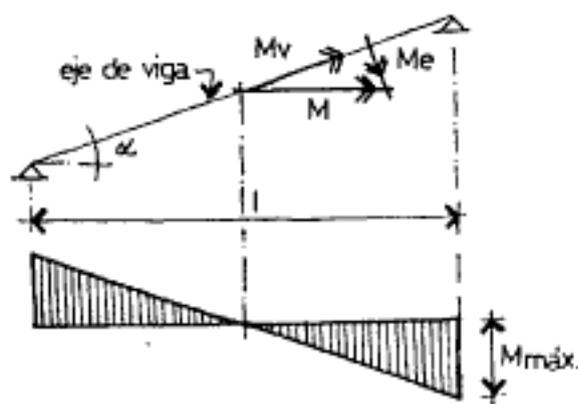
La viga se calcula con las cargas verticales y se debe verificar el momento de torsión que actúa por el empotramiento de la escalera.



Para comprender mejor el comportamiento de los esfuerzos es conveniente tratar a los momentos como vectores:

- M:** Vector del momento del voladizo de escalera. Tiene el valor de  $M = q.l^2/2$ .
- Mv:** Vector del momento torsor en la viga. Al descomponer el vector M en la dirección del eje de escalera aparece este momento torsor que debe ser tomado por la viga.
- Ml:** Vector del momento torsor en la losa. Queda un momento residual (vector) normal al eje de la viga y es tomado por el plano de la escalera.

Recordemos que el efecto de torsión se traslada hacia las columnas extremas con un efecto acumulativo, tal como se muestra en la figura.



Es por ello que la viga debe estar tomada firmemente en sus extremos mediante columnas o elementos rígidos.

Efecto de torsión en la viga por metro lineal:

$$M_t = M \cdot \cos \alpha$$

Existiendo empotramiento en los extremos, los momentos máximos serán:

$$0,5 \cdot M_t \cdot l = 0,5 \cdot M \cdot l \cdot \cos \alpha$$

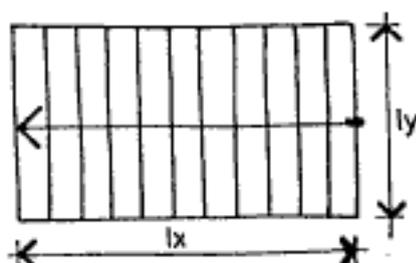
donde M es el momento de flexión de la losa por ml

l: la longitud en proyección horizontal.  
 $\alpha$ : ángulo de inclinación de la escalera.

En casos simples no se tiene en cuenta para el dimensionado la flexión lateral (vector Ml) porque la propia escalera se encarga de impedir esta flexión, siendo pequeños los efectos.

### 8.- Escaleras cruzadas.

Si existe la posibilidad de colocar cuatro apoyos en los bordes de las escaleras, estas se pueden calcular como cruzadas, utilizando las tablas 05. Se debe prestar atención a la relación de luces ( $l_x/l_y$ ) que no supere el valor 2.

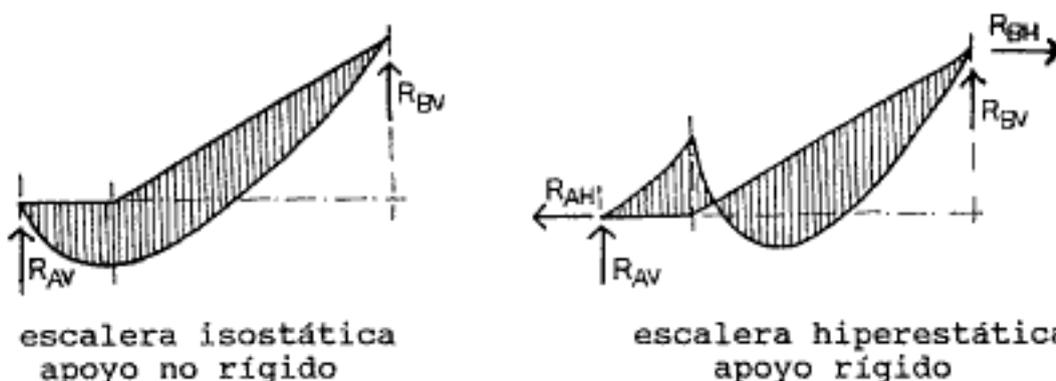


Estas escaleras en general son de acceso a grandes edificios públicos, de tramos cortos y gran ancho.

### 9.- Rigidez flexional en los apoyos.

Cuando los descansos están incorporados a la losa de la escalera se generan las denominadas escaleras quebradas. Y se plantean diferentes esquemas según las condiciones de borde.

Este tipo de escaleras podemos clasificarlas y estudiarlas como isostáticas o hiperestáticas en función de la capacidad de los apoyos de recibir esfuerzos horizontales.



escalera isostática  
apoyo no rígido

escalera hiperestática  
apoyo rígido

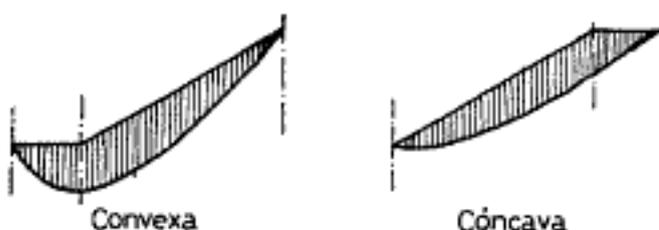
#### 9.1.- Extremos no rígidos (escaleras isostáticas).

Si observamos las elásticas podremos conocer las direcciones de los esfuerzos horizontales. En el caso de escaleras isostáticas sobre apoyos móviles, las deformaciones son libres sin restricciones. En este caso no se producen esfuerzos horizontales por confinamiento, aparecen únicamente aquellos de la descomposición de las cargas actuantes.

La escalera tendrá que ser diseñada como una losa simplemente apoyada.

$$M = q \cdot l^2 / 8$$

$$R_a = R_b = q \cdot l / 2$$

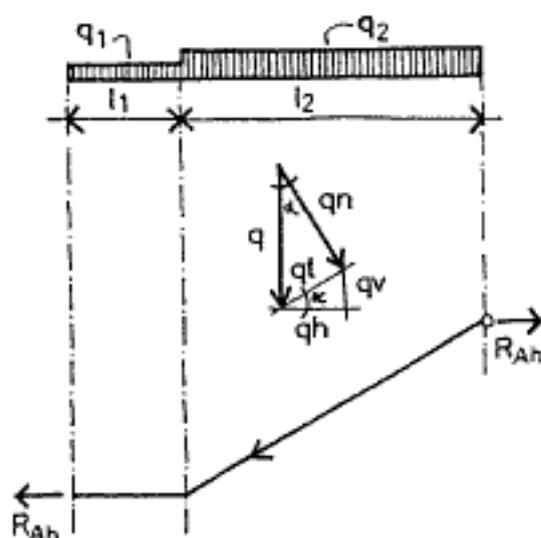


La reacción horizontal por el efecto de la inclinación de la escalera se puede obtener aplicando la siguiente expresión:

$$R_{Ah} = (q_2 \cdot l_2 \cdot \text{sen} 2\alpha) / 2$$

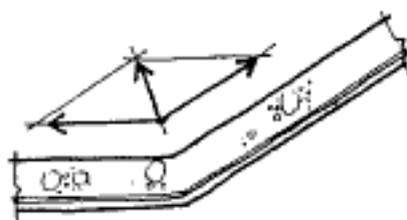
Recordemos que este esfuerzo tiene que ser soportado por los apoyos superior o inferior.

Si imaginamos una pared muy débil que soporta la escalera no existirá equilibrio por la falta de capacidad para sostener este esfuerzo horizontal.

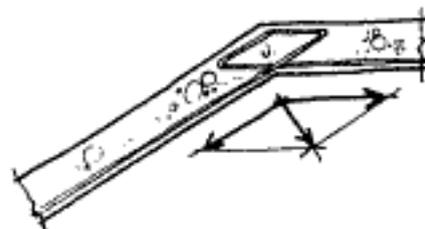


Al analizar el punto de quiebre, en estas escaleras se plantean situaciones diferentes según resulten cóncavas o convexas desde el suelo.

Para las convexas, en el quiebre las armaduras se encuentran traccionadas y en buena posición con el hormigón en la parte superior.

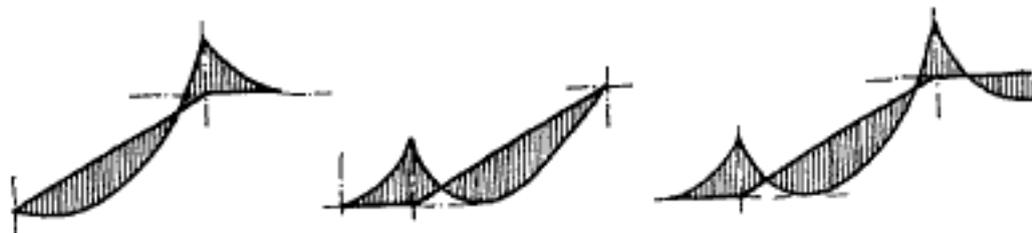


Para las cóncavas, la situación cambia. Las armaduras a tracción generan una componente que puede producir un descascaramiento del hormigón en el quiebre. Por ello es necesario que las armaduras se coloquen tal como se indica en la figura.



9.2.- Extremos rígidos (escaleras hiperestáticas).

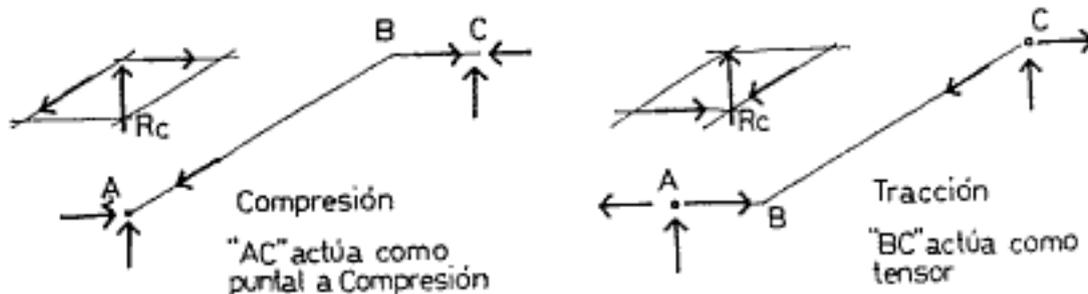
En aquellos casos donde la escalera se apoya en entrepisos con alta rigidez horizontal, el diseño de la escalera se puede plantear como una estructura plegada, donde las aristas constituyen apoyos.



Como ejemplo de elementos con alta rigidez podemos citar las cajas de escalera realizadas en tabiques de hormigón. Allí las escaleras quedan "encajonadas" y los esfuerzos varían totalmente de una simplemente apoyada.

Descanso y tramos se calculan como si estuvieran apoyadas en las aristas, trabajando como viga continua. Y los momentos son inferiores a los del caso anterior.

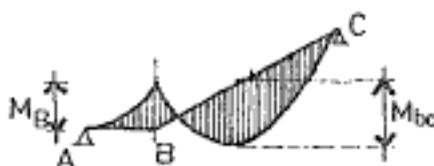
En general se plantean las dos formas de escaleras analizadas anteriormente. En el caso de las cóncavas las fuerzas actuantes son de compresión y en las convexas de tracción.



Recordemos que en este caso de escalera hiperestática, el apoyo ficticio en "C" se plantea por la indeformabilidad de los apoyos. La reacción "Rc" se genera por la composición de las fuerzas de tracción o compresión, según resulta convexa o cóncava. Insistimos en la importancia de la rigidez de los apoyos, de lo contrario desaparece la condición del apoyos intermedio.

El esfuerzo horizontal, tanto de compresión como de tracción que se traslada a los apoyos es necesario equilibrarlo porque de lo contrario la escalera no actuará como una estructura plegada.

Para el cálculo de las escaleras plegadas con apoyos rígidos se recomienda el procedimiento que sigue:



Tramo BC:

Momentos:  $M_{bc} = M_b = q_2 \cdot l_2^2 / 12$   
 (momento de apoyo igual en valor absoluto al del tramo)

$$R_{bd} = q_2 \cdot l_2 / 2 + M_b / 12 = 7 \cdot q_2 \cdot l_2 / 12$$

Tramo AB:

$$M_{ab} = q_1 \cdot l_1^2 / 8 - M_b / 2$$

$$R_{bi} = q_1 \cdot l_1 / 2 + q_2 \cdot l_2^2 / (12 \cdot l_1)$$

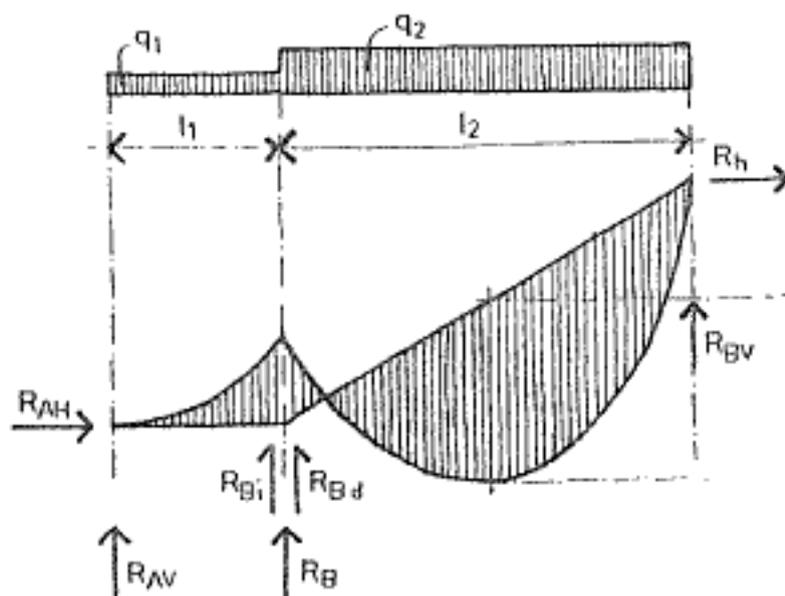
Esfuerzo total vertical:  $R_b = R_{bi} + R_{bd}$

Esfuerzo horizontal:

$$R_h = (q_2 \cdot l_2 / 2 - M_b / 12) \cdot (l_1 + l_2) / h$$

$q_2$ : carga mayor.

$l_2$ : luz mayor.



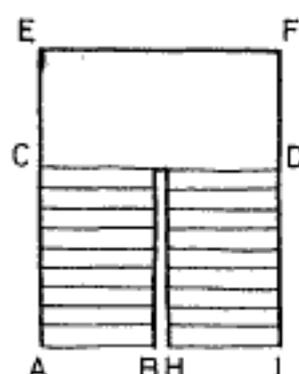
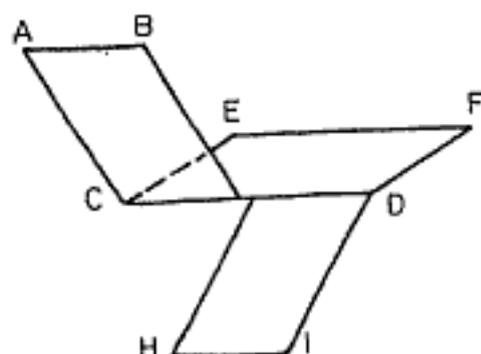
## 10. Escaleras de ida y vuelta.

## 10.1.- Introducción.

Una de las escaleras más repetidas en los proyectos arquitectónicos es la denominada de "ida y vuelta" que gira en el descanso.

Para definirla en el espacio marcaremos sus líneas de apoyo de la siguiente manera:

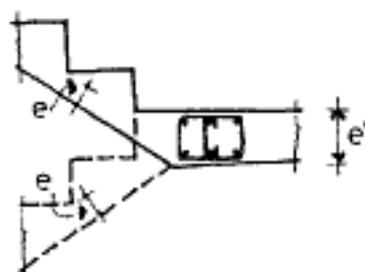
AB: apoyo inferior.  
 CD: línea de quiebre.  
 EF: extremo del descanso.  
 HI: apoyo inferior.



La conformación geométrica de estas escaleras obliga a diferencias de alturas entre los tramos y el descanso. Si observamos los tramos en la unión con el descanso observamos que los espesores se combinan de la siguiente manera:

$$ed = 2 \cdot et$$

En todos los casos que veremos más adelante, un punto o línea crítica es la CD que debe resultar continua y de espesor constante transversalmente a la escalera.

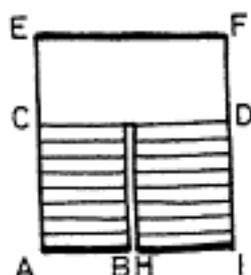


Esta situación de altura doble en el descanso respecto a los tramos, favorece a la resistencia que debe oponer al momento del voladizo. A su vez por su doble espesor uniformiza las cargas:  $q = q_1 = q_2$ , a diferencia de otras escaleras donde la carga del descanso es inferior a la de los tramos (éstos tienen la carga de los escalones).

## 10.2.- Combinación de los apoyos.

Los tipos de escaleras que se dan en función de la forma de los apoyos es notable. Indicaremos los más comunes para luego hacer un estudio particular de cada una de ellas:

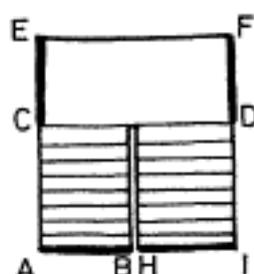
Caso (a):



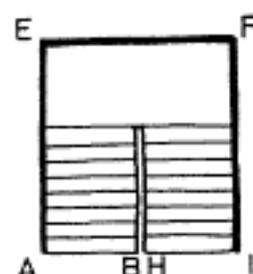
Caso (b):



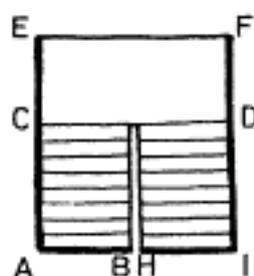
Caso (c):



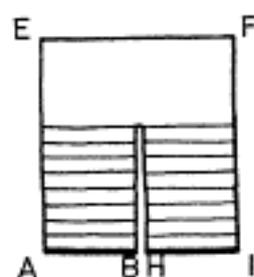
Caso (d):



Caso (e):

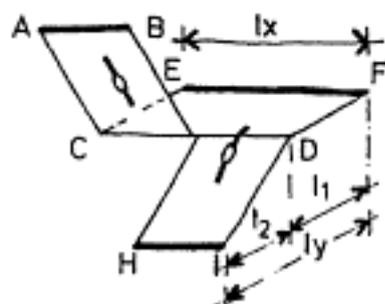


Caso (f):

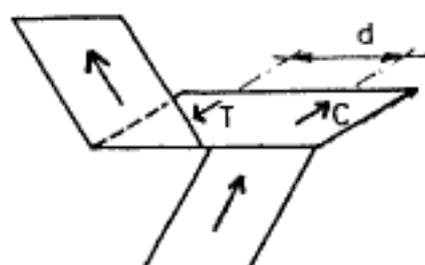


En lo que sigue haremos un estudio individual de cada uno de los casos. Los apoyos pueden ser muros de mampostería o vigas que generan apoyos simples o empotrados, según su configuración.

Caso (a):



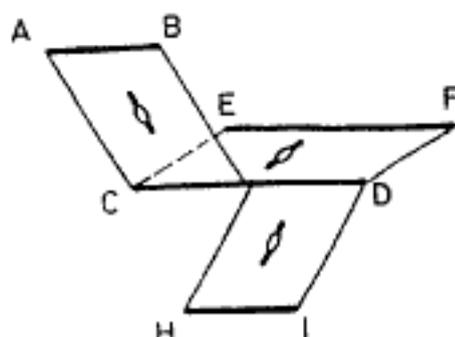
Existen únicamente los apoyos AB, EF y HI. Las losas de escaleras (tramos y descansos) se pueden dimensionar como simplemente apoyados con luz de cálculo "l". Es una situación antieconómica, dado los elevados momentos que se plantean.



Los tramos de losa se calculan como isostáticos o continuos según el grado de rigidez que otorguen los apoyos.

Los esfuerzos  $C$  (compresión) y  $T$  (tracción) crean una cupla  $C.d = T.d$  que es resistida por el ancho de la escalera.

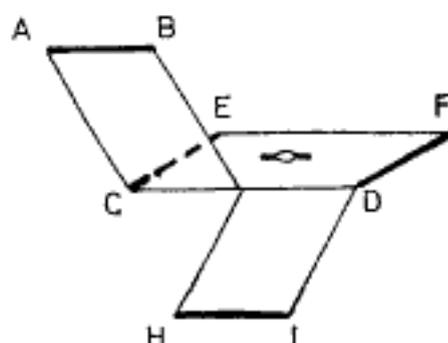
**Caso (b):**



Posee más apoyos que el caso anterior. Ahora también existe el apoyo  $CD$  que puede ser una viga o una pared de mampostería. En el caso de una viga se la puede incorporar en el espesor de la losa.

En este caso las losas se calculan de manera independiente. También podemos considerarlas continuas o discontinuas.

**Caso (c):**

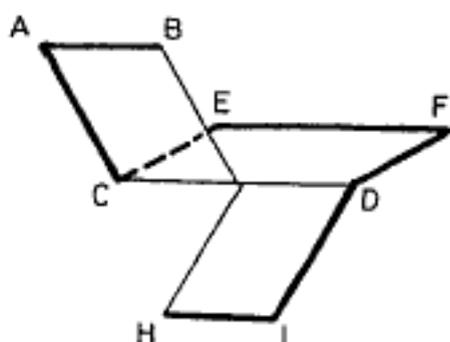


Apoyos en  $AB$ ,  $HI$ ,  $CE$  y  $DF$ . El descanso actúa como una losa apoyada en los apoyos laterales y a su vez puede actuar como soporte de los tramos de escalera. La carga se la distribuye en todo el ancho del descanso.

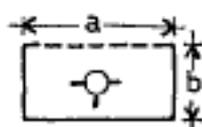
En caso de no enviar las cargas al descanso se puede colocar un refuerzo en la losa del descanso actuando como viga de soporte de los tramos.

Recordemos siempre que las escaleras, si están suficientemente rigidizadas en sus arranques y llegadas, actúan como puntales o como tensores.

## Caso (d):



El conjunto estructural de la escalera se apoya en todos sus bordes. Se plantea así un sistema altamente hiperestático de muy difícil resolución. Es preferible tomar los tramos como losas que se apoyan en tres bordes y línea media del descanso, resultando una losa apoyada en tres bordes y uno libre.



Para estos casos se utiliza la tabla de Hermite. Donde los momentos sobre la faja del borde libre será:

$$M_y = q \cdot l_y^2 / \beta$$

Y en el centro de la losa:

$$M_y = q \cdot l_y^2 / \beta_1$$

$$M_x = q \cdot l_x^2 / \beta_2$$

Los valores de  $\beta$  se encuentran en la tabla que sigue, pudiéndose extrapolar o interpolar los valores faltantes.

b/a	0,5	0,65	1,00	1,50	2,00	3,00	$\infty$
$\beta$	16,60	12,05	8,90	7,80	7,60	7,60	7,60
$\beta_1$	25,60	18,20	12,50	9,90	8,85	8,20	8,00
$\beta_2$	45,45	33,30	25,60	23,80	24,40	25,64	27,00

También se pueden utilizar los valores que dan las tablas 05/48 a 05/51, en éstas se pueden considerar casi todas las combinaciones de condiciones de borde. Los resultados son diferentes a los otorgados con los coeficientes de arriba por cuanto no diferencia el momento de la faja de borde con los momentos en el centro.

Ejemplo aplicando la tabla superior:

$$\epsilon = l_x / l_y = 1,50 / 3,00 = 0,50$$

$$\beta = 16,60 \quad \beta_1 = 25,60 \quad \beta_2 = 45,45$$

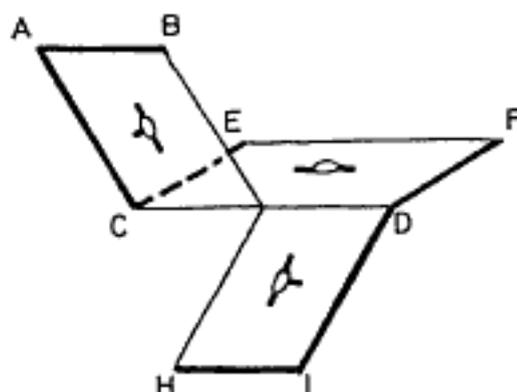
$$M_{\text{borde}} = 800 \times 3^2 / 16,60 = 433 \text{ kgm}$$

$$M_y = 800 \times 3^2 / 25,60 = 281 \text{ kgm}$$

$$M_x = 800 \times 3^2 / 45,45 = 39,60 \text{ kgm}$$

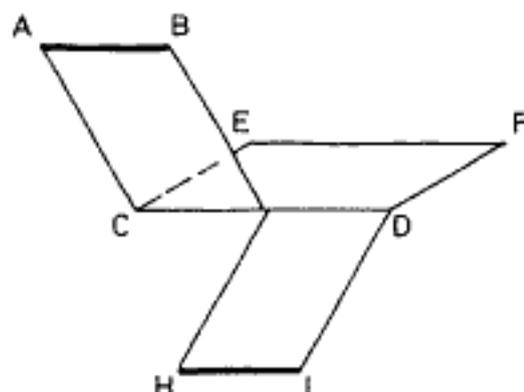
En el borde en un ancho de 0,50 mts. se dimensiona con el  $M_f = 433 \text{ kgm}$ .

Caso (f):



No hay apoyo en EF. El descanso es una losa sobre dos apoyos paralelos, que puede actuar como soporte de los tramos o de lo contrario colocar una viga de refuerzo en el espesor de la losa. Los tramos se calculan como losas apoyadas en tres bordes, utilizando las tablas de Hermite o las 05 del Manual de Hormigón Armado.

Caso (g):

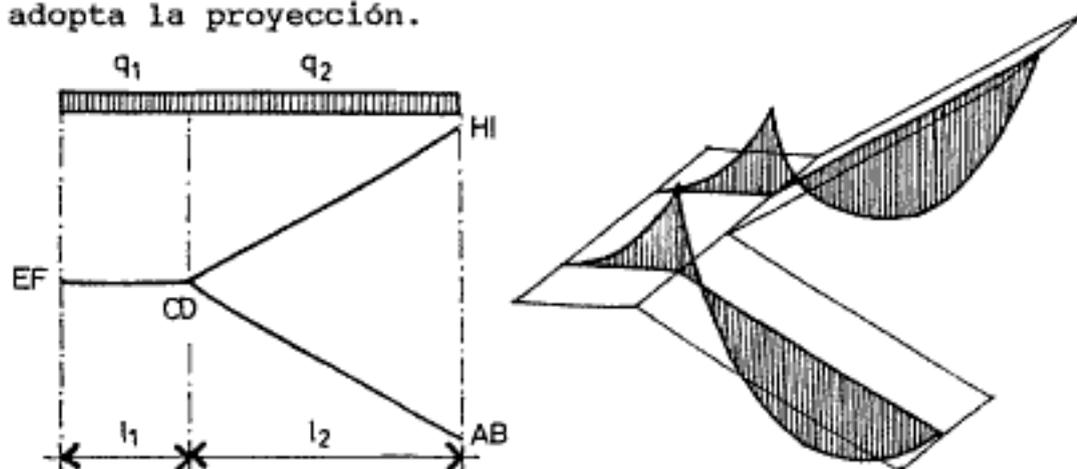


Únicamente apoyos en AB y HI. Es una de las escaleras más esbelta porque actúa como un conjunto estructural en voladizo. Su solución es sencilla.

También se denominan escaleras autoportantes por poseer un apoyo ficticio en el descanso. Los tramos actúan como elementos de un sistema triangulado; uno de ellos a tracción (el superior) y el otro a compresión (el inferior) que se encuentra en el descanso.

Establecer fórmulas válidas de carácter general es imposible por la variedad de diseños que presentan estas escaleras. Creemos sí necesario que el lector interprete de manera cabal el comportamiento de los esfuerzos. Como veremos más adelante existen diversos métodos para su determinación, tanto en los tramos como en el descanso.

**Cargas y luces de cálculo:** Las cargas se toman de manera similar al de las otras escaleras; es decir se toman las cargas verticales, sin descomponerlas en la normal del eje de la escalera y la luz de cálculo se adopta la proyección.

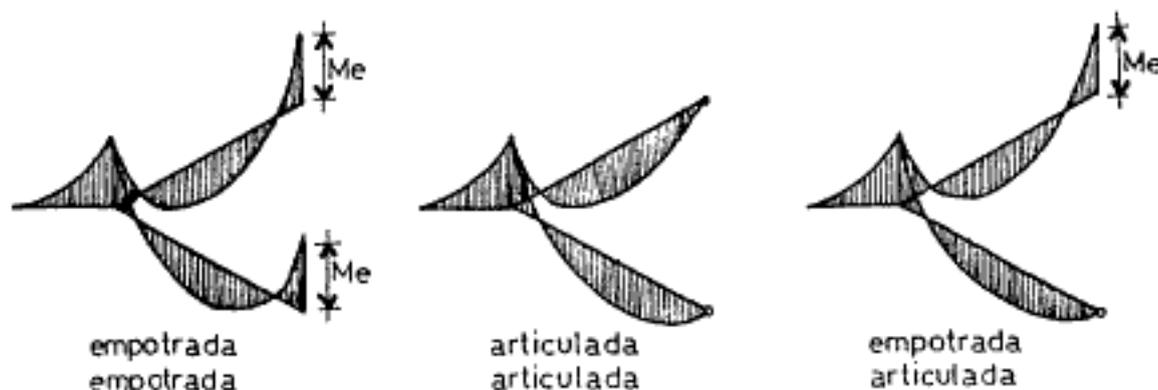


En el dibujo se marcan las cargas y las luces de cálculo por lados de tramos. Recordemos que para estas escaleras tomamos las cargas de descanso similar al de los tramos.

**Solicitaciones:** Como aproximación supondremos que el ojo de la escalera es reducido y que los momentos de inercia de tramo y descanso son idénticos.

En la realidad la escalera se sostiene en AB y HI. Para el estudio colocaremos reacciones ficticias en CD, a los efectos de facilitar el cálculo.

Los extremos de estas escaleras pueden ser empotrados o articulados, inclusive una combinación de ambos, por ejemplo, el tramo superior empotrados y el inferior articulado.



Para nuestro análisis tomaremos un sistema articulado en ambos apoyos AB y HI.

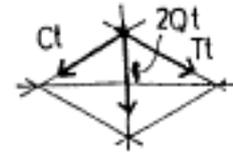
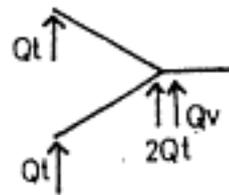
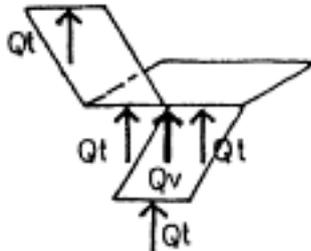
Para la determinación de las solicitaciones existen muchas expresiones y desarrollos, tantos como esquemas de equilibrios. Creemos que uno de los más sencillos y prácticos es el planteado por Guerrin, posee algunas simplificaciones que no afectan la precisión de su cálculo.

Llamamos:

$Q_t$ : Reacción de los tramos en apoyos HI, AB y CD.

$Q_v$ : Reacción de voladizo en apoyo CD.

Ambas reacciones generan en los tramos esfuerzos de tracción y compresión:



Por efecto de  $Q_t$ :

$$C_t = T_t = Q_t / \text{sen} \alpha$$

Por efecto de  $Q_v$ :

$$C_v = T_v = Q_v / 2 \text{sen} \alpha$$



Esfuerzo normal total:

$$N = (Q_t + Q_v / 2) / \text{sen} \alpha$$

Momentos flectores:

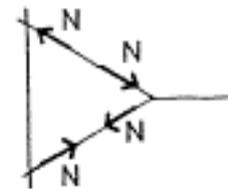
En el quiebre:

Por efecto del voladizo:  $M_v = q \cdot l_2^2 / 2$

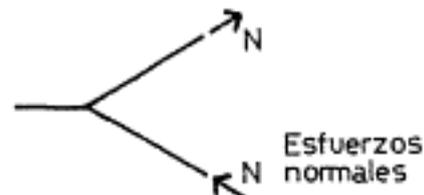
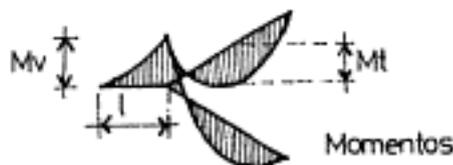
En el tramo:

Si es articulado:  $M_t = q \cdot l_1^2 / 8 - M_v / 2$

Si es empotrado:  $M_t = q \cdot l_1^2 / 12 - M_v / 2$

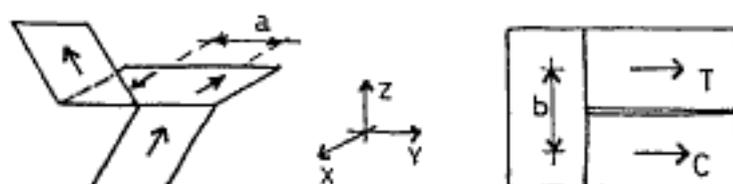


El empotramiento en los apoyos AB y HI se lo considera parcial para la expresión del momento en el tramo.



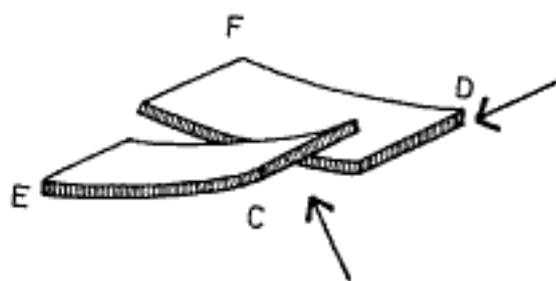
Esfuerzos normales: A lo largo del plano de los tramos se producen, como ya dijimos esfuerzos normales que varían de intensidad según el punto que se trate. Y en las líneas de apoyo AB y HI se debe analizar la rigidez de dichos apoyos para soportar las reacciones horizontales que se determinan con las ecuaciones fundamentales de equilibrio.

Momentos flectores en el plano  $zx$ : En el descanso por los esfuerzos normales de compresión y tracción que vienen de los tramos se produce una cupla que genera un momento:  $M_{zx} = H.a$



Esta cupla produce un giro que provoca en los tramos una flexión en su plano.

Momento torsor en el plano  $xy$ : En la línea de encuentro de los tramos materializado con el descanso llegan las fuerzas de los tramos; una de ellas ascendente y la otra descendente. Esto crea una torsión en el descanso.



La figura intenta mostrar una deformación exagerada del descanso por este par de fuerzas que le llegan de los tramos.

Todos estos esfuerzos sin bien poseen valores, algunos de ellos son menos significativos que otros. El más importante son los momentos flectores en el plano  $xy$  y luego le siguen en importancia los de esfuerzos normales, de corte y torsión.

En ejemplo que realizamos en el capítulo ... resolvemos una escalera de este tipo donde calculamos todos los esfuerzos para que se observe la importancia de cada uno de ellos. En los cálculos habituales únicamente será necesario calcular los más importantes.

# Capítulo dieciséis : 16

## LOSAS CON MALLAS DE ACERO.

1. - Introducción.
2. - Ventajas del sistema.
3. - Características mecánicas.
4. - Nomenclaturas.
5. - Formas y colocación de las mallas.
6. - Cálculo de las solicitaciones.
  - 6.1. - Para losas cruzadas.
  - 6.2. - Para losas apoyadas en bordes paralelos.
  - 6.3. - Compatibilización de los apoyos.
7. - Alturas de cálculo.
  - 7.1. - Alturas mínimas por deformación.
  - 7.2. - Alturas mínimas por corte.
8. - Cuantías.
9. - Determinación de la armadura.
10. - Tabla de secciones.
11. - Empalme de las mallas.



Capítulo dieciséis: Cálculo de losas con mallas.
--

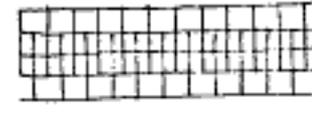
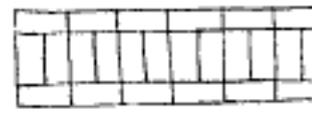
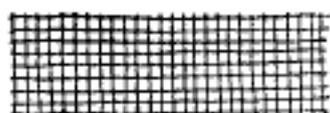
## 1.- Introducción.

En muchas ocasiones, cuando las superficies de losas son grandes, o repetitivas las características, se puede reducir notablemente los insumos de mano de obra e incluso de materiales, para la preparación de armaduras. En estos casos se emplean las denominadas mallas soldadas de acero.

En nuestro país son utilizadas hace más de 30 años y la mayoría de los fabricantes de acero proveen estas mallas prefabricadas que están formadas por alambres de acero de alto límite de fluencia, obtenidos por proceso de deformación mecánica. Los puntos de cruce de los alambres están soldados. Las mallas son fabricadas en forma de paneles o rollos en forma standard o a pedido según la necesidad del cliente.

Los puntos de cruce de las barras son fijos y las uniones se obtienen por soldadura eléctrica de punto, automática y realizada en fábrica.

Las mallas, por las combinaciones que se pueden realizar con los diámetros de las barras y las separaciones, tienen una ilimitada cantidad de formas, algunas de ellas las mostramos en las figuras que siguen.



## 2.- Ventajas del sistema.

Son muchas las ventajas, especialmente cuando el diseño y cálculo de las losas se realizan desde un principio orientadas a la utilización de las mallas.

Una de las mayores ventajas es la notable reducción de los insumos de mano de obra, los tiempos de colocación se reducen porque no hay clasificación, corte, doblado ni atado.

Según el folleto de uno de los fabricantes, refiriéndose a los bajos insumos de mano de obra, dice: "Cuando los plazos de obra son cortos o muy exigentes o cuando la lejanía y dificultades geográficas son grandes, esta característica es realmente notable. Además la reducción neta de la mano de obra, trae aparejada la disminución de una serie de "gastos fantasmas" en la obra, que si bien son difíciles de estimar, tienen su peso (reducción de controles, horas extras y otras cargas administrativas)...".

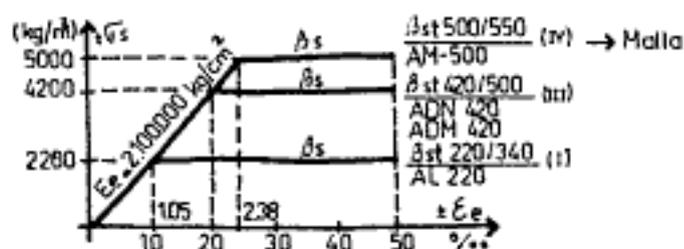
Otras de las ventajas es el correcto posicionamiento de las barras. Como los nudos se encuentran soldados, la posición de las armaduras no se mueve, además es muy difícil cometer errores en la posición de las barras.

También las mallas presentan una mayor variedad de diámetros para el cálculo. Por ejemplo en las barras comunes en bajos diámetros existen únicamente los del 6, 8, 10 y 12 mm. En cambio en las mallas soldadas encontramos diámetros que van desde el 3 al 12 mm. situación que permite ajustar mucho mejor las diferencias entre la sección teórica y la efectivamente colocada, para una separación dada.

## 3.- Características mecánicas.

Las barras que constituyen las mallas soldadas poseen un valor más alto de tensión de fluencia y de rotura que las barras individuales.

Barras para mallas: Tipo IV ( $\beta_{st}500/550$  AM-500)  
 Barras individuales: Tipo III ( $\beta_{st}420/500$  ADM-420)



Las barras para mallas:

Resistencia a la tracción:

$$55 \text{ kg/mm}^2 = 5.500 \text{ kg/cm}^2$$

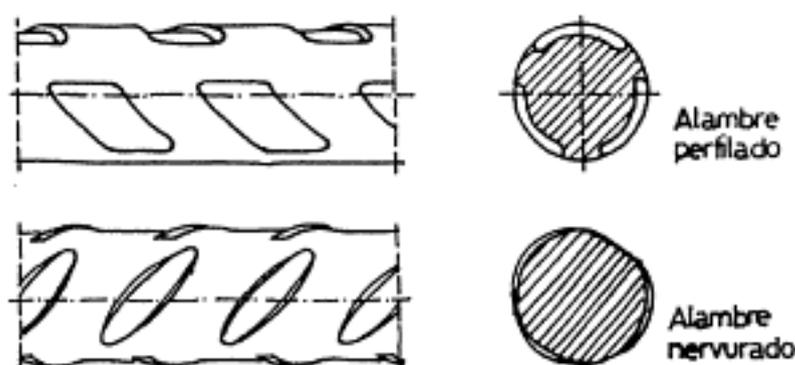
Límite de fluencia:

$$\epsilon_e = 0,2 \text{ por mil} \quad 50 \text{ kg/mm}^2 = 5.000 \text{ kg/cm}^2$$

Alargamiento mínimo de rotura:

$$\epsilon_r = 6 \text{ por ciento.}$$

Los alambres con diámetros superiores a los 4 mm. son fabricados con conformación superficial, tal como se muestra en la figura.

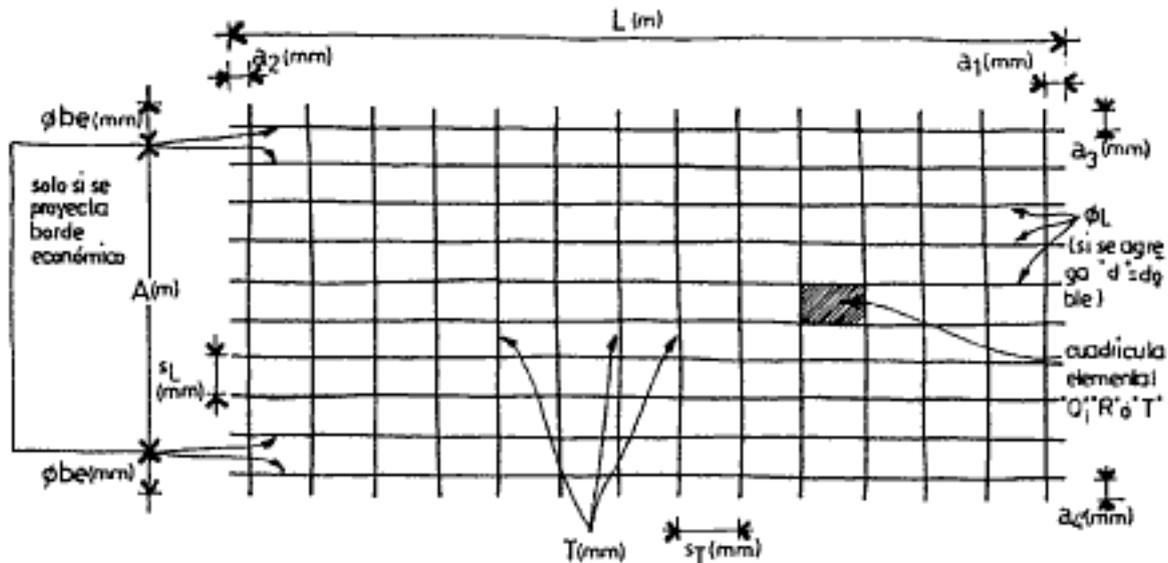


#### 4.- Nomenclatura.

Habitualmente las mallas se las identifican según los siguientes parámetros.

L(m)	longitud de la malla, inclusive salientes longitudinales.
A(m)	ancho, inclusive salientes transversales.
sL(mm)	separación alambres longitudinales.
sT(mm)	separación alambres transversales.
$\phi_{be}$ (mm)	diámetro alambre longitudinal.
$\phi_T$ (mm)	diámetro alambre transversal.
d	indica alambres dobles (sólo en dirección longitudinal)
a1/a2(mm)	salientes de los alambres longitudinales.
a3/a4(mm)	salientes de los alambres transversales.
n(izq)	número de alambres longitudinales en el lado izquierdo.
n(der)	número de alambres longitudinales en el lado derecho.
Q	cuadrícula cuadrada.
R	cuadrícula rectangular.

La letra Q o R, es acompañada de un número que indica 100 veces la sección nominal por metro de ancho de malla. Así por ejemplo, una malla Q92, tendrá una sección nominal de  $0,92 \text{ cm}^2/\text{m}$ .



### 5.- Formas y colocación de las mallas.

En general las mallas se fabrican en paneles de un ancho 2,15 m y largo 6,00. y los diámetros están comprendidos entre los 3,0 a los 12,00 mm.

En aquellos casos muy frecuentes, donde se hace necesario el empalme de las mallas, es posible reducir el diámetro de las varillas longitudinales extremas, para ahorrar material. Esta posibilidad se denomina "borde económico" y en mallas pesadas puede producir ahorros del orden del 8 al 10 % en el peso del panel.

### 6.- Cálculo de las solicitaciones.

Las solicitaciones se calculan de igual manera que lo visto en capítulos anteriores; recordaremos algunos conceptos agregando algunas recomendaciones de los fabricantes de mallas soldadas.

#### 6.1.- Para losas cruzadas:

Se utilizan las planillas en tablas de cálculo 05.

#### 6.2.- Para losas apoyadas en bordes paralelos:

articulada articulada:  
 $M_t = q \cdot l^2 / 8$

articulada empotrada:

$$M_t = q \cdot l^2 / 14,22$$

$$M_a = q \cdot l^2 / 8$$

empotrada empotrada:

$$M_t = q \cdot l^2 / 24$$

$$M_a = q \cdot l^2 / 12$$

### 6.3.- Compatibilización de los apoyos.

Los fabricantes de mallas aconsejan calcular las losas como continuas y como perfectamente empotradas, obteniéndose en general momentos flectores distintos a ambos lados de los apoyos, momentos que llamaremos  $M_1$  y  $M_2$ .

Diferencia de momentos:  $A = M_1 - M_2$

Momento promedio:  $M = (M_1 + M_2) / 2$

a) Para  $A/M \leq 0,40$

La diferencia de momentos no supera el 40 % del promedio; se considera que se cumple la condición de un empotramiento entre losas y el apoyo se dimensiona con el promedio  $M$  y los momentos de tramo de ambas losas concurrentes al apoyo no se modifican.

b) Para  $A/M > 0,40$

La losa de menor momento de apoyo está perfectamente empotrada y la otra articulada, recalculándose los momentos de tramo de esta última.

En el caso de voladizos el momento de cálculo es siempre el momento del voladizo. Si se establece continuidad entre una losa y un voladizo, la comparación de momentos se hace entre la diferencia y el momento del voladizo.

También se puede aplicar lo establecido en la tabla 05/59 "Compensación de Momentos".

Estas consideraciones están sustentadas en el hecho que en las losas apoyadas en cuatro bordes y con relación  $L_{\text{mayor}}/L_{\text{menor}} \leq 2$  un momento distribuido aplicado sobre un borde tiene poca influencia en los momentos máximos de tramo y/o en los otros bordes. Por este motivo el proyectista debe ser cuidadoso al establecer las continuidades en losas apoyadas en dos bordes y en losas apoyadas en cuatro bordes donde  $L_{\text{mayor}}/L_{\text{menor}} > 2$ , ya que si las luces y espesores de

las losas entre las que se estableció la continuidad son muy diferentes, el dimensionar el apoyo con el momento promedio  $M$  puede estar alejado de la realidad.

## 7.- Alturas de cálculo.

### 7.1.- Alturas mínimas por deformación.

Se adoptan los coeficientes "m" indicados en las tablas 08 de "Tablas de Hormigón".

### 7.2.- Alturas mínimas por corte.

Se verifica de igual manera que las losa con armaduras con barras.

## 8.- Cuantías:

Se debe verificar que la cuantía mínima resulte del 0,2 % y que la armadura secundaria supere el 20, % de la armadura principal.

## 9.- Determinación de la armadura:

Las armaduras se calculan por el método de rotura par la calidad de acero AM-500 y tres calidades de hormigón: H-13, H-17, H-21. Para tal fin se utiliza la siguiente tabla de coeficientes:

kh			AM-500
H-13	H-17	H-21	
32.0	28.0	25.0	0.36
17.1	14.5	13.3	0.37
12.4	10.7	9.6	0.38
10.2	8.7	7.9	0.39
9.1	7.9	7.1	0.40
8.4	7.3	6.5	0.41
7.9	6.9	6.1	0.42
7.6	6.5	5.9	0.43
7.3	6.3	5.6	0.44
7.0	6.1	5.4	0.45

Ejemplo de aplicación: Supongamos una losa cruzada con momentos de tramos iguales en las direcciones "x" e "y".

$$M_x = M_y = 2,00 \text{ tm}$$

$$k_h = h(\text{cm}) / M(\text{tm}) / b(\text{m})$$

$$A_s = k_s \cdot M(\text{tm}) / h(\text{m})$$

$$h = 15 \text{ cm.}$$

$$k_h = 15 / 2,00 = 10,60$$

$$k_s = 0,39 \text{ (de tabla anterior)}$$

$$A_s = 0,39 \times 2,00 / 0,15 = 6,19 \text{ cm}^2/\text{ml}$$

Con este valor de  $A_s$  se ingresa a la tabla de secciones de armaduras y se obtiene la malla adecuada.

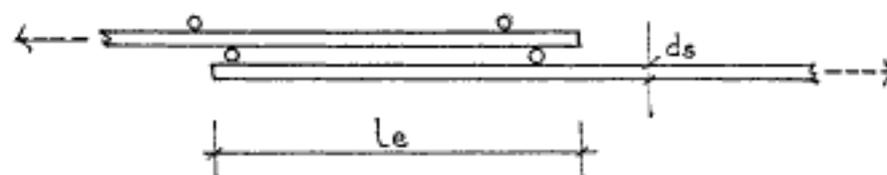
### 9.- Tabla de secciones.

En la tabla que sigue se muestran las secciones de las barras en malla en función de la separación y del diámetro.

Diámetro mm.	Sección cm <sup>2</sup>	SEPARACIONES						
		cm <sup>2</sup> /m. en una dirección - varillas simples						
		50	75	100	150	200	250	300
3.0	0.071	0.98	0.94	0.71	0.47	0.35	0.28	0.24
3.4	0.091	1.02	1.21	0.91	0.61	0.45	0.36	0.30
4.0	0.126	2.51	1.68	1.26	0.84	0.63	0.50	0.42
4.2	0.139	2.77	1.85	1.39	0.92	0.69	0.56	0.46
5.0	0.196	3.91	2.62	1.96	1.31	0.98	0.78	0.65
5.5	0.238	4.75	3.17	2.38	1.58	1.19	0.95	0.79
6.0	0.283	5.65	3.77	2.83	1.88	1.41	1.13	0.94
6.5	0.332	6.64	4.43	3.32	2.21	1.65	1.33	1.10
7.0	0.385	7.70	5.13	3.85	2.57	1.92	1.54	1.28
8.0	0.503	10.05	6.70	5.03	3.35	2.51	2.01	1.67
8.5	0.567	11.35	7.57	5.67	3.78	2.84	2.27	1.89
10.0	0.785	15.71	10.47	7.85	5.24	3.92	3.14	2.61
12.0	1.131	22.62	15.08	11.31	7.54	5.66	4.52	3.76

### 10.- Empalme de las mallas.

Las longitudes necesarias de empalme para mallas soldadas se obtiene de lo indicado en el articulado 18.6.4 del Cirsoc. La lectura e interpretación de este artículo es algo compleja y lleva a confusiones. Consideramos prudente que los empalmes se realicen por yuxtaposición de la armadura transversal sin estribos envolventes.



Las longitudes "le" se obtienen de las siguiente tabla (transcripción de tabla 28 Cirsoc)

Diámetro de la armadura transversal  ds (mm)	longitud de superposición necesaria y cantidad de barras efectivas en zona de empalme	
	Mallas soldadas de barras nervuradas	Mallas soldadas de barras lisas
$\leq 6,5$	$\geq 15$ cm y una barra	$\geq 15$ cm y dos barras
$>6,5$ $\leq 8,5$	$\geq 25$ cm y una barra	$\geq 25$ cm y dos barras
$>8,5$ $\leq 12$	$\geq 35$ cm y una barra	$\geq 35$ cm y dos barras

Sin embargo, los fabricantes son mucho más prácticos al indicar:

empalmes de 50 cm. en la armadura principal.  
empalmes de 30 cm. en la armadura secundaria.

Tabla de mallas estandar

Denominación	Separación entre los alambres		Diámetro nominal de los alambres		Sección nominal de los alambres		Peso nominal			Conformación	Denominación
	Long. mm	Transv. mm	Long. mm	Transv. mm	Long. cm <sup>2</sup> /m	Transv. cm <sup>2</sup> /m	Panel kg	Rolló kg	Poz m <sup>3</sup> del panel kg/m <sup>3</sup>		
Q 47	150	150	3,0	3,0	0,47	0,47	9,17	81,50	0,76	Lisa (L)	Q 47
Q 61	150	150	3,4	3,4	0,61	0,61	12,55	105,00	0,97		Q 61
Q 50	250	250	4,0	4,0	0,50	0,50	10,41	96,00	0,81	Nervu- rada (N)	Q 50
Q 55	250	250	4,2	4,2	0,55	0,55	11,51	95,00	0,89		Q 55
Q 84	150	150	4,0	4,0	0,84	0,84	17,35	145,00	1,35		Q 84
Q 92	150	150	4,2	4,2	0,92	0,92	19,19	150,00	1,49		Q 92
Q106	150	150	4,5	4,5	1,06	1,06	22,00	184,00	1,71		Q106
Q126	100	100	4,0	4,0	1,26	1,26	25,73	214,00	1,99		Q126
Q131	150	150	5,0	5,0	1,31	1,31	27,10	226,00	2,10		Q131
Q139	150	100	4,2	4,2	1,39	1,39	28,45	237,00	2,21		Q139
Q159	150	150	5,5	5,5	1,59	1,59	32,91	275,00	2,55		Q159
Q188	150	150	6,0	6,0	1,88	1,88	39,87	326,00	3,63		Q188
Q196	150	150	6,0	6,0	1,86	1,86	40,19		3,12		Q196
Q221	100	100	6,5	6,5	2,21	2,21	45,76		3,55		Q221
Q257	150	150	7,0	7,0	2,57	2,57	53,15		4,12		Q257
Q335	150	150	8,0	8,0	3,35	3,35	69,52		5,99		Q335
Q378	150	150	8,5	8,5	3,78	3,78	78,32		6,87		Q378
Q524	150	150	10,0	10,0	5,24	5,24	108,59		8,42		Q524
Q754	150	150	12,0	12,0	7,54	7,54	156,28		12,12	Q754	
R 84	150	250	4,0	4,0	0,84	0,50	13,95	116,00	1,08	Nervu- rada (N)	R 84
R 92	150	250	4,2	4,2	0,92	0,56	15,43	129,00	1,20		R 92
R106	150	250	4,5	4,2	1,06	0,56	16,87	141,00	1,31		R106
R131	150	250	5,0	4,2	1,31	0,56	19,48	162,00	1,51		R131
R159	150	250	5,5	4,2	1,59	0,56	22,45	187,00	1,74		R159
R188	150	250	6,0	4,2	1,88	0,56	25,60	213,00	1,99		R188
R221	150	250	6,5	4,2	2,21	0,56	29,02		2,25		R221
R257	150	250	7,0	4,2	2,57	0,56	32,89		2,54		R257
R335	150	250	8,0	5,0	3,35	0,78	43,50		3,37		R335
R378	150	250	8,5	5,0	3,78	0,78	48,00		3,72		R378
R524	150	250	10,0	6,0	5,24	1,13	66,99		5,19	R524	
R754	150	250	12,0	7,0	7,54	1,52	95,50		7,40	R754	

# Capítulo diecisiete: 17

## CONDICIONES DE SERVICIO.

1. - Introducción.
2. - Evolución en el tiempo.
3. - Causas.
4. - Regiones de fisuramiento.
5. - Tipos de deformaciones.
6. - Límites de flechas.
7. - Espesor mínimo en losas.
8. - Fisuras.
9. - Resumen.



<b>Capítulo diecisiete: Condiciones de servicio.</b>
--

**1.- Introducción.**

En este capítulo dejaremos de lado la naturaleza resistente de la losa y analizaremos únicamente las condiciones relativas al servicio, es decir, aspectos tales como deformaciones, fisuras, vibraciones, etc., y que en algunas ocasiones restringen su uso normal.

El hormigón armado es el material constructivo de uso general más reciente, especialmente si lo comparamos con las maderas, las mamposterías y los perfiles laminados de hierro. Los resultados de las investigaciones continuamente nos muestran novedades en el uso del hormigón armado en las estructuras.

En los últimos años fueron muchos los adelantos técnicos en el mejoramiento del cemento y de los aceros. Los aceros corrugados en frío de alta resistencia comienzan a utilizarse de manera intensa a partir de la década del '60. Además mejoraron notablemente las máquinas procesadoras; hormigoneras, vibradores, sistemas de encofrados, elevadores, etc. y en cuanto al aspecto químico existe una gran variedad de productos que adaptan al hormigón a todas las condiciones de trabajos requeridas, tales como aceleradores de fragüe, retardadores, plastificantes, etc.

Y mucho más se ha adelantado en la precisión de los cálculos con el advenimiento de las computadoras personales a principio de la década del '80. Tanto que se dispone más tiempo para dedicarlo al diseño específico de las estructuras, dada la facilidad y rapidez con que se comprueban las resistencias de las alternativas de diseño que se presentan.

Este adelanto y avance en la calidad de los hormigones, de los aceros y del cálculo alentó el coraje de los proyectistas para ejecutar obras con elementos estructurales más delgados y salvar mayores luces entre apoyos. Y las losas resultan las más afectadas por resultar un elemento que además de cumplir con sus funciones estructurales, debe satisfacer servicios tales como entresijos, cubiertas, fondo o paredes de tanques, etc.

**2.- Evolución en el tiempo.**

Años atrás en general era suficiente revisar que los esfuerzos bajo las cargas de servicio se mantuvieran aproximadamente en la mitad de los de fluencia para garantizar ciertos límites de las flechas. Ahora esta

forma de cálculo y dimensionado ya no es posible, porque los materiales poseen mayores resistencia y permiten disminuir los espesores a valores límites. Es decir, que el objeto del dimensionado de las losas no sólo debe ser el de resistir adecuadamente las cargas y sobrecargas sino también el del buen comportamiento bajo las diferentes condiciones de servicio.

En nuestra zona podemos remontarnos a los primeros años del uso del hormigón en sus distintas formas. Así, hasta la década del '50 se utiliza el cascote de ladrillos como árido grueso y el acero común liso (ADN 220). Luego el cascote es desplazado por la piedra, mientras se continúa con el uso del acero común hasta principios de 1960. A partir de esa década se comienza con la utilización de aceros torsionados y de alta resistencia (ADN 420).

Si analizamos una losa solicitada por un momento flector de 1.000 kgm (1,00 tn) y la dimensionamos con las resistencias de los materiales disponibles en las distintas décadas tendremos:

década	unidad	'40/'50	'50/'60	'60/'90
tensión del hormigón	(kg/cm <sup>2</sup> )	40	70	90
tensión del acero	(kg/cm <sup>2</sup> )	1.400	2.400	2.400
espesor h	(cm)	14,00	10,50	8,50
armadura Fe	(cm <sup>2</sup> )	5,80	4,50	5,60

Como vemos, los espesores fueron disminuyendo notablemente (en este ejemplo de 14,00 cm a 8,50 cm) y si efectuáramos un análisis del valor de las flechas, éstas aumentan casi cinco veces. Porque la inercia (I) es inversamente proporcional a la flecha.

$$f = (5/384)ql / EI$$

Esta expresión responde a una viga de material homogéneo (acero o madera), para hormigón se deben tener en cuenta otros parámetros, tales como fluencia lenta, velocidad de cargas, etc., que participan en el proceso de cálculo exacto de flechas en elementos estructurales a flexión.

Las reparaciones o refuerzos a realizar en las estructuras que plantean serias limitaciones en su servicio, se deben a la escasa atención que brindan algunos calculistas al problema de las deformaciones y fisuras.

En nuestra región, las losas utilizadas como cubiertas de viviendas o terrazas en edificios de altura presentan en la mayoría de los casos, humedades o filtraciones que con el tiempo afectan las armaduras. Los hormigones para estas losas de cubierta deben ser preparados, colados y curados de manera distinta a los de los entrepisos.

Con estas consideraciones queremos destacar que a través del tiempo el problema de las deformaciones, fisuras o vibraciones adquieren relevancia. Años atrás el problema era secundario. Hoy se lo debe tratar de manera conjunta con la resistencia a flexión.

### 3.- Causas.

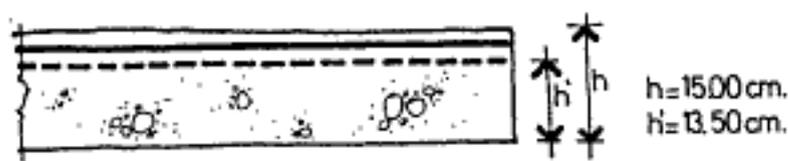
Las causas que provocan fisuras o deformaciones en una losa son variadas, seguidamente trataremos de señalar y explicar algunas de ellas.

#### 3.1.- Espesor.

En la mayoría de los casos las deformaciones y fisuras se presentan por espesores o cuantías inadecuadas. Esto como sabemos se desprende fácilmente del término de la rigidez ( $EI$ ) que compone las expresiones de las deformaciones. En ocasiones se dimensionan las losas sin realizar las verificaciones de sus alturas mínimas.

#### 3.2.- Posición de las armaduras.

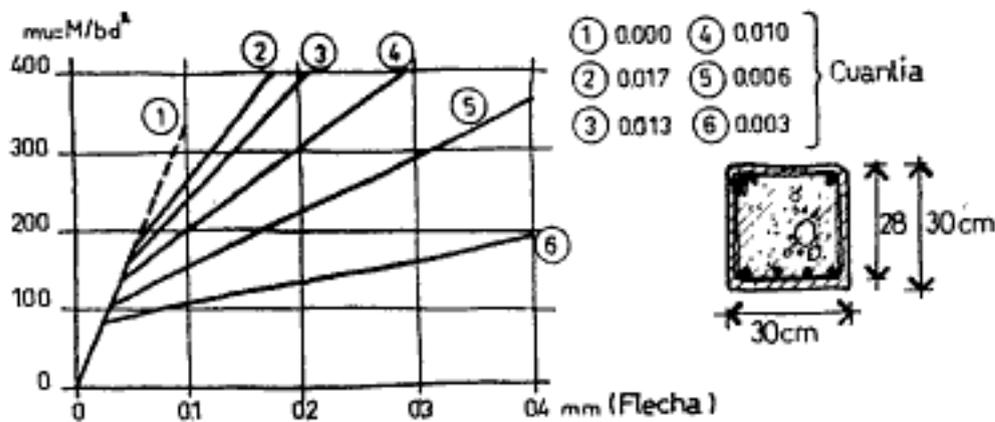
La correcta ubicación de las armaduras es fundamental. A diferencia de las vigas, las losas por poseer pequeños espesores (entre los 10 a 20 cm.), cualquier desviación de las armaduras representa una notable reducción de su resistencia. Por ejemplo, en la figura se muestra una losa en voladizo de 15 cm. y si la armadura superior desciende 1,5 cm. le estamos quitando un 10 % al brazo de palanca interno y su resistencia disminuye en esa cantidad.



También las armaduras de tramos, en ocasiones son desplazadas para la ubicación de caños para los cables de energía eléctrica o piezas de desagües.

### 3.3.- Cuantía.

Respecto a la cuantía, Ferguson en (Fundamentos del hormigón armado) indica algunos ensayos realizados para determinar la influencia de las cuantías en la flechas. Estudia un elemento simplemente apoyado con carga uniformemente repartida de las dimensiones indicadas seguidamente:



$$\mu_1 = 0,0168 \implies 14,11 \text{ cm}^2 \implies 7 \phi 16$$

$$\mu_2 = 0,0031 \implies 2,60 \text{ cm}^2 \implies 1\phi 16 + 1\phi 10$$

$\mu$  = % de armadura referida a la sección del hormigón.

En la figura se muestran las diferentes curvas en función de la cuantía. Vemos que el elemento con cuantía menor  $\mu_2$ , se deforma cuatro veces más respecto al de cuantía  $\mu_1$ .

### 3.4.- Curado.

En otras ocasiones un curado efectuado de manera incorrecta produce contracciones y disminuye la resistencia característica del hormigón. En las losas que actúan como cubiertas, la falta de cuidados en el curado se manifiesta en filtraciones durante y después de las lluvias, por las fisuras de contracción.

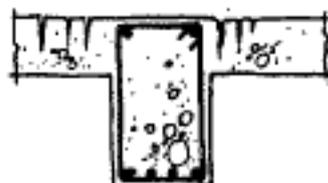
### 3.5.- Retracción.

La retracción del hormigón produce esfuerzos de compresión en las armaduras y de tracción en el hormigón. Y como en la mayoría de los casos la armadura está ubicada de manera asimétrica (solicitación por flexión), la retracción produce flechas del mismo signo

que las provocadas por las fuerzas externas. En casos especiales y a efectos de disminuir el ancho de este tipo de fisuras se colocan armaduras en la zona de compresión.

Otras fisuras aparecen cerca de la superficie dado que ésta se contrae más que el interior, esta zona restringe a la externa, produciéndose esfuerzos de tracción en la superficie y provocando las fisuras. Las fisuras por contracción se presentan al poco tiempo de realizado el hormigonado de la losa.

### 3.6.- Por cambio de sección.



En el encuentro (parte superior) de las losas con las vigas y columnas, se forman fisuras debido a que las losas experimentan mayor contracción que las vigas como resultado de su mayor área superficial por volumen unitario de hormigón.

### 3.7.- Colado de hormigón.

Durante el hormigonado de la losa, el hormigón fresco se asienta sobre los encofrados separándose de la parte inferior de las barras, dejando a éstas sin el recubrimiento adecuado. El problema se agrava cuando al efectuar el cielorraso a la cal, ésta toca la armadura y le produce una rápida oxidación.



### 3.8.- Fluencia lenta.

Las fisuras se extienden con el tiempo y las flechas a largo plazo pueden ser grandes en relación con las flechas iniciales que surgen cuando se quitan los encofrados y puntales.

En controles de seguimiento realizados en una losa fuertemente cargada, se obtuvieron los siguientes valores de las flechas:

inicial: 12,1 mm  
al año : 20,9 mm

En otras mediciones se determinó que las flechas luego de algunos años (3 a 4), resultaban entre 6 a 7 veces mayores que las iniciales, situación muy diferente a las mediciones tomadas al año.

Las deformaciones por fluencia lenta son las causantes de retención de aguas en losas de cubierta.

#### 4.- Regiones de fisuramiento.

Marcando en un diagrama la relación entre cargas y deformaciones notamos tres áreas bien definidas.



Estado I: Sin fisuras. El comportamiento del material es totalmente elástico. La tensión de tracción en el hormigón es menor a la de rotura.

Estado II: Con fisuras controladas y aceptables tanto por su distribución como por su ancho. La mayoría de las losas con cargas de servicio actúan en éste estado. Cuando se producen las primeras fisuras se reduce la rigidez flexional porque disminuye bruscamente la inercia de la sección, al desprenderse las áreas fisuradas de la losa. La losa posee diversos grados de fisuración; máximas en zonas de fuertes momentos y nulas en los puntos de inflexión.

Estado III: Las fisuras provocan condiciones de servicio inaceptables. Las tensiones del acero o del hormigón alcanzan los valores de fluencia. Se pierde la rigidez flexional. Se considera que en este estado la losa falla por la fluencia inicial del acero a tracción. Se sigue deformando sin aumento de cargas, las fisuras se ensanchan y el eje neutro se acerca a las fibras extremas de compresión. Por último falla el hormigón por aplastamiento total, seguido de la rotura de la losa.

Estos conceptos también están expresado en el volumen de "Vigas" de esta misma serie, creemos conveniente reiterarlos para recordar las fases de fisuración.

## 5.- Tipos de deformaciones.

### 5.1.- Clasificación.

Las podemos clasificar de manera genérica tal como sigue:

- a) Deformaciones elásticas o reversibles: son aquellas que al desaparecer los esfuerzos que la producen se recuperan de manera inmediata (elásticas instantánea) o bien lentamente (elásticas diferidas).
- b) Deformaciones anelásticas: Aparecen rápidamente de aplicadas las cargas (plasticidad instantánea), o también luego de un cierto tiempo (plasticidad diferida).
- c) Deformación por fluencia: Las deformaciones aumentan con el tiempo bajo esfuerzos permanentes. Corresponde tanto a la elasticidad como a la plasticidad diferida.
- d) Deformaciones termohigrométricas: Son las producidas en el hormigón ya endurecido por los cambios de temperatura y humedad.
- e) Deformaciones por retracción: Son generadas por la retracción del hormigón en el período de fragüe.

Las deformaciones no se presentan de manera aislada, en general resultan de la combinación de varias. Así la flecha total de una losa es la suma de los valores de las flechas instantáneas y de las diferidas, así también como las generadas por el efecto de fluencia lenta.

En general las flechas instantáneas son producidas por las sobrecargas de corta duración, mientras que las diferidas se plantean por otros motivos tales como: peso propio de la losa, por cargas de contrapiso y piso, cargas de paredes, sobrecargas de larga duración, etc.

### 5.2.- Orientación de las fisuras.

La dirección y ubicación de las fisuras nos indican la causa de las mismas. Y podemos distinguir las siguientes:

- a) Por flexión: Si resultan normales al eje de la losa en la zona inferior de tracción.
- b) De corte: Se presentan en muy raras ocasiones. Son oblicuas y en las cercanías de los apoyos.

- c) De contracción: En la parte superior de la losa y tienen direcciones erráticas.

#### 6.- Límites de las flechas.

Es muy difícil determinar los límites permitidos de deformación. Cada losa cumple un servicio determinado; puede ser un entrepiso, una cubierta, fondo de un tanque, etc., y a cada una de ellas le corresponderá una determinada deformación.

Son diferentes las deformaciones y vibraciones permitidas a una losa inclinada e inaccesible a la de otra que conforma un entrepiso donde los usuarios pueden contrariarse ante la visualización de deformaciones en los cielorrasos o sensación de movimientos bajo sus pies.

Los reglamentos del hormigón armado marcan límites de aceptación de flechas. Existen notables diferencias en los criterios empleados por las normas para indicar las flechas límites. Cada reglamento o norma marcan pautas aproximadas en función de las características constructivas y de uso de los edificios. Evalúan las consecuencias que puede acarrear una deformación excesiva; entre las más importantes podemos citar:

- a) Los efectos que causa el descenso de losas sobre elementos no estructurales, tales como tabiques, aberturas, marcos de puertas, roturas de vidrios, etc.
- b) Deformaciones y fisuras excesivas que provocan permeabilidad del hormigón, especialmente aquellas losas que forman parte de depósitos de líquidos. También los casos donde puede surgir corrosión de las armaduras por el excesivo ancho de las fisuras.
- c) Vibraciones que resultan molestas a los usuarios de los edificios.

Consideramos que los límites de las flechas no pueden ser establecidos por las normas o reglamentos, porque cada losa presenta situaciones tan particulares que debe quedar en manos del calculista la decisión del valor de la flecha a adoptar.

Sin embargo algunos reglamentos establecen límites para las flechas que varían según el uso y naturaleza de los elementos soportados por la losa. El antiguo reglamento europeo establecía:

## límites de las flechas

para salas de deporte, salas de juego, salones de estar:	1/300
para pasillos y corredores y cuando pueden producir daños a otros elementos:	1/150
para techos que soporten cielorrasos aplicados o entrepisos que no soporten tabiques o paredes divisorias:	1/350
para techos o entrepisos vinculados a tabiques y otras construcciones que resulten dañadas por deformaciones	1/250

Para tener una idea de éstos valores, tomemos una losa de 4,00 metros de luz entre apoyos; las relaciones anteriores se transforman en:

$$1/150 = 400/150 = 2,70 \text{ cm.}$$

$$1/200 = 400/200 = 2,00 \text{ cm.}$$

$$1/300 = 400/300 = 1,30 \text{ cm.}$$

$$1/350 = 400/350 = 1,20 \text{ cm.}$$

Moretto, en su libro "Curso de Hormigón Armado", expresa que la experiencia existente sobre asentamientos diferenciales de estructuras muestran que, en edificios comunes de departamentos y oficinas, los daños arquitectónicos, como ser fisuramientos de paredes, comienzan cuando la relación llega a 1/300 ( $\approx 1,00$  cm).

## 7.- Espesor mínimo de las losas.

Lo anteriormente indicado corresponde a los límites de las flechas, pero la dificultad reside en establecer el espesor adecuado de las losas para que las deformaciones se mantengan dentro de esos límites.

Para ello se utiliza el concepto de "espesor mínimo" que surge de cálculos aproximados. Citaremos dos métodos; los más usuales.

- a) Mediante la utilización de la relación (lc/m).
- b) Cálculo de la esbeltez de flexión.

Las norma (Din 1045) establece que cuando no se efectúa la verificación de la limitación de la deformación, por alguno de los métodos anteriores, es imprescindible el cálculo de la flecha mediante el procedi-

miento indicado en el artículo 6.3. del Cuaderno 240 (Din 1045). Este mismo método está indicado en el Capítulo 15 de "Vigas" de esta serie.

### 7.1.- Relación $lc/m$ .

$$d = lc/m$$

d: espesor de la losa.

lc: luz de cálculo.

m: coeficiente que depende del tipo de losa.

Losas armadas en una dirección:

voladizo		12
simplemente articulada		30
empotrada articulada		35
empotrada empotrada		40

Losas armadas en dos direcciones:

apoyada en todos sus bordes		50
parcialmente empotrada en sus bordes		55
totalmente empotrada en todos sus bordes		60

Como ejemplo podemos citar una losa con luces de 5,00 metros y aplicando los coeficientes de la tabla anterior tendremos:

armada en una dirección

simplemente apoyada:

$$e = l/m = 500/30 \approx 16,50 \text{ cm}$$

armada en dos direcciones

empotrada en todos

sus bordes:

$$e = l/m = 500/60 \approx 8,50 \text{ cm.}$$

Es notable la diferencia de espesor (el doble) entre las losas; es que los apoyos de estas últimas imponen una gran rigidez.

7.2.- Esbeltez por flexión.

Las normas Din 1045 (Cirsoc) establecen una limitación de las deformaciones mediante la denominada "esbeltez a flexión".

esbeltez a flexión:  $l_i/h$                        $l_i = \alpha \cdot l_c$

$l_i$ : luz ficticia entre apoyos.

$l_c$ : luz real de cálculo.

$\alpha$  : coeficiente que depende de las condiciones de borde.

La luz ficticia " $l_i$ " corresponde al de una losa simplemente apoyada, de momento de inercia constante y carga uniformemente repartida, que respecto a la que se estudia posee:

- igual relación entre la flecha y luz entre apoyos ( $f/l$ ).
- igual curvatura en el centro ( $M/EI$ ).

Y debe cumplirse:

- a) para elementos solicitados a flexión, construidos con suficiente contraflecha de encofrado:

$$l_i/h < 35$$

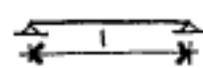
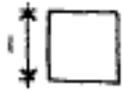
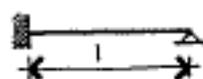
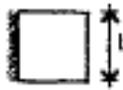
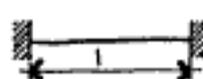
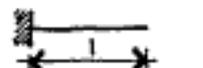
- b) en elementos constructivos que soporten o carguen sobre tabiques (determinante para  $l_i > 4,30$  m):

$$l_i/h < 150/l_i$$

Tabla de coeficientes  $\alpha$

sistema estático

$\alpha = l_i/l_c$

			1,00
	tramo de extremo min. $l \geq 0,8$ máx. $l$		0,80
	tramos interiores min. $l \geq 0,8$ máx. $l$		0,60
			2,40

Utilizaremos el mismo ejemplo anterior para realizar una comparación de los resultados que arrojarían ambos métodos; una losa simplemente apoyada y otra cruzada cuadrada ambas, de 5,00 metros de luz.

armada en una dirección  
simplemente apoyada:

$$l_i = \alpha \cdot l_c = 1,00 \times 500 = 500 \text{ cm.}$$

$$e = l_i / m = 500 / 35 \approx 14,50 \text{ cm}$$

armada en dos direcciones  
empotrada en todos  
sus bordes:

$$l_i = \alpha \cdot l_c = 0,60 \times 500 = 300 \text{ cm.}$$

$$e = l_i / 35 = 300 / 35 \approx 8,50 \text{ cm.}$$

Los resultados son bastante aproximados. Este último método, en las losas simplemente apoyadas resulta menos conservador.

#### 8.- Fisuras.

La experiencia y el uso de las losas de hormigón armado, han determinado valores aproximados de anchos de fisuras para cada una de los posibles destinos planteados. En la tabla que sigue se indican los mismos.

condiciones	ancho fisuras
aire seco o losa con membrana protectora	0,41 mm
humedad, tierra	0,30 mm
productos químicos, mojado y secado	0,18 mm
losas impermeables	0,10 mm

En aquellos casos donde la fisura no afecta la durabilidad de la losa, es difícil establecer los límites de aceptabilidad estética debido al criterio de cada uno de los usuarios y a su reacción frente a una grieta o fisura. El ancho de una fisura que no perjudica el aspecto de una losa, ni crea alarma pública, está dentro de los límites de 0,25 a 0,40 mm.

## 9.- Resumen.

### 9.1.- Recomendaciones en el cálculo.

- a) Antes de proceder al dimensionado es necesario realizar la determinación de las alturas mínimas por deformación, por cualquiera de los métodos directos indicados anteriormente.
- b) En caso de no realizar la verificación por los métodos directos se debe realizar el cálculo de las flechas según lo determinado en el Cuaderno 240, artículo 6.3. (capítulo 15 del volumen "Vigas").

### 9.2.- Recomendaciones constructivas.

- a) En losas con luces superiores a los 4,00 metros efectuar contraflecha en el encofrado:  $cf \approx 1/300$
- b) Durante el hormigonado de las losas, al aplicar el vibrador, que toque las armaduras para que éstas vibren, así el hormigón ingresa bajo ellas. También se pueden mover las armaduras mediante métodos manuales. Siempre las armaduras deben encontrarse distanciadas del encofrado mediante separadores de hierro.
- c) Efectuar recubrimientos adecuados de las armaduras. Los escasos recubrimientos producen corrosión en las armaduras y la velocidad de la misma puede aumentar notablemente, dado que durante el proceso de formación del óxido, éste se "hincha" y produce descascaramiento del hormigón en las zonas vecinas a las barras.
- d) En losas de cubiertas planas, proyectarlas con pequeñas pendientes para evitar la acumulación de aguas de lluvias.
- e) Los tiempos de extracción de los encofrados y el apuntalamiento de las losas inferiores debe continuar por algunas semanas. Recordemos que el hormigón puede resistir a los valores que fue calculado luego de los 14 a 20 días, según el proceso de curado. En muchos edificios de varias plantas, se logra hormigonar una planta por semana y el hormigón aún no posee la resistencia necesaria.
- f) El proceso de curado debe iniciarse inmediatamente a la terminación del hormigonado de la losa. Lo ideal es inundar totalmente la superficie de la losa.



# Capítulo dieciocho : 18

## EJEMPLOS PRACTICOS.

1. - Análisis de cargas . Diferentes casos.
2. - Losas simples y continuas unidireccionales.
3. - Viga incorporada a la losa.
4. - Momentos de apoyo en losas continuas.
5. - Losas cruzadas con voladizos en extremo.
6. - Losas continuas en damero.
7. - Líneas de rotura en losa rectangular.
8. - Líneas de rotura en losa triangular.
9. - Método de las bandas en losa rectangular.
10. - Método de las bandas en losa empotrada.
11. - Método de las bandas en losa triangular.
12. - Entrepisos sin vigas.
13. - Escalera simplemente apoyada.
14. - Escalera quebrada.
15. - Escalera con descanso en voladizo.
16. - Cálculo tanque rectangular.
17. - Cálculo tanque elevado sobre columnas.
18. - Resolución de losas continuas con mallas.



**Ejemplo 1: Análisis de cargas.**

Las paredes según su orientación pueden generar distintos tipos de cargas; veremos en este ejemplo las tres situaciones más generales que se pueden presentar.

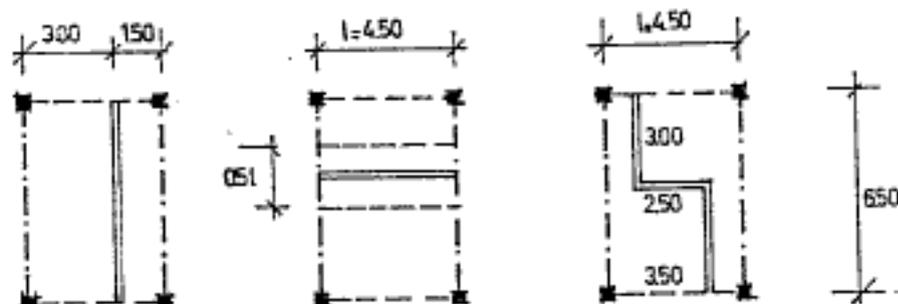
La losa es unidireccional.

Altura mínima de cálculo:  $h = 450/30 = 15 \text{ cm}$

Adoptamos:  $h = 14,5 \text{ cm}$        $d = 16 \text{ cm}$

Espesor de pared:  $0,15 \text{ m}$

Altura de pared:  $2,70 \text{ m}$



**Caso a): Pared paralela a los apoyos.**

**1.- Análisis de cargas:**

piso	$0,02\text{m} \times 2200\text{kg}/\text{m}^3$	44,00 $\text{kg}/\text{m}^2$
mortero	$0,015\text{m} \times 2200\text{kg}/\text{m}^3$	33,00 $\text{kg}/\text{m}^2$
contrapiso	$0,07\text{m} \times 1600\text{kg}/\text{m}^3$	112,00 $\text{kg}/\text{m}^2$
losa $h^{\circ}a^{\circ}$	$0,16\text{m} \times 2400\text{kg}/\text{m}^3$	384,00 $\text{kg}/\text{m}^2$
cielorraso	$0,02\text{m} \times 1800\text{kg}/\text{m}^3$	36,00 $\text{kg}/\text{m}^2$
carga permanente de piso		609,00 $\text{kg}/\text{m}^2$
sobrecargas de uso		200,00 $\text{kg}/\text{m}^2$
carga total		809,00 $\text{kg}/\text{m}^2$

La pared por estar en una dirección perpendicular a las armaduras actúa como una carga concentrada. La analizamos por metro lineal.

$$P = 0,15\text{m} \times 2,70\text{m} \times 1600\text{kg}/\text{m}^3 = 648 \text{ kg}/\text{m}$$

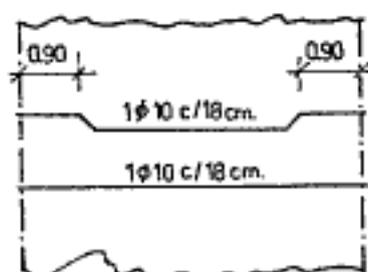
**3.- Solicitaciones.**

$$\begin{aligned} R_a &= 2036 \text{ kg} & R_b &= 2252 \text{ kg} \\ M_f &= 2640 \text{ kgm} \end{aligned}$$

**4.- Dimensionado.**

$$\begin{aligned} k_h &= 8,9 & k_s &= 0,48 & A_s &= 0,48 \times 2,640 / 0,145 = 8,73 \text{ cm}^2 \\ & & & & & 1\phi 10\text{c}/9 \text{ cm} \end{aligned}$$

## 5.- Detalles constructivos.



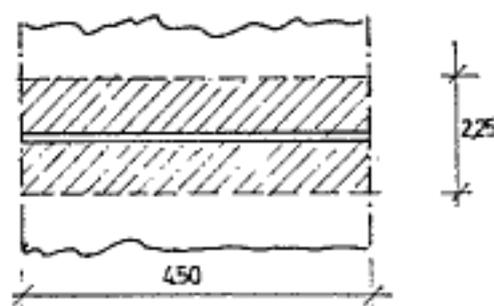
Caso b): Pared perpendicular a los apoyos.

## 1.- Análisis de cargas.

En una franja de  $0,5 \times 1$  se repartirá la carga de la pared; se plantean dos áreas de cargas:

$$q_1 = 809 \text{ kg/m}^2$$

$$q_2 = q_1 + 2,7 \times 0,15 \times 1600 / 2,25 = 809 + 288 = 1097 \text{ kg/m}^2$$



## 2.- Solicitaciones.

$$M_1 = 4,5^2 \times 809 / 8 = 2048 \text{ kgm}$$

$$M_2 = 4,5^2 \times 1097 / 8 = 2777 \text{ kgm}$$

## 3.- Dimensionado.

$$k_{h1} = 10,13$$

$$k_{s1} = 0,46$$

$$A_{s1} = 0,46 \times 2,048 / 0,145 = 6,49 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$1\phi 10\text{c}/12\text{cm}$$

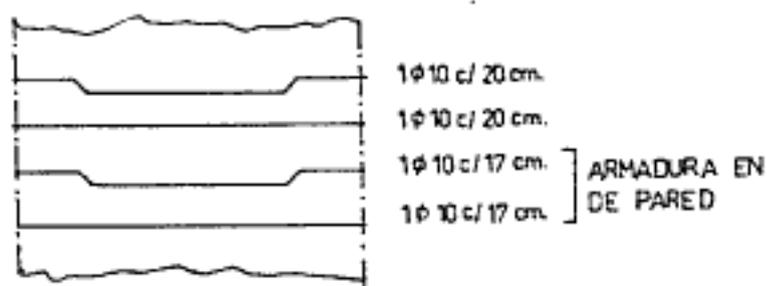
$$k_{h2} = 8,70$$

$$k_{s2} = 0,48$$

$$A_{s2} = 0,48 \times 2,777 / 0,145 = 9,19 \text{ cm}^2/\text{m}$$

$$1\phi 10\text{c}/8,5\text{cm}$$

## 4.- Detalles constructivos.



**Caso c): Pared quebrada.****1.- Análisis de cargas.**

En este caso la carga de la pared se distribuye por toda la superficie de la losa.

$$\text{Carga total de pared: } P = (3,5+2,5+3,00) \times 2,7 \times 0,15 \times 1600 = 5832 \text{ kg}$$

$$\text{Superficie de losa: } 6,5 \times 4,5 = 29,25 \text{ m}^2$$

$$\text{Carga por pared: } 5832/29,25 = 200 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{Carga total: } 809 + 200 = 1009 \text{ kg/m}^2$$

**2.- Solicitaciones.**

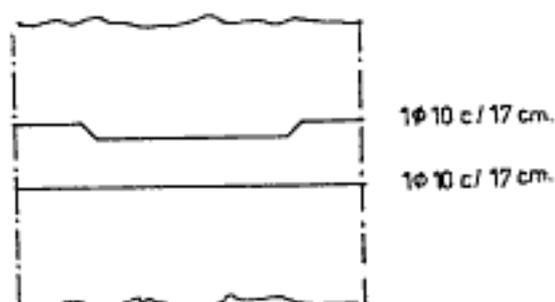
$$M_f = 1009 \times 4,5^2 / 8 = 2554 \text{ kgm}$$

**3.- Dimensionado.**

$$k_h = 9,08 \quad k_s = 0,47$$

$$A_s = 0,47 \times 2,55 / 0,145 = 8,26 \text{ cm}^2/\text{m}$$

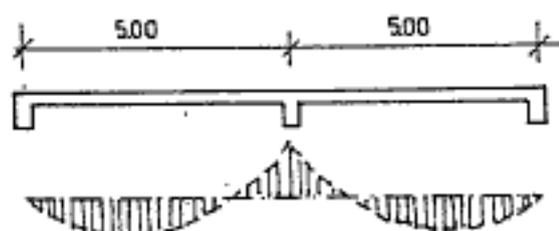
$$1\phi 10 \text{ c}/8,5 \text{ cm}$$

**4.- Detalles constructivos.**

**Ejemplo 2: Losa continua unidireccional.**

Se resolverá una losa continua de dos tramos iguales y con carga:  $q = g+p = 600+200 = 800 \text{ kg/m}^2$ .

$l_1 = l_2 = 5,00 \text{ mts.}$


**1.- Solicitaciones.**

Para las solicitaciones se utilizan los coeficientes de la tabla 04 con redistribución de momentos.  
 $g/q = 600/800 = 0,75$

$m_1 = 12,90$	$M_1 = q \cdot l^2 / m_1 = 1550 \text{ kgm}$
$m_b = -9,41$	$M_b = q \cdot l^2 / m_b = 2126 \text{ kgm}$
$q_{1a} = 2,54$	$Q_{1a} = q \cdot l / q_{1a} = 1575 \text{ kg/m}$
$q_{1b} = -1,65$	$Q_{1b} = q \cdot l / q_{1b} = 2424 \text{ kg/m}$

Distancia de los apoyos extremos al punto de momento nulo: 3,95 m.

**2.- Dimensionado.**

Altura mínima de deformación:  $l/35 = 450/35 = 12,85$   
 Adoptamos:

$$h = 12,50 \text{ cm}$$

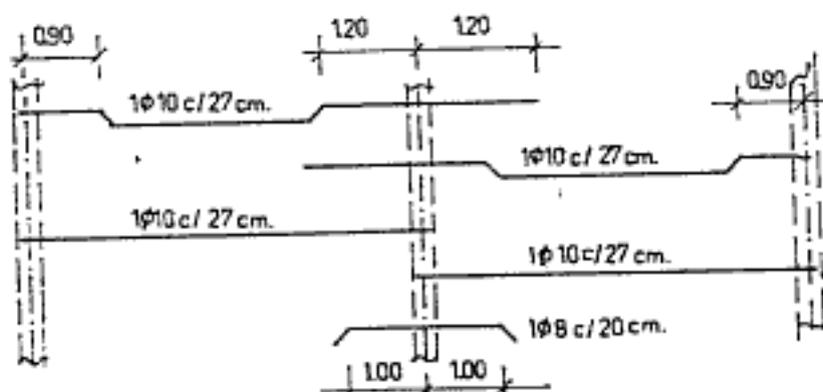
$$d = 14,00 \text{ cm}$$

Armaduras:

tramo:	$A_{st} = 5,70 \text{ cm}^2$	$1\phi 10c/13,5 \text{ cm.}$	$5,82 \text{ cm}^2$
apoyo:	$A_{sa} = 8,06 \text{ cm}^2$	$1\phi 10c/13,5 \text{ cm.}$	$5,82 \text{ cm}^2$
		$1\phi 8 \text{ c}/20,0 \text{ cm.}$	$2,51 \text{ cm}^2$
		total	$8,33 \text{ cm}^2$

**3.- Detalles constructivos.**

Se levantan en los tramos un hierro de por medio.



**Ejemplo 3: Resolución de viga incorporada a la losa  
(viga plana)**

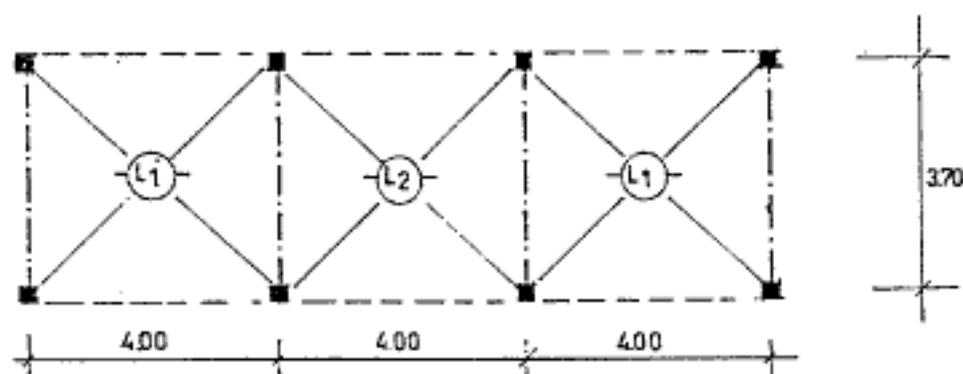
La elección de vigas planas como soporte de losas, es factible en la medida que se planteen situaciones muy particulares que las podemos resumir en las siguientes:

- altura elevada de losa (que generalmente se da en las alivianadas por la incorporación de huecos).
- reducida luz de cálculo de la viga.

El ejemplo que resolveremos seguidamente tiene esa situación. Las losas se ejecutan con ladrillones cerámicos y nervios de 10 cm. de ancho y una separación de 46 cm. Y todas se analizan como simplemente apoyadas.

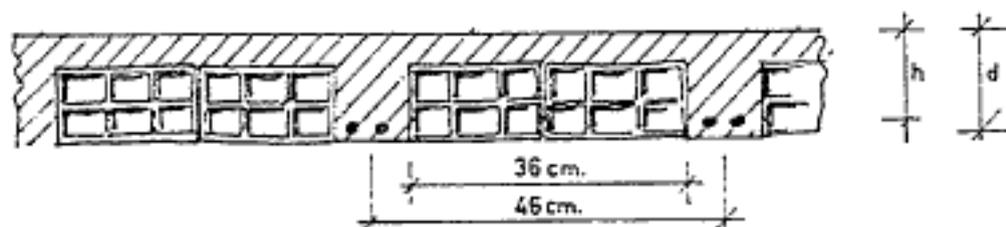
**1.- Datos:**

Sección de columna: 20x20cm  
 Tipo de hormigón: Bcn 170 kg/cm<sup>2</sup>  
 Carga total de losa:  $q = g + p = 600 \text{ kg/m}^2$



**2.- Dimensionado de losa:**

La luz de cálculo de la losa se toma entre ejes de viga.



Altura de losa:  $h = 14,5 \text{ cm}$   $d = 16 \text{ cm}$   
 Momento flector:  $M_f = q \cdot l^2 / 8 = 600 \cdot 4^2 / 8 = 1.200 \text{ kgm}$   
 Reacciones:  $R_a = R_b = 600 \cdot 4 / 2 = 1.200 \text{ kg/m}$

Utilizando tablas "kh" de dimensionado:

$$kh = h / M/b = 14,5 / 1,2 = 13,23 \quad ks \approx 0,45$$

$$Fe = 0,45 \cdot 1,20 / 0,145 = 3,72 \text{ cm}^2/\text{m}$$

Armadura por nervio:

$$Fel = 3,72 \cdot 0,46 = 1,71 \text{ cm}^2/\text{nervio}$$

### 3.- Dimensionado de la viga.

#### 3.1.- Análisis de carga:

cargas de losas:	1.200x2	---->	2.400 kg/m
peso propio viga:		---->	250 kg/m
carga total:			----- 2.650 kg/m

nota: se podría obviar del peso propio de la viga dado que la misma se encuentra incorporada en el espesor de la losa.

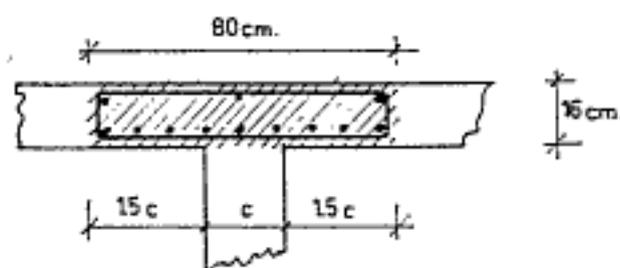
#### 3.2.- Momento flector y reacciones:

$$Mf = 2.650 \times 3,70^2 / 8 = 4.535 \text{ kgm}$$

$$Ra = Rb = 2.650 \times 3,70 / 2 = 4.902 \text{ kg}$$

#### 3.3.- Ancho de viga:

$$b = 4 \cdot c = 4 \times 20 \text{ cm} = 80 \text{ cm.}$$



#### 3.4.- Dimensionado:

$$kh = 14,5 / 4,53 / 0,8 = 6,10$$

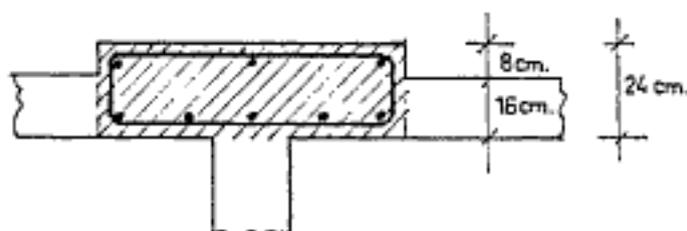
este valor se encuentra en el límite de la tabla (la deformación del acero se ubica casi en el 3 por mil). El hormigón se encuentra muy exigido y las deformaciones pueden ser grandes. Conviene elevar la altura.

#### 3.4.- Alternativa de dimensionado:

Si existen posibilidades de utilizar la sobrealtura que brindan los contrapisos, probaremos de dimensionar la viga anterior con mayor altura:

$$h = 22,5 \text{ cm}$$

$$d = 24,0 \text{ cm}$$



$$k_h = 22,5 / 4,53 / 0,8 = 9,45$$

$$k_s = 0,46$$

$$F_e = 0,46 \times 4,53 / 0,225 = 9,26 \text{ cm}^2 \quad \text{---> } 5\phi 16$$

**Ejemplo 4: Momentos de apoyo en losas cruzadas continuas.**

En este ejemplo analizaremos las diferentes situaciones que se plantean en los apoyos de losas cruzadas continuas. Nos ajustaremos a los casos que se pueden presentar según los valores de los momentos y espesores de las losas.

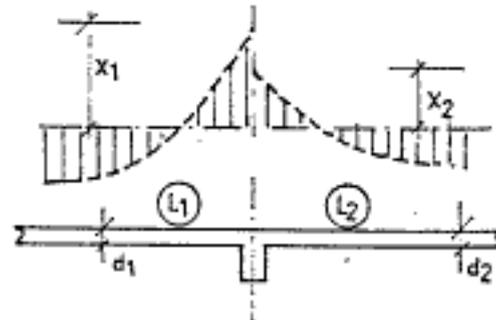
Recordemos que la compensación o redistribución de momentos de apoyo y tramo requiere de la sensibilidad mecánica del calculista. Fórmulas precisas no se pueden establecer; en este ejemplo planteamos algunos casos comunes y característicos pero existen muchos más que no son tratados. Cuando se calculen las losas cruzadas continuas, en daderos o en tanques de agua es necesario comprenderse en el funcionamiento estático del sistema. Nuevamente estamos en presencia de tareas donde la clave de una correcta resolución está en el buen criterio y sentido común del profesional.

La relación de los momentos de apoyo ( $X_1$  ;  $X_2$ ) y los espesores de las losas ( $d_1$  ;  $d_2$ ) serán las variables principales.

**Caso (a):  $X_1/X_2 < 1,50$        $d_1 \approx d_2$**

1.- Datos: Analizaremos el momento definitivo en el apoyo de las losas  $L_1$  y  $L_2$ .

$X_1 = 1.270 \text{ kgm.}$   
 $X_2 = 940 \text{ kgm.}$



2.- Resolución:

$$X_1/X_2 = 1.270/940 = 1,35 < 1,50$$

En este caso que los momentos no difieren en más del 50 % se adopta el promedio:

$$X_{1-2} = (X_1+X_2)/2 = (1.270+940)/2 = 1.105 \text{ kgm.}$$

El momento a redistribuir es pequeño (165 kgm) y no haremos la corrección de momentos de tramo. Queda a criterio del calculista realizar o no la redistribución.

Caso (b):  $X1/X2 > 1,50$        $d1 \approx d2$

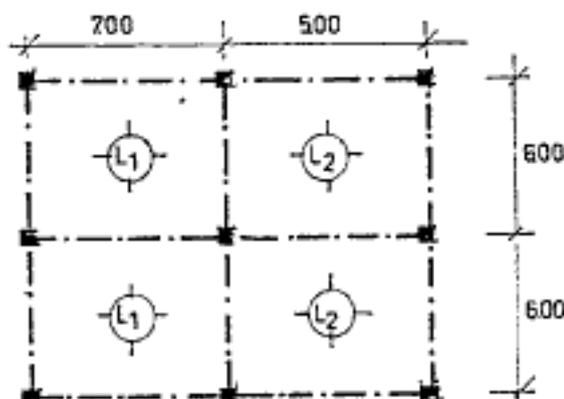
1.- Datos: Suponemos un damero de cuatro losas.

Carga uniformemente repartida:

$g = 600 \text{ kg/m}^2$

$p = 200 \text{ kg/m}^2$

$q = 800 \text{ kg/m}^2$



2.- Resolución:

Primero calcularemos los momentos como losas cruzadas aisladas, con los coeficientes de las tablas 05 y completamos la tabla que sigue.

tipo losa	$\epsilon$	coef. m	Mf tramo	Mf tramo	Mf apoyo	Mmáx tramo
			$p/2$ kg/m <sup>2</sup> 100	$g+p/2$ kg/m <sup>2</sup> 700	$g+p$ kg/m <sup>2</sup> 800	
	0,85	mx 28,74 my 19,76	125 182			
	0,83	mx 19,76 my 28,74	127 87			
	0,85	mx 13,68 my 12,12 mex 46,30 mey 31,06		544 811	2.105 2.376	670 994
	0,83	mx 12,12 my 13,68 mex 31,06 mey 46,30		563 378	1.650 1.462	690 465

3.1.- Momentos máximos de tramo.

Los máximos momentos de tramos se obtienen de sumar el momento de la losa articulada en todos sus bordes con la mitad de sobrecarga ( $p/2$ ), más el momento de la losa con carga ( $g+p/2$ ).

## 3.2.- Momentos máximos de apoyo.

Dirección x-x:

Por simetría del damero, los momentos de apoyo en ambos lados son iguales.

$$M(1-1) = -2.105 \text{ kgm} \quad M(2-2) = -1.650 \text{ kgm}$$

Dirección y-y:

Los momentos son diferentes y la relación entre ellos:

$$X1/X2 = 2.376/1.462 = 1,62 > 1,5$$

La diferencia es grande y en este caso adoptamos el momento menor (-1.462) y el momento sobrante (914) lo redistribuimos en los tramos mediante las tablas 05/61.

Momento a compensar:  $M' = 2376 - 1462 = 914 \text{ kgm}$ .

En las losas L2 el momento de tramo permanece invariable dado que el empotramiento mantiene el momento  $M_a = -1462 \text{ kgm}$ .

En las losas L1 el momento de tramo aumenta porque baja el momento flector del apoyo. La magnitud de momento que aumenta en el tramo, se obtiene de tablas 05/61 ó 05/62 y se procede como sigue:

El momento se produce en el lado de menor longitud y corresponde al caso (3) de tabla.

$$l_x/l_y = 1,17 \approx 1,20$$

$$x_m = 0,125$$

$$y_m = 0,010$$

$$y = -0,325$$

$$M_x = 914 \times 0,125 = 114 \text{ kgm}$$

$$M_y = 914 \times 0,010 = 9 \text{ kgm}$$

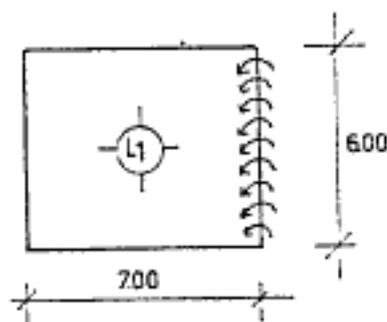
$$X = -914 \times 0,325 = -297 \text{ kgm}$$

Momentos definitivos:

$$M_x = 670 + 114 = 784 \text{ kgm}$$

$$M_y = 994 + 9 = 1003 \text{ kgm}$$

$$X_x = -(2105 + 297) = -2402 \text{ kgm}$$



Como vemos, aumentan todos los momentos que actúan en la losa L1. Con estos valores se dimensiona la losa.

## 4.- Esquema definitivo de momentos.

Momentos de tramo:      Momentos de apoyo:

$M_{1x} = 784 \text{ kgm.}$

$M_{1y} = 1003 \text{ kgm.}$

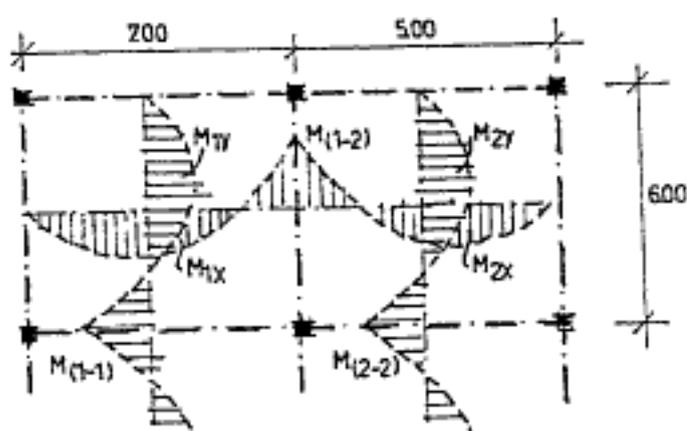
$M_{2x} = 690 \text{ kgm.}$

$M_{2y} = 465 \text{ kgm.}$

$M(1-1) = -2.105 \text{ kgm.}$

$M(2-2) = -1.650 \text{ kgm.}$

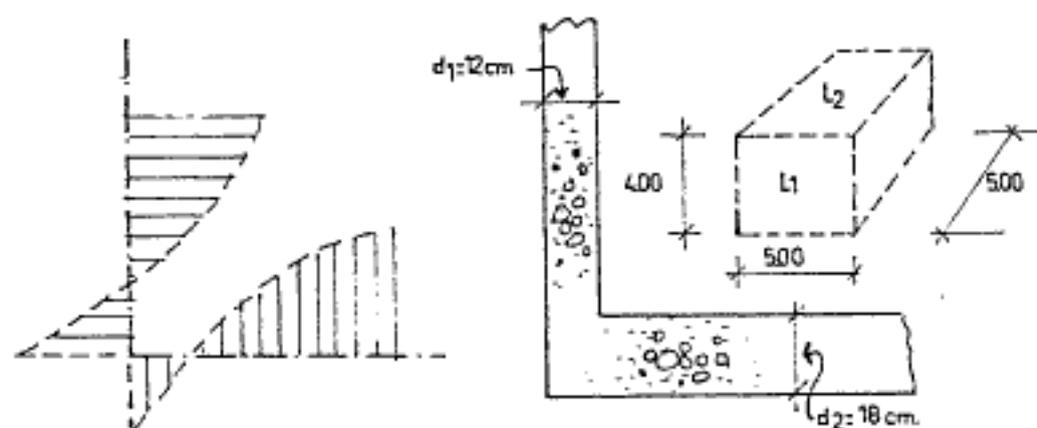
$M(1-2) = -1.462 \text{ kgm.}$

Caso (c):  $d_2/d_1 > 1,40$       ( $d_2 > d_1$ )

El encuentro de losas con espesores muy desiguales se da principalmente en los tanques de agua, donde las losas laterales necesitan de poco espesor comparadas con las de fondo.

En el práctica que sigue resolveremos el encuentro de la losa de fondo con una lateral.

1.- Datos: Tanque subterráneo en situación de vacío.



momentos de empotramientos:

$X_1 = 730 \text{ kgm}$

$X_2 = 970 \text{ kgm}$

## 2.- Resolución.

El momento definitivo del apoyo se determinará por compensación según las rigideces de las losas que llegan al nudo:

$$X_a = \mu_1 \cdot X_1 + \mu_2 \cdot X_2$$

$$\mu_1 = k_2 / (k_1 + k_2) \quad \mu_2 = k_1 / (k_1 + k_2)$$

El valor de "k" para la situación de empotramiento en todos los bordes:

$$k = 4EI/l$$


Simplificamos los valores 4 y E por ser constantes en ambas losas.

$$k_1 = \frac{(100 \times 12^3 / 12)}{400} = 36,00$$

$$k_2 = \frac{(100 \times 18^3 / 12)}{500} = 97,20$$

$$k_1 + k_2 = 133,20$$

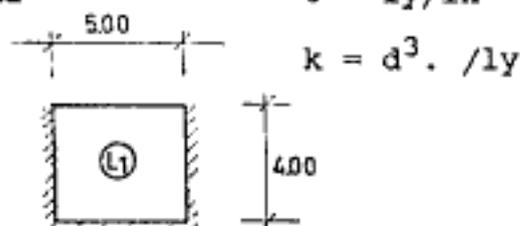
$$\mu_1 = 97,20 / 133,2 = 0,73 \quad \mu_2 = 36,00 / 133,20 = 0,27$$

Momento compensado del apoyo:

$$X_a = 0,73 \times 730 + 0,27 \times 970 = 795 \text{ kgm}$$

También podemos resolver el momento del apoyo mediante las tablas 05/60:

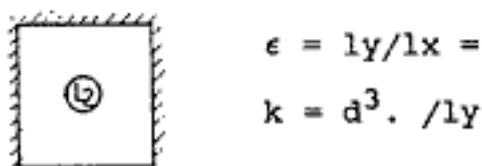
Losa L1  $\epsilon = l_y / l_x = 4,00 / 5,00 = 0,80$



de tablas: caso 4 (tres lados empotrados) = 2,50

$$k_1 = 12^3 \times 2,50 / 400 = 10,80$$

Losa L2  $\epsilon = l_y / l_x = 5,00 / 5,00 = 1,00$



de tablas: caso 4 (tres lados empotrados) = 2,50

$$k_2 = 18^3 \times 2,50 / 500 = 29,50$$

$$\mu_1 = 10,80 / 40,30 = 0,27 \quad \mu = 29,50 / 40,30 = 0,73$$

Valores que resultan similares a los calculados anteriormente.

Como vemos el momento definitivo del apoyo se aproxima al menor ( $X_1$ ) en la medida que las diferencias de espesores aumenta. Incluso puede llegar a darse el caso que "d2" resulte tan grande respecto de "d1" que la L1 actuará totalmente empotrada en L2 y ésta articulada.

En este caso hipotético sería:

$$\begin{aligned} \mu_1 &= 1,00 \quad \text{y} \quad \mu_2 = 0,00 \\ X_a &= 1,00 \times 730 + 0,00 \times 970 = - 730 \text{ kgm} \end{aligned}$$

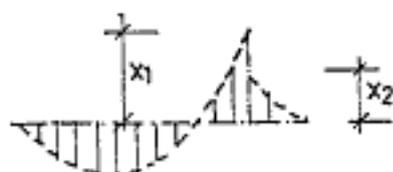
**Ejemplo 5: Losas cruzadas con voladizos en extremo.**

Cuando una losa cruzada posee voladizos en uno de sus bordes, se presenta una perturbación de los momentos que debe ser analizada en función de la magnitud del voladizo.

Se pueden dar distintas situaciones según la relación de momentos entre el voladizo y la losa cruzada. Lo estudiaremos en distintos casos:

**Caso (a):  $X_1/X_2 > 1,20$**

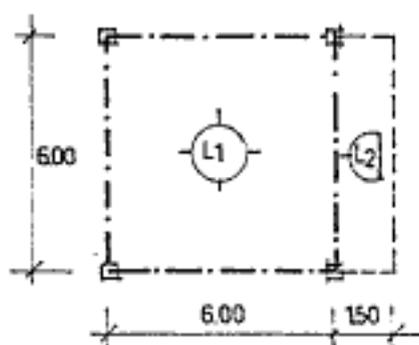
En este caso el voladizo no genera momentos importantes como para impedir el giro de la losa cruzada en el borde apoyado.



En la resolución primero se calcula el momento de empotramiento para compararlo con el del voladizo. Luego decidimos si consideramos o no el empotramiento en el borde del voladizo.

1.- Datos. Se pide calcular una losa cruzada con el voladizo en el borde derecho.

$$q = 800 \text{ kg/m}^2$$



2.- Relación de momentos.

Determinaremos los momentos de la losa cruzada y del voladizo para conocer la relación entre ellos.

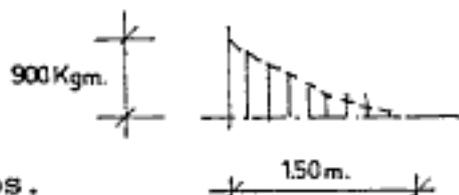
2.1.- Momentos de la losa cruzada como empotrada en el borde del voladizo (tablas 05):

$$\epsilon = 1$$

$$\begin{aligned} X_1 = M_{xe} &= 800 \times 6^2 / (-11,92) = -2.416 \text{ kgm} \\ M_y &= 800 \times 6^2 / 41,15 = 700 \text{ kgm} \\ M_x &= 800 \times 6^2 / 31,45 = 915 \text{ kgm} \end{aligned}$$

2.2.- Momento de voladizo.

$$M_v = q \cdot l^2 / 2 = 800 \times 1,50^2 / 2 = - 900 \text{ kgm}$$



2.3.- Relación de momentos.

$$X_1/X_2 = 2.415/900 = 2,68 > 1,20$$

El momento que se produce en el apoyo, por suponer la losa empotrada es elevado y el momento del voladizo es muy pequeño para sostenerlo; calcularemos la losa cruzada articulada en todos sus bordes.

3.- Cálculo definitivo de momentos.

3.1.- Momentos en losa cruzada.

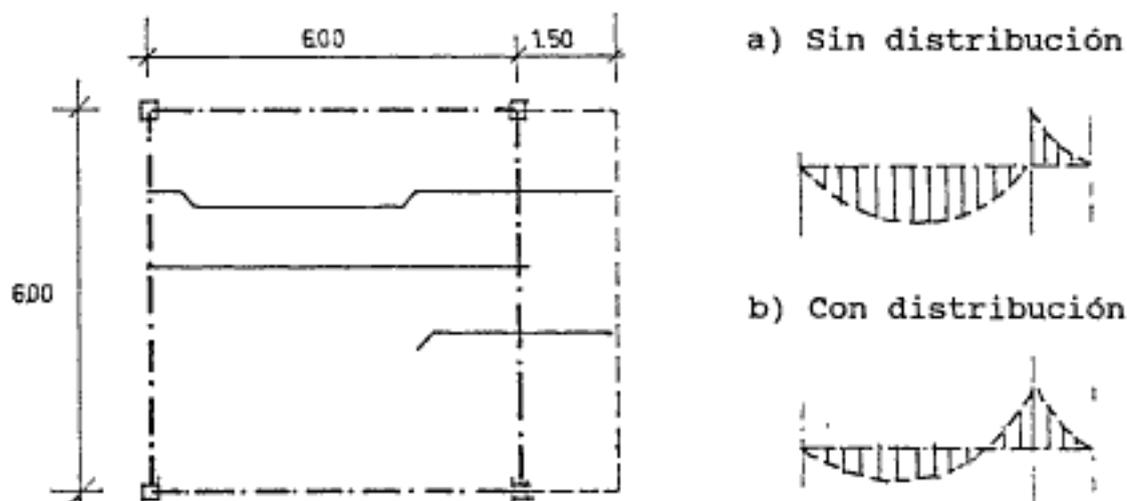
Articulada en todos sus bordes (tablas 05):

$$\epsilon = 1 \quad m_x = m_y = 27,17$$

$$M_x = M_y = 800 \times 6^2 / 27,17 = 1.060 \text{ kgm}$$

3.2.- Momento de voladizo:  $M_v = - 900 \text{ kgm}$ .

3.3.- Esquemas de momentos:



Se podría ajustar el cálculo realizando una corrección de momentos en el tramo por la perturbación que genera el voladizo en un borde, pero como veremos los valores para la corrección no son tan elevados, por lo que habitualmente se adoptan los momentos según el esquema indicado más arriba.

De cualquier manera realizaremos la corrección para que el lector aprecie el valor definitivo de los momentos.

#### 4.- Corrección de momentos en tramo.

En el borde actúa un momento de 900 kgm que por ser constante (proviene de un voladizo), los transformamos en un equivalente sinusoidal para utilizar las tablas de compensación de momentos (05/60 y 05/61).

$$X_v = M_v \cdot (4/\pi) = 900 \times 4/\pi = 1.146 \text{ kgm}$$

$\epsilon = 1$  caso uno: todos los bordes articulados.

$$x_m = 0,143$$

$$y_m = 0,056$$

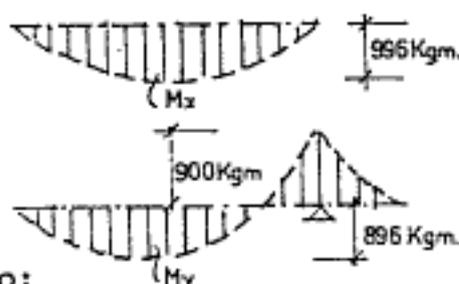
$$\delta M_x = 1146 \times 0,143 = 164 \text{ kgm}$$

$$\delta M_y = 1146 \times 0,056 = 64 \text{ kgm}$$

Momentos definitivos en el tramo:

$$M_x = 1060 - 164 = 896 \text{ kgm}$$

$$M_y = 1060 - 64 = 996 \text{ kgm}$$

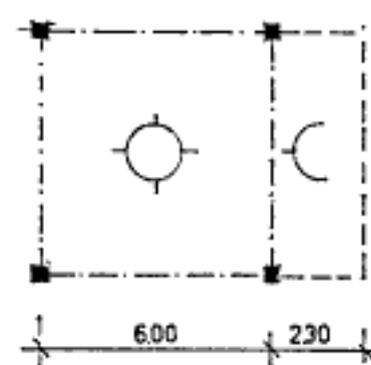


Como vemos no es mucho la reducción que se obtiene. Por ello habitualmente se dejan los momentos de la losa como articulada en sus bordes sin tener en cuenta la acción del voladizo (para  $X_1/X_2 > 1,20$ ).

#### Caso (b): $X_1/X_2 < 1,20$

En este caso el voladizo genera suficiente rigidez en el apoyo como para considerar a la losa empotrada en dicho borde.

##### 1.- Datos:



$$q = 800 \text{ kg/m}^2$$

$$\epsilon = 1$$

Nuevamente tendremos que determinar el grado de incidencia del momento del voladizo para decidir sobre el empotramiento en ese borde.

## 2.- Relación de momentos.

### 2.1.- Momentos de tramo.

Utilizando los coeficientes de la tabla 05/43:

$$m_x = -11,92 \quad m_x = 31,45 \quad m_y = 41,15$$

$$M_x = -2.416 \text{ kgm} \quad M_x = 915 \text{ kgm} \quad M_y = 700 \text{ kgm}$$

### 2.2.- Momentos de voladizo.

$$M_v = -q \cdot l^2 / 2 = -800 \times 2,30^2 / 2 = -2.116 \text{ kgm}$$

### 2.3.- Relación de momentos.

$$X1/X2 = 2.416 / 2.116 = 1,14 < 1,20$$

El valor del momento de voladizo se aproxima al del empotramiento de la losa y se justifica tomar para el cálculo de la losa un empotramiento en dicho borde.

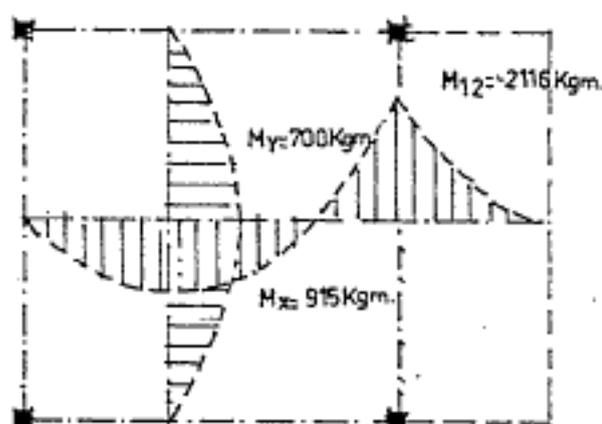
## 3.- Cálculo definitivo de los momentos.

El momento remanente en apoyo:

$$\delta M = 2.416 - 2.116 = 300 \text{ kgm.}$$

Este valor es pequeño y no se justifica realizar compensación de momentos para corregir los tramos.

## 4.- Esquema definitivo de momentos.



**Ejemplo 6: Resolución de un conjunto de losas continuas. (losas en damero).**

Para la determinación de los momentos de tramos y apoyos de un conjunto de losas continuas cruzadas, se empleará el método simplificado explicado en el capítulo 6.

**1.- Datos:**

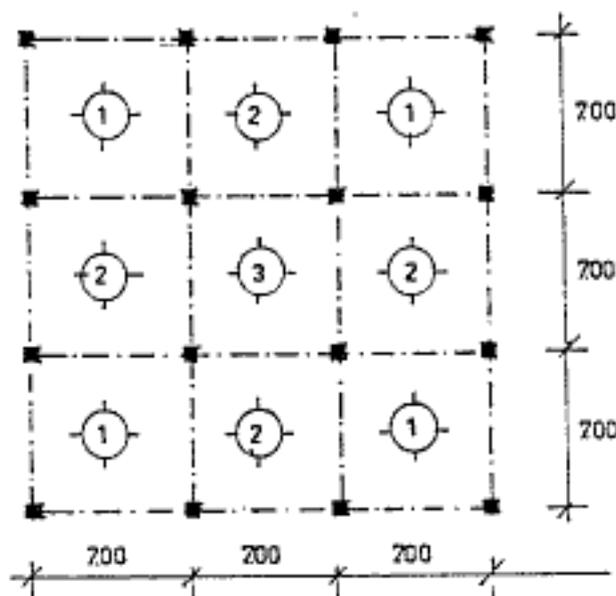
Para facilitar el cálculo operativo, se tomarán todas las losas de igual luz en ambos sentidos y carga uniforme constante.

Conformación de las cargas actuantes:

$$g = 600 \text{ kg/m}^2$$

$$p = 200 \text{ kg/m}^2$$

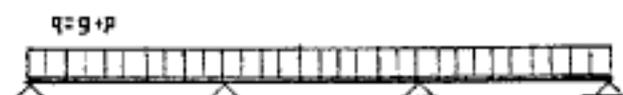
$$q = 800 \text{ kg/m}^2$$



**2.- Esquema de cargas:**

Caso uno: para momentos máximos en apoyos.

$$q = g + p = 600 + 200 = 800 \text{ kg/m}^2$$



Caso dos (auxiliar): para momentos en tramo.

$$q_1 = g + p/2 = 600 + 100 = 700 \text{ kg/m}^2$$



Caso tres (auxiliar): para momentos en tramo.

$$q_2 = p/2 = 200/2 = 100 \text{ kg/m}^2$$

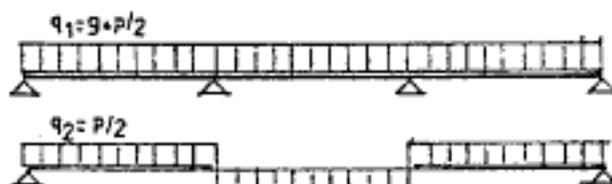


### 3.- Cálculo de las solicitaciones.

#### 3.1.- Momentos de tramo.

Se realiza la suma de los momentos calculados con las cargas según el caso dos y tres:

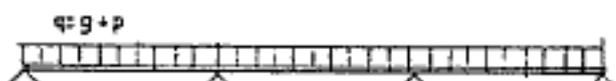
$$M_{\text{tramos}} = M_{\text{dos}} + M_{\text{tres}}$$



#### 3.2.- Momentos de apoyo.

Los momentos se calculan tomando directamente el sistema de cargas del caso uno.

$$M_{\text{apoyos}} = M_{\text{uno}}$$



### 4.- Clasificación de las condiciones de bordes y cargas actuantes.

L0		--->	articulada en todos sus bordes carga de cálculo: $q = 100 \text{ kg/m}^2$
L1		--->	empotrada en dos bordes cargas de cálculo: $q = 800 \text{ kg/m}^2$ $q_1 = 700 \text{ kg/m}^2$
L2		--->	empotrada en tres bordes cargas de cálculo: $q = 800 \text{ kg/m}^2$ $q_1 = 700 \text{ kg/m}^2$
L3		--->	empotrada en cuatro bordes cargas de cálculo: $q = 800 \text{ kg/m}^2$ $q_1 = 700 \text{ kg/m}^2$

### 5.- Planilla de solicitaciones.

Los coeficientes de cálculo de momentos fueron tomados de las tablas 05 y para los momentos de apoyos definitivos se adoptó el promedio de los que llegan al apoyo.

En la planilla se volcaron los coeficientes de cálculo de tablas 05 y se calcularon los momentos para cada una de las condiciones de borde con sus correspondientes cargas.

tipo losa	$\epsilon$	coef. m	Mf tr.	Mf tr.	Mf ap.	Mmáx tr.	Ma 1-2	Ma 2-3
			$p/2$ kg/m <sup>2</sup> 100	$g+p/2$ kg/m <sup>2</sup> 700	$g+p$ kg/m <sup>2</sup> 800			
0	1,00	mx 27,17 my 27,17	180 180					
1	1,00	mx 42,74 my 42,74 mex 14,77 mey 14,77		803 803	2654 2654	983 983	2407	
2	1,00	mx 43,86 my 59,88 mex 16,78 mey 18,15		782 573	2336 2160	962 753	2407	2170
3	1,00	mx 56,82 my 56,82 mex 19,57 mey 19,57		604 604	2003 20031	784 784		2170

### 6.- Esquema definitivo de momentos.

Momentos de tramos:

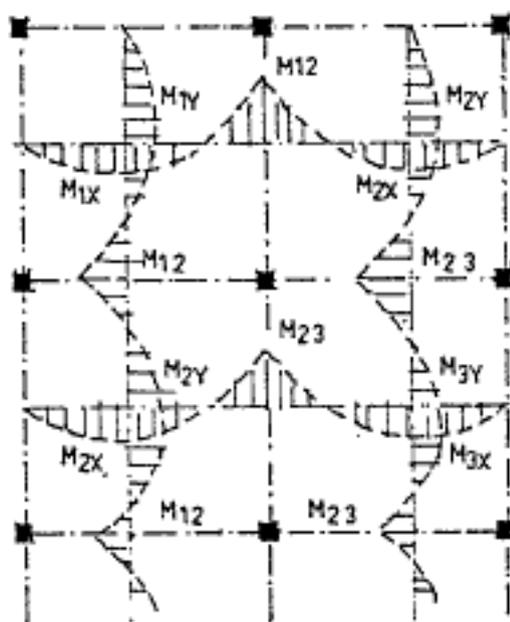
Losa 1:  
M<sub>1x</sub> = M<sub>1y</sub> = 983 kgm.

Losa 2:  
M<sub>2x</sub> = 962 kgm.  
M<sub>2y</sub> = 753 kgm.

Losa 3:  
M<sub>3x</sub> = M<sub>3y</sub> = 784 kgm.

Momentos de apoyo:

Me(1-2) = -2.407 kgm.  
Me(2-3) = -2.170 kgm.



La losa L2 no posee simetría en ambos ejes, por ello se debe prestar atención a la adjudicación de momentos.

**Ejemplo 7: Resolución de losas placas por líneas de rotura.**

Se resolverá una losa rectangular armada en las dos direcciones mediante la aplicación de la teoría de líneas de rotura. Luego de su resolución haremos un estudio comparativo con métodos empleados en la teoría elástica.

Emplearemos la misma carga "q" tanto para el método de rotura como para el elástico, a los efectos de mostrar las diferencias en las cuantías. En realidad como hemos visto en la teoría, para la resolución de losas por líneas de rotura es necesario aumentar la carga en aproximadamente un 15 %.

### 1.- Datos.

Se resuelve una losa rectangular, tal como la mostrada en la figura. Recordemos que en teoría hemos utilizado, a efectos de simplificar los desarrollos, las letras:  $a = l_y$  y  $b = l_x$ . Mantendremos el mismo nomenclador para este ejemplo.

carga actuante:	$q = 950 \text{ kg/m}^2$
tensión del hormigón:	$\beta_{cn} = 170 \text{ kg/cm}^2$
tensión del acero:	$\beta_s = 4200 \text{ kg/cm}^2$
lado mayor ( $l_x$ ):	$l_x = b = 7,00 \text{ mts.}$
lado menor ( $l_y$ ):	$l_y = a = 5,00 \text{ mts.}$

condiciones de borde:	empotrado articulado según "x"
	empotrado articulado según "y"

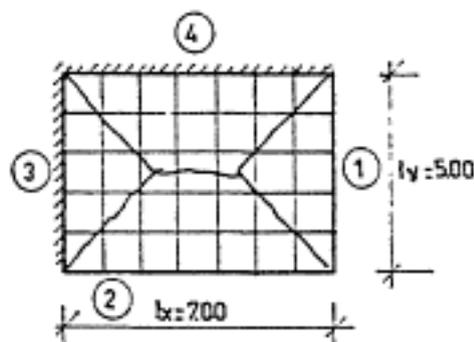
coeficientes de rigidez:

$r_1 = 0$ (articulado)	$r_3 = 1$ (empotrado)
$r_2 = 0$ (articulado)	$r_4 = 1$ (empotrado)

### 2.- Disposiciones de diseño.

#### 2.1.- Configuración de las líneas de fluencia.

Suponemos que las líneas de fluencia se conformarán según como se establece en la figura.



## 2.2.- Relación de armaduras:

Podemos disponer diferentes relaciones entre las armaduras; elegimos las siguientes:

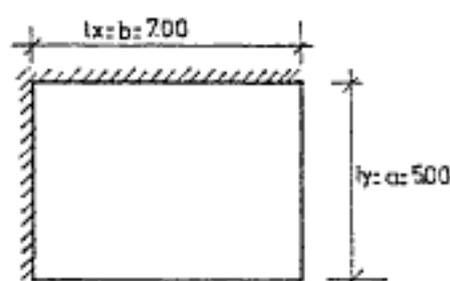
- que en la luz menor, la armadura ( $A_{sy}$ ) resulte el doble de la colocada en la dirección mayor ( $A_{sx}$ ).
- que las armaduras en ambas direcciones resulten iguales ( $A_{sy} = A_{sx}$ ).

Realizaremos el cálculo para cada una de las relaciones.

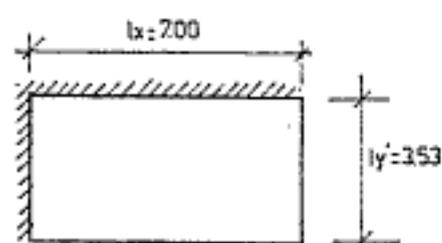
3.- Cálculo de los momentos para  $A_{sy}/A_{sx} = 2$ .3.1.- Relación de ortotropía:  $u = A_{sy}/A_{sx} = 2$ 3.2.- Espesor de losa:  $d = 11$  cm.  $h = 9,5$  cm.

## 3.3.- Obtención de la losa equivalente.

A los efectos de utilizar la base teórica desarrollada para losas cuadradas con armaduras iguales en ambas direcciones (isotrópicas), modificamos una de las luces de apoyos de la losa real. Así obtenemos una losa equivalente con iguales exigencias de armaduras en ambas direcciones que responden a "u".



losa real



losa equivalente

$$l_x = b = 7,00 \text{ mts.} \quad l_y = a = 5,00 \text{ mts.}$$

$$l_{y'} = l_y / \sqrt{u} = 5,00 / \sqrt{2} = 3,53 \text{ mts.}$$

## 3.4.- Determinación de momentos en losa equivalente.

Para el seguimiento de las fórmulas, aconsejamos ver todo lo indicado en el capítulo de teoría.

$$a_r = 2 \cdot a / (1 + r_2 + 1 + r_4) = 2 \times 3,53 / 2,4142 = 2,92$$

$$b_r = 2 \cdot b / (1 + r_1 + 1 + r_3) = 2 \times 7,00 / 2,4142 = 5,80$$

el valor 2,4142 ( $2+1$ ), surge de la relación de rigideces existentes en los bordes de la placa.

$$c = a_r/b_r = 2,92/5,80 = 0,503$$

Momento actuante en la losa equivalente y para armaduras iguales en ambos sentidos:

$$\begin{aligned} M_u &= q_x a_r^2 / 24 \times (\sqrt{3+c^2}-c)^2 = \\ &= 950 \times 2,92^2 / 24 \times (3+0,503^2-0,503)^2 = 571 \text{ kgm.} \end{aligned}$$

### 3.5.- Determinación de momentos en losa real.

Para lograr los valores de momentos en la losa real:

$$\begin{aligned} M_x &= 571 \text{ kgm.} \\ M_y &= M_u \cdot u = 571 \times 2 = 1.142 \text{ kgm.} \end{aligned}$$

Con estos momentos dimensionamos.

### 3.6.- Dimensionado de la losa.

Con los momentos obtenidos anteriormente dimensionamos la losa.

#### 3.6.1.- Según dirección "y":

$$k_h = 9,5 / 1,142 = 8,89 \quad k_s \approx 0,465$$

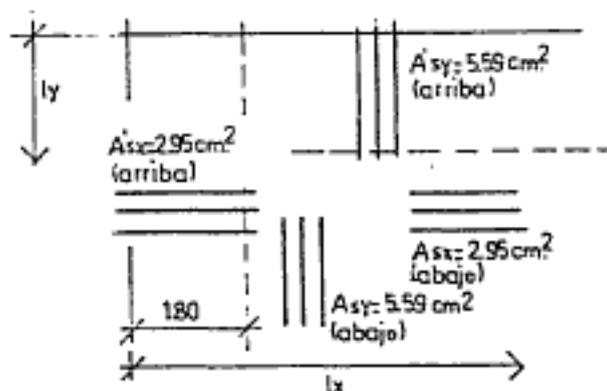
$$A_{s_y} = 0,465 \times 1,142 / 0,095 = 5,59 \text{ cm}^2$$

#### 3.6.2.- Según dirección "x":

$$h_x = h_y - \phi = 9,5 - 0,8 = 8,7 \text{ cm.}$$

$$k_h = 8,7 / 0,571 = 11,51 \quad k_s \approx 0,450$$

$$A_{s_x} = 0,450 \times 0,571 / 0,087 = 2,95 \text{ cm}^2$$



Vemos así que las armaduras obtenidas responden a lo establecido en el diseño inicial. Armadura doble en la dirección corta. Recordemos que no pueden obtenerse resultados exactos a esos presupuestos por el hecho que varía la altura de "h" según la dirección de la losa al superponerse los hierros.

### 3.6.3.- Cantidad total necesaria de armadura.

Suponemos que en los empotramientos las armaduras de la cara superior tienen longitudes de 1,80 m. en la dirección "x" y de 1,50 m. en la dirección "y".

En los tramos las barras de tracción se extienden sin cortes de un extremo al otro y con estas consideraciones determinamos la cantidad necesaria de hierros.

dirección "x":	$2,95\text{cm}^2/\text{mx}5,00\text{mx}700\text{cm} = 10.325 \text{ cm}^3.$
	$2,95\text{cm}^2/\text{mx}5,00\text{mx}180\text{cm} = 2.655 \text{ cm}^3.$
dirección "y":	$5,59\text{cm}^2/\text{mx}7,00\text{mx}500\text{cm} = 19.565 \text{ cm}^3.$
	$5,59\text{cm}^2/\text{mx}7,00\text{mx}150\text{cm} = 5.869 \text{ cm}^3.$
total	<u>38.414 cm<sup>3</sup>.</u>

$$38.414 \text{ cm}^3 = 0,038414 \text{ m}^3$$

$$\text{Peso total: } 0,03841\text{m}^3 \times 7.800\text{kg/m}^3 = 299.00 \text{ kg.}$$

El peso específico del acero es 7.800 kg/m<sup>3</sup>.

### 4.- Cálculo de los momentos para $A_{sy} = A_{sx}$ .

A los efectos comparativos y didácticos, calcularemos la losa con armaduras iguales en ambas direcciones. Para ello aplicamos las fórmulas desarrolladas en teoría (Ecuación general para losas rectangulares) o las indicadas en tablas 05 (Fórmulas para el cálculo de losas por el método plástico).

#### 4.1.- Cálculo de los momentos.

$$\text{De teoría: } M = q \cdot ar^2 \cdot (\sqrt{3 + c^2} - c)^2 / 24$$

$$ar = 2 \times 7,00 / 2,414 = 5,81$$

$$br = 2 \times 5,00 / 2,414 = 4,15$$

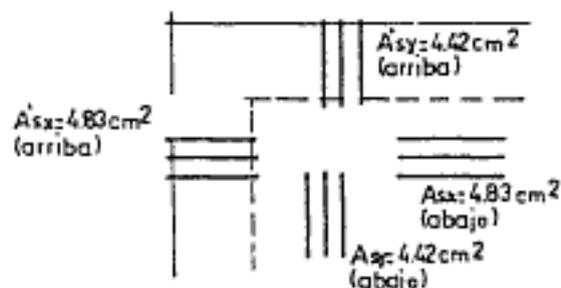
$$c = 5,81 / 4,15 = 1,4$$

$$M = 950 \times 5,81^2 \times (\sqrt{3 + 1,4^2} - 1,4)^2 / 24 = 914 \text{ kgm.}$$

#### 4.2.- Dimensionado.

$$\begin{aligned} \text{para la dirección "x":} \quad kh &= 9,10 & ks &= 0,46 \\ Asx &= 0,914 \times 0,46 / 0,087 = \\ &= 4,83 \text{ cm}^2/\text{m}. \end{aligned}$$

para la dirección "y":  $kh = 9,94$        $ks = 0,46$   
 $Asx = 0,914 \times 0,46 / 0,095 =$   
 $= 4,42 \text{ cm}^2/\text{m}.$



#### 4.3.- Cantidad total de hierros.

dirección "x":  $4,83 \text{ cm}^2/\text{m} \times 5,00 \text{ m} \times 700 \text{ cm} = 16.905 \text{ cm}^3$   
 $4,83 \text{ cm}^2/\text{m} \times 5,00 \text{ m} \times 180 \text{ cm} = 4.347 \text{ cm}^3$   
 dirección "y":  $4,42 \text{ cm}^2/\text{m} \times 7,00 \text{ m} \times 500 \text{ cm} = 15.470 \text{ cm}^3$   
 $4,42 \text{ cm}^2/\text{m} \times 7,00 \text{ m} \times 150 \text{ cm} = 4.641 \text{ cm}^3$

total	41.363 cm <sup>3</sup>
-------	------------------------

$41.363 \text{ cm}^3 = 0,041363 \text{ m}^3$

peso:  $0,041363 \text{ m}^3 \times 7.800 \text{ kg/m}^3 = 322,63 \text{ kg}$

La cantidad de hierro a colocar resulta mayor que cuando dimensionamos con armaduras diferentes en las direcciones "x" e "y".

#### 5.- Cálculo por el método elástico.

Seguidamente resolveremos la misma losa, pero utilizando el método elástico mediante los coeficientes de las tablas (05/45).

5.1.- Relación de lados:  $\epsilon = 5,00/7,00 = 0,71$

5.2.- Coeficientes y momentos:

$m_x = -13,02$	$M_x = -950 \times 5^2 / 13,02 = 1.824 \text{ kgm}.$
$m_y = -10,04$	$M_y = -950 \times 5^2 / 10,04 = 2.283 \text{ kgm}.$
$\alpha_x = 58,48$	$\alpha_y = 950 \times 5^2 / 58,48 = 406 \text{ kgm}.$
$\beta_y = 23,47$	$\beta_x = 950 \times 5^2 / 23,47 = 1.012 \text{ kgm}.$

5.3.- Dimensionado de la losa.

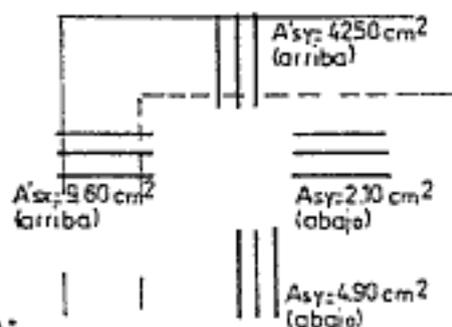
5.3.1.- Coeficientes  $ks$ :

tramos:	$k_{hx} = 8,7 / 0,406 = 13,63$	$ks \approx 0,450$
	$k_{hy} = 9,5 / 1,012 = 9,44$	$ks \approx 0,460$
apoyos:	$k_{hx} = 9,5 / 1,824 = 7,03$	$ks \approx 0,500$
	$k_{hy} = 9,5 / 2,283 = 6,29$	$ks \approx 0,520$

## 5.3.2.- Armaduras:

$$\begin{aligned} \text{tramos: } A_{sx} &= 0,45 \times 0,406 / 0,087 = 2,10 \text{ cm}^2/\text{m} \\ A_{sy} &= 0,46 \times 1,012 / 0,095 = 4,90 \text{ cm}^2/\text{m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{apoyos: } A_{sx} &= 0,50 \times 1,824 / 0,095 = 9,60 \text{ cm}^2/\text{m} \\ A_{sy} &= 0,52 \times 2,283 / 0,095 = 12,50 \text{ cm}^2/\text{m} \end{aligned}$$



Armatura en peso:

dirección "x":

$$2,1 \times 5,00 \times 700 + 9,6 \times 5,00 \times 180 = 15.510 \text{ cm}^3$$

dirección "y":

$$4,9 \times 7,00 \times 500 + 12,5 \times 7,00 \times 150 = \underline{30.275 \text{ cm}^3}$$

$$\text{total} \qquad \qquad \qquad 45.785 \text{ cm}^3$$

$$\text{total de hierro: } 0,045785 \text{ m}^3 \times 7.800 \text{ kg/m}^3 = 357 \text{ kg.}$$

## 7.- Conclusiones.

Como podemos observar, la armadura obtenida por el método elástico resulta entre un 10 % a un 20 % mayor que la lograda utilizando el método de rotura o de las líneas de influencia. El porcentual varía según la geometría de fisuras y de la relación de las armaduras en las direcciones "x" e "y".

Estos resultados coinciden con las recomendaciones de varios autores de realizar una mayoración de las cargas en un 15 al 20 % cuando se calcula por líneas de roturas.

Si observamos la distribución final de las armaduras por el método de rotura, son tales que facilitan una fisuración similar en todas las diagonales y líneas de apoyo empotrados. Es decir, que al sobrevenir la fisuración se producirá de manera casi instantánea en todas esas líneas. Situación esta que no se plantea en el dimensionado clásico; en nuestro ejemplo los apoyos empotrados poseen cuantías superiores a los tramos. La rigidez de la losa con esta distribución de armaduras difiere notablemente de la calculada por líneas de rotura.

**Ejemplo 8: Resolución de losas por líneas de fluencia.**

En este capítulo se resolverán losas triangulares, mediante la utilización de las fórmulas de líneas de fluencia indicadas en las tablas 05 (anexo). Analizaremos la misma losa para dos situaciones diferentes de borde; la primera con dos lados simplemente apoyados, mientras que la segunda con lados empotrados.

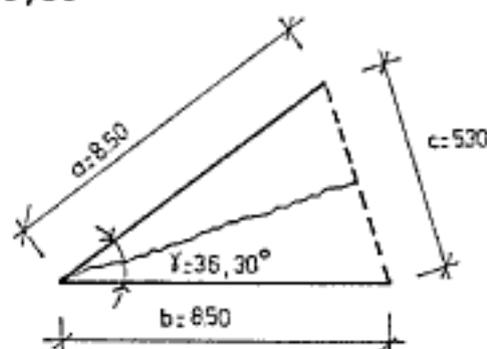
En ambos casos las cargas se encuentran mayoradas en un 15 %, tal lo recomendado en teoría.

**Ejercicio: a)**

Resolver una losa triangular con apoyos simples en dos lados, libre en el otro y cargas uniformemente repartidas.

**1.- Datos:**

lado a	= 8,50 mts.	carga	$q = 870 \text{ kg/m}^2$
lado b	= 8,50 mts.	tensión $\beta_{cn}$	$= 130 \text{ kg/cm}^2$
lado c	= 5,30 mts.	tensión $\beta_s$	$= 4200 \text{ kg/cm}^2$
ángulo	$= 36,30^\circ$		



**2.- Fórmula a aplicar:**

La losa a resolver responde al caso (E16) y la expresión del momento por unidad de longitud:

$$m = (1/6) Q \operatorname{tg}(\alpha/2)$$

**3.- Resolución:**

$$Q = 8,50 \times 2,65 \times 870 = 19.597 \text{ kg.}$$

$$m = (19.597 \times \operatorname{tg} 18^\circ 15') / 6 = 1.070 \text{ kgm.}$$

**4.- Dimensionado:**

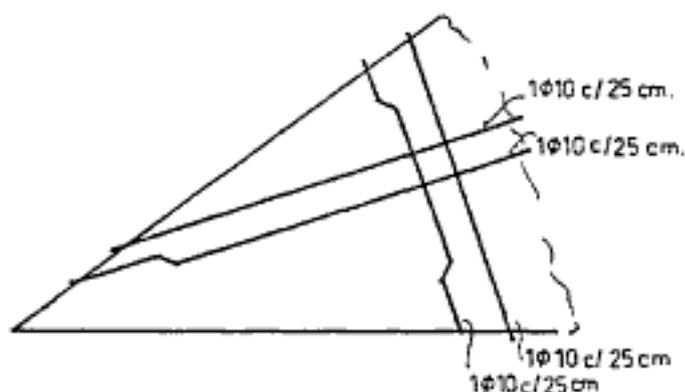
$$kh = 8,30 \quad h = 8,30 \quad 1,07 = 8,60 \text{ cm.}$$

$$ks = 0,49$$

adoptamos:  $h = 8,50$  cm.  
 $d = 10,00$  cm.

armaduras:  $Fe = 0,49 \times 1,07 / 0,085 = 6,17$  cm<sup>2</sup>/ml.  
 (1 $\phi$ 10 c/12,5 cm).

### 5.- Detalles de la armadura:

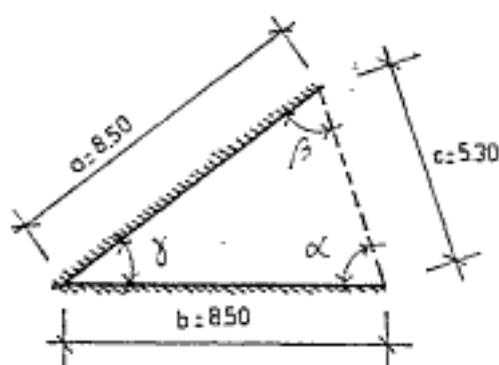


### Ejercicio: b)

Resolver una losa triangular con apoyos empotrados en dos lados, libre en el otro y cargas uniformemente repartidas.

#### 1.- Datos:

lado a = 8,50 mts.	carga q = 870 kg/m <sup>2</sup>
lado b = 8,50 mts.	tensión $\beta_{cn} = 130$ kg/cm <sup>2</sup>
lado c = 5,30 mts.	tensión $\beta_s = 4200$ kg/cm <sup>2</sup>
ángulo = 36,30°	



#### 2.- Fórmula a aplicar:

La losa a resolver responde al caso (E15) y la expresión del momento por unidad de longitud:

$$m = \frac{Q}{3[2(1+\phi)\text{ctg } \gamma/2 + \phi(\text{ctg}\alpha + \text{ctg}\beta)]}$$

### 3.- Grado de empotramiento:

El grado de empotramiento se establece con el valor de  $\phi$  ( $\phi = r$ ). Para nuestro ejercicio tomaremos dos valores:

$$\phi_1 = r = 1,00$$

$$\phi_2 = r = 0,50$$

$$\phi = m'/m$$

$m'$ : momento de apoyo

$m$ : momento de tramo

Con estos coeficientes estamos dando empotramientos diferentes en los bordes apoyados y resolveremos la losa para ambos casos. Luego, según los resultados elegiremos el más conveniente.

### 4.- Resolución:

$$Q = 19.597 \text{ kg.}$$

$$\text{ctg}(\gamma/2) = \text{ctg } 18^\circ 15' = 3,05$$

$$\text{ctg } \beta = \text{ctg } 71^\circ 85' = 0,3278$$

$$\text{ctg } \alpha = \text{ctg } 71^\circ 85' = 0,3278$$

$$\text{para } \phi_1 = 1,00$$

$$m_1 = 19.597/38,57 = 508 \text{ kgm.}$$

$$\text{para } \phi_2 = 0,50$$

$$m_2 = 19.597/28,43 = 690 \text{ kgm.}$$

### 5.- Dimensionado para $m_1 = 508 \text{ kgm}$ :

$$\text{adoptamos: } h = 8,50 \text{ cm.} \quad d = 10,00 \text{ cm.}$$

$$kh = 8,50/\sqrt{0,508} = 11,90$$

$$ks = 0,46$$

$$\begin{aligned} \text{armaduras: } Fe_t &= 0,46 \times 0,508 / 0,085 = \\ &= 2,75 \text{ cm}^2/\text{ml.} = Fe_a \end{aligned}$$

En este caso la armadura de tramo es igual al del apoyo.

### 6.- Dimensionado para $m_2 = 690 \text{ kgm}$ .

$$\text{adoptamos: } h = 8,50 \text{ cm.} \quad d = 10,00 \text{ cm.}$$

$$kh = 8,50/0,690 = 10,23$$

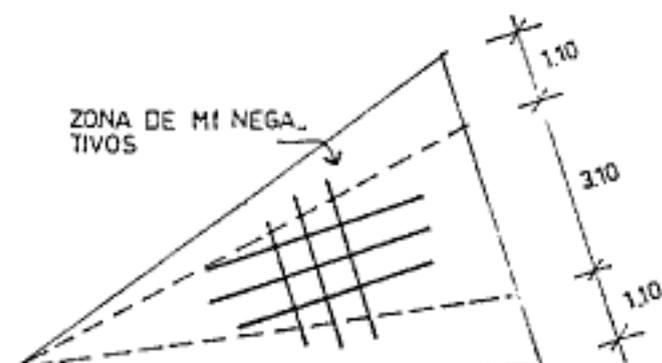
$$ks = 0,45$$

$$\text{armaduras: } Fe_t = 0,45 \times 0,690 / 0,085 = 3,65 \text{ cm}^2/\text{ml.}$$

La armadura del apoyo es la mitad a la del tramo.

### 7.- Detalles de la armadura:

Elegimos la de mayor empotramiento ( $\phi = 1$ ) y una configuración de armaduras tal como se muestra en la figura que sigue:



Zona rayada: momentos negativos.

Armadura:

Abajo:  $1\phi 8c/18cm$  en ambos sentidos.

Arriba:  $1\phi 8c/18cm$  en ambos sentidos.

(únicamente en zona de momentos negativos).

**Ejemplo 9: Estudio de una losa rectangular simplemente apoyada por el método de las bandas.**

Como ya lo anticipáramos en la teoría, una de las principales cualidades del método de las bandas es su flexibilidad, dado que depende de la configuración de las bandas y la orientación de las cargas.

Para demostrarlo resolveremos una losa elemental; de forma rectangular, con apoyos simple y carga uniformemente repartida.

Es necesario aclarar que esta losa por su sencillez tiene una solución más inmediata empleando las tablas de losas cruzadas (05/42), pero a los efectos didácticos la resolvemos por el método de las bandas.

Utilizaremos diferentes configuraciones para mostrar la ductilidad del procedimiento.

Criterios a emplear:

- a) con líneas de esquina.
- b) con líneas de bordes.

**1.- Datos:**

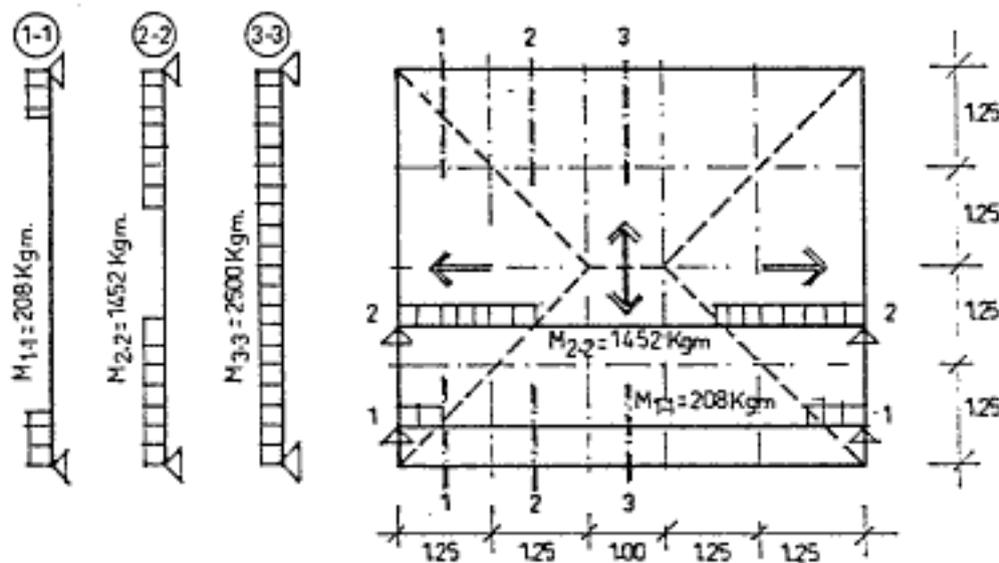
$f_{cn} = 130 \text{ kg/cm}^2$

$q = 800 \text{ kg/m}^2$

$f_{cs} = 4200 \text{ kg/cm}^2$

$l_x = 6,00 \text{ mts.}$      $l_y = 5,00 \text{ mts.}$

condiciones de borde: todos los apoyos simples



Adoptamos bandas de un ancho de  $1,25 \text{ mts.}$ , las líneas arrancan de las esquinas y la configuración de la losa será como se indica en el dibujo.

## 2.- Resolución por líneas de esquinas.

### 2.1.- Cálculo de los momentos.

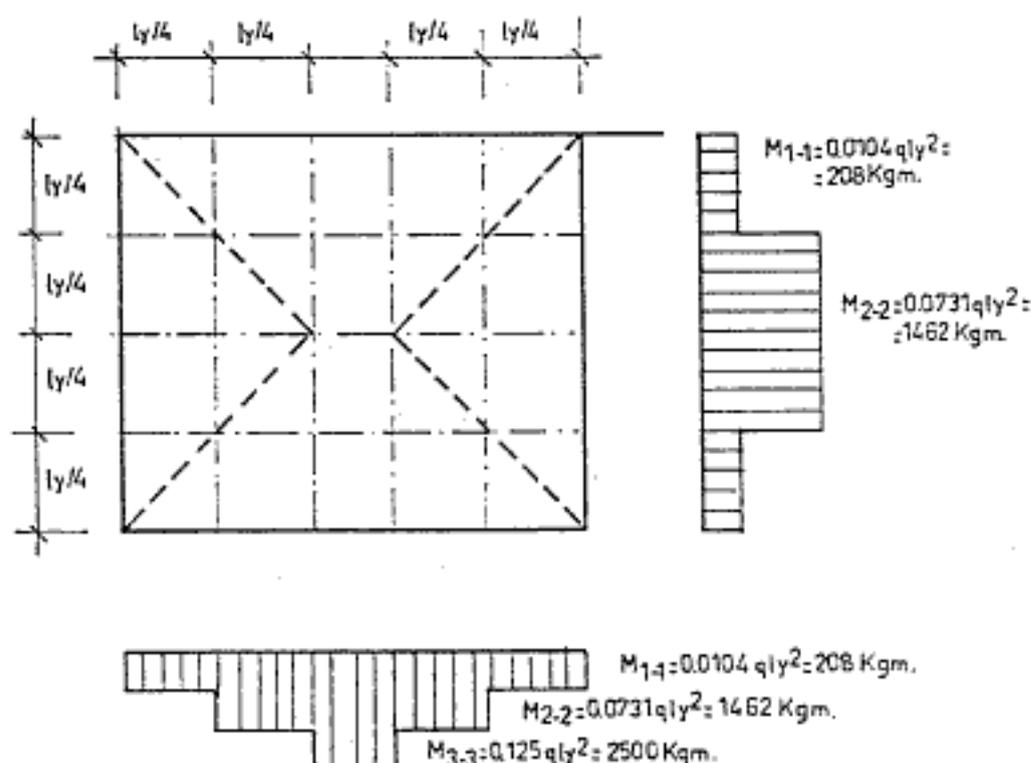
Los momentos los calculamos aplicando las fórmulas indicadas en teoría con el coeficiente de corrección "k".

l1/l2	0,00/1,25 = 0,00	1,25/2,50 = 0,50
k	1,333	1,033
(l1+l2)/2	0,625	1,875
Mp	156 kgm	1.405 kgm
Mmáx	208 kgm	1.452 kgm

El momento en la línea de carga completa será:

$$M_{\text{máx}} = q \cdot l^2 / 8 = 800 \cdot 5^2 / 8 = 2.500 \text{ kgm.}$$

También podemos calcular los momentos según el esquema simplificado:



Los valores coinciden con los anteriores.

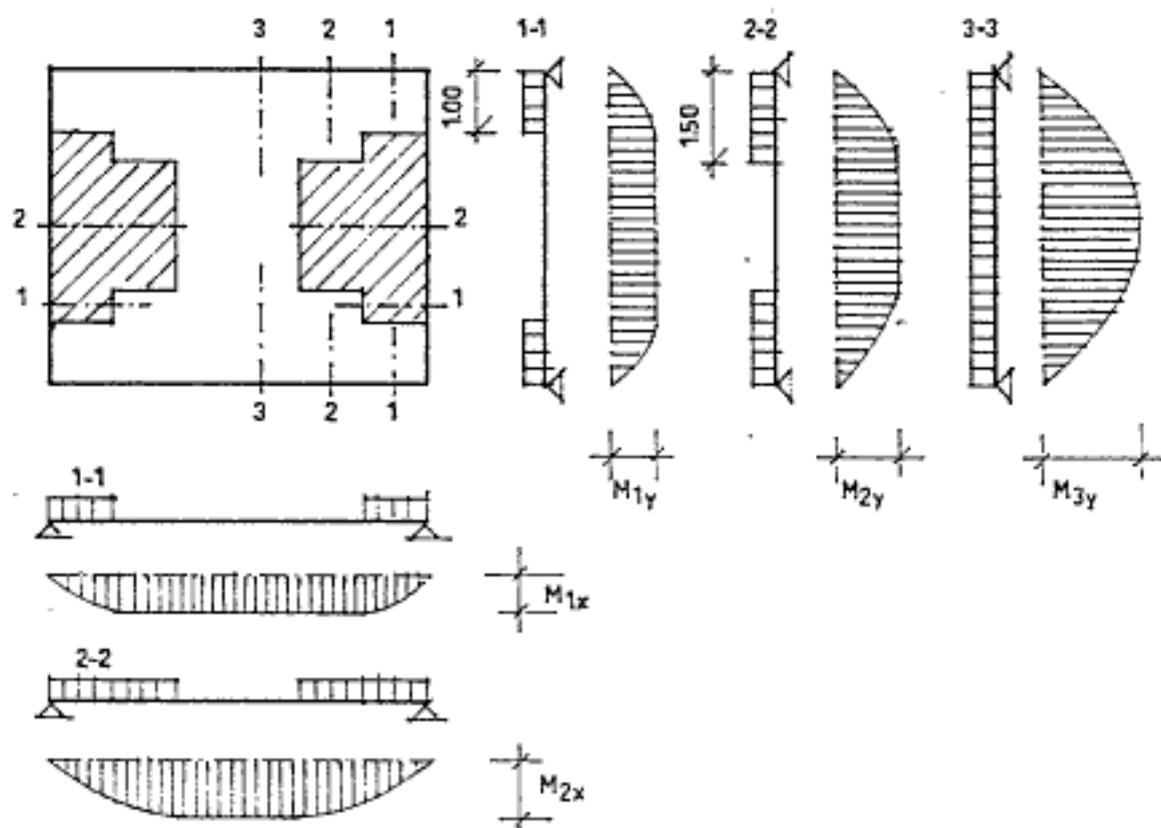
2.2.- Dimensionado.

Adoptamos:  $h = 11,5$  cm.

M kgm	kh	ks	As cm <sup>2</sup>
208	25,20	0,43	0,78
1.452	9,50	0,46	5,80
2.500	7,27	0,53	11,50

3.- Resolución por líneas de bordes.

En este caso optamos por una grilla con bandas de ancho de 1,00 metro y dibujamos las áreas y orientación de las cargas.



Los momentos:

$$M_{1x} = 400 \text{ kgm.}$$

$$M_{2x} = 1.600 \text{ kgm.}$$

$$M_{1y} = 400 \text{ kgm.}$$

$$M_{2y} = 900 \text{ kgm.}$$

$$M_{3y} = 2.500 \text{ kgm.}$$

Dimensionado:

M kgm	kh	ks	As cm <sup>2</sup>
400	18,18	0,44	1,53
900	12,00	0,45	3,64
1.600	9,10	0,46	6,40
2.500	7,27	0,53	11,50

Vemos que modificando las configuraciones de las líneas y cargas logramos mejorar los momentos. Con éste último esquema los insumos de hierros son menores respecto al anterior lo que nos indica que el método es útil en la medida que optimicemos el camino a seguir para el cálculo.

De cualquier manera es necesario repetirlo. El método de las bandas es útil únicamente en aquellas losas con formas raras (circulares, triangulares, etc.) o rectangulares con huecos. Esta recomendación la fundamentamos con los resultados que obtenemos de aplicar la teoría elástica (tablas 05/42):

$$\epsilon = 5/6 = 0,83 \quad \text{de tablas:} \quad m_x = 28,74 \quad m_y = 19,76$$

$$M_x = 800.5^2/28,74 = 695 \text{ kgm.}$$

$$M_y = 800.5^2/19,76 = 1.012 \text{ kgm.}$$

$$A_{sx} = 0,695 \times 0,45/0,115 = 2,72 \text{ cm}^2$$

$$A_{sy} = 1,012 \times 0,46/0,115 = 4,05 \text{ cm}^2$$

Los momentos son menores y por lo tanto los insumos de materiales también, por ello no se justifica emplear el método de las bandas en losas cuadradas o rectangulares.

**Ejemplo 10: Estudio de una losa rectangular con todos sus bordes empotrados por el método de las bandas.**

Resolveremos una losa rectangular con todos sus bordes empotrados.

**1.- Datos:**

$\beta_{cn} = 130 \text{ kg/cm}^2$                        $q = 800 \text{ kg/m}^2$   
 $\beta_s = 4200 \text{ kg/cm}^2$   
 $l_x = 7,00 \text{ mts.}$      $l_y = 5,00 \text{ mts.}$   
 condiciones de borde: todos los bordes empotrados.

**2.- Configuración de bandas.**

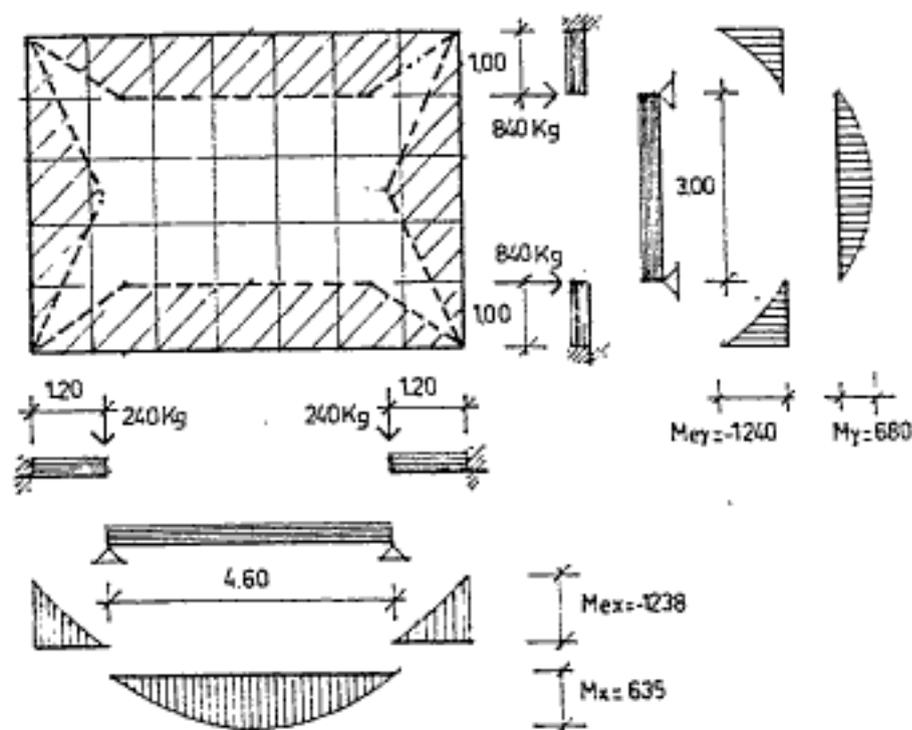
Marcamos la grilla de bandas y las líneas de momentos nulos. Como ancho de bandas adoptamos 1,00 mt. y las áreas rayadas identifican la zona de momentos negativos.

También establecemos que el 30 % de las cargas se distribuyen en la dirección "x" y el 70 % restante en la dirección "y".

$$q_x = 0,30 \cdot q = 0,30 \times 800 = 240 \text{ kgm.}$$

$$q_y = 0,70 \cdot q = 0,70 \times 800 = 560 \text{ kgm.}$$

Esta distribución de cargas la realizamos porque en losas cruzadas, los lados menores toman más cargas que los mayores.



### 3.- Cálculo de momentos.

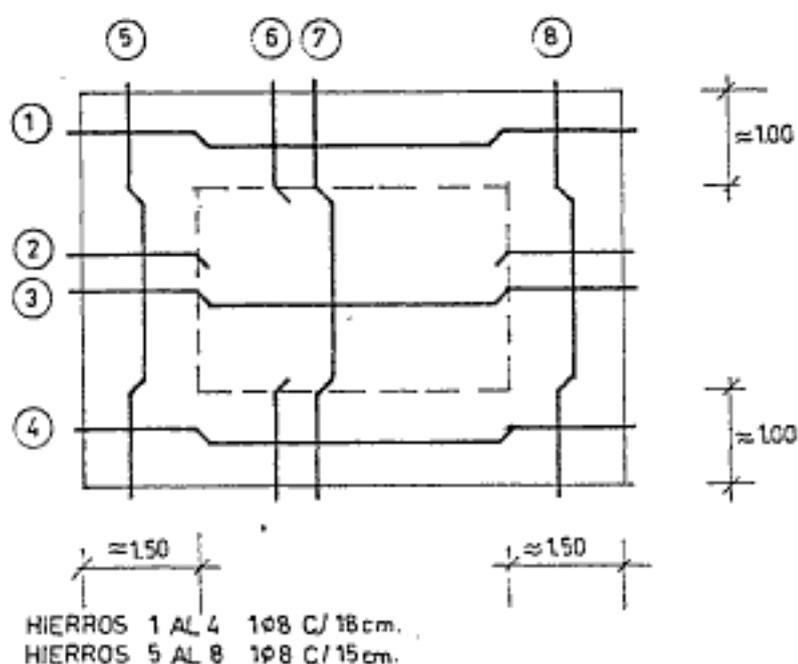
En función de la geometría de las áreas de cargas establecemos las partes de losas con momentos negativos y positivos. Con estos esquemas calculamos los momentos flectores.

### 4.- Determinación de los momentos y armaduras.

	Momento	h	kh	ks	As
Mex	- 1.238	10,5	9,40	0,46	5,43
Mx	635	10,5	13,17	0,44	2,66
Mey	- 1.240	9,5	8,53	0,49	6,40
My	680	9,5	11,50	0,45	3,22

### 5.- Detalle de las armaduras.

Las longitudes de las barras se ajustarán al diagrama de momentos y a las necesidades de anclaje.

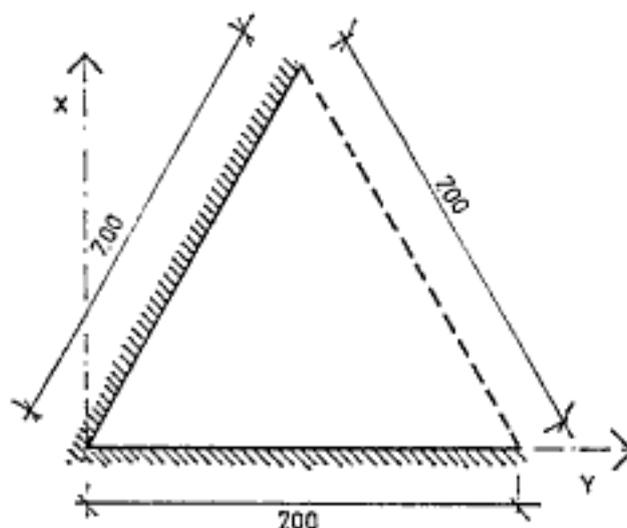


**Ejemplo 11: Cálculo de una losa triangular por el método de las bandas.**

Estudiamos una losa triangular, empotrada en dos de sus lados y el restante libre.

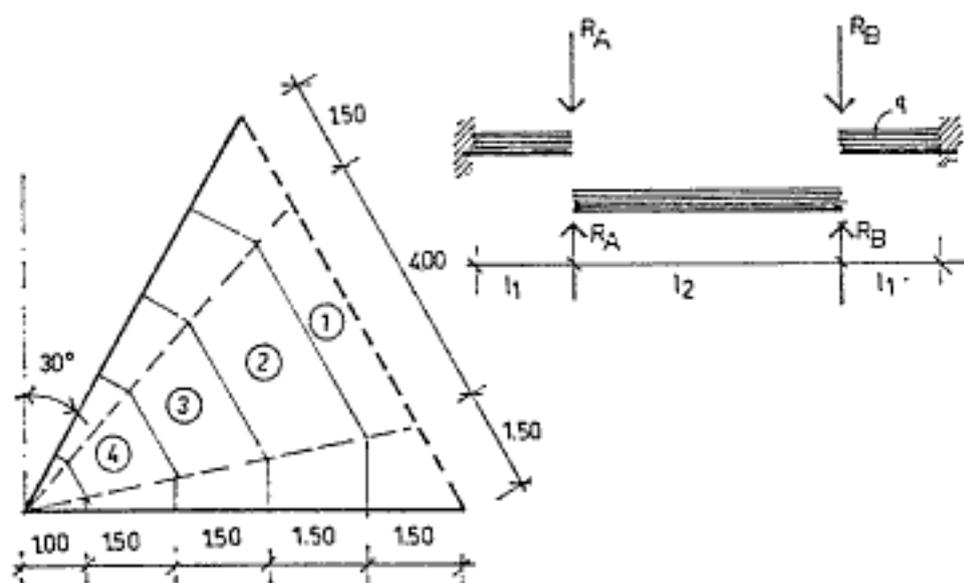
**1.- Datos.**

- $\beta_{cn} = 130 \text{ kg/cm}^2$
- $\beta_s = 4.200 \text{ kg/cm}^2$
- $q = 800 \text{ kg/m}^2$



**2.- Esquema de bandas.**

Al encontrarse empotrados dos de sus lados, marcamos las líneas de inflexión de los momentos. La zona rayada corresponde a los momentos negativos. Adoptamos un esquema de bandas como el dibujado y cada una de ellas se compone de dos voladizos que sostienen al tramo simplemente apoyado.



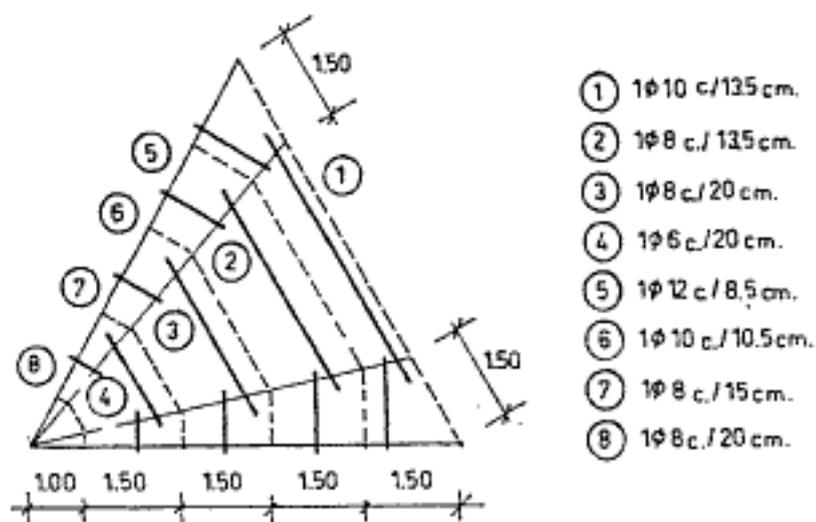
Las distancias las tomamos en escala, adoptamos una altura constante de  $h = 12$  cm. y completamos la planilla de momentos y sección de hierros como sigue:

Banda	l1	l2	Mt	Ra=Rb	Ma	Asa	Ast
(1)	1,40	3,90	1.521	1.560	2.968	13,35	5,83
(2)	1,10	3,15	992	1.260	1.870	7,32	3,72
(3)	0,80	2,00	400	800	896	3,36	1,47
(4)	0,40	1,10	121	440	240	0,86	0,43

### 3.- Detalles de las armaduras.

Se marcan las bandas con franjas de anchos de 1,50 mts. cada una y se colocan las armaduras como se indica en la figura. Los hierros en la zona de momentos negativos se encuentran empotrados en las losas vecinas.

Por la disposición elegida de las bandas, los hierros del tramos poseen una dirección diferente a la de los apoyos. Hay que establecer en los planos de obra las longitudes de anclajes adecuadas.



### 4.- Otra alternativa de diseño.

También podríamos analizar las bandas sin quiebres. En este caso las armaduras tendrían una sola dirección, situación que facilitaría su colocación.



**Ejemplo 12 : Resolución de una losa sobre columnas  
(entrepisos sin vigas)**

Se resolverá un entrepiso sin vigas y el cálculo de las solicitaciones de las losas se efectuará de acuerdo a los dos métodos indicados en la teoría y según normas Din 1045:

- Método aproximado del pórtico o de la viga continua sustituta.
- Método derivado de la Teoría de Placas mediante coeficientes.

**1.- Método del pórtico y viga continua sustituta.**

**1.1.- Datos:**

Tipo de columnas: sin capiteles.

Dimensiones columnas: 25x25 cm.

Cargas:

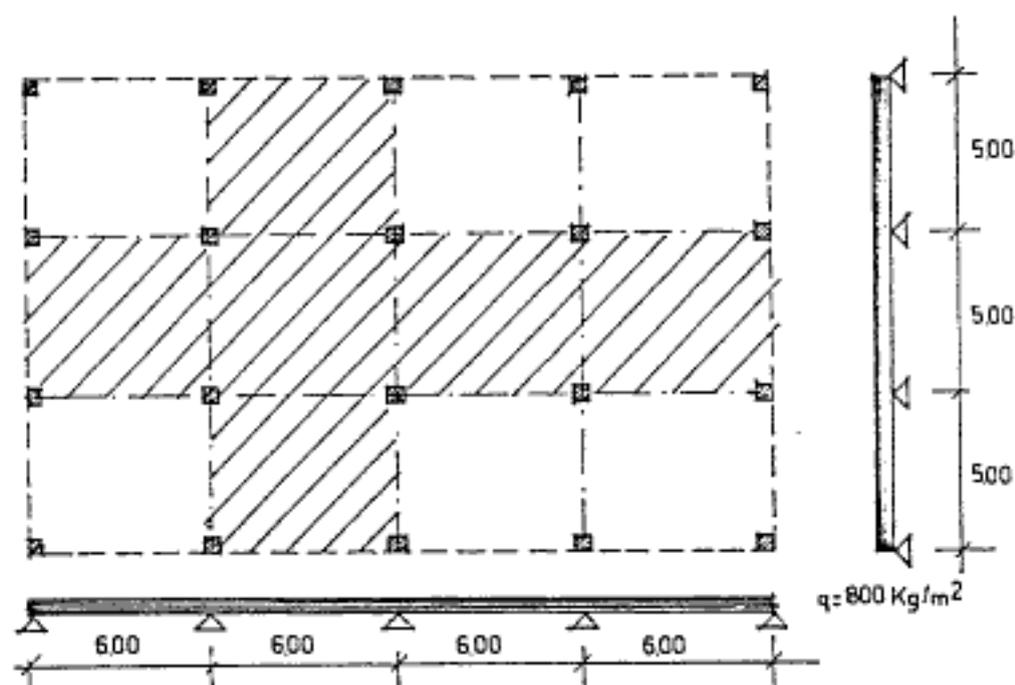
permanente:  $g \rightarrow 600 \text{ kg/m}^2$

sobrecarga:  $p \rightarrow 200 \text{ kg/m}^2$

total :  $q \rightarrow 800 \text{ kg/m}^2$

Se dimensionará el tramo interno (2-3) de cruce de franjas.

Planta:



## 1.2.- Determinación de las solicitaciones:

Se considerará al sistema como continuo y lo analizaremos según las dos direcciones principales:



relación de cargas:  $g/q = 600/800 = 0,75$

Se calcularán como vigas continuas y las cargas a aplicar serán las actuantes en todo el ancho de las losas:

en la dirección "x":  $q_x = 5,00 \times 800 = 4.000 \text{ kg/m}$

en la dirección "y":  $q_y = 6,00 \times 800 = 4.800 \text{ kg/m}$

Para el cálculo de los momentos se pueden utilizar cualquier método o tablas que permitan la determinación de los valores según la ubicación más desfavorable de las sobrecargas.

## 1.3.- Solicitaciones en el sentido X.

Se toman valores promedios:  $m_1: 12,08$        $m_b: -9,05$   
 $m_2: 21,15$        $m_c: -12,45$

Momentos de tramo:

$$M_1 = q_x l^2 / m_1 = 4.000 \times 36 / 12,08 = 11.920 \text{ kgm}$$

$$M_2 = q_x l^2 / m_2 = 4.000 \times 36 / 21,15 = 6.810 \text{ kgm}$$

Momentos de apoyo:

$$M_b = q_x l^2 / m_b = 4.000 \times 36 / -9,05 = -15.910 \text{ kgm}$$

$$M_c = q_x l^2 / m_c = 4.000 \times 36 / -12,45 = -11.565 \text{ kgm}$$

## 1.4.- Solicitaciones en el sentido Y.

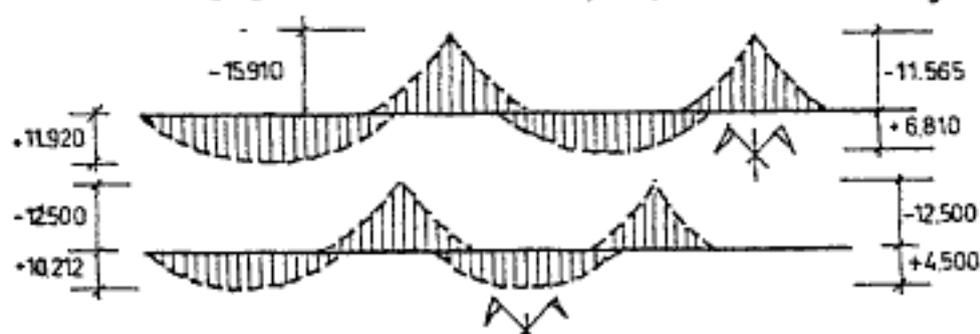
$m_1: 11,75$        $m_b: -9,60$        $m_2 = 26,67$

Momentos de tramo:

$$M_1 = 4.800 \times 25 / 11,75 = 10.212 \text{ kgm}$$

$$M_2 = 4.800 \times 25 / 26,67 = 4.500 \text{ kgm}$$

Momentos de apoyo:  $M_b = 4.800 \times 25 / -9,6 = -12.500 \text{ kgm}$



### 1.5.- Distribución de momentos en el sentido X. (tramo interno 2-3)

Momentos de apoyo en la línea (2):

$$M \text{ superior: } M_s = -15.910 \times 2,1/5,00 = -6.682 \text{ kgm}$$

$$M \text{ medio: } M_m = -15.910 \times 1,4/5,00 = -4.455 \text{ kgm}$$

$$M \text{ inferior: } M_i = -15.910 \times 0,5/5,00 = -1.591 \text{ kgm}$$

Momentos de apoyo en la línea (3):

$$M \text{ superior: } M_s = -11.565 \times 2,1/5,00 = -4.854 \text{ kgm}$$

$$M \text{ medio: } M_m = -11.565 \times 1,4/5,00 = -3.238 \text{ kgm}$$

$$M \text{ inferior: } M_i = -11.565 \times 0,5/5,00 = -1.156 \text{ kgm}$$

Momentos de tramo en el sector (2-3):

$$M \text{ superior: } M_s = 6.810 \times 1,25/5,00 = 1.702 \text{ kgm}$$

$$M \text{ inferior: } M_i = 6.810 \times 0,84/5,00 = 1.144 \text{ kgm}$$

### 1.6.- Distribución de momentos en sentido Y. (tramo interno 2-3)

Momentos de apoyo en la línea (2) y (3):

$$M \text{ superior: } M_s = -12.500 \times 2,1/6,00 = -4.375 \text{ kgm}$$

$$M \text{ medio: } M_m = -12.500 \times 1,4/6,00 = -2.917 \text{ kgm}$$

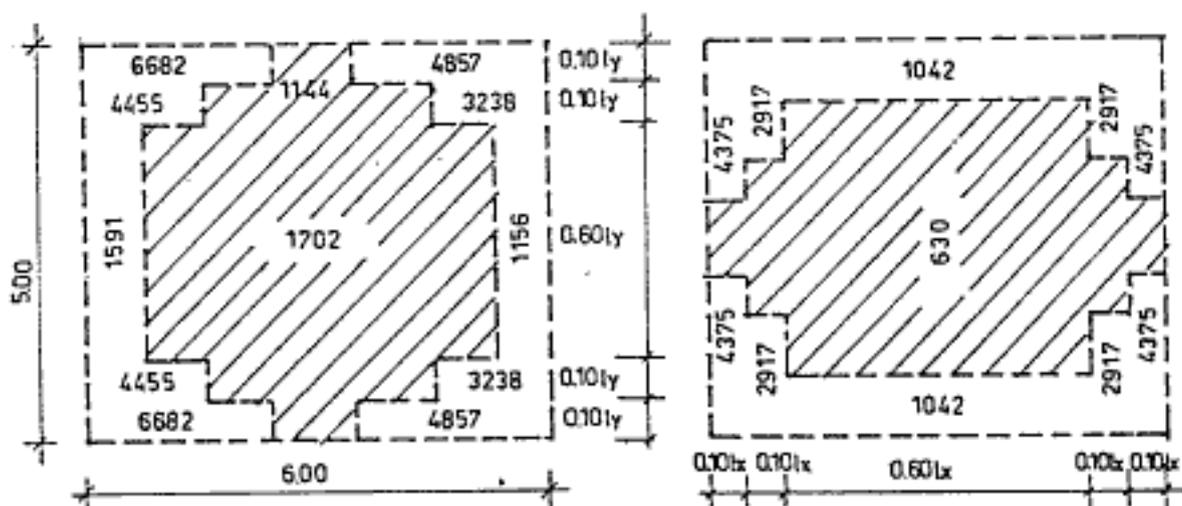
$$M \text{ inferior: } M_i = -12.500 \times 0,5/6,00 = -1.042 \text{ kgm}$$

Momentos de tramo en el sector (2-3):

$$M \text{ superior: } M_s = 4.500 \times 1,25/6,00 = 938 \text{ kgm}$$

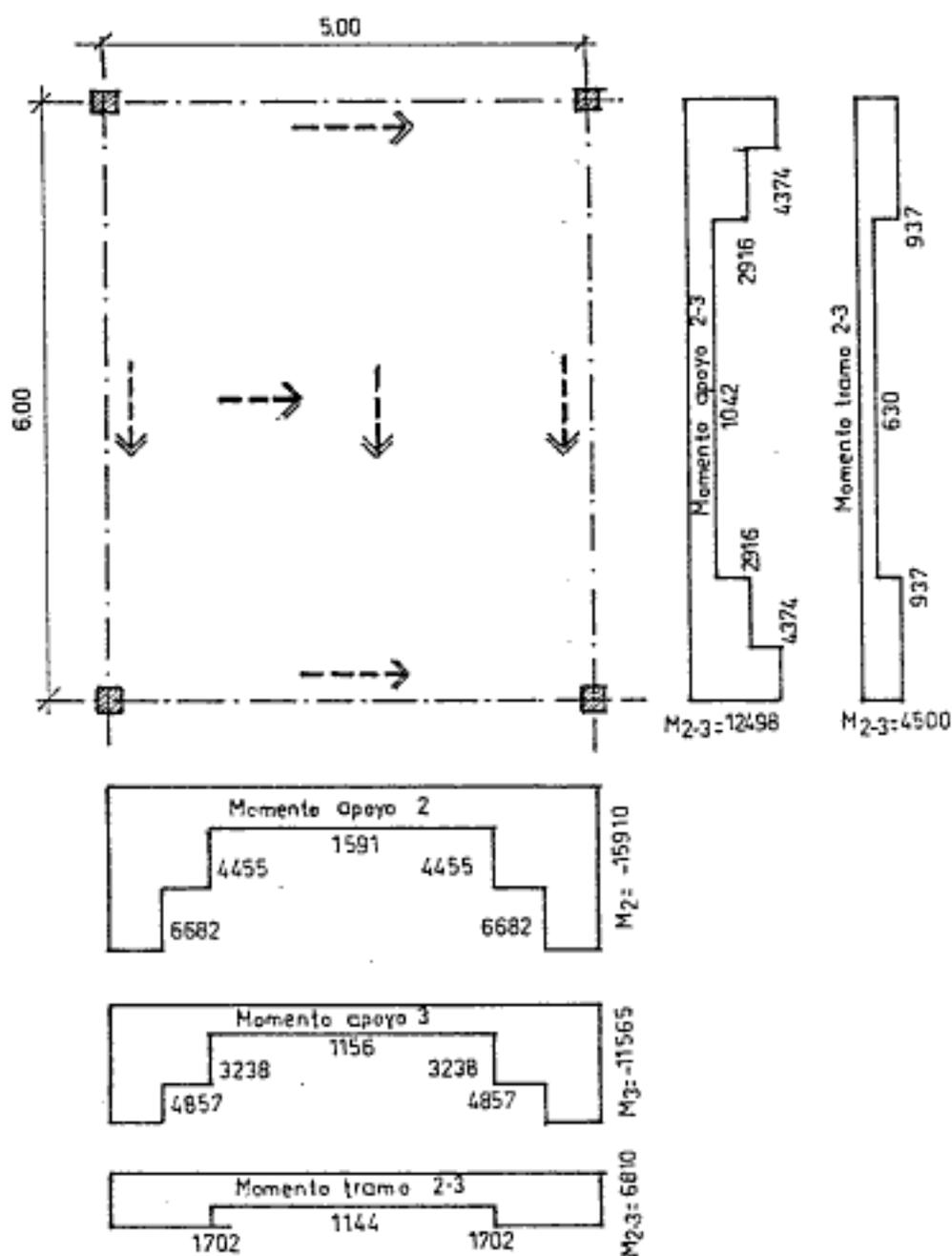
$$M \text{ inferior: } M_i = 4.500 \times 0,84/6,00 = 630 \text{ kgm}$$

La distribución general de los momentos en las dos direcciones, se indican en las figuras que siguen:

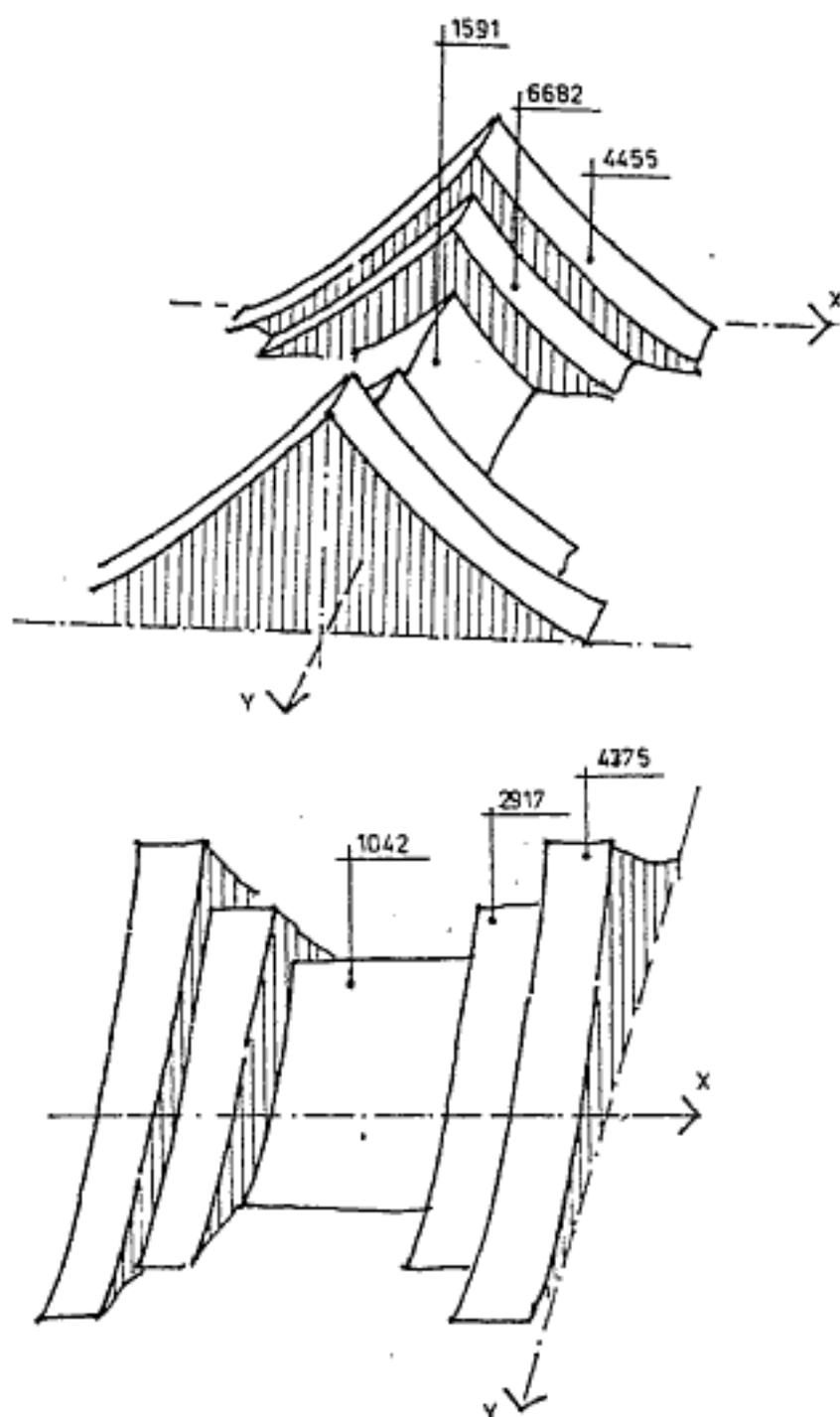


## 1.7.- Esquemas de distribución de los momentos.

En cada uno de los apoyos y tramos se indican los valores totales de momentos calculados y la distribución en todo el ancho de la losa.



Para una mejor visualización mostramos la conformación volumétrica de los momentos de apoyo y de tramo. Es obvio que en la realidad las variaciones no forman escalones bruscos. La variación de los momentos de una franja a otra se produce de manera continua y suave.



## 2.- Método derivado de la Teoría de Placas.

(Coeficientes del cuaderno 240 Din 1045)

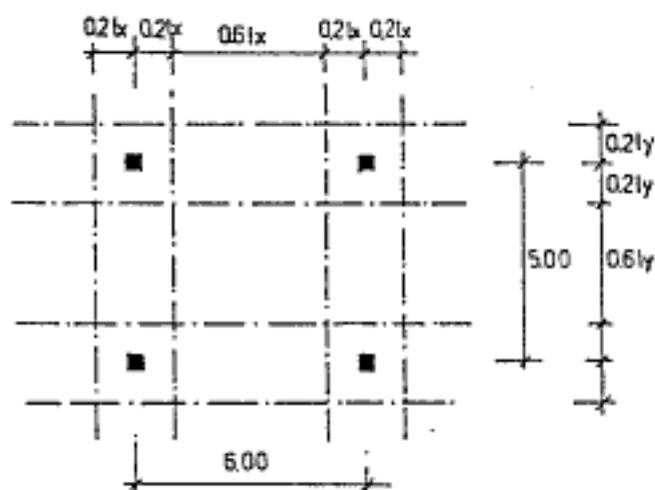
## 2.1.- Datos.

Tipo de columna: sin capiteles.

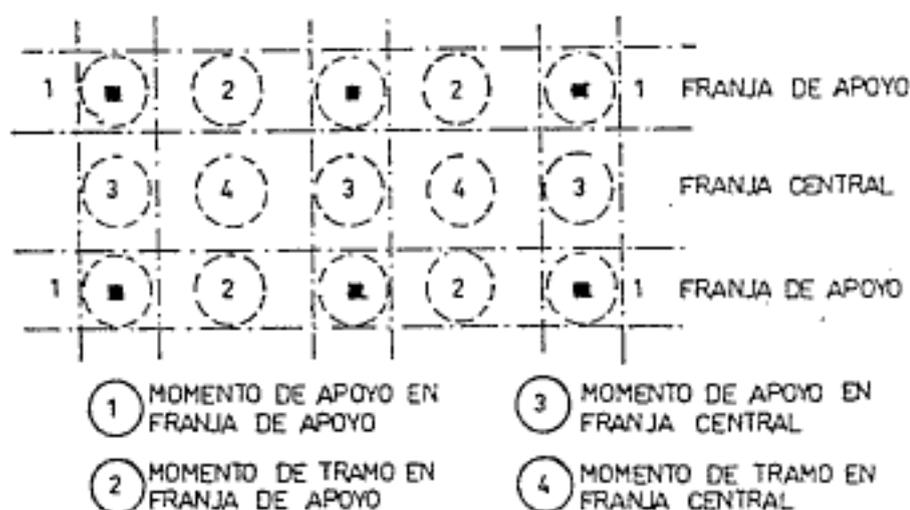
Dimensiones columna: 25cmx25cm

Cargas:

permanente: g ---> 600 kg/m<sup>2</sup>  
 sobrecarga: p ---> 200 kg/m<sup>2</sup>

800 kg/m<sup>2</sup> $\epsilon_x$  ---> sentido x:  $6/5 = 1,20$  $\epsilon_y$  ---> sentido y:  $5/6 = 0,83$ 

## 2.2.- Momentos en el sentido x-x.



**2.2.1.- Momentos de apoyo en la franja de apoyo.**

$$mss = kss.c.g.lm^2 + kss.c.p.lm^2$$

lm: luz promedio de dos tramos contiguos en la dirección considerada.

g: carga permanente.  
 p: sobrecarga.  
 c: factor de corrección (tablas 05/62f anexo)  
 (3.4 Cuaderno 240)  
 kss  
 kss: coeficientes (tablas 05/62g anexo)  
 (3.5 Cuaderno 240)

$$\begin{aligned} ds/minl &= 0,25/5,00 = 0,05 & \epsilon x &= 1,20 \\ kss &= -0,224 & kss &= -0,305 \\ c &= 0,92 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} mss &= -0,224 \cdot 0,92 \cdot 600 \cdot 6^2 - 0,305 \cdot 0,92 \cdot 200 \cdot 6^2 = \\ &= -6.472 \text{ kgm} \end{aligned}$$

**2.2.2.- Momentos de tramo en la franja de apoyo.**

$$\begin{aligned} mfg &= kfg.g.l^2 + kfg.p.l^2 = \\ &= 0,049 \cdot 600 \cdot 6^2 + 0,086 \cdot 200 \cdot 6^2 = +1.678 \text{ kgm} \end{aligned}$$

**2.2.3.- Momentos de apoyo en la franja central.**

$$\begin{aligned} msf &= ksf.g.l^2 + ksf.p.l^2 = \\ &= -0,040 \cdot 600 \cdot 6^2 - 0,063 \cdot 200 \cdot 6^2 = -1.318 \text{ kgm} \end{aligned}$$

**2.2.4.- Momentos de tramo en la franja central.**

$$\begin{aligned} mff &= kff.g.l^2 + kff.p.l^2 = \\ &= 0,043 \cdot 600 \cdot 6^2 + 0,083 \cdot 200 \cdot 6^2 = 1.526 \text{ kgm} \end{aligned}$$

**2.3.- Momentos en el sentido y-y.****2.3.1.- Momentos de apoyo en la franja de apoyo.**

$$ds/lm = 0,05 \quad \epsilon y = 0,83 \quad c \approx 1,17$$

$$\begin{aligned} mss &= -0,224 \times 1,17 \times 600 \times 5^2 - 0,305 \times 1,17 \times 200 \times 5^2 = \\ &= -5.715 \text{ kgm} \end{aligned}$$

**2.3.2.- Momentos de tramo en la franja de apoyo.**

$$mfg = 0,057 \times 600 \times 5^2 + 0,093 \times 200 \times 5^2 = 1.320 \text{ kgm}$$

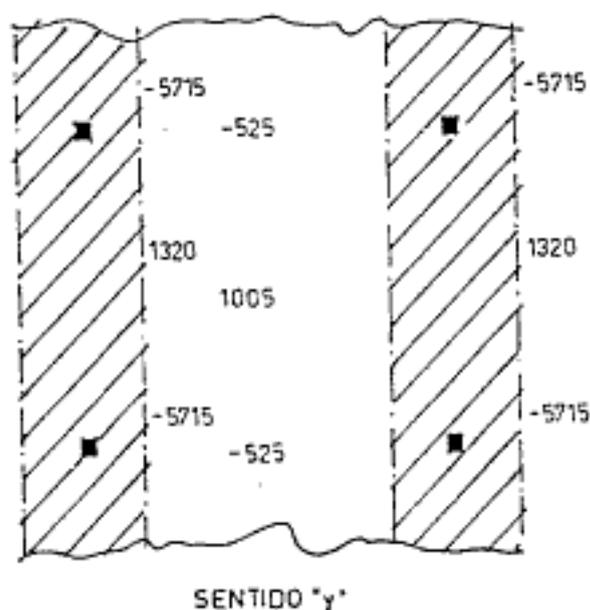
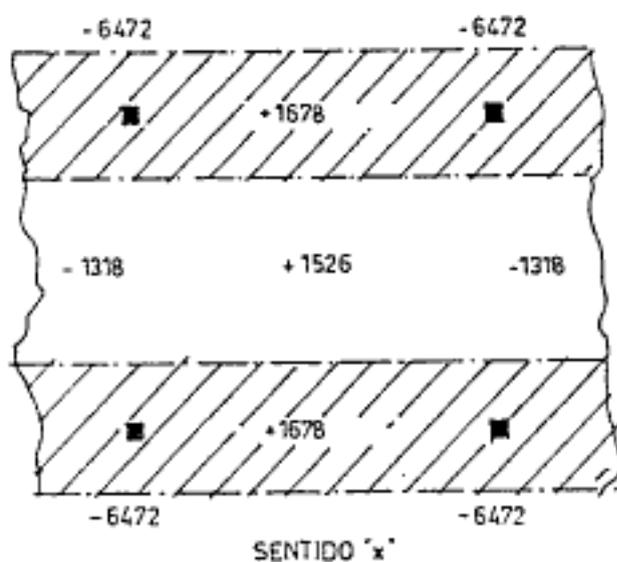
## 2.3.3.- Momentos de apoyo en la franja central.

$$msf = -0,020 \times 600 \times 5^2 - 0,045 \times 200 \times 5^2 = - 525 \text{ kgm}$$

## 2.3.4.- Momentos de tramo en la franja central.

$$mff = 0,039 \times 600 \times 5^2 + 0,084 \times 200 \times 5^2 = 1.005 \text{ kgm}$$

## 2.4.- Esquema resumen de momentos.



### 3.- Conclusiones.

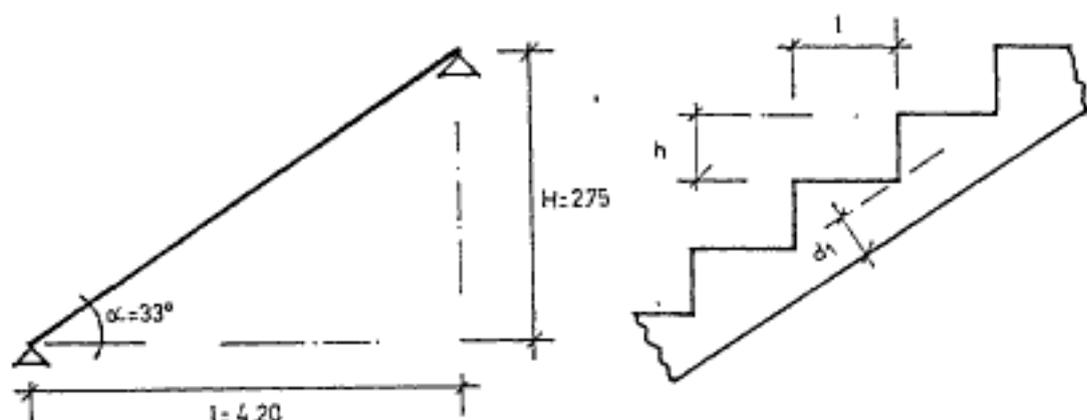
Los momentos por cualquiera de los métodos empleados son bastante similares, existen algunas diferencias pero que en el total de las solicitaciones se compensan.

Es notable la elevada diferencia que existen entre los momentos de las franjas de los apoyos, respecto a la de los tramos. Es conveniente cuando se plantean grandes diferencias, que se diseñen capiteles o refuerzos en la zona de apoyos, a los efectos de no imponer una elevada altura en la totalidad de la losa.

La decisión de utilizar losas sin vigas debe estar acompañada por un meticoloso estudio económico de comparación con otros métodos. Algo ya lo adelantamos en teoría, los entrepisos sin vigas poseen la enorme ventaja de requerir encofrados muy simples; todos planos, a diferencia de las losas con vigas que los encofrados deben poseer los alojamientos de las vigas que provocan aumentos en los insumos de mano de obra y de materiales.

**Ejemplo 13 : Resolución de una escalera simplemente apoyada.**

Calcular y dimensionar la escalera cuyos datos se indican. Los apoyos están totalmente articulados y arranca desde planta baja a primer piso.



**1.- Datos:**

Angulo: $\alpha = 33^{\circ}20'$	
L: = 4,20 mts.	Bcn: 130 kg/cm <sup>2</sup>
H: = 2,75 mts.	Bs: 4200 kg/cm <sup>2</sup>
l: = 0,26 mts.	cos $\alpha$ : 0,84
h: = 0,17 mts.	sen $\alpha$ : 0,55
dl: = 0,12 mts.	

Revestimiento: Mosaico granítico con mortero de asiento. Bajo losa, revoque aplicado.

**2.- Análisis de cargas:**

revoque inferior: 0,02x1800	36,00 kg/m <sup>2</sup>
losa escalera: 0,12x2400/cos $\alpha$	342,00 kg/m <sup>2</sup>
escalones: 0,17x2200/2	187,00 kg/m <sup>2</sup>
mosaicos: 0,03x2200	66,00 kg/m <sup>2</sup>
	<hr/>
total carga permanente:	631,00 kg/m <sup>2</sup>
sobrecarga:	300,00 kg/m <sup>2</sup>
	<hr/>
total de cargas:	931,00 kg/m <sup>2</sup>

adoptamos:  $q = 950 \text{ kg/m}^2$

**3.- Solicitaciones:**

3.1.- Momentos flectores:  $M_f = 4,2^2 \times 950 / 8 = 2095 \text{ kgm}$

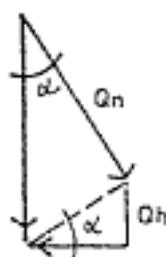
3.2.- Reacciones:

$$R_{av} = R_{bv} = 950 \times 4,2 / 2 = 1995 \text{ kg.}$$

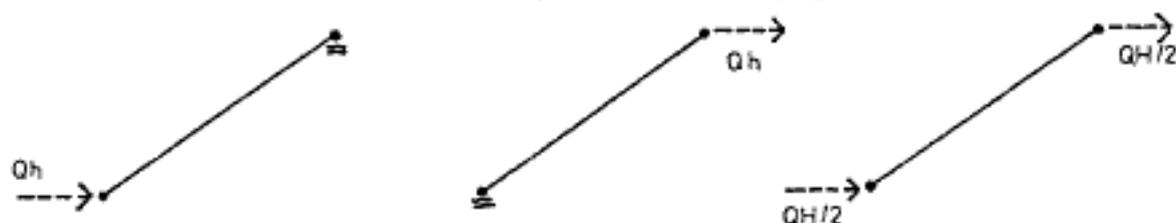
$$R_{ah} = R_{bh} = Q_h = Q_n \cdot \text{sen} \alpha \cdot \text{cos} \alpha$$

$$Q_n = 4,2 \times 950 = 3990 \text{ kg.}$$

$$Q_h = 3990 \times 0,55 \times 0,84 = 1843 \text{ kg.}$$



Esta fuerza horizontal puede ser equilibrada en el apoyo "A", en el "B", o en ambos. En este último caso se debe verificar con  $Q_h/2$  en cada apoyo.



En el caso particular de este ejercicio, la fuerza  $Q_h$  es tomada por los pilotines y el dado de hormigón ejecutado en el arranque de la escalera.

4.- Dimensionado.

De tablas:  $k_h = 8,30$

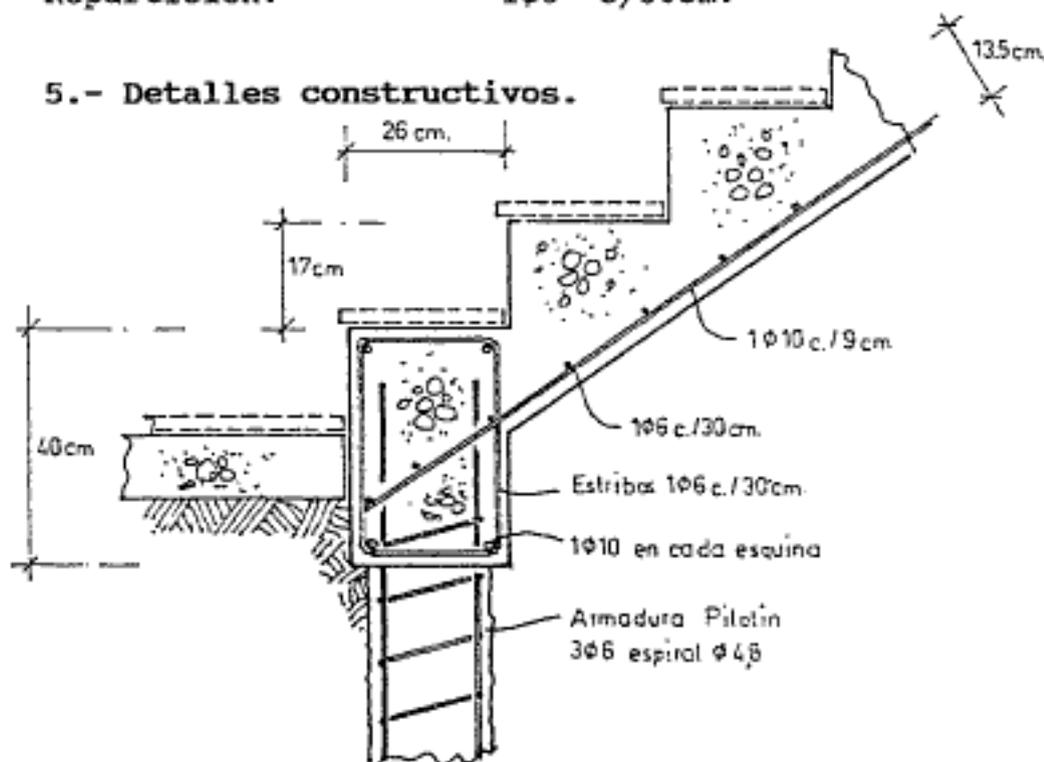
$$h = 8,3 \quad 2,09 / 1,00 = 12 \text{ cm} \quad d = 13,5 \text{ cm}$$

$$A_s = 0,49 \times 2,09 / 0,12 = 8,53 \text{ cm}^2 / \text{ml}$$

Armadura longitudinal:  $1\phi 10 \text{ c}/9 \text{ cm.}$

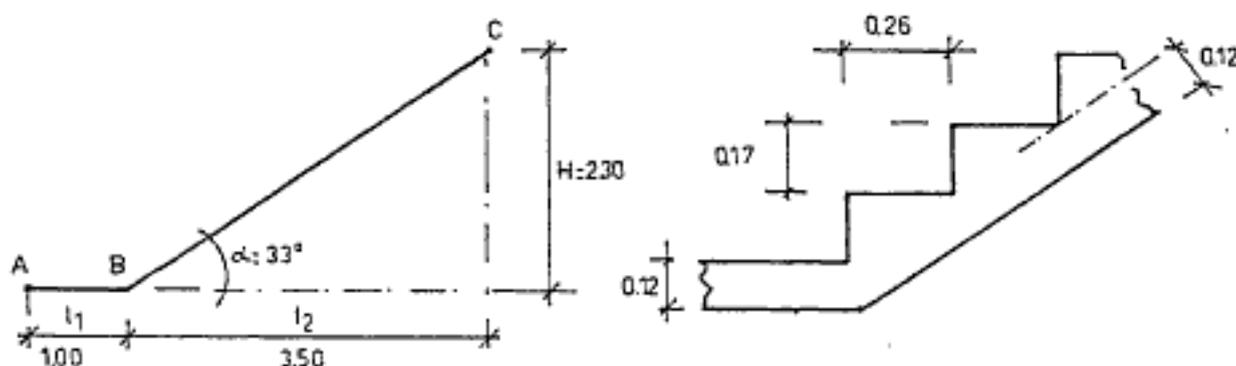
Repartición:  $1\phi 6 \text{ c}/30 \text{ cm.}$

5.- Detalles constructivos.



**Ejemplo 14 : Resolución de una escalera quebrada.**

Se trata de una escalera cuyo descanso se encuentra incorporado en la parte inferior del tramo.



**1.- Datos.**

tipo de escalera: convexa

ángulo  $\alpha$ :  $33^{\circ}31'$

$L_1 = 1,00 \text{ m}$

$L_2 = 3,50 \text{ m}$

$H = 2,30 \text{ m}$

$\text{sen} \alpha = 0,62$

$\text{cos} \alpha = 0,79$

$\text{tg} \alpha = 0,65$

$h = 0,17 \text{ m}$

$l = 0,26 \text{ m}$

$\beta_{cn} = 130 \text{ kg/cm}^2$

$\beta_s = 4200 \text{ kg/cm}^2$

Recubrimiento en escalera y descanso: mosaico granítico sobre mortero. Parte inferior, hormigón a la vista.

**2.- Análisis de cargas.**

**2.1.- En descanso:**

hormigón losa:  $0,12 \times 2400$  288 kg/m<sup>2</sup>

piso granítico:  $0,03 \times 2200$  66 kg/m<sup>2</sup>

carga permanente: 354 kg/m<sup>2</sup>

sobrecarga: 300 kg/m<sup>2</sup>

total carga en descanso: 654 kg/m<sup>2</sup>

adoptamos:  $q_1 = 650 \text{ kg/m}^2$

**2.2.- En tramo:**

hormigón losa:  $0,12 \times 2400 / \text{cos} \alpha$  364 kg/m<sup>2</sup>

escalones:  $0,17 \times 2200 / 2$  187 kg/m<sup>2</sup>

piso granítico:  $0,03 \times 2200$  66 kg/m<sup>2</sup>

carga permanente: 617 kg/m<sup>2</sup>

sobrecarga:	300 kg/m <sup>2</sup>
total carga en tramo:	917 kg/m <sup>2</sup>
adoptamos:	920 kg/m <sup>2</sup>

El espesor de la losa lo tomamos en vertical, por ese motivo el cociente de  $\cos\alpha$ .

### 3.- Solicitaciones (método aproximado):

#### 3.1.- Momentos flectores.

Momento de tramo largo y de apoyo:

$$M_{bc} = M_b = q_2 \cdot l_2^2 / 12 = 920 \times 3,5^2 / 12 = 940 \text{ kgm}$$

Momento de tramo corto:

$$M_{ab} = q_1 \cdot l_1^2 / 8 - M_b / 2 = 650 \times 1,00^2 / 8 - 940 / 2 = - 389 \text{ kgm}$$

En todo el tramo es momento es negativo.

#### 3.2.- Esfuerzo horizontal.

$$\begin{aligned} R_h &= (q_2 \cdot l_2 / 2 - M_b / 12) (l_1 + l_2) / h = \\ &= (920 \times 3,5 / 2 - 940 / 12) \times 4,50 / 2,30 = 2996 \text{ kg} \end{aligned}$$

Se considera la escalera como estructura plegada porque suponemos los apoyos totalmente rígidos, y que son capaces de tomar el valor de "Rh" calculado.

Notemos cuánto aumenta el momento flector si los apoyos no tienen capacidad soporte de los esfuerzos horizontales:

$$M_f = q \cdot l^2 / 8 = 920 \times 4,5^2 / 8 = 2329 \text{ kgm}$$

Significa que una escalera plegada con apoyos rígidos, genera momentos 2,5 veces menores al de una con apoyos deformables.

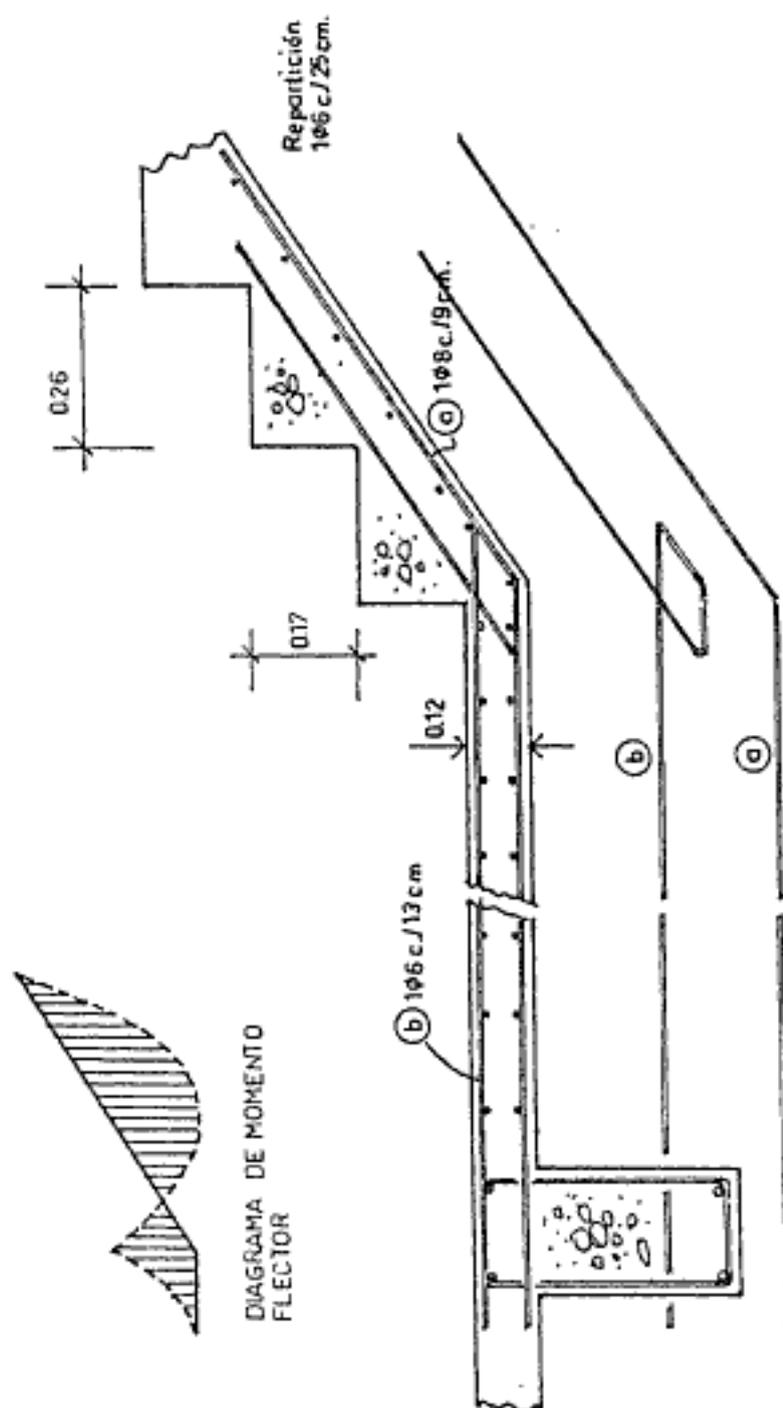
### 4.- Dimensionado.

$$k_h = 8,3 \quad h = 8,3 \cdot 0,94 / 1,00 = 8,05 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{Adoptamos: } h &= 8,5 \text{ cm} \\ d &= 10,0 \text{ cm} \end{aligned}$$

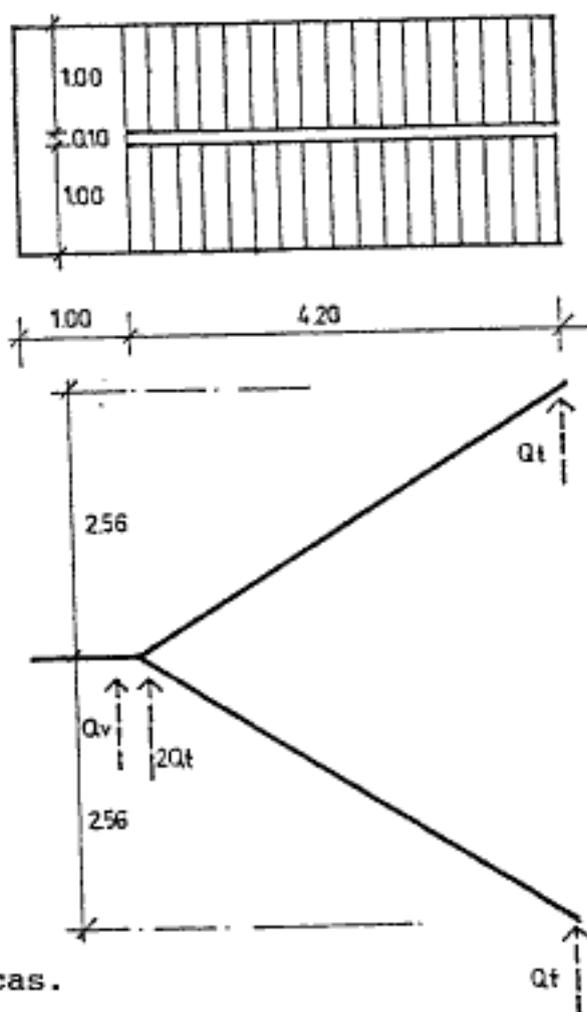
$$\begin{aligned} \text{Armadura: } 0,49 \times 0,94 / 0,085 &= 5,42 \text{ cm}^2 / \text{ml} \\ &1\phi 8c / 9\text{cm} \end{aligned}$$

## 5.- Detalles constructivos.



**Ejemplo 15 : Escalera con descanso en voladizo.**

La escalera se apoya en los extremos de los tramos y el voladizo actúa como voladizo. En estos tipos de escaleras el descanso es de mayor espesor que el tramo. Por este motivo se tomará  $q_1 = q_2$ .



**1.- Datos.**

$\beta_{cn} = 130 \text{ kg/m}^2$   
 $\beta_s = 4200 \text{ kg/m}^2$   
 $q = 800 \text{ kg/m}^2$

**2.- Solicitaciones.**

El cálculo se realiza por el ancho de escalera que en este caso particular es de 1,00 m.

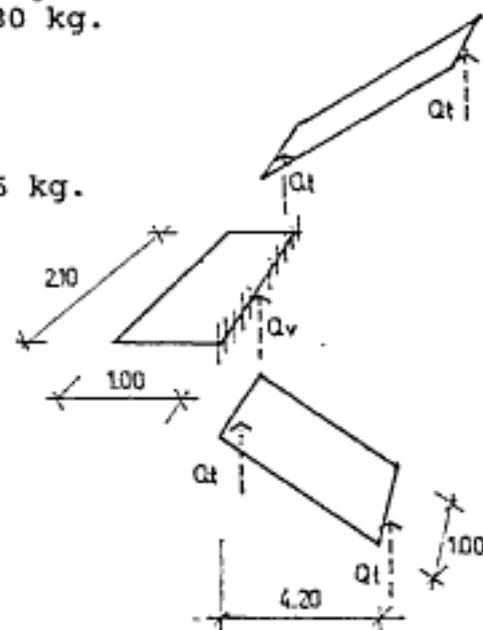
**2.1.- Reacciones isostáticas.**

$Q_v = 1,00 \times 2,10 \times 800 = 1680 \text{ kg.}$   
 $Q_t = 1,00 \times 4,20 \times 800 / 2 = 1680 \text{ kg.}$

**2.2.- Esfuerzo normal.**

$N = (Q_t + Q_v / 2) / \text{sen} \alpha =$   
 $= (1680 + 840) / 0,52 = 4846 \text{ kg.}$

Este esfuerzo que coincide con el plano de la escalera se debe anular en los apoyos, que deberán ser lo suficientemente rígidos para absorberlos. Se producen esfuerzos normales de tracción en el tramo superior y de compresión en el tramo inferior.



## 2.3.- Momento flector.

En voladizo:

$$M_v = q \cdot l_1^2 / 2 = 800 \times 1,00^2 / 2 = 400 \text{ kgm}$$

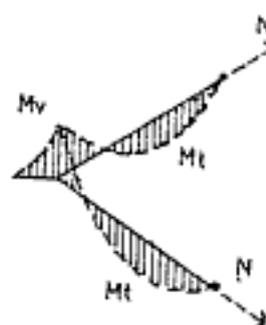
En tramo:

Para apoyos articulados

$$M_t = q \cdot l_2^2 / 8 - M_v / 2 = 1564 \text{ kgm}$$

Para apoyos empotrados

$$M_t = q \cdot l_2^2 / 12 - M_v / 2 = 776 \text{ kgm}$$



Los momentos fueron calculados mediante fórmulas simplificadas. Como control podemos efectuar un cálculo con otras expresiones.

las reacciones hiperestáticas:

$$Q_a = 1680 - 400 / 4,2 = 1585 \text{ kg.}$$

$$M_f = Q_a^2 / (2 \cdot q) = 1585^2 / (2 \times 800) = 1570 \text{ kgm.}$$

este valor es similar al calculado anteriormente con el método aproximado.

## 3.- Dimensionado. (como articulada)

$$h = 8,30 \cdot 1,57 / 1,00 = 10,5 \text{ cm} \quad d = 12,0 \text{ cm}$$

$$k_s = 0,49$$

Armadura en voladizo:

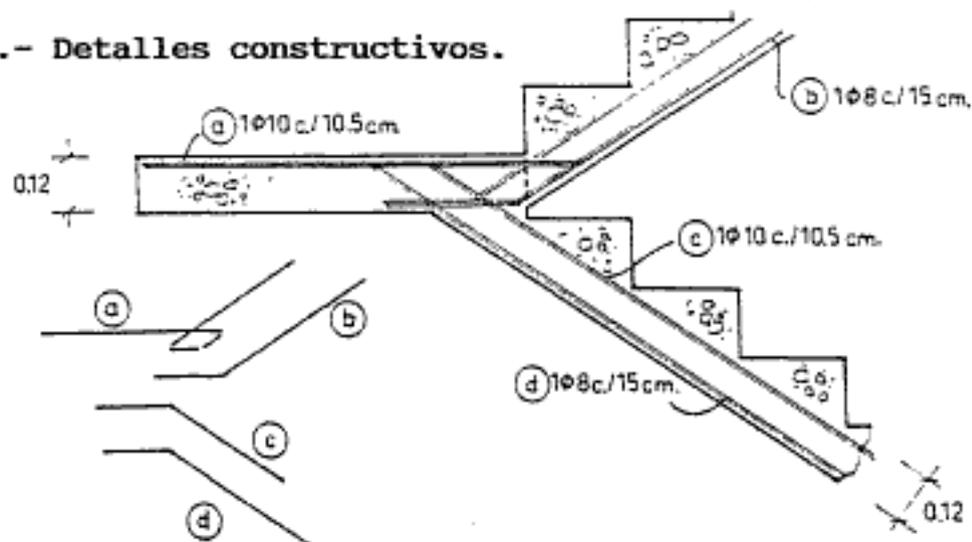
$$A_s = 0,49 \times 1,57 / 0,105 = 7,32 \text{ cm}^2 / \text{m} \quad 1 \phi 10 \text{ c} / 10,5 \text{ cm}$$

Armadura en tramos:

$$k_h = 10,5 / 0,776 = 11,92 \quad k_s = 0,44$$

$$A_s = 0,44 \times 0,776 / 0,105 = 3,25 \text{ cm}^2 / \text{m} \quad 1 \phi 8 \text{ c} / 15 \text{ cm}$$

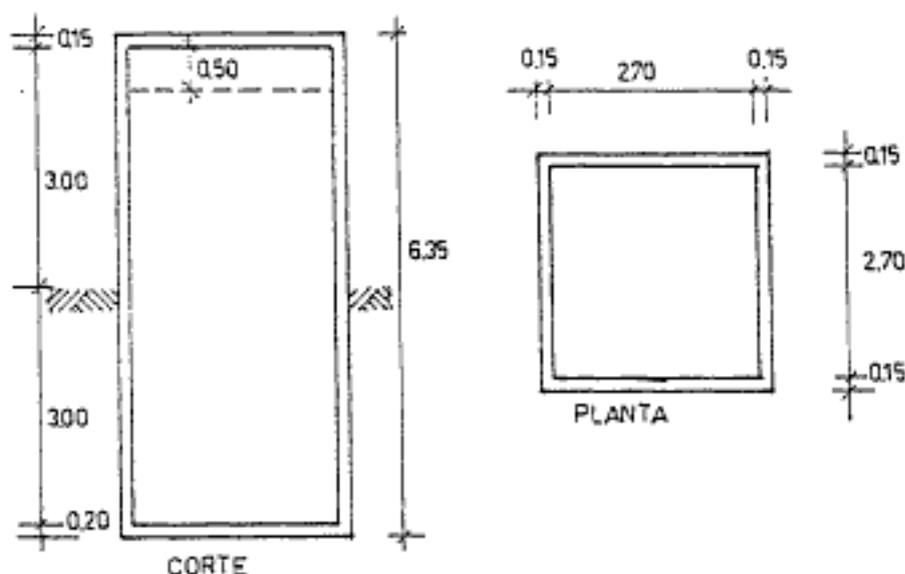
## 4.- Detalles constructivos.



<b>Ejemplo 16: Cálculo de un tanque rectangular.</b>
--

**1.- Datos:**

Tipo de tanque:	Semienterrado.
Tipo de hormigón:	Bcn 130 kg/cm <sup>2</sup>
Tipo de acero:	Bs 4200 kg/cm <sup>2</sup>
Tipo de suelo:	arenoso
Angulo de fricción:	$\phi = 30^\circ$
Peso específico suelo:	$\Omega = 1.600 \text{ kg/m}^3$
Esesores:	
paredes:	15 cm.
fondo:	20 cm.
tapa:	15 cm.

**2.- Determinación de presiones sobre paredes.**

Sobre las paredes que se encuentran sobre el nivel de terreno, actúa únicamente la presión interna del agua. En la parte subterránea actúan además de las presiones internas del agua, las externas provenientes del empuje del terreno. Para la determinación de las solicitaciones se deben utilizar las cargas que resultan de la suma de ambas.

Aquí es necesario distinguir la manera que actúan estas cargas según el tipo de suelo:

**suelos arenosos:** el suelo siempre se encuentra en contacto con las paredes del tanque y el empuje actúa de manera permanente.

**suelos arcillosos:** por la contracción que se puede producir en las arcillas, el suelo se separa de las paredes y por ello se deben considerar las presiones del agua en su totalidad, sin restarle la presión del suelo.

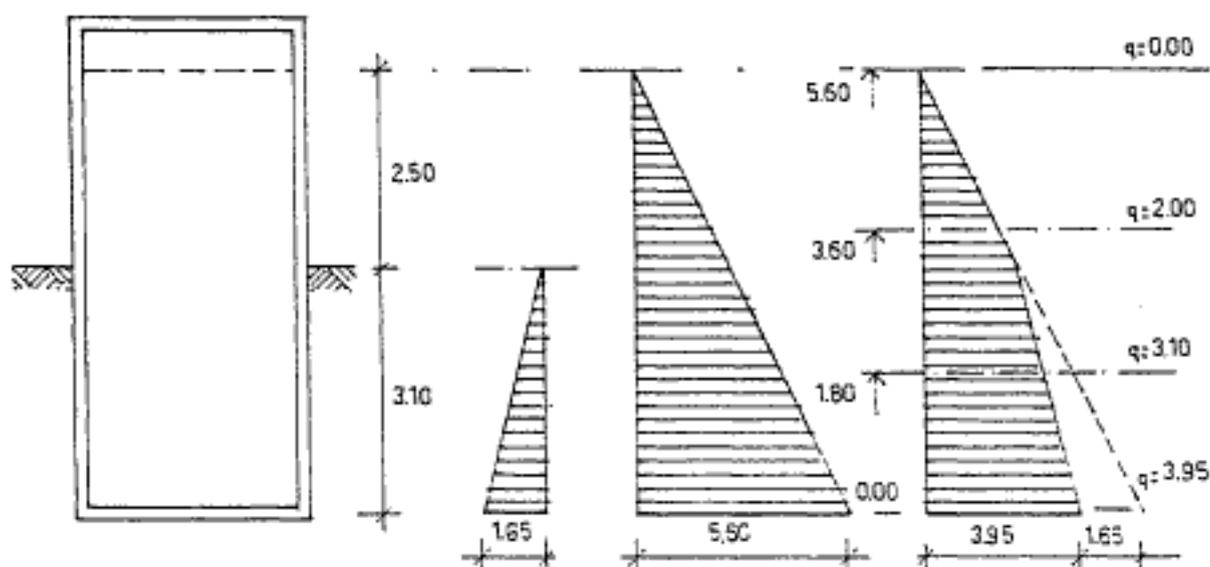
Presión del suelo:

De tabla  $k = 0,533s$   
 profundidad al eje de fondo de losa:  $h' = 3,10$  mts.

presión máxima de terreno:  $q_t = 0,533 \times 3,10 = 1,65$  t/m<sup>2</sup>

presión máxima del agua:  $q_a = 5,60 \times 1,00 = 5,60$  t/m<sup>2</sup>

presión resultante:  $q_r = q_a - q_t = 3,95$  t/m<sup>2</sup>



### 3.- Determinación de las presiones y cargas.

#### 3.1.- Paredes verticales:

Se establecen tres fajas. Tomando como nivel 0,00 el eje de la losa de fondo, estableceremos las presiones en los niveles: 0,00; 1,80; 3,60; y 5,60.

Nivel 0,00:

$$q_a = 5,60 \text{ t/m}^2 \quad q_t = 1,65 \text{ t/m}^2 \quad q_r = 3,95 \text{ t/m}^2$$

Nivel 1,80:

$$q_a = 3,80 \text{ t/m}^2 \quad q_t = 0,70 \text{ t/m}^2 \quad q_r = 3,10 \text{ t/m}^2$$

Nivel 3,60:

$$q_a = 2,00 \text{ t/m}^2 \quad q_t = 0,00 \text{ t/m}^2 \quad q_r = 2,00 \text{ t/m}^2$$

#### 3.2.- Losa de tapa:

Actúa únicamente el peso propio y carga accidental:

$$\text{peso propio: } 0,15 \text{ m} \times 2,4 \text{ t/m}^3 = 0,36 \text{ t/m}^2$$

$$\text{sobrecarga: } 0,20 \text{ t/m}^2$$

$$\text{total: } 0,56 \text{ t/m}^2$$

3.3.- Losa de fondo:

La losa de fondo actúa como platea de fundación. La presión actuante será igual al peso total del tanque dividido por la superficie de contacto.

Peso total del tanque vacío:

Losa tapa:	= 3,24 tn
$0,15 \times 3,00 \times 3,00 \times 2,40 \text{ t/m}^3$	
Paredes:	= 24,62 tn
$(3,0 \times 2 + 2,7 \times 2) \times 6 \times 0,15 \times 2,4 \text{ t/m}^3$	
Losa fondo:	= 4,32 tn
$0,20 \times 3,00 \times 3,00 \times 2,4 \text{ t/m}^3$	
total	32,18 tn

Presión de fondo:  $q_f = 32,18 / 3,00^2 = 3,58 \text{ t/m}^2$

4.- Determinación de los momentos flectores.

4.1.- Losa de tapa.

La losa de tapa actúa como una losa cruzada simplemente apoyada (es mínimo el empotramiento con las paredes). Utilizamos los coeficientes de tablas 05 para losas simplemente apoyadas en todos sus bordes.

$M_x = 0,56 \times 2,85^2 / 27,17 = 0,17 \text{ tm}$

4.2.- Paredes.

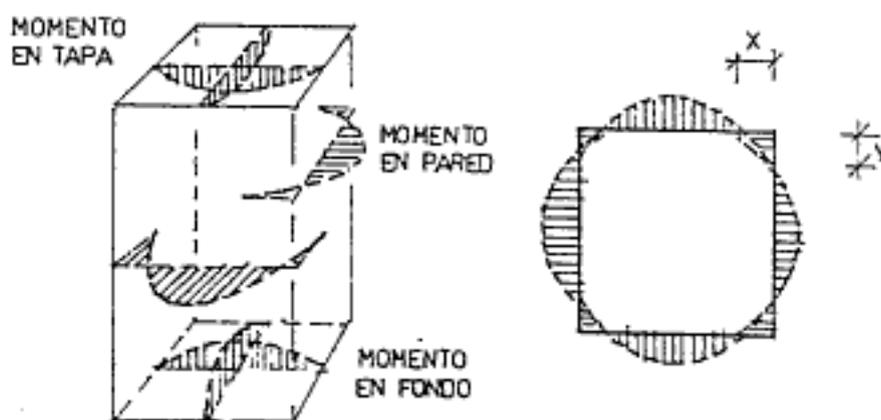
Momento negativo en el nudo:

$X = q (a_1 + a_2) / (12(a_1 + a_2))$

Momento positivo en el tramo:

$M_1 = q \cdot a_1^2 / 8 - X$

$M_2 = q \cdot a_2^2 / 8 - X$



para lados iguales:  $a_1 = a_2$      $X = q \cdot a^2/12$   
 $M_1 = M_2 = q \cdot a^2/24$

nivel	(mts)	0,00	1,80	3,60	5,60
presión	(t/m <sup>2</sup> )	3,95	3,10	2,00	0,00
X	(tm)	-2,67	-2,10	-1,36	-0,00
M1 = M2	(tm)	1,34	1,05	0,68	0,00

#### 4.3.- Losa fondo.

La unión de la losa de fondo con las paredes la analizaremos como simplemente apoyado, dado que la rigidez de la losa de fondo es muy superior a la de las paredes.

Momentos en el tramo:

$$M_t = 3,96 \times 2,85^2 / 27,17 = 1,18 \text{ tm}$$

#### 5.- Planilla de dimensionado.

Para el dimensionado de las losas utilizamos la planilla de "kh" 09.

Posición	q tn/m <sup>2</sup>	Mf tm	espesor m	kh	ks	As cm <sup>2</sup>
paredes:						
X0,00	3,95	-2,67	0,13	7,95	0,50	10,27
M0,00	3,50	1,34	0,13	11,23	0,45	4,63
X1,80	3,10	-2,10	0,13	8,97	0,47	7,60
M1,80	3,10	1,80	0,13	12,70	0,45	3,63
X3,60	2,00	-1,36	0,13	11,15	0,46	4,81
M3,60	2,00	0,68	0,13	15,76	0,45	2,34
tapa:						
Mapoyo	0,00	0,00	0,13			
Mtramo	0,56	0,17	0,13	31,00	0,43	0,56
fondo:						
Mapoyo	0,00	0,00	0,17			
Mtramo	3,96	1,18	0,17	15,65	0,45	3,12

Los momentos en el nivel 0,00 se calcularon con la carga reducida debido a la influencia de la losa de fondo.

Las armaduras a colocar, de acuerdo a las secciones calculadas en la planilla anterior, se indican en los planos de detalle que siguen.

<b>Ejemplo 17: Tanque elevado sobre columnas.</b>
---

**1.- Datos.**

Tipo de tanque: Elevado sobre columnas.

Tipo de hormigón:  $\beta_{cn}$  130 kg/cm<sup>2</sup>

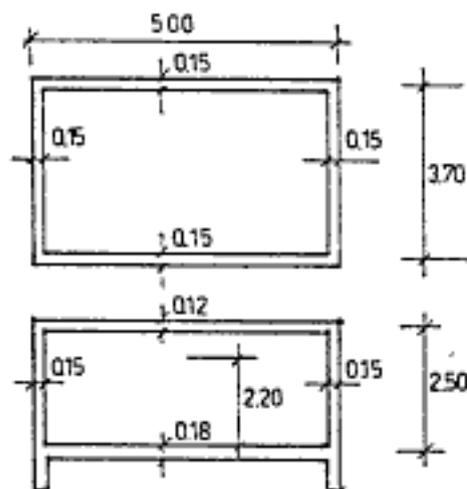
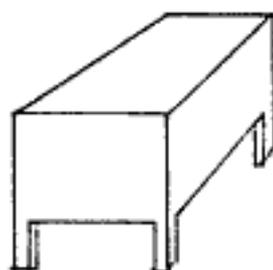
Tipo de acero:  $\beta_s$  4200 kg/cm<sup>2</sup>

**Espesores:**

paredes: 15 cm.

fondo: 18 cm.

tapa: 12 cm.



Todas las distancias son a eje de paredes.

El nivel del agua se encuentra a 2,20 m. del fondo.

**2.- Análisis de cargas.****2.1.- Tapa.**

Peso propio:  $2,4 \text{ t/m}^3 \times 0,12$  : 0,29 kg/m<sup>2</sup>

Accidental: 0,10 kg/m<sup>2</sup>

Total: 0,39 kg/m<sup>2</sup>

**2.2.- Paredes.**

Presión lateral:  $2,2 \text{ m} \times 1,00 \text{ kg/m}^3$  : 2,20 kg/m<sup>2</sup>

**2.3.- Fondo.**

Peso propio:  $2,4 \text{ t/m}^3 \times 0,18 \text{ m}$  : 0,43 kg/m<sup>2</sup>

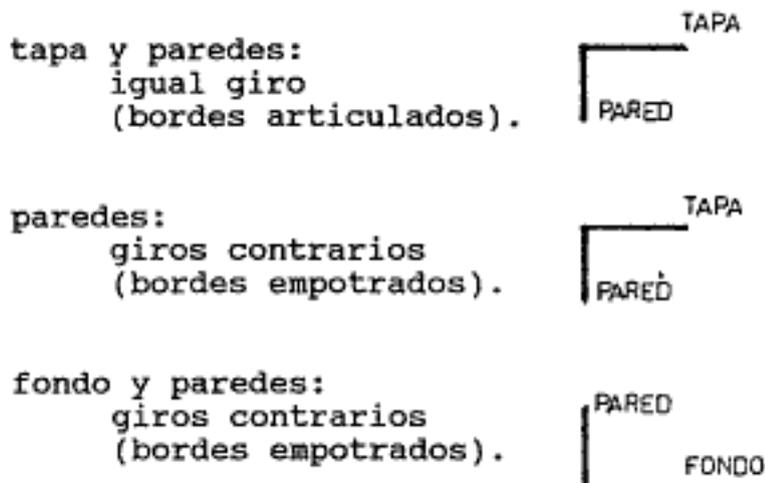
Agua:  $1,0 \text{ t/m}^3 \times 2,20 \text{ m}$  : 2,20 kg/m<sup>2</sup>

Total: 2,63 kg/m<sup>2</sup>

**3.- Condiciones de borde.**

El tanque es rectangular. Ninguna de las dimensiones posee valores muy superiores respecto de las otras, por este motivo se calculan las losas de tapa, paredes y fondo como losas con armaduras cruzadas con las tablas 05.

Para ello es necesario establecer las condiciones de borde de cada una de las losas. Lo haremos en función del giro que produce cada una al llegar a las aristas.

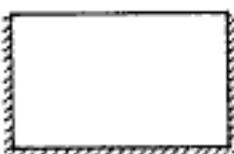


Resumen:

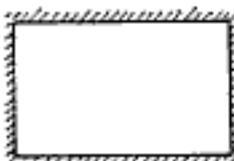
tapa:  
todos los bordes  
articulados.



paredes:  
tres bordes empotrados y  
un borde articulado.



fondo:  
todos los bordes  
empotrados.



#### 4.- Coeficientes de cálculo y momentos flectores.

##### 4.1.- Tapa.

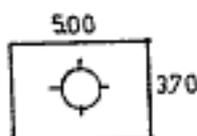
$$ly/lx = \epsilon = 3,70/5,00 = 0,74 \quad - \rightarrow \text{ de tablas 05:}$$

$$mx = 31,45 \quad my = 16,16 \quad rx = 2,48 \quad ry = 3,80$$

Momentos:

$$Mx = q \cdot ly^2 / mx = 0,17 \text{ tm}$$

$$My = q \cdot ly^2 / my = 0,33 \text{ tm}$$



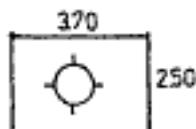
Reacciones:

$$R_x = q \cdot l_y^2 / r_x = 2,15 \text{ t} \rightarrow 2,15 / 5,00 = 0,43 \text{ t/m}$$

$$R_y = q \cdot l_y^2 / r_y = 1,40 \text{ t} \rightarrow 1,40 / 3,70 = 0,38 \text{ t/m}$$

4.2.- Paredes.

Como simplificación tomamos la carga desde la arista superior.



a) Pared corta.

$$l_y / l_x = \epsilon = 2,50 / 3,70 = 0,67 \quad \rightarrow \quad \text{de tablas 05:}$$

$$m_{ye} = -18,25 \quad m_{xe} = -28,41 \quad m_y = 50,51 \quad m_x = 126,58$$

Momentos:

$$M_{ye} = 2,20 \times 2,50^2 / -18,25 = -0,75 \text{ tm}$$

$$M_{xe} = 2,20 \times 2,50^2 / -28,41 = -0,48 \text{ tm}$$

$$M_y = 2,20 \times 2,50^2 / 50,51 = 0,27 \text{ tm}$$

$$M_x = 2,20 \times 2,50^2 / 126,58 = 0,11 \text{ tm}$$

b) Pared larga.

$$l_y / l_x = \epsilon = 2,50 / 5,00 = 0,50 \quad \rightarrow \quad \text{de tablas 05:}$$

$$m_{ye} = -16,10 \quad m_{xe} = -27,62 \quad m_y = 39,84 \quad m_x = 172,41$$

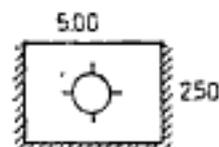
Momentos:

$$M_{ye} = 2,20 \times 2,50^2 / -16,10 = -0,85 \text{ tm}$$

$$M_{xe} = 2,20 \times 2,50^2 / -27,62 = -0,50 \text{ tm}$$

$$M_y = 2,20 \times 2,50^2 / 39,84 = 0,34 \text{ tm}$$

$$M_x = 2,20 \times 2,50^2 / 172,41 = 0,08 \text{ tm}$$



4.3.- Fondo.

$$l_y / l_x = \epsilon = 3,70 / 5,00 = 0,74 \quad \rightarrow \quad \text{de tablas 05:}$$

$$m_{xe} = -17,73 \quad m_{ye} = -14,33 \quad m_x = 77,52 \quad m_y = 33,67$$

$$r_x = 2,40 \quad r_y = 4,00$$

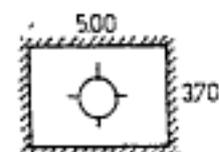
Momentos:

$$M_{xe} = 2,63 \times 3,70^2 / -17,73 = -2,03 \text{ tm}$$

$$M_{ye} = 2,63 \times 3,70^2 / -14,33 = -2,51 \text{ tm}$$

$$M_x = 2,63 \times 3,70^2 / 77,52 = 0,46 \text{ tm}$$

$$M_y = 2,63 \times 3,70^2 / 33,67 = 1,07 \text{ tm}$$

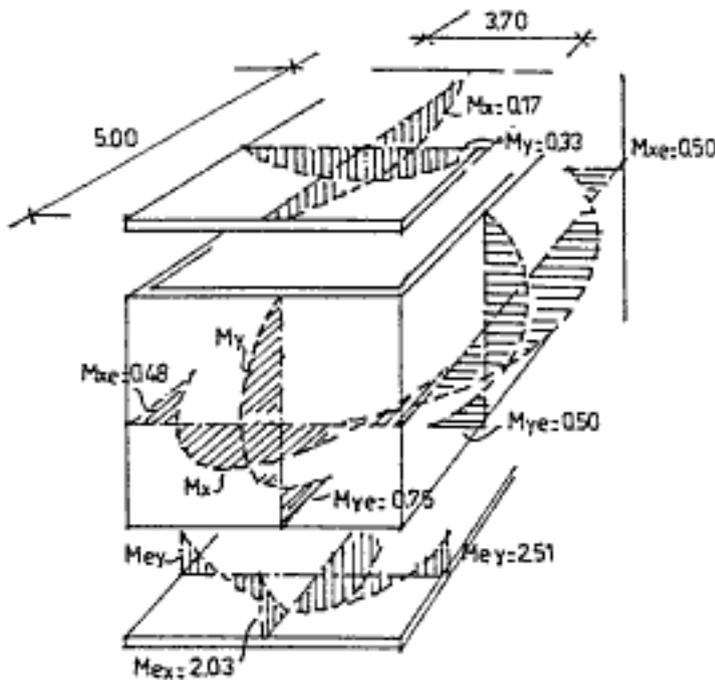


Reacciones:

$$R_x = 15,00 \text{ tn} \rightarrow 15,00 / 5,00 = 3,00 \text{ t/m}$$

$$R_y = 9,00 \text{ tn} \rightarrow 9,00 / 3,70 = 2,43 \text{ t/m}$$

5.- Esquemas de momentos:



Observamos diferencias muy grandes entre algunos momentos, especialmente los de la arista de unión de fondo con pared. Además la pared posee un espesor menor (15 cm) que el fondo (18 cm) y por tal motivo menor rigidez flexional. Convendría modificar algunas condiciones de borde.

Adoptamos:

- Aristas horizontales - -> articuladas.
- Aristas verticales - -> empotradas.



Con estas condiciones de borde calculamos nuevamente los momentos.

6.- Momentos con condiciones nuevas de borde.

4.1.- Tapa.

Al no modificarse las condiciones de borde de la tapa, los momentos y reacciones permanecen iguales:

Momentos:  $M_x = 0,17 \text{ tm}$   $M_y = 0,33 \text{ tm}$   
 Reacciones:  $R_x = 2,15 \text{ t}$   $R_y = 1,40 \text{ t}$

## 4.2.- Paredes.

## a) Pared corta.

$$ly/lx = \epsilon = 2,50/3,70 = 0,67 \quad - \rightarrow \quad \text{de tablas 05:}$$

$$m_x = -19,16 \quad m_y = 39,37 \quad m_x = 62,89$$

$$\begin{aligned} \text{Momentos: } M_x &= 2,20 \times 2,50^2 / -19,16 = -0,72 \text{ tm} \\ M_y &= 2,20 \times 2,50^2 / 39,37 = 0,35 \text{ tm} \\ M_x &= 2,20 \times 2,50^2 / 62,89 = 0,22 \text{ tm} \end{aligned}$$

## b) Pared larga.

$$ly/lx = \epsilon = 2,50/5,00 = 0,50 \quad - \rightarrow \quad \text{de tablas 05:}$$

$$m_x = -16,64 \quad m_y = 23,53 \quad m_x = 85,47$$

$$\begin{aligned} \text{Momentos: } M_x &= 2,20 \times 2,50^2 / -16,64 = -0,83 \text{ tm} \\ M_y &= 2,20 \times 2,50^2 / 23,53 = 0,58 \text{ tm} \\ M_x &= 2,20 \times 2,50^2 / 85,47 = 0,16 \text{ tm} \end{aligned}$$

## 4.3.- Fondo.

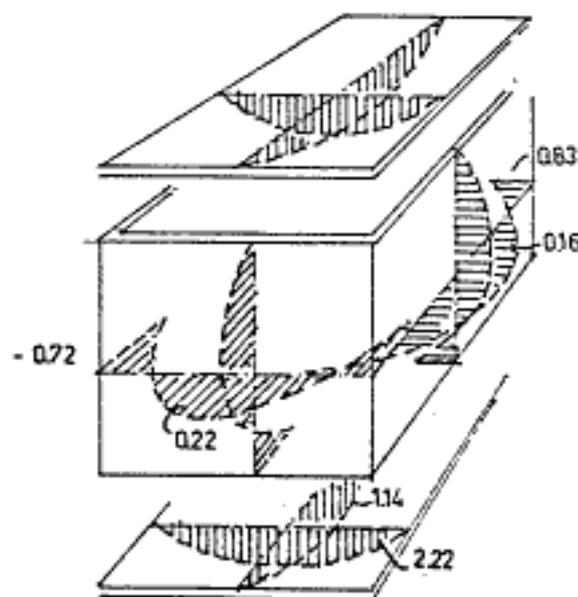
$$ly/lx = \epsilon = 3,70/5,00 = 0,74 \quad - \rightarrow \quad \text{de tablas 05:}$$

$$m_x = 31,45 \quad m_y = 16,16 \quad r_x = 2,48 \quad r_y = 3,80$$

$$\begin{aligned} \text{Momentos: } M_x &= 2,63 \times 3,70^2 / 31,45 = 1,14 \text{ tm} \\ M_y &= 2,63 \times 3,70^2 / 16,16 = 2,22 \text{ tm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Reacciones: } R_x &= 2,63 \times 3,70^2 / 2,48 = 14,52 \text{ t} \\ r_x &= 14,52 / 5,00 = 2,90 \text{ t/m} \\ R_y &= 2,63 \times 3,70^2 / 3,80 = 9,47 \text{ t} \\ r_y &= 9,47 / 3,70 = 2,56 \text{ t/m} \end{aligned}$$

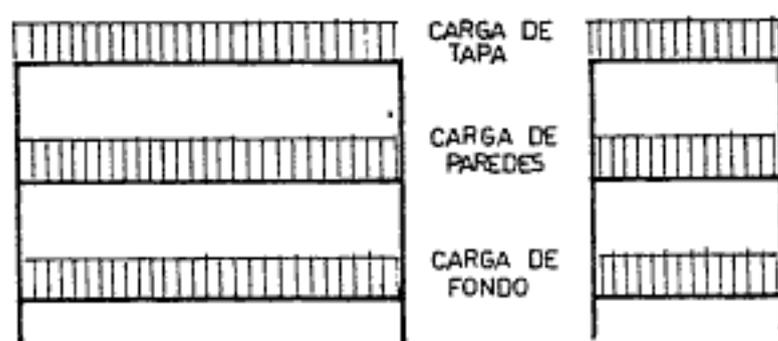
## 5.- Esquema de momentos y compensación.



Los momentos negativos que se producen en las aristas verticales son muy similares (-0,72 y -0,83) por lo que tomaremos el promedio de ambos sin efectuar corrección en tramos.

## 7.- Cálculo de las paredes como vigas de gran altura.

### 7.1.- Esquema de cargas.



Por la forma de distribuirse las cargas podemos suponer que las mismas actúan en el nivel medio de las paredes.

### 7.2.- Análisis de cargas.

#### a) vigas largas:

tapa: p.p. y accidental	0,43 t/m
pared: p.p. 0,15x5,00x2,50x2,40/5,00	0,90 t/m
fondo: p.p. y agua	2,90 t/m
total	4,23 t/m

#### b) vigas cortas:

tapa: p.p. y accidental	0,38 t/m
pared: p.p. 0,15x5,00x2,50x2,40/3,70	0,90 t/m
fondo: p.p. y agua	2,56 t/m
total	3,84 t/m

### 7.3.- Determinación de solicitaciones.

La ubicación de las cargas la consideramos actuando en la mitad de la viga, dado que existen cargas tanto superiores como inferiores. No existe peligro de pandeo lateral por la rigidez creada en la unión de tapa y pared.

$$\text{Pared larga: } M_t = q \cdot l^2 / 8 = 4,23 \times 5,00^2 / 8 = 13,22 \text{ tm}$$

$$\text{Pared corta: } M_t = q \cdot l^2 / 8 = 3,84 \times 3,70^2 / 8 = 6,57 \text{ tm}$$

Las verificaciones las realizaremos de acuerdo a lo establecido en el capítulo de teoría de vigas de gran altura, utilizando dos metodologías; la de tablas 04b según la teoría de la elasticidad y la simplificada por momentos flectores.

Ancho de pared por pandeo:

$$b > (l_0/8) \quad q \cdot 1,75 / (\beta_{cn} \cdot h_e)$$

l <sub>0</sub> :	luz de cálculo (cm)	- ->	500,0	cm
q :	carga repartida (kg/cm).	- ->	42,3	kg/cm
h <sub>e</sub> :	altura de viga pared (cm).	- ->	250,0	cm
β <sub>cn</sub> :	tensión del hormigón	- ->	4200,0	kg/cm <sup>2</sup>
	coeficiente seguridad	- ->	1,75	

$$b = 500/8 \quad 42,3 \times 1,75 / (4200 \times 250) = 2,58 \text{ cm. BC}$$

En losas pared hormigonadas monolíticamente con la tapa no es necesario efectuar la verificación por pandeo. Lo hacemos aquí al sólo efecto didáctico.

Cuando las tapas son prefabricadas o los tanques son abiertos, las paredes por poseer un apoyo totalmente libre se le efectuará la verificación por pandeo.

Ancho de pared por corte:

$$b > 5 \cdot l_0 \cdot q / (\beta_{cn} \cdot h_e)$$

$$b = 5 \times 500 \times 42,3 \times 1,75 / (4200 \times 250) = 0,17 \text{ cm BC}$$

Sección de hierros necesaria: (s/Jimenez Montoya)

Pared larga:

$$A_s = M_s \cdot 1,75 / (z_e \cdot \beta_s) \quad \text{donde: } z_e = 0,2(1+2xh_e)$$

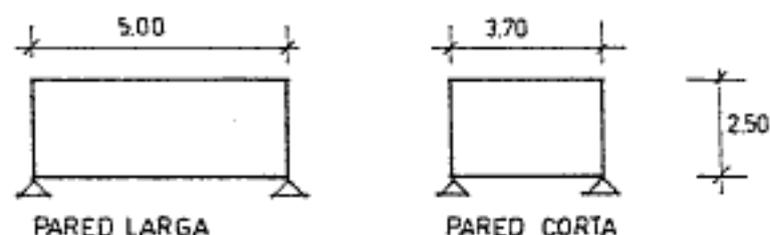
$$z_e = 0,2(500+2 \times 250) = 200 \text{ cm.}$$

$$A_s = 13,22 \times 10^5 \times 1,75 / (200 \times 4200) = 2,74 \text{ cm}^2 \quad (4\phi 10)$$

Pared corta:

$$z_e = 0,2(370+2 \times 250) = 174 \text{ cm.}$$

$$A_s = 6,57 \times 10^5 \times 1,75 / (174 \times 4200) = 1,57 \text{ cm}^2 \quad (2\phi 10)$$

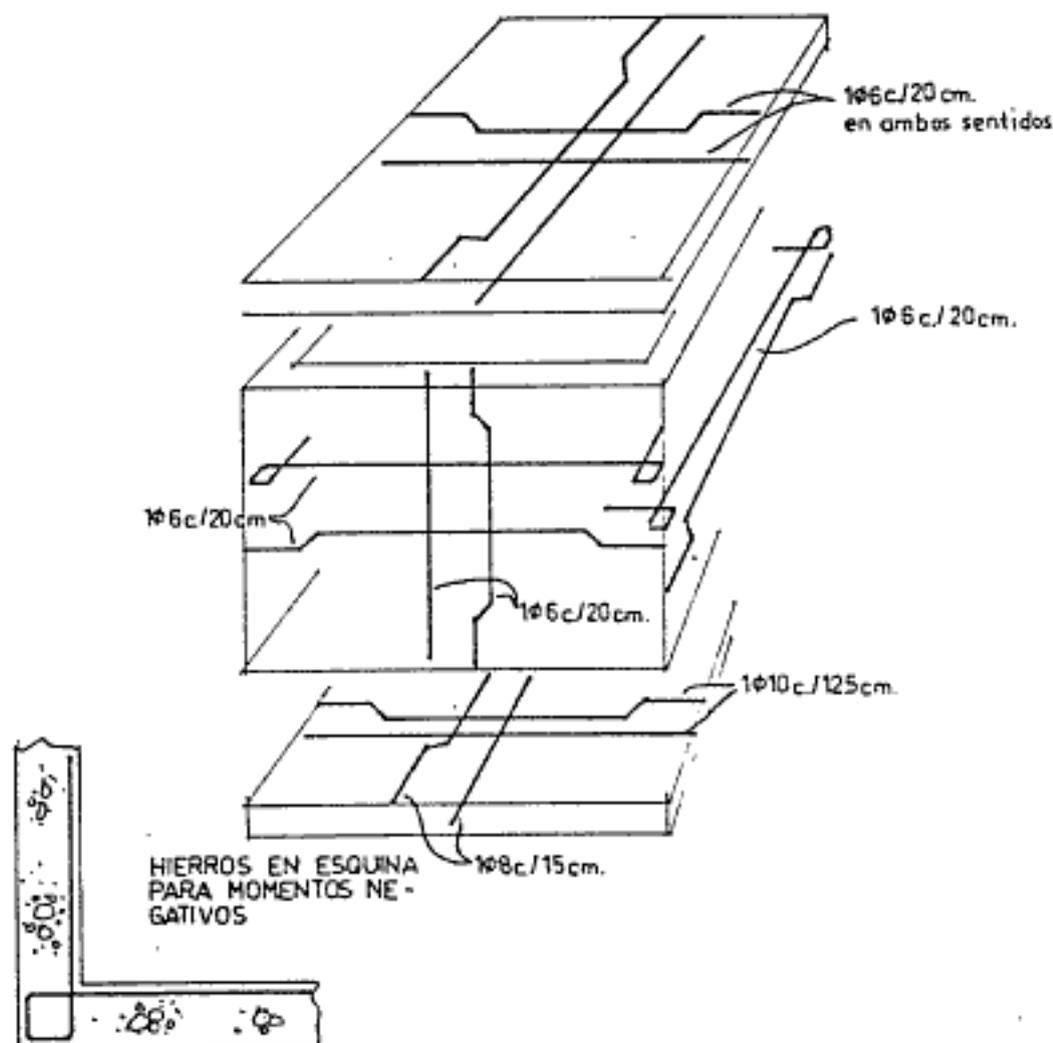


8.- Planilla de cálculo.

Dimensionado con tablas 09.

losa	M tm	d cm	h cm	kh	ks cm <sup>2</sup>	As mm	φ cm	sep. cm
tapa								
en x	0,17	12	9,5	25	0,43	0,77	6	20,0
en y	0,33	12	10,5	18	0,44	1,38	6	20,0
pared larga								
en x	0,16	15	12,5	34	0,43	0,55	6	20,0
en y	0,58	15	13,5	18	0,44	1,89	6	15,0
apoyo	0,83	15	13,5	15	0,44	2,70	6	10,0
pared corta								
en x	0,22	15	12,5	29	0,43	0,76	6	20,0
en y	0,35	15	13,5	23	0,43	1,11	6	20,0
apoyo	0,72	15	13,5	16	0,44	2,34	6	12,0
fondo								
en x	1,14	18	15,5	15	0,44	3,23	8	15,0
en y	2,22	18	16,5	11	0,45	6,05	10	12,5

9.- Detalles constructivos.

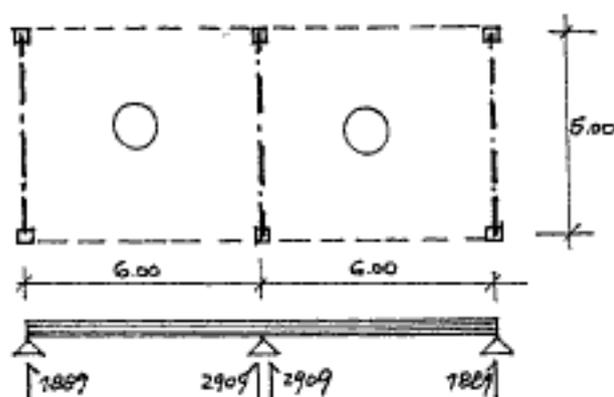


<b>Ejemplo 18:</b>	<b>Resolución de una losa continua con mallas de acero.</b>
--------------------	---

## 1.- Datos.

$\beta_{cn} = 170 \text{ kg/cm}^2$   
 $\beta_s = 5000 \text{ kg/cm}^2$   
 $g = 600 \text{ kg/m}^2$   
 $p = 200 \text{ kg/m}^2$   
 $q = 800 \text{ kg/m}^2$

ancho de viga: 25 cm.



## 2.- Solicitaciones.

Utilizamos los coeficientes de la tabla 04/29 con reducción del 15 % por redistribución de momentos.

$m_l = 12,90$        $M_{tramo} = 800 \times 4,00^2 / 12,90 = 992 \text{ kgm}$   
 $m_b = -9,41$        $M_{apoyo} = 800 \times 4,00^2 / -9,41 = -1360 \text{ kgm}$   
 $q_{la} = 2,54$        $R_a = 800 \times 4,00 / 2,54 = 1260 \text{ kg}$   
 $q_{lb} = -1,65$        $R_b = 800 \times 4,00 / 1,65 = 1940 \text{ kg}$

Realizamos reducción de momentos por ancho de apoyo. (tabla 04/34).

$M_{ar} = M_s - \delta M_r$        $\delta M_r = Q_r(b_o/2)$   
 $\delta M_r = 1940 \times 0,20 / 2 = 194 \text{ kgm}$

$M_{ar} = 1360 - 194 = 1166 \text{ kgm.}$

	valores de kh			
	H-13	H-17	H-21	AM-500
	32.0	28.0	25.0	0.36
	17.1	14.5	13.3	0.37
	12.4	10.7	9.6	0.38
	10.2	8.7	7.9	0.39
	9.1	7.9	7.1	0.40
	8.4	7.3	6.5	0.41
	7.9	6.9	6.1	0.42
	7.6	6.5	5.9	0.43
	7.3	6.3	5.6	0.44
	7.0	6.1	5.4	0.45

## 3.- Dimensionado.

Transcribimos la tabla del capítulo 16:

Dimensionado apoyo:

$$\begin{aligned} K_h = 8,70 \quad k_s = 0,39 \quad h = 8,70 \quad 1,166 = 9,41 \text{ cm} \\ \text{adoptamos: } h = 9,5 \text{ cm} \quad d = 11,00 \text{ cm.} \end{aligned}$$

$$\text{Armaduras: } A_{sa} = 0,39 \times 1,166 / 0,095 = 4,80 \text{ cm}^2$$

colocamos dos mallas R257

$$\begin{array}{ll} \text{R257} & 150/250/7d/4,2 & 2,57 \text{ cm}^2 \\ \text{R257} & 150/250/7d/4,2 & 2,57 \text{ cm}^2 \end{array}$$

$$\text{Armadura total en apoyo} \quad 5,14 \text{ cm}^2$$

Dimensionado tramo:

$$k_h = 9,5 / 0,99 = 9,55 \quad k_s = 0,37$$

$$A_s = 0,37 \times 0,99 / 0,095 = 3,86 \text{ cm}^2/\text{m}$$

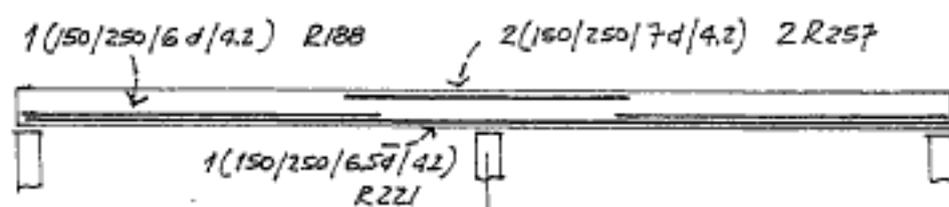
colocamos dos mallas: (R221) + (R188)

$$\begin{array}{ll} \text{R221} & 150/250/6,5d/4,2 & 2,21 \text{ cm}^2 \\ \text{R188} & 150/250/6,0d/4,2 & 1,88 \text{ cm}^2 \end{array}$$

$$\text{Armadura total en tramo} \quad 4,09 \text{ cm}^2$$

Estas mallas en el tramos pueden ser discontinua, en función del momento flector, tal como lo vemos en los detalles más adelante.

#### 4.- Detalles constructivos.



ajustar longitudes armaduras  
de acuerdo a diagramas de  $M_f$











La denominación de losas en hormigón armado siempre se refiere a elementos donde una de sus dimensiones (el espesor) es mínima respecto a las otras. Dentro de la terminología general están: los entresijos, las escaleras, los tanques y las cubiertas.

El diseño adecuado de una losa pasa por conocer todas las posibilidades que se pueden presentar con la combinación acertada de sus apoyos, de la dirección de sus armaduras y del espesor. Hay losas unidireccionales o cruzadas, macizas o alivianas y la elección correcta del tipo de éstas, incluye esbeltez en el sistema y economía de materiales. En una torre el mayor volumen de hormigón se destina a las losas, éstas generan el mayor peso de la estructura, por lo tanto su diseño debe ser el óptimo. Esta obra analiza y estudia todos estos elementos.

ISBN 987-584-022-X



9 789875 840225